БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лабораторная работа №1

Метод Гаусса

**Преподаватель:** Горбачева Юлия Николаевна

**Студент:**  Жиркевич Александр

2 курс 10 группа

**Минск, 2020**

**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Написать программу, которая решает систему линейных алгебраических уравнений Ax f = с матрицей A порядка n методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу, а также вычисляет определитель матрицы det A , обратную матрицу 1 A − . Предусмотреть сообщения, предупреждающие о невозможности решения указанной задачи.

Для проведения вычислительного эксперимента необходимо решить систему размерности n =10 . Матрицу A и вектор точного решения x заполнить случайными числами с двумя знаками после запятой из диапазона от -10 до 10. Правую часть f задать умножением матрицы A на вектор x : f Ax = .

В результатах выполнения тестовой задачи необходимо привести следующую информацию:

• Условие: матрица A (построчно), вектор f , точное решение x;

• Полученное приближенное решение x;

• Максимум-норма невязки;

• Максимум-норма погрешности;

• Определитель матрицы;

• Обратную матрицу A-1 (построчно) и матрицу 1 A-1 A (построчно);

**КРАТКИЕ ТЕОРИТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ**

**Классический метод гаусса**

**Метод Гаусса** – классический метод решения [системы линейных алгебраических уравнений](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BB%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D1%8B%D1%85_%D0%B0%D0%BB%D0%B3%D0%B5%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D1%85_%D1%83%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B9) (СЛАУ). Это метод последовательного исключения [переменных](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0), когда с помощью элементарных преобразований система уравнений приводится к равносильной системе треугольного вида, из которой последовательно, начиная с последних (по номеру), находятся все переменные системы.

Рассмотрим систему ,

где А – невырожденная матрица системы размерности , f – столбец свободных членов, – неизвестные переменные, *n* – число неизвестных.

Решением СЛАУ – это совокупность значений переменных, при которых все уравнения системы обращаются в тождества.

Исходная система выглядит так:

Верхний индекс обозначает, сколько раз изменялся данный элемент матрицы.

Будем считать, что . Мы всегда можем этого добиться, если поменяем местами некоторые уравнения системы.

На первом шаге будем умножать первое уравнение исходной системы на коэффициент и вычитать из *i-*го уравнения исходной системы для . Тем самым исключаем из этих уравнений *x1*. Элемент называется ведущим. После первого шага исходная система примет вид:

Далее, полагая, что ведущий элемент , на втором шаге прямого хода метода Гаусса аналогичным образом исключаем *x1* из уравнений 3 – *n.*

Продолжая эту процедуру при условии, что ведущий элемент  , , через *n – 1* получим следующую систему:

Элементы данной системы находятся по следующим формулам – формулам прямого хода метода Гаусса:

Для нахождения решения системы выполним обратный ход метода Гаусса:

Определитель матрицы после приведения ее к диагональному виду по методу Гаусса:

где – диагональные элементы на *(i – 1)*-м шаге преобразования, а *l* – количество перестановок строк во время выполнения метода.

Обратная матрица находится при решении *n* систем из *n* неизвестных. Данные системы выглядят так:

**Метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.**

Отличие данного метода Гаусса от схемы единственного деления в том, что на k-м шаге исключения в качестве главного элемента выбираем максимальный по модулю коэффициент при неизвестной в уравнениях с номерами . Затем строка расширенной матрицы, соответствующая главному элементу, меняется местами с k-й строкой данной матрицы.

