Задание №1

$$\frac{\sin(x)}{x} = 0 \Rightarrow ОДЗ: x \neq 0$$

$$\sin(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \ ; \ x = k\pi \\ ОДЗ: \ x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ k \neq 0 \end{cases}$$

Задание №2

Пусть 3 прямые пересекаются в точке $M_0(x_0; y_0)$.

Уравнение пучка прямых

$$(y - y_0) = k(x - x_0)$$

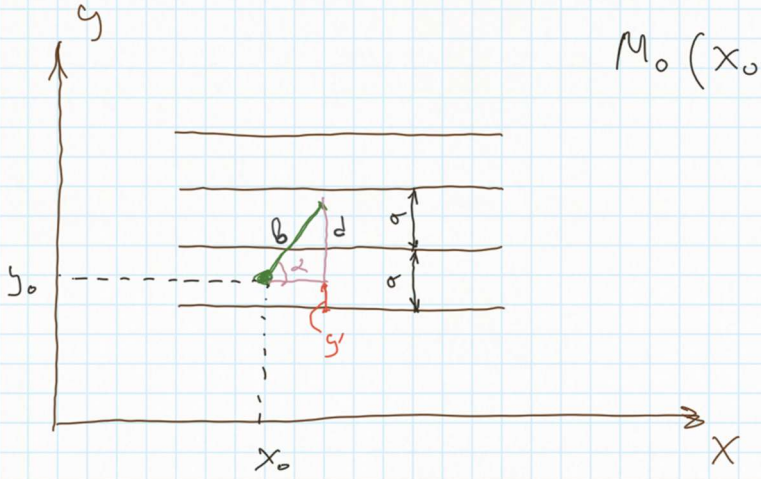
При этом

$$y = k_1 x + b_1 = k_2 x + b_2 + k_3 x + b_3$$

$$k_1 x + b_1 - k_2 x - b_2 = 0$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} \\ y = k_3 \left(\dfrac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} \right) + b_3 \end{cases} = M_0(x_0; y_0)$$

Задание № 3



Игла пересекает линию, если:

$y' + d \geq a$, где y' - остаток деления y_0 / a; $y_0 = K \cdot a + y'$

$K = [0; +\infty)$

$$\begin{cases} y_0 - K \cdot a + d \geq a \\ d = b \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

$$y_0 - K \cdot a - a + b \cdot \cos\alpha \geq 0$$

$$y_0 - a(K-1) + b\cos\alpha \geq 0$$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} y_0 - Ka + b\cos\alpha \geq 0, \\ \text{где } K - \text{целая часть от } y_0/a \end{cases}$$

Подставив в уравнение вида $y = kx + b$ значения

$$y = y_0 = k_3 \left(\frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} \right) + b_3$$

$$x = x_0 = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}$$

Можно определить, проходит ли она через точку M_0.

Задание 17.6.2

$$\begin{cases} 4y - 3x + 12 = 0 \\ 7y + x - 14 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{4}x - 3 \\ y = -\frac{1}{7}x + 2 \end{cases}$$

$$tg\alpha = \frac{3/4 + 1/7}{1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{7}} = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Задание 17.6.4

$$\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 = 1 \cdot x - \sqrt{2} \\ y = 0 = 1 \cdot x + \sqrt{3} \end{cases}$$

$K_1 = K_2$

$K_1 = K_2$ — прямые параллельны между собой и осью y

17.6.5 $y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$

$(y^2 - 2y + 1) - 1 - 2x - 5 = 0$

$(y-1)^2 = 2(x+3) \longrightarrow y^2 = 2px$ — парабола

17.6.6 $3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$

$3(x^2 + 4x + 4) + 5(y^2 - 6y + 9) - 15 = 0$

$$\frac{(x+2)^2}{(\sqrt{5})^2} + \frac{(y-3)^2}{(\sqrt{3})^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ — эллипс

17.6.7 $2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$

$2x^2 - (y^2 - 6y + 7) = 0$

$2x^2 - (y^2 - 6y + 9) + 2 = 0$

$\frac{x^2}{1^2} - \frac{(y-3)^2}{(\sqrt{2})^2} = -1$

17.6.8

$2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$

$2(x^2 - 14x + 49) - 98 - 3(y^2 + 14y + 49) + 147 - 55 = 0$

$2(x-7)^2 - 3(y+7)^2 - 6 = 0$

$\frac{(x-7)^2}{(\sqrt{3})^2} - \frac{(y+7)^2}{(\sqrt{2})^2} = 1$

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ - гипербола