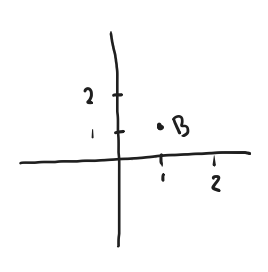
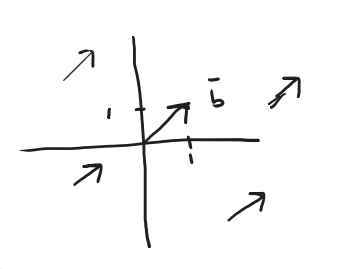
vektor $\bar{a}$, $\mathbf{a}$ $\bar{b} = (1,1)$

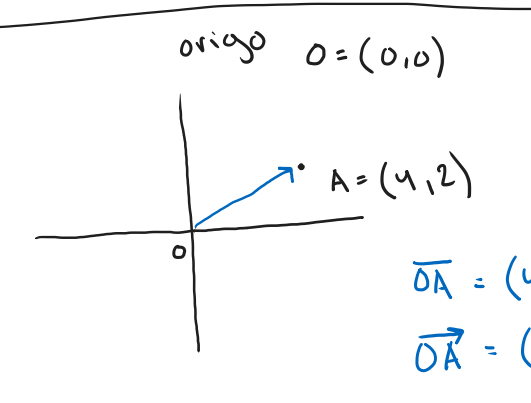
punkt A $B = (1,1)$





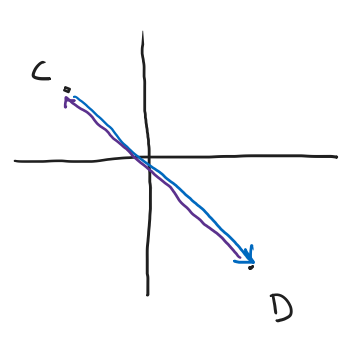
---

ortsvektorer origo $O = (0,0)$



$\overline{OA} = (4,2)$

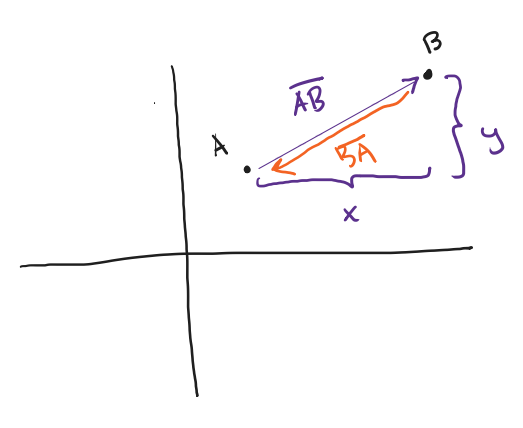
$\overrightarrow{OA} = (4,2)$



$\overline{CD}$

$\overline{DC}$

$-1\,\overline{CD} = \overline{DC}$



$A = (1,3)$

$B = (4,5)$

$\overline{AB} = (x,y) = B - A = (4-1, 5-3) = (3,2)$

$\overline{AB} = (3,2)$, $|\overline{AB}| = \sqrt{9+4}$ l.e. $= \sqrt{13}$ l.e.

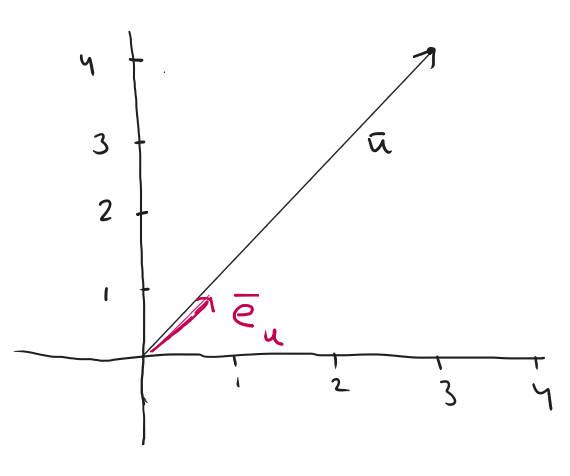
Viktig insikt

Genom att ta punkten B minus punkten A får vi en vektor som pekar från A till B!

$A - B = (1-4, 3-5) = (-3,-2) = \overline{BA}$

Normalisering

Att normalisera en vektor innebär att man skapar en ny vektor som har samma riktning, men som nu har längden 1



$\bar{u} = (3,4)$

$|\bar{u}| = \|\bar{u}\| = \sqrt{9+16}$ l.e. $= 5$ l.e.

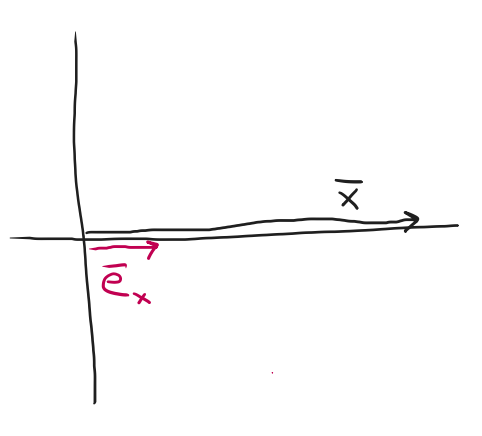
betyder samma sak

Den här vektorn **u** har ej längden 1, och vi säger därför att den inte är normaliserad

$$\boxed{\bar{e}_u = \frac{\bar{u}}{|\bar{u}|}}$$

$$\bar{e}_u = \frac{1}{5}(3,4) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

$$|\bar{e}_u| = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} \text{ l.e} = \sqrt{\frac{9}{25} + \frac{16}{25}} \text{ l.e} = \sqrt{\frac{25}{25}} \text{ l.e.} = 1 \text{ l.e}$$



$\bar{x} = (5,0)$

$\bar{e}_x = (1,0)$

$$\bar{e}_x = \frac{\bar{x}}{|\bar{x}|} = \frac{1}{5}(5,0) = (1,0)$$

Särskilt viktiga enhetsvektorer (i planet respektive rummet) är följande

$\mathbb{R}^2$

$\bar{e}_x = (1,0)$

$\bar{e}_y = (0,1)$

$\mathbb{R}^3$

$\bar{e}_x = (1,0,0)$

$\bar{e}_y = (0,1,0)$

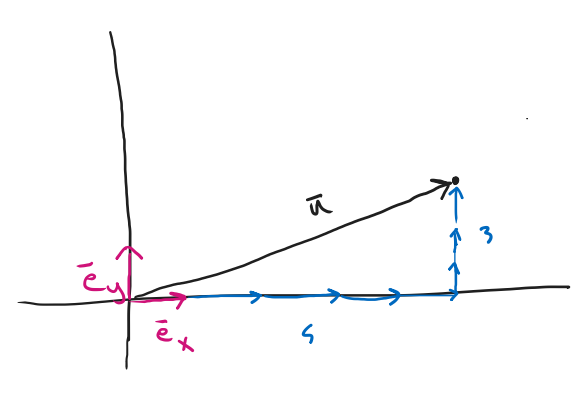
$\bar{e}_z = (0,0,1)$

Uppgift

Beräkna $\bar{e}_v$ om $\bar{v} = (10,0,6)$

$$\bar{e}_v = \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|} = \frac{(10,0,6)}{\sqrt{100+36}} = \frac{(10,0,6)}{\sqrt{136}} = \underline{\underline{\left(\frac{10}{\sqrt{136}}, 0, \frac{6}{\sqrt{136}}\right)}}$$

Linjära kombinationer



$\bar{u} = (5,3)$

$\bar{e}_x = (1,0)$

$\bar{e}_y = (0,1)$

$\bar{u} = a\bar{e}_x + b\bar{e}_y$?

Dvs, går det att (för några multiplar a och b) att uttrycka **u** med hjälp av våra enhetsvektorer?

$\bar{u} = a\bar{e}_x + b\bar{e}_y$

$(5,3) = (a,0) + (0,b) = (a,b)$

För att likhet ska råda, måste respektive komponent vara lika

$\rightarrow a = 5$

$b = 3$

$\bar{u} = 5\bar{e}_x + 3\bar{e}_y = (5,0) + (0,3) = (5,3)$

$$\bar{u} = \underbrace{\bar{e}_x + \bar{e}_x + \bar{e}_x + \bar{e}_x + \bar{e}_x}_{5\text{st}} + \underbrace{\bar{e}_y + \bar{e}_y + \bar{e}_y}_{3\text{st}}$$

Ett till exempel

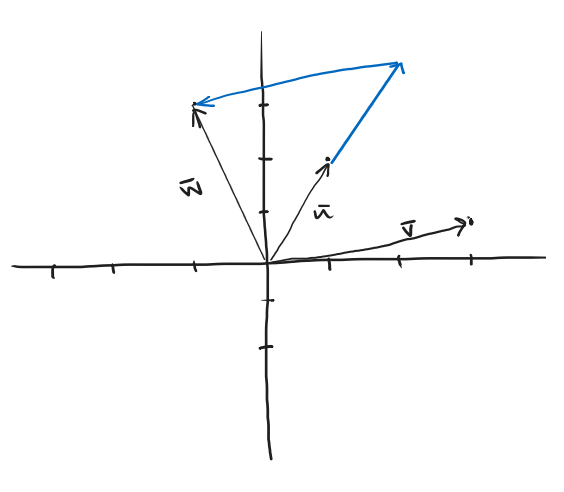
$\bar{u} = (1,2)$

$\bar{v} = (3,1)$

$\bar{w} = (-1,3)$

Är **w** en linjär kombination av **u** och **v**?

$\bar{w} \overset{?}{=} a\bar{u} + b\bar{v}$



$\bar{w} = 2\bar{u} - \bar{v}$

$\bar{w} = a\bar{u} + b\bar{v}$

$(-1,3) = (a,2a) + (3b,b)$

$(-1,3) = (a+3b, 2a+b)$

$$\rightarrow \begin{cases} a + 3b = -1 \\ 2a + b = 3 \end{cases}$$

Nice, ett ekvationssystem. Låt oss lösa!

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{array}\right) \sim R_2 = R_2 - 2 \cdot R_1 \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -5 & 5 \end{array}\right) \sim R_2 = -\frac{1}{5} R_2 \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

$$\sim R_1 = R_1 - 3R_2 \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

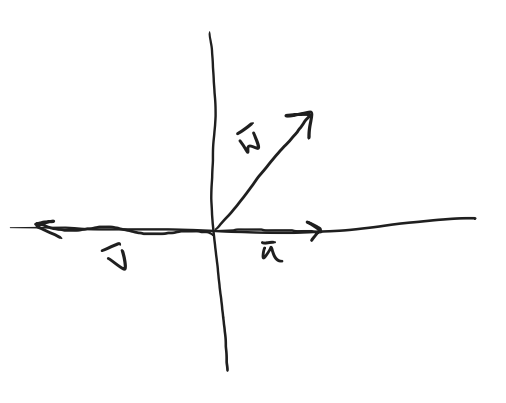
$\rightarrow a = 2$

$b = -1$

$\bar{w} = 2\bar{u} - \bar{v}$

$(-1,3) = (2,4) - (3,1) = (2-3, 4-1) = (-1,3)$

Exempel på när det ej går



$\bar{u} = (3,0)$

$\bar{v} = (-5,0)$

$\bar{w} = (3,4)$

$\bar{w} = a\bar{u} + b\bar{v}$

OM vi kan skriva **w =** a**u** + b**v** så säger vi

1. Att **w** är en linjär kombination av **u** och **v**

2. Att vektorerna **u, v** och **w** är **linjärt beroende**

---

1 Rummet $\mathbb{R}^3$

Samma beräkningar även för 3d vektorer

$\bar{s}, \bar{t}, \bar{u}$

$\bar{p}$

är $\bar{p}$ en linj. komb av $\bar{s}, \bar{t}, \bar{u}$?

$\bar{p} \overset{?}{=} a\bar{s} + b\bar{t} + c\bar{u}$

$\bar{e}_x = (1,0,0)$

$\bar{e}_y = (0,1,0)$

$\bar{e}_z = (0,0,1)$

$\bar{u} = (22,50,7)$

$\bar{u} = a\bar{e}_x + b\bar{e}_y + c\bar{e}_z$

$(22,50,7) = (a,0,0) + (0,b,0) + (0,0,c) = (a,b,c)$

$\rightarrow a = 22$

$b = 50$

$c = 7$

Ja! **u** är en linj kombination av de tre övriga vektorerna.

Samtaliga fyra vektorer är dessutom linjärt beroende.