**Вычисление определителя:**

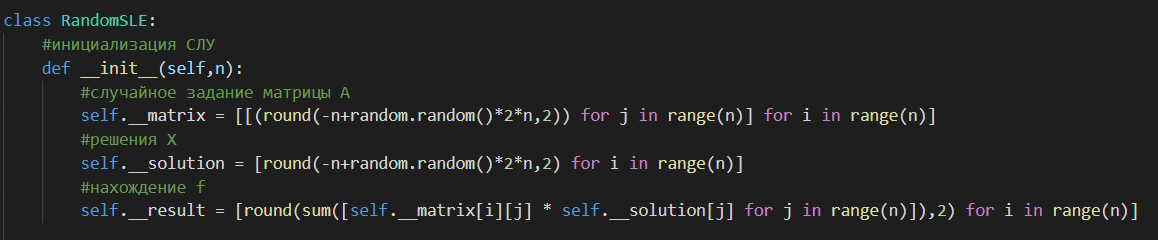
Так как мы сводим матрицу А к треугольному виду A’ при помощи элементарных преобразований двух видов (1. Перестановка двух строк; 2. Из i-й строки вычесть j-ю, умноженную на α), то *det A = (-1)m det A’ = (-1)m ,* где m – количество перестановок, осуществляемых в процессе исключения, – ведущие элементы метода Гаусса (*k =* ).

**Нахождение обратной матрицы**

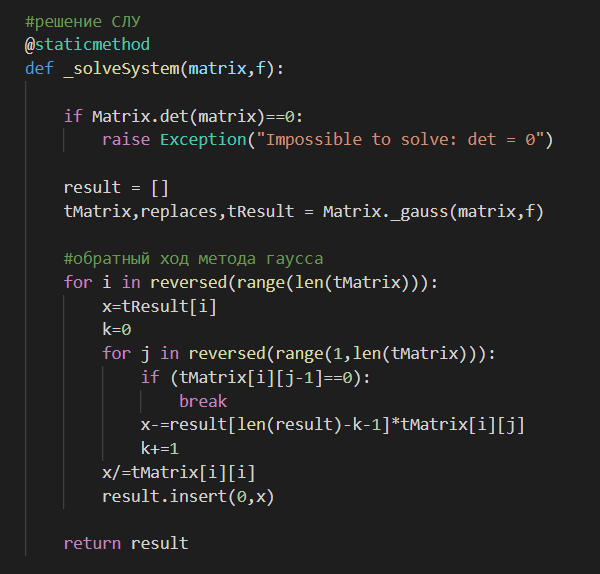
Для нахождения обратной матрицы нужно поочередно решить систему уравнений с

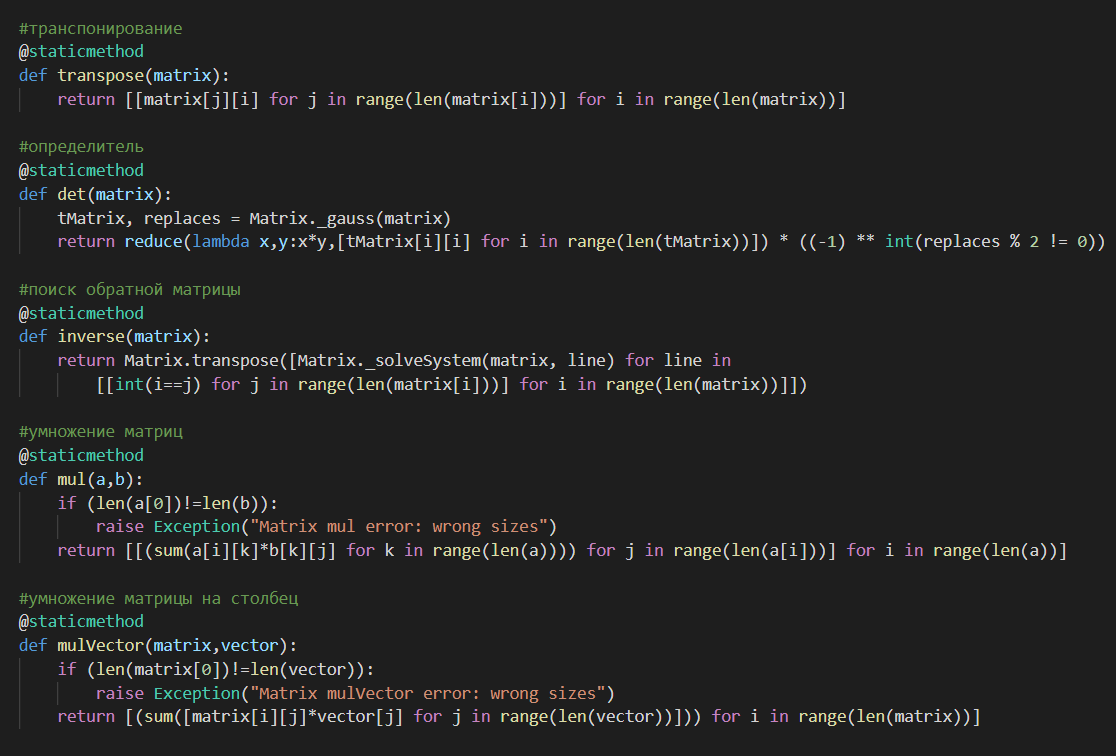
каждым столбцом единичной матрицы и транспонировать полученную матрицу.

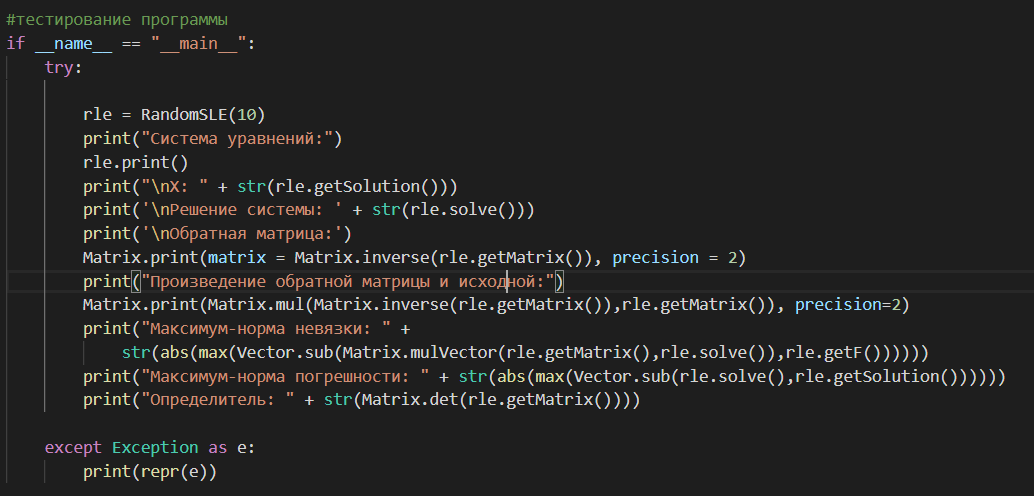
**ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ (Python)**



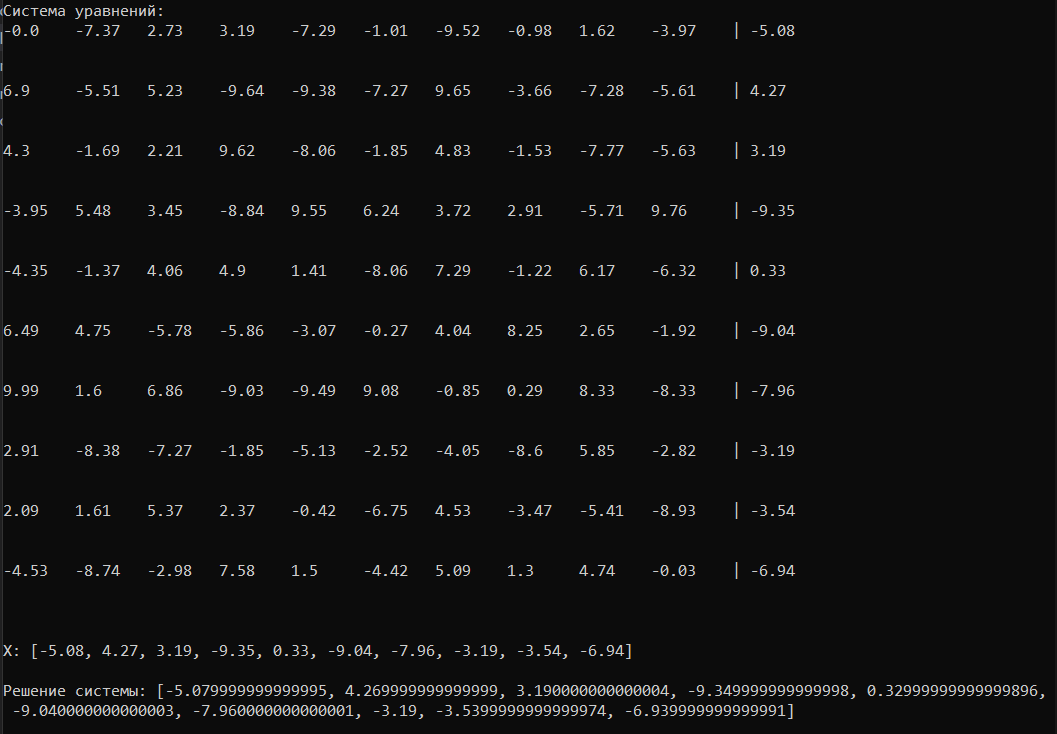


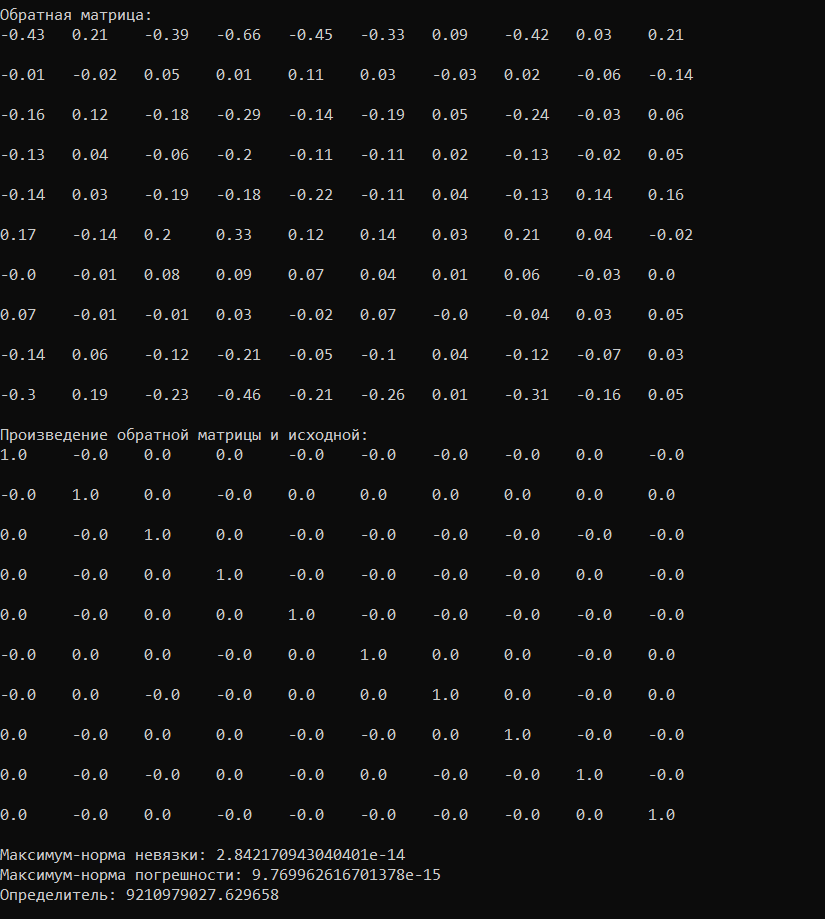






**РЕЗУЛЬТАТЫ**





**ВЫВОД**

В ходе данной лабораторной работы была написана программа, решающая систему линейных уравнений методом Гаусса с выбором элемента по столбцу, находящая обратную матрицу и вычисляющая определитель. Обратная матрица была найдена правильно, т.к. при умножении обратной матрицы на исходную получена единичная матрица. Была определена максимум-норма невязки и максимум-норма погрешности. Погрешность решения системы началась с 14 знака после запятой.