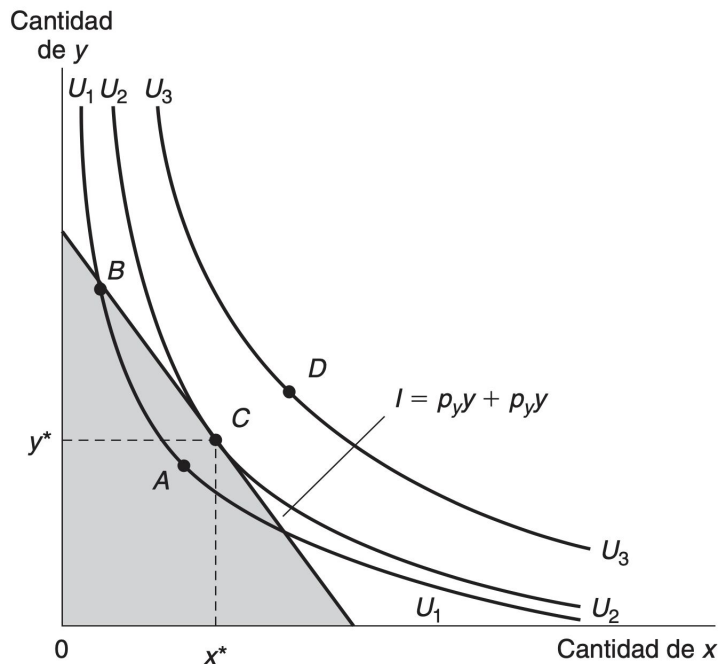


Condiciones de primer orden



El objetivo del individuo consiste en maximizar la utilidad que obtiene de estos n bienes:

$$\text{utilidad} = U(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

sujeta a la restricción presupuestaria:

$$I - p_1 x_1 - p_2 x_2 - \dots - p_n x_n = 0.$$

La expresión lagrangiana es

$$\mathcal{L} = U(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda(I - p_1 x_1 - p_2 x_2 - \dots - p_n x_n).$$

Si hacemos que las derivadas parciales de \mathcal{L} sean igual a cero obtendremos $n + 1$ ecuaciones que representan las condiciones necesarias para alcanzar un máximo interior:

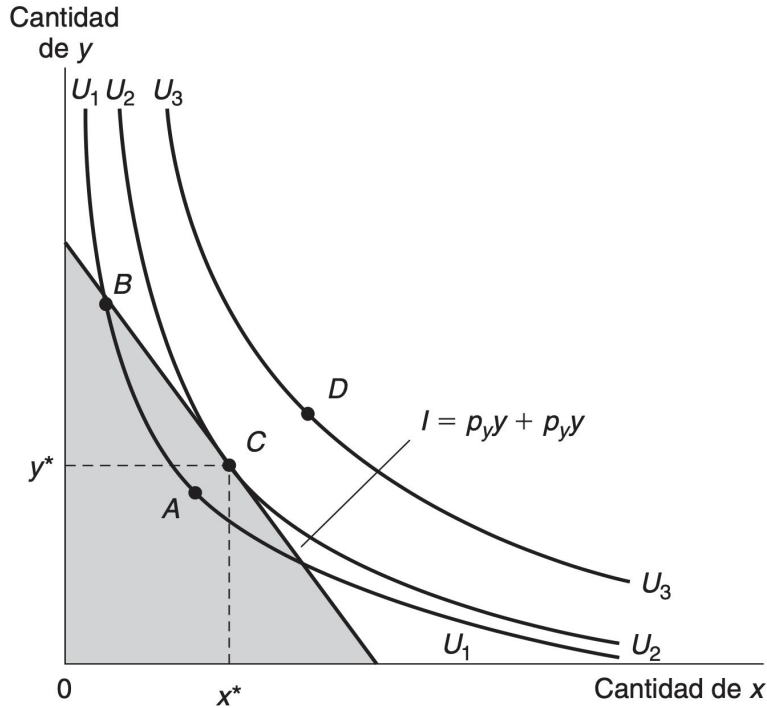
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial U}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\vdots$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_n} = \frac{\partial U}{\partial x_n} - \lambda p_n = 0$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = I - p_1 x_1 - p_2 x_2 - \dots - p_n x_n = 0.$$

Condiciones de primer orden



Para cualesquiera dos bienes, x_i y x_j , tenemos

$$\frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial x_j} = \frac{p_i}{p_j}.$$

Por tanto, las condiciones para una asignación óptima de los ingresos son:

$$TMS(x_i \text{ para } x_j) = \frac{p_i}{p_j}.$$

Es decir, para maximizar la utilidad, el individuo debe igualar su tasa subjetiva de intercambio y la tasa de intercambio del mercado.

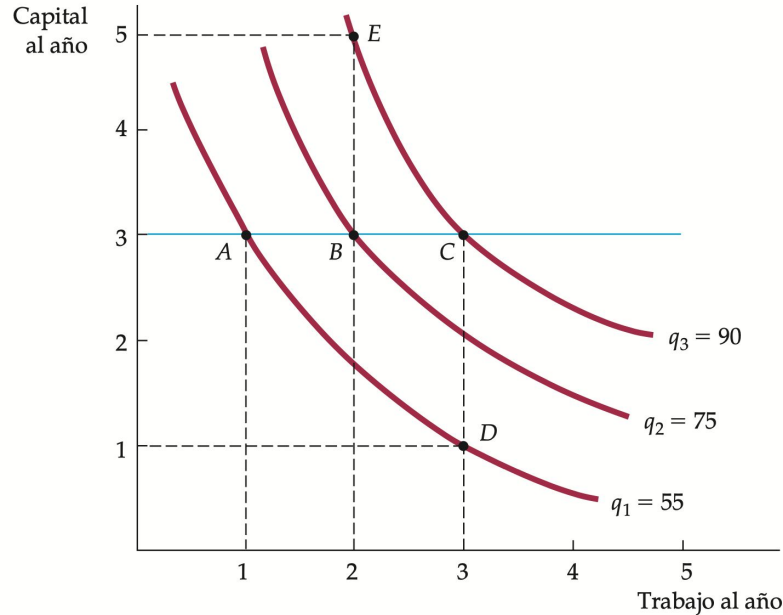
Optimización de la producción

Las empresas combinan los factores, como el capital y el trabajo, para producir bienes y servicios de una manera que minimice los costes de producción y maximice la producción.

Para ello introduciremos los conceptos de curvas isocuantas y curvas de isocostos.

Veremos muchas analogías con términos de la teoría del consumidor.

Funciones de producción



La **función de producción** de la empresa en el caso de un bien determina

$$q = f(k, l),$$

muestra la cantidad máxima del bien que ésta puede producir utilizando distintas combinaciones de capital (k) y de trabajo (l).

Las **isocuantas** de producción muestran las distintas combinaciones de factores necesarias para que la empresa obtenga un determinado nivel de producción.

- Tienen pendiente negativa
- Las isocuantas no se cortan
- Más alejadas del origen, mayor es la producción

Producción marginal

El **producto marginal** de un factor productivo es el producto adicional que podemos obtener empleando una unidad más de ese factor productivo.

En términos matemáticos,

$$\text{producto marginal del capital} = PMg_k = \frac{\partial q}{\partial k} = f_k$$

$$\text{producto marginal del trabajo} = PMg_l = \frac{\partial q}{\partial l} = f_l.$$

Las definiciones matemáticas del producto marginal utilizan derivadas parciales, reflejando así correctamente el hecho de que la utilización de todos los demás factores de producción se mantiene constante mientras varía el factor de producción que nos interesa.

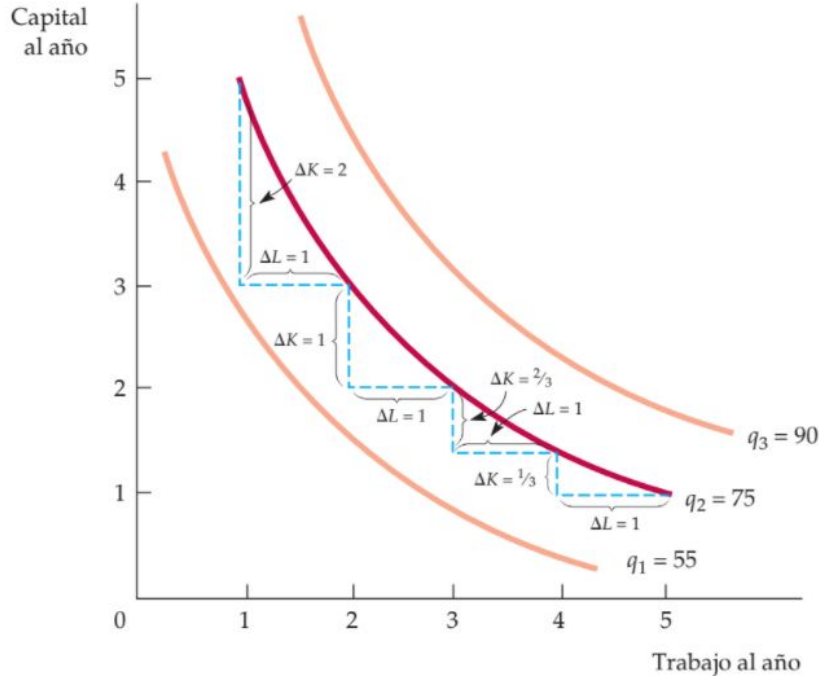
Por ejemplo,

si 50 trabajadores en una finca son capaces de producir 100 toneladas de trigo por año,

y 51 trabajadores, con la misma cantidad de tierra y los mismos equipos, pueden producir 102 toneladas,

el producto marginal del trabajador número 51 será de 2 toneladas por año.

Tasa técnica de sustitución



La **tasa técnica de sustitución** o **tasa marginal de sustitución técnica** de capital por trabajo es la cantidad en que puede reducirse el capital cuando se utiliza una unidad más de trabajo,

$$TTS \text{ (l por k)} = \left. \frac{-dk}{dl} \right|_{q = q_0}.$$

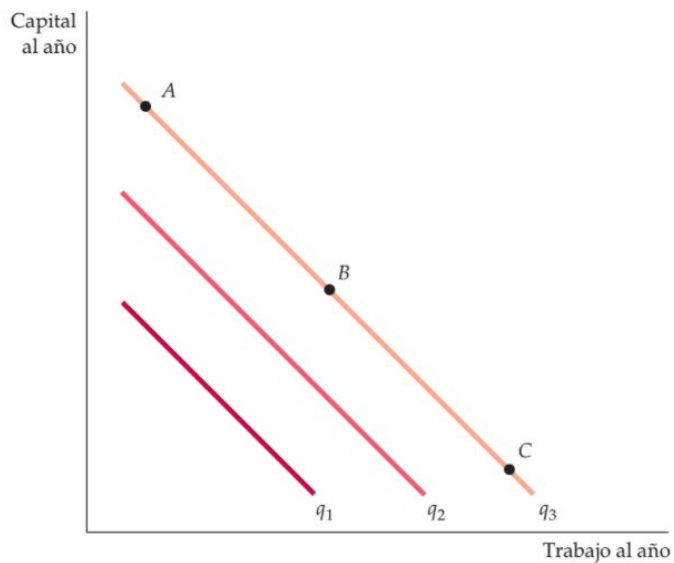
De la diferencial total de trabajo

$$dq = \frac{\partial f}{\partial l} \cdot dl + \frac{\partial f}{\partial k} \cdot dk = PMg_l \cdot dl + PMg_k \cdot dk,$$

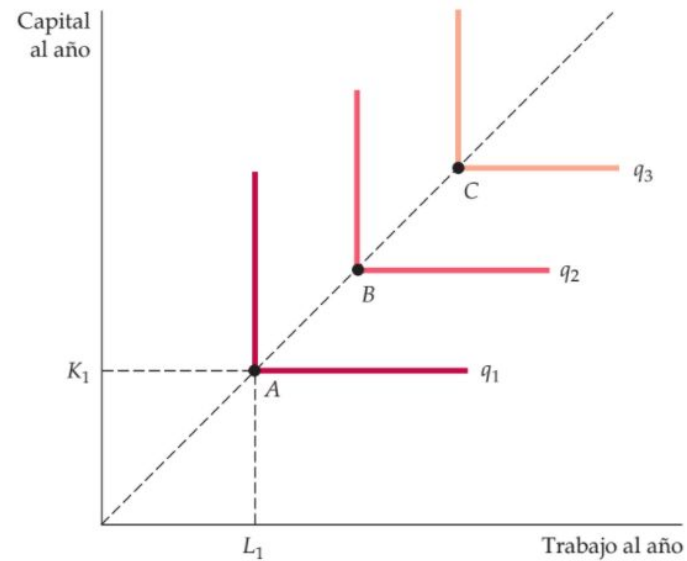
obtenemos

$$\left. -\frac{dk}{dl} \right|_{q = q_0} = TTS \text{ (l por k)} = \frac{PMg_l}{PMg_k}.$$

Funciones de producción

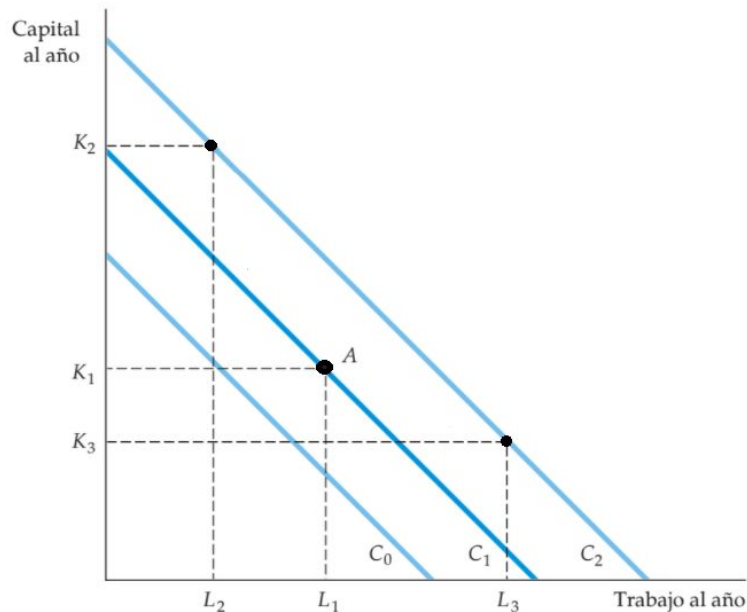


Factores sustitutos perfectos



Factores complementarios perfectos

Funciones de costo



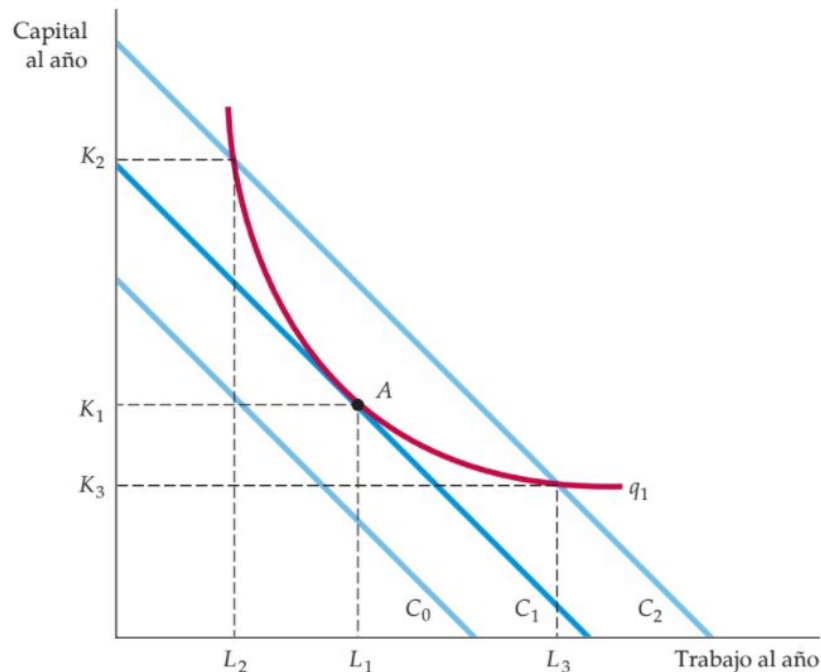
Suponga que el costo de una empresa está dado por

$$\text{costo total} = C = wl + vk,$$

donde l y k representan la utilización de los factores trabajo y capital, respectivamente. Además w denota el salario de los trabajadores y v es el valor del alquiler de las máquinas.

Las curvas de **isocostos** muestran las combinaciones de capital y trabajo que generan un mismo nivel de costo

Dos problemas duales



Tenemos dos problemas duales

Minimizar el costo de producción sujeto a un nivel de producción q_0 . En este caso el lagrangiano es

$$\mathcal{L} = wl + vk + \lambda[q_0 - f(k, l)]$$

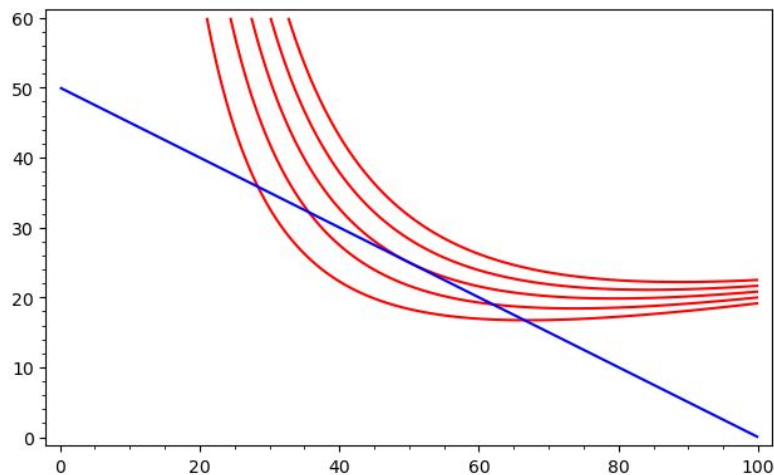
Maximizar la producción sujeto un costo C_0 . En este caso el lagrangiano es

$$\mathcal{L} = f(k, l) + \lambda[C_0 - wl - vk]$$

En ambos casos tenemos la condición de equilibrio

$$\frac{w}{v} = \frac{\partial f / \partial l}{\partial f / \partial k} = TTS(l \text{ para } k).$$

Ejemplo 1: Maximización de la producción dado un costo de producción



[Enlace a figura](#)

Suponga que la función de producción de un bien está dada por $f(l, k) = -l^3 + 6kl^2$ y que la empresa quiere gastar $C_0 = \$1000$. También sabemos que el salario es $w = \$10$ y el costo del alquiler de maquinaria $v = \$20$. ¿Cuál es la combinación de los factores de producción que maximiza la producción?

La condición de equilibrio nos dice

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial l}}{\frac{\partial f}{\partial w}} = \frac{w}{v} \text{ por lo que } \frac{-3l^2 + 12kl}{6l^2} = \frac{10}{20}.$$

Despejando obtenemos $l = 2k$.

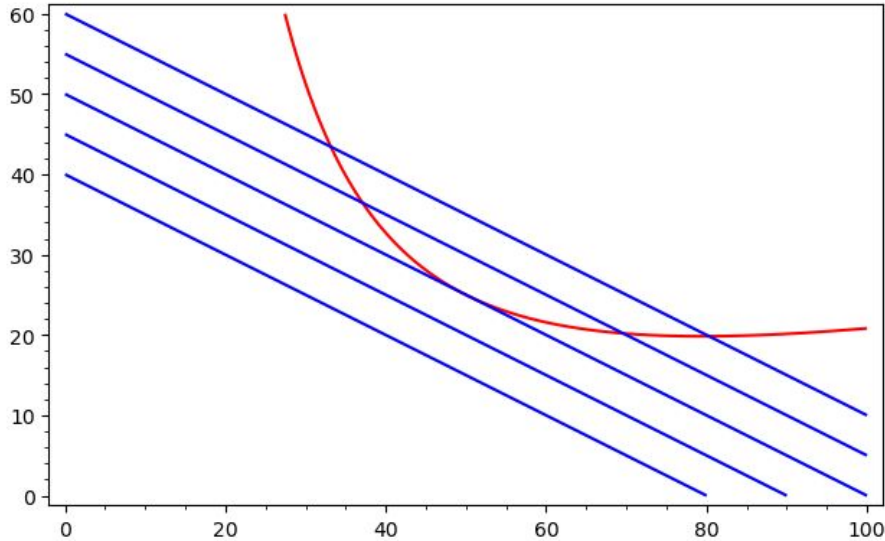
Sustituyendo en la restricción de costo obtenemos que

$$1000 = 10l + 20k = 10(2k) + 20k,$$

por lo que $k = 25$ y $l = 50$.

Lo cual nos da una producción de $q = -(50)^3 + 6(25)(50)^2 = 250000$ unidades.

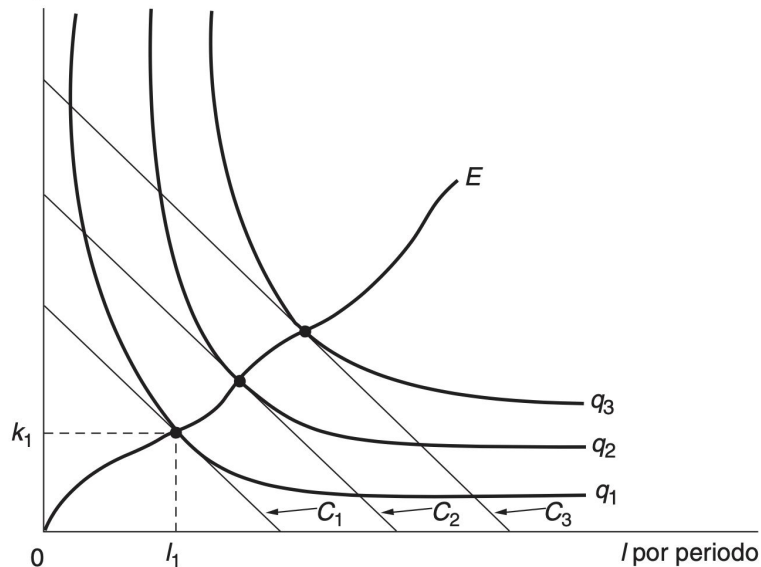
Ejemplo 2: Minimización del costo sujeto a un nivel de producción



Suponga que la función de producción de un bien está dada por $f(l,k)=-l^3+6kl^2$ y que la empresa quiere producir **250000** unidades. También sabemos que el salario es $w=\$10$ y el costo del alquiler de maquinaria $v=\$20$. ¿Cuál es la combinación de los factores de producción que minimiza el costo de la producción?

Senda de expansión de la empresa

k por periodo



Una empresa puede seguir el proceso de minimización del costo en cada nivel de producción.

Para cada nivel de producción q , la empresa encuentra la combinación de factores que minimiza el costo de producción

La curva donde se ubican estos puntos de tangencia se llama la **senda de expansión**, de la empresa, porque muestra cómo aumenta la utilización de los factores a medida que se expande la producción, al tiempo que los precios de los factores se mantienen constantes.

Equilibrio general y bienestar



Los compradores siempre quieren pagar menos y los vendedores ganar más.

Pero, ¿existe algún “precio correcto” desde el punto de vista de la sociedad?

Abordaremos el tema de la **economía del bienestar**, el estudio de cómo la asignación de recