MINISTERUL EDUCAȚIEI

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Analiza și controlul sistemelor neliniare

Student: Alexandru ZIGLER

Coordonator: Asis. dr. ing. Mircea ȘUȘCĂ

Cuprins

Introducere

Analiză

- Sisteme planare și portrete de fază
- Cicluri limită
- Stabilitate Lyapunov
- Forme canonice neliniare

Control

- Liniarizare prin reacție de la stare
- Control prin moduri alunecătoare
- Reglare prin pași înapoi

Concluzii

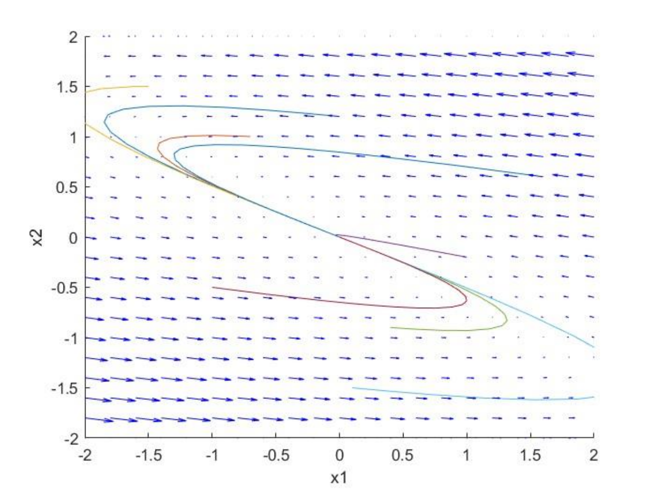
Introducere

Analiză

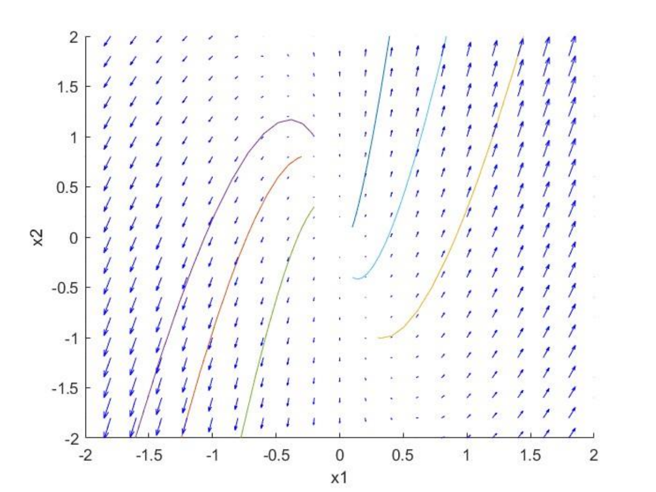
Sisteme planare și portrete de fază

A N A L I Z Ă

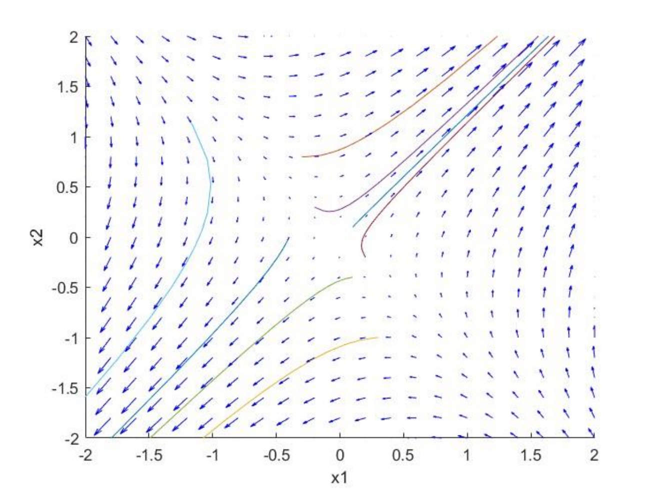
nod stabil

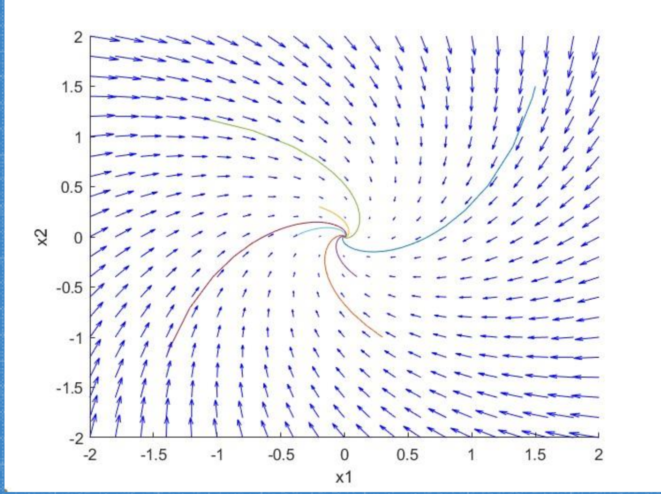


nod instabil

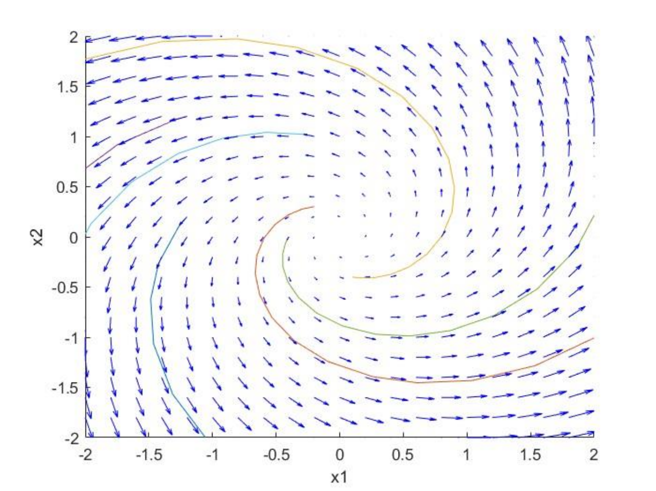


punct șa

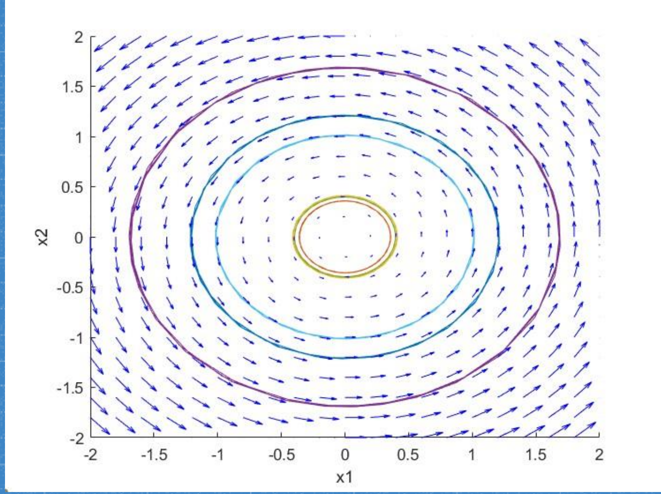




focar stabil



focar instabil



centru

Cicluri limită

A N A L I Z Ă

Ciclu limită stabil

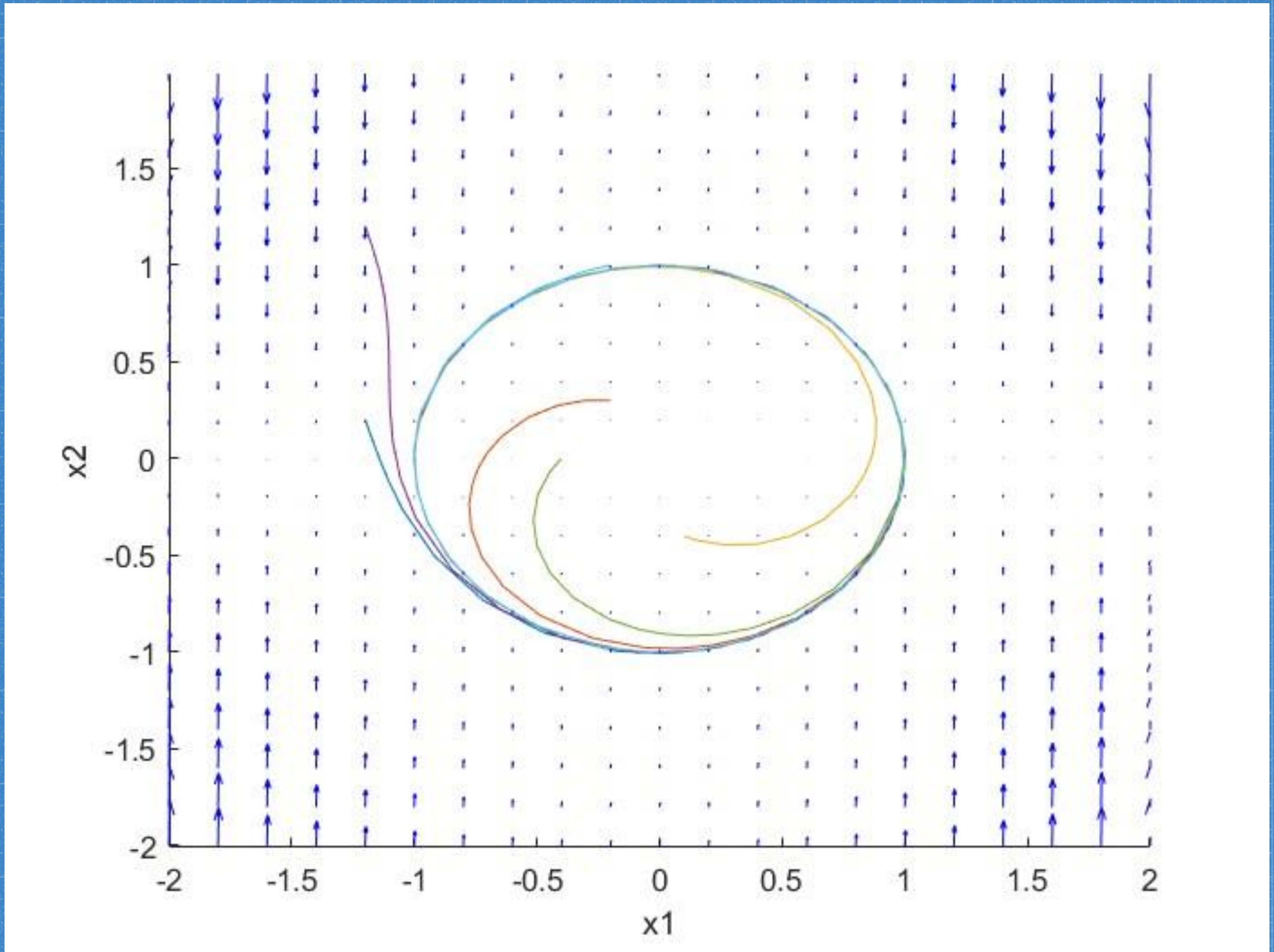
soluție periodică:

$$x(t) = x(t+T), \forall t \geq 0$$

min(T) > 0 -> perioada soluției

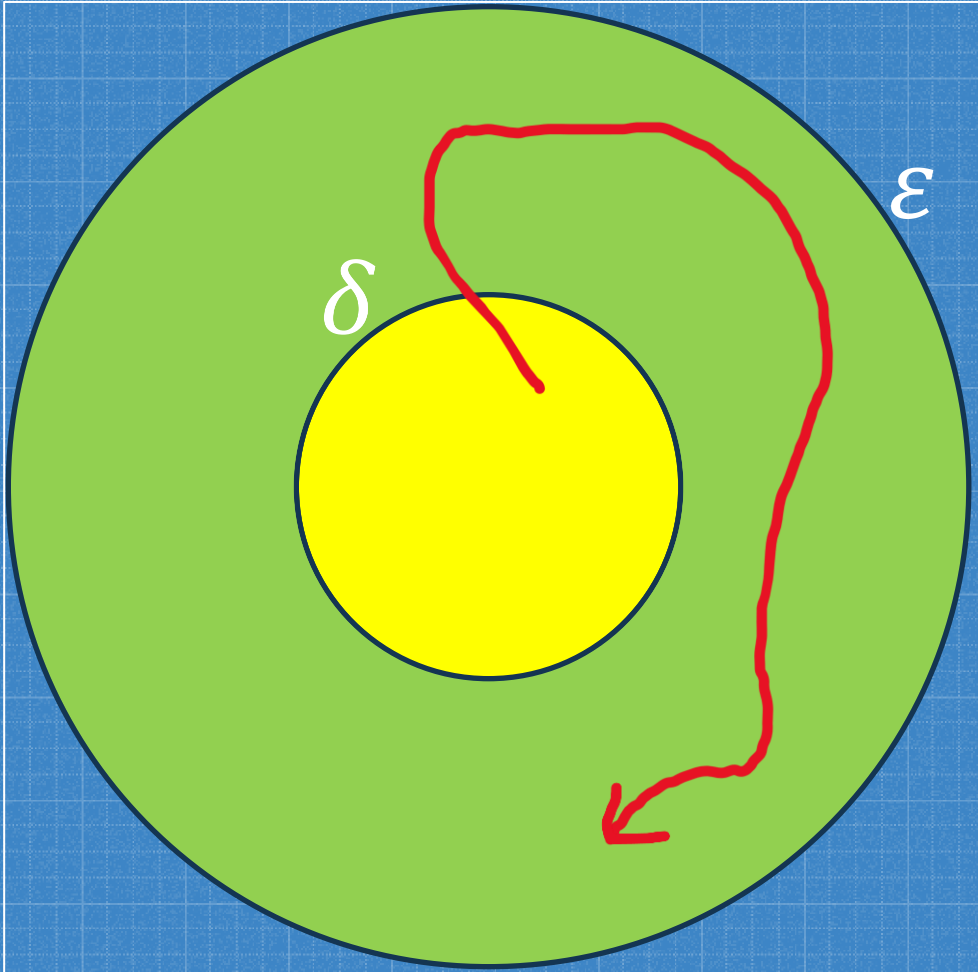
Cicluri limtă:

- stabile
- instabile
- semi-stabile



Stabilitate Lyapunov

A N A L I Z Ă



- stabilitate
- stabilitate asimptotică
- stabilitate exponențială

Teorema lui Lyapunov

Fie $V(x) > 0, \forall x \neq 0$ și $V(0) = 0$

$\dot{V}(\mathrm{x}) \leq 0, \forall x \neq 0$ impică stabilitate

$\dot{V}(\mathrm{x}) < 0, \forall x \neq 0$ implică stabilitate asimptotică

Forme canonice neliniare

A N A L I Z Ă

- Forma canonică normală

$$\dot{\eta} = f_0(\eta, \xi)$$
$$\dot{\xi} = A_c\xi + B_c\left[L_f^{\rho}h(x) + L_g L_f^{\rho-1}h(x)u\right]$$
$$\mathrm{y} = C_c\xi$$

- Forma canonică de control

$$\dot{x} = Ax + B[\psi(x) + \gamma(x)u]$$

- Forma canonică de observare

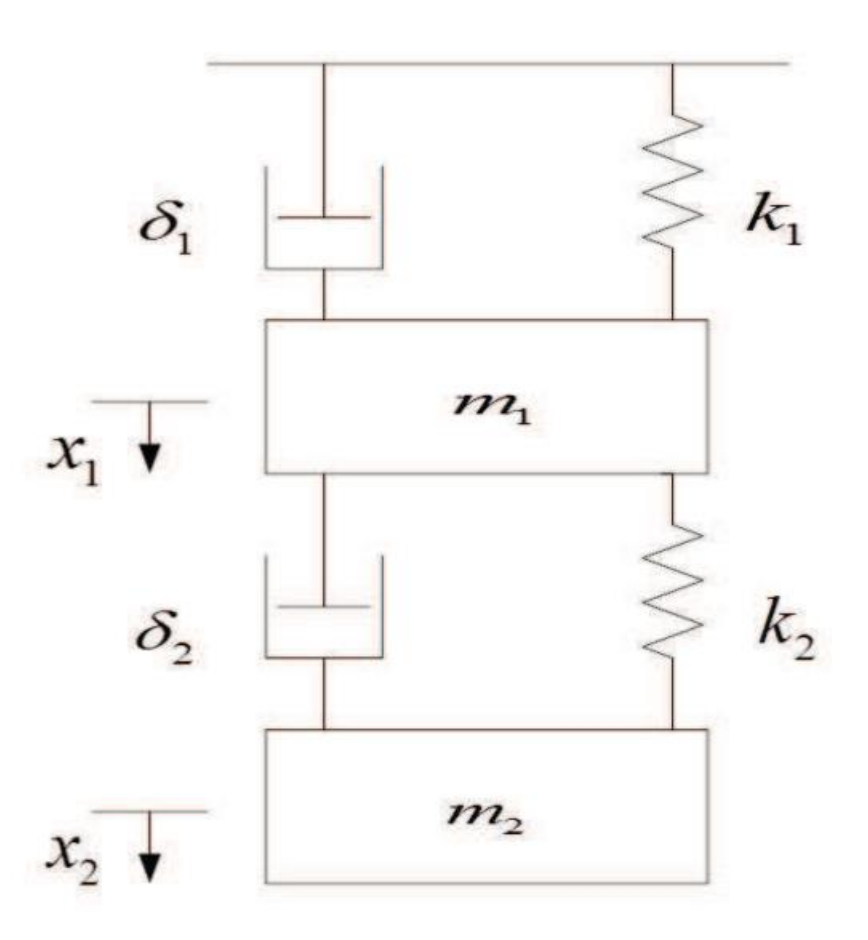
$$\dot{x} = Ax + \psi(u, y)$$
$$y = Cx$$

Control

Descrierea procesului

- sistem mecanic cu 2 mase, 2 resorturi neliniare și 2 amortizoare

$$\begin{cases} m_1\ddot{x}_1 = -\delta_1\dot{x}_1 - k_1x_1 + \mu_1x_1^3 - k_2\left(x_1 - x_2\right) \\ \qquad + \mu_2(x_1 - x_2)^3 \\ m_2\ddot{x}_2 = -\delta_2\dot{x}_2 - k_2\left(x_2 - x_1\right) \\ \qquad + \mu_2(x_2 - x_1)^3 + u \end{cases}$$



Liniarizare prin reacție de la stare

C O N T R O L

Verificarea dacă un sistem este liniarizabil prin reacție de la stare

Teoremă: *Sistemul* $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ *este liniarizabil prin reacție de la stare într-o vecinătate a lui* $x_0 \in D$ *dacă și numai dacă există un domeniu* $D_x \subset D, x_0 \in D_x$*, astfel încât:*

- *matricea* $G(x) = [g(x), ad_f g(x), \dots, ad_f^{n-1} g(x)]$ *are rangul n* $\forall x \in D_x$
- *distribuția D =* $span\{g, ad_f g, \dots, ad_f^{n-2} g\}$ *este involutivă în* D_x

Implementare:

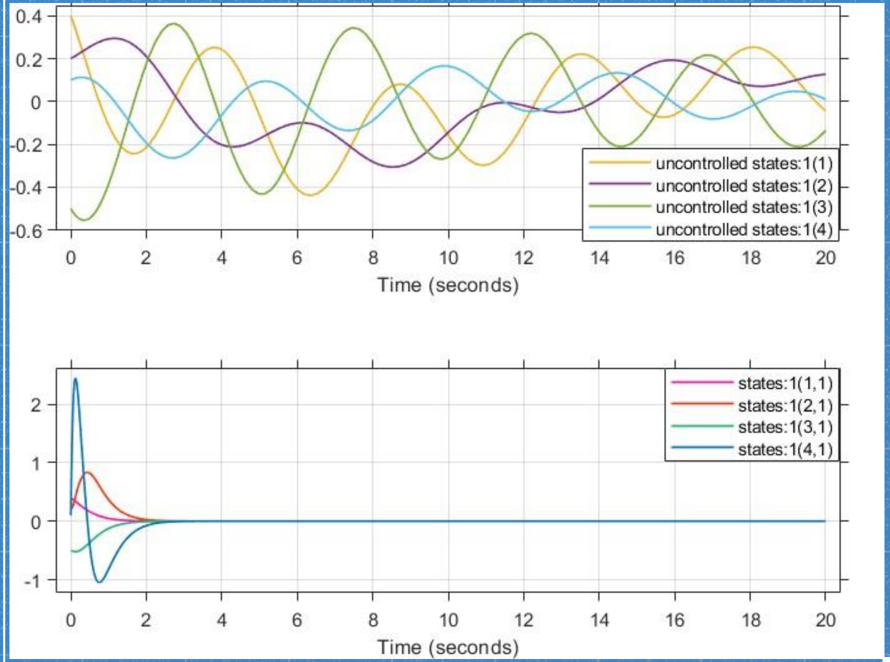
- algoritm pentru calculul parantezei Lie, de ordin variabil
- algoritm pentru stabilirea involutivității unei distribuții

Descrierea metodei

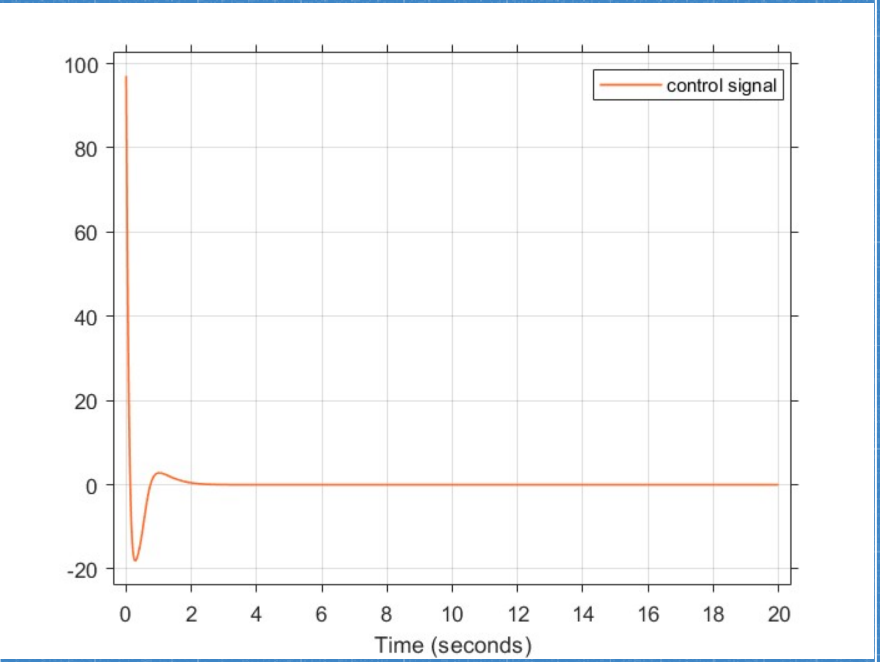
- se consideră sistemul $\dot{x} = f(x) + G(x)u$
- se aduce sistemului în forma canonică de control

  $\dot{z} = Az + B[\psi(x) + \gamma(x)u]$, unde $z = T(x)$ – schimbare de variabilă
- semnalul de control $u = \gamma^{-1}(x)(-\psi(x) + v)$ transformă sistemul inițial în sistemul liniar $\dot{z} = Az + Bv$
- se controlează sistemul liniar cu metoda reacției de la stare

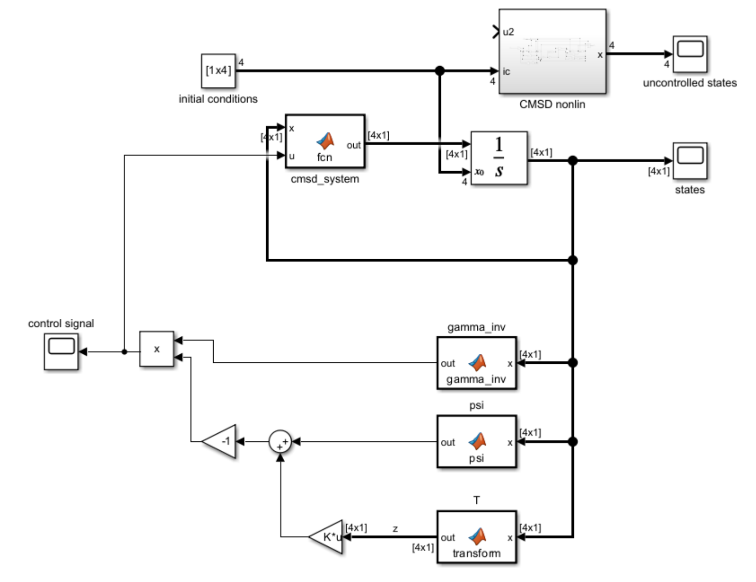
Rezultate



uncontrolled states:1(1)
uncontrolled states:1(2)
uncontrolled states:1(3)
uncontrolled states:1(4)
Time (seconds)
states:1(1,1)
states:1(2,1)
states:1(3,1)
states:1(4,1)
Time (seconds)



control signal
Time (seconds)



initial conditions
CMSD nonlin
uncontrolled states
fcn
cmsd_system
states
control signal
gamma_inv
psi
T
transform

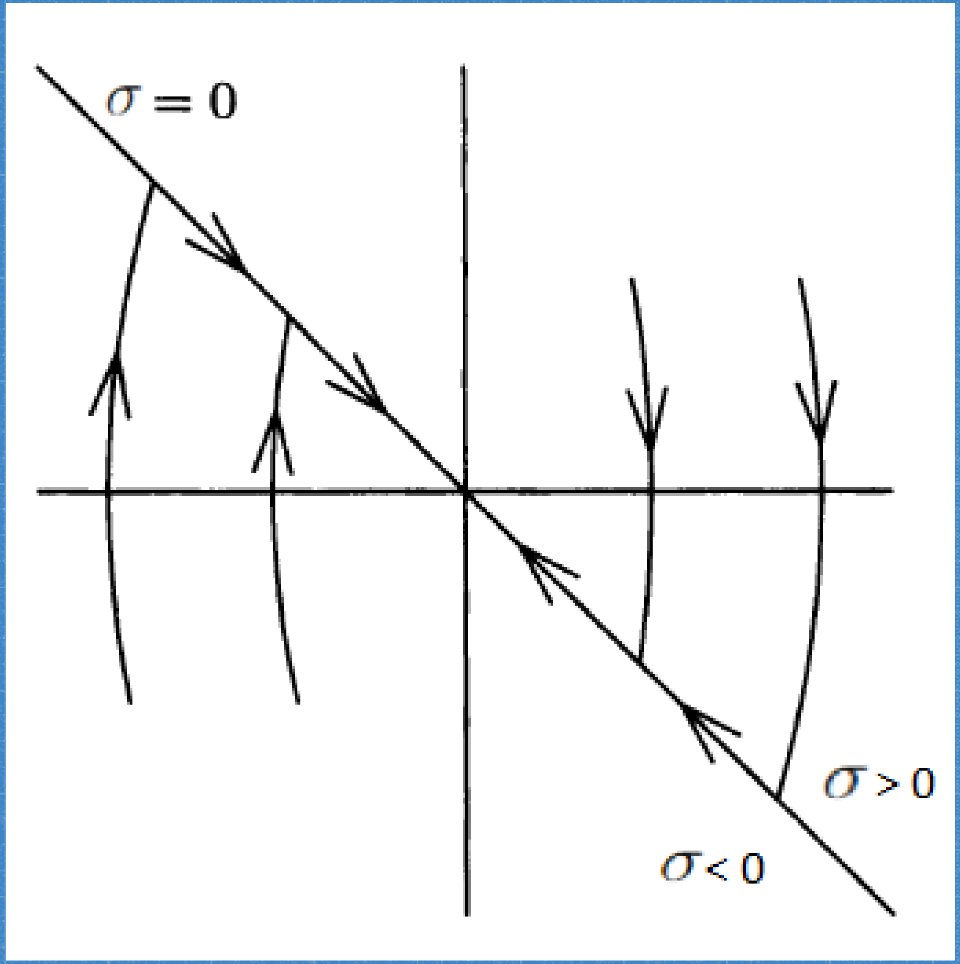
Control prin moduri alunecătoare

C O N T R O L

Descrierea metodei

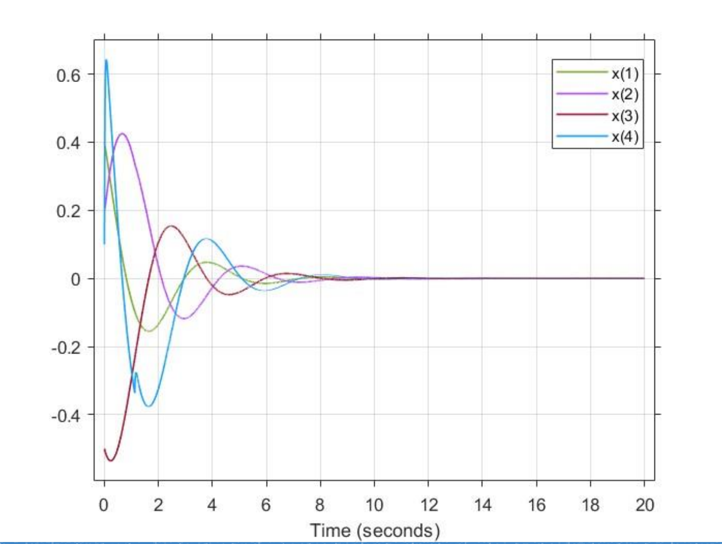
- se consideră sistemul $\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)u$
- se construiește o suprafață de alunecare n-dimensională $\sigma(x)$
- se calculează cele 2 semnale de control
- $u_{eq} = -\gamma^{-1}(x)\beta(x)$
- $u_{switch} = -\gamma^{-1}(x)\rho \operatorname{sgn}(\sigma)$

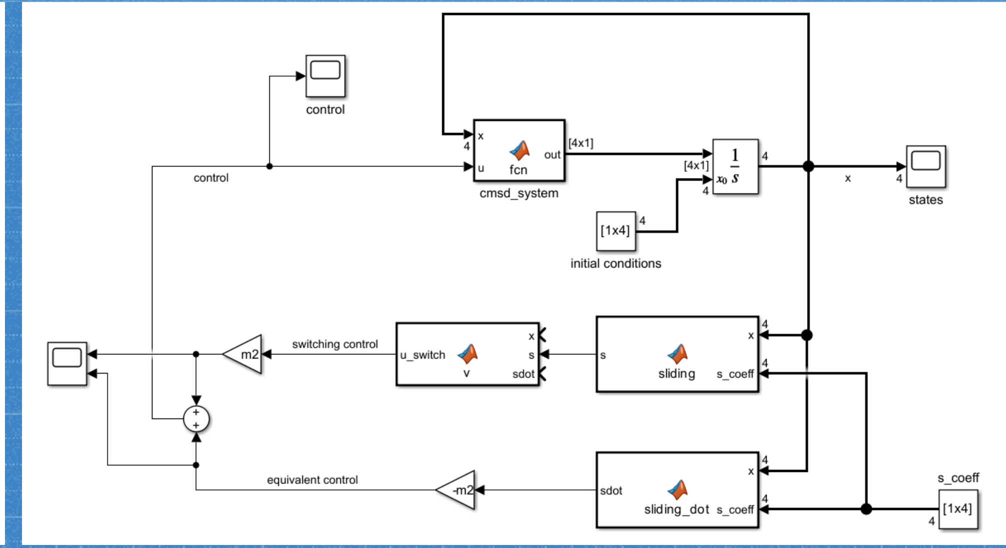
unde $\beta(x)$ și $\gamma(x)$ sunt incertitudini associate funcțiilor $f(x,t)$, respectiv $g(x,t)$, iar ρ depinde de limita superioară a incertitudinilor

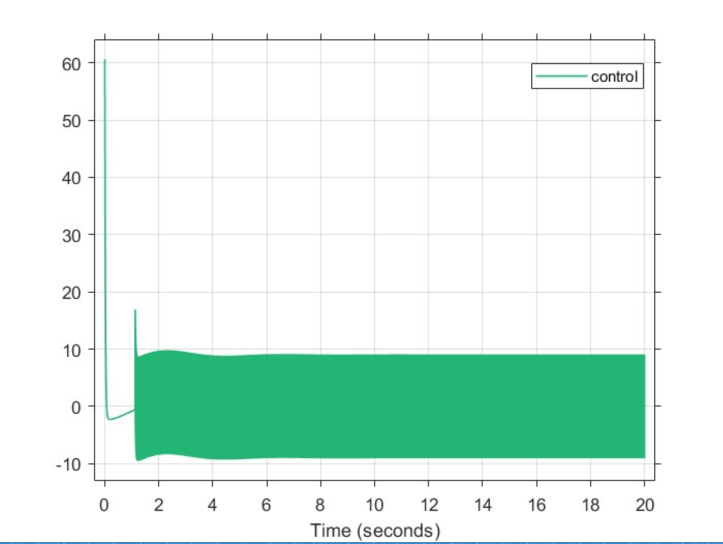


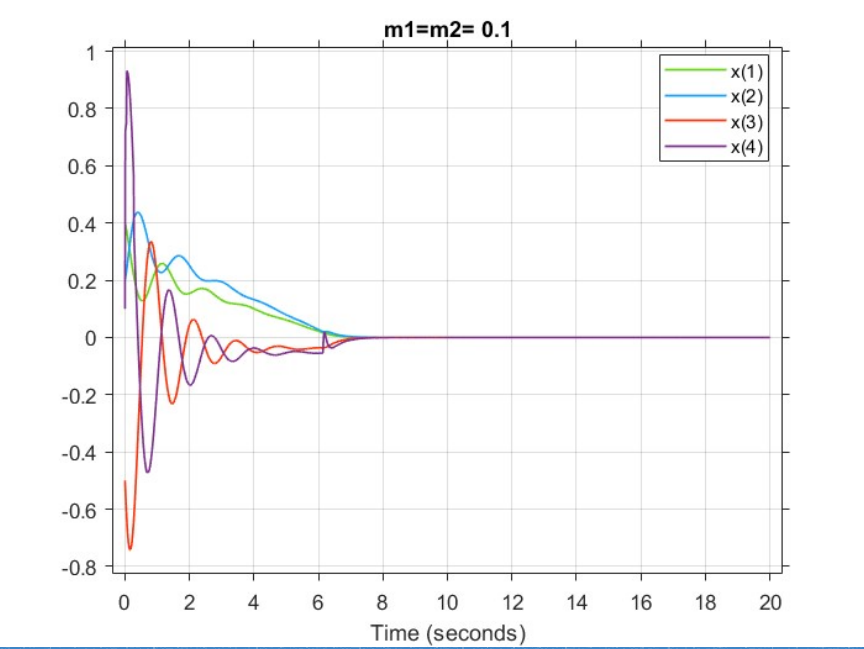
$$u = u_{eq} + u_{switch}$$

Rezultate

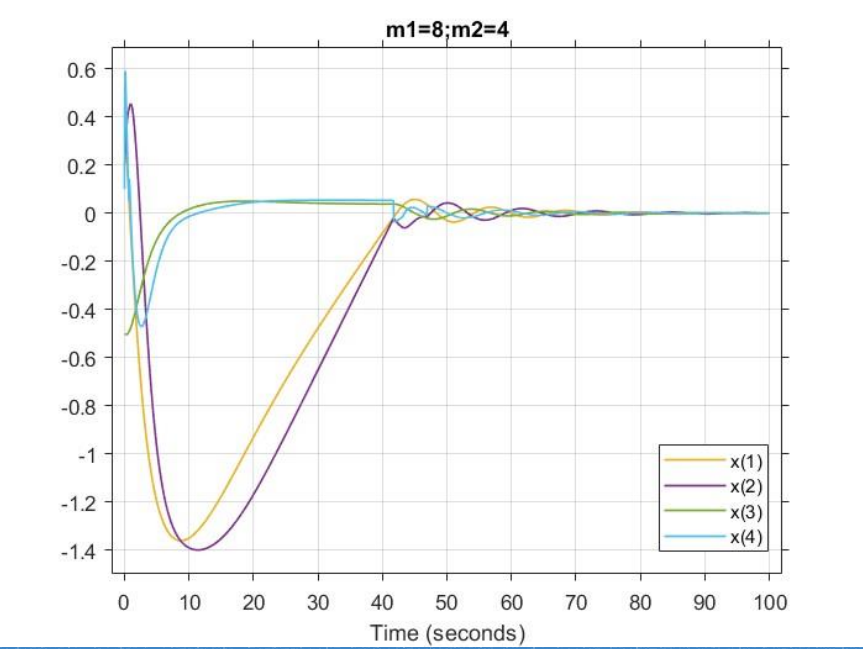




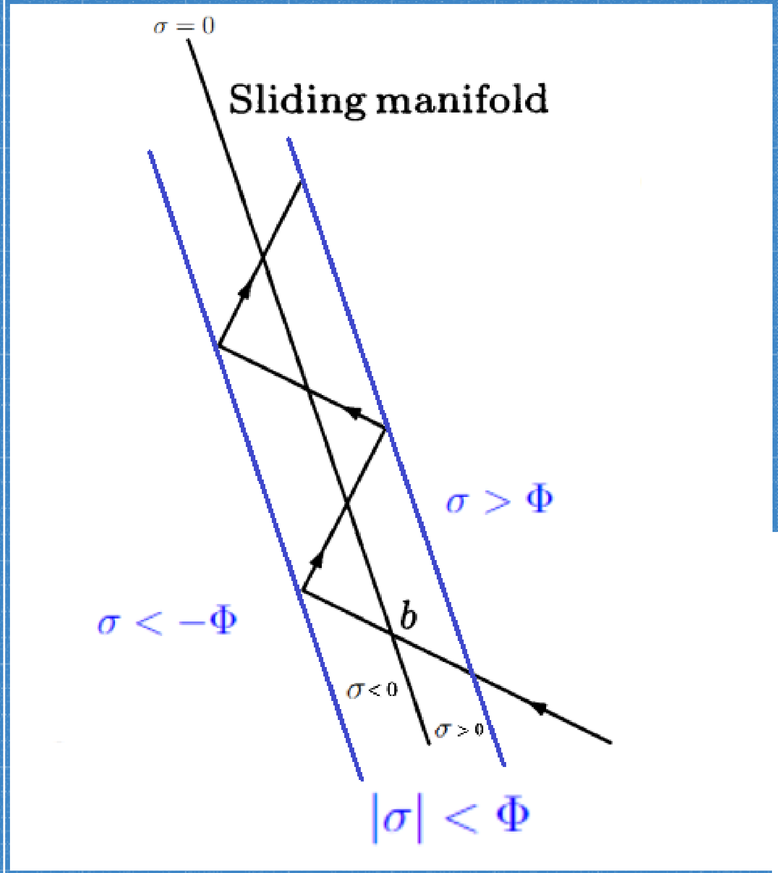


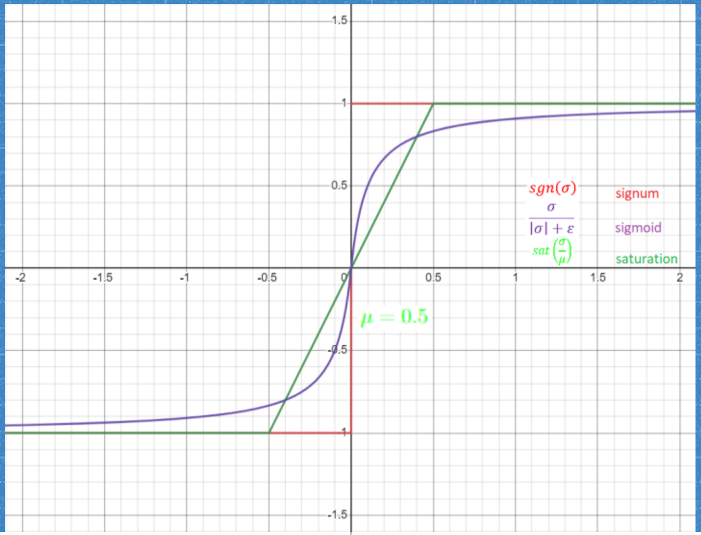


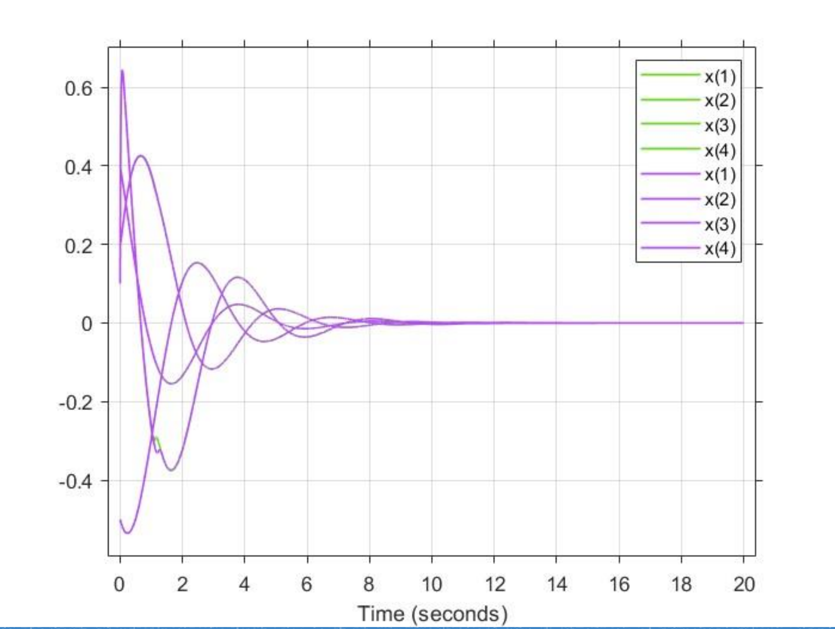
incertitudini

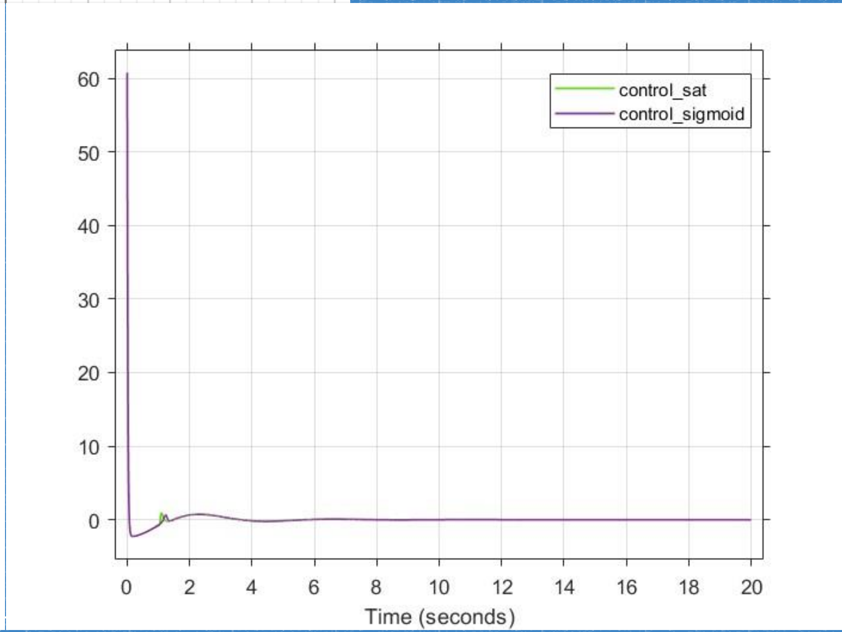


Eliminarea fenomenului de *chattering*









Reglare prin pași înapoi

C O N T R O L

Descrierea metodei

- varianta principală

$$\dot{\eta} = f_a(\eta) + g_a(\eta)\xi$$
$$\dot{\xi} = f_b(\eta, \xi) + g_b(\eta, \xi)u$$

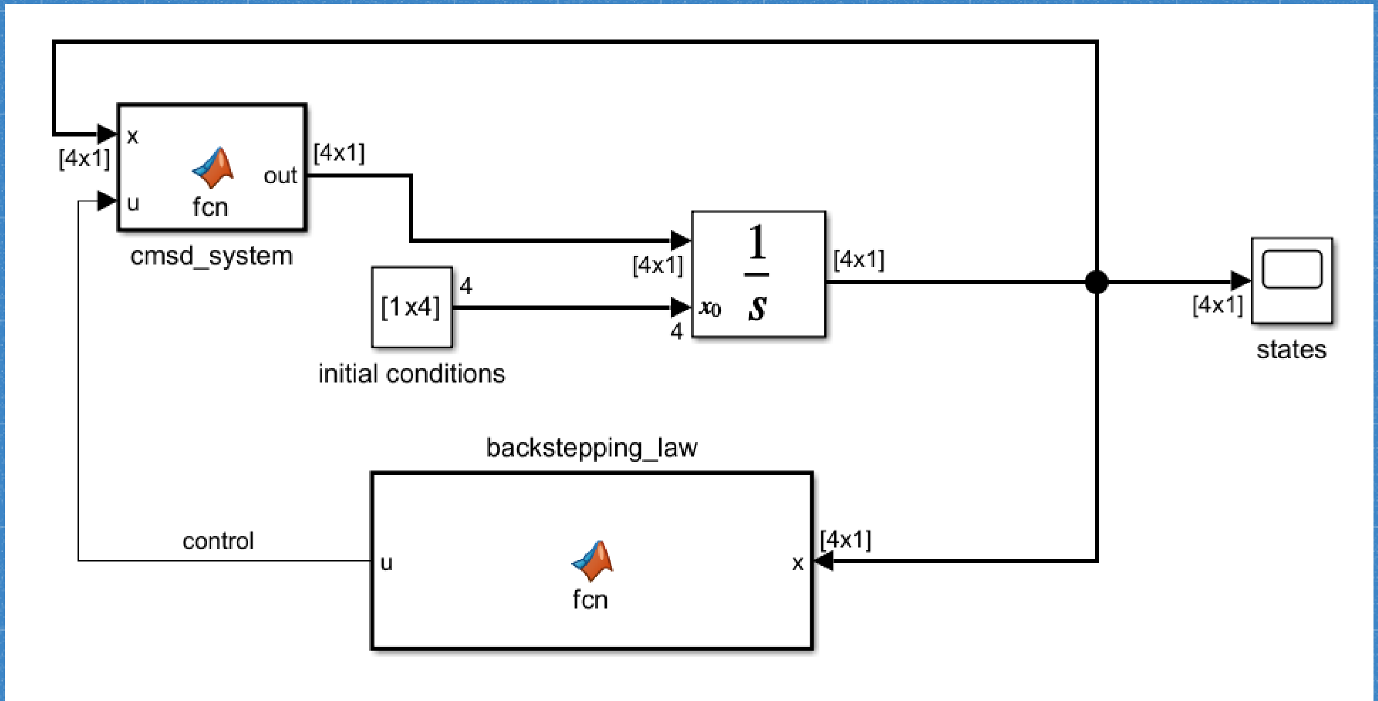
- se caută $\xi = \phi(\eta)$, care stabilizează prima ecuație

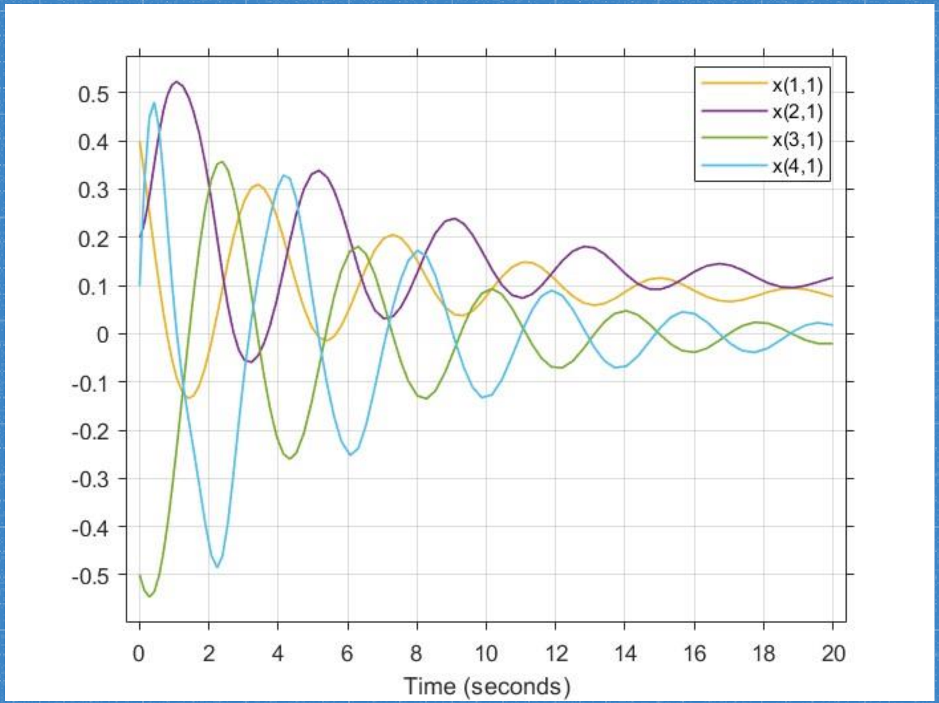
- se calculează u care permite $\xi = \phi(\eta)$

- varianta recursivă

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= f_0(x) + g_0(x)z_1 \\
\dot{z}_1 &= f_1(x, z_1) + g_1(x, z_1)z_2 \\
\dot{z}_2 &= f_2(x, z_1, z_2) + g_2(x, z_1, z_2)z_3 \\
&\vdots \\
\dot{z}_{k-1} &= f_{k-1}(x, z_1, \ldots, z_{k-1}) + g_{k-1}(x, z_1, \ldots, z_{k-1})z_k \\
\dot{z}_k &= f_k(x, z_1, \ldots, z_k) + g_k(x, z_1, \ldots, z_k)u
\end{aligned}$$

Rezultate


[4x1]
x
u
fcn
out
[4x1]
cmsd_system
[1x4]
4
initial conditions
[4x1]
4
x_0
$\frac{1}{s}$
[4x1]
[4x1]
states
backstepping_law
control
u
fcn
x
[4x1]


x(1,1)
x(2,1)
x(3,1)
x(4,1)
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
-0.5
0
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
Time (seconds)

Concluzii

Mulțumesc pentru atenție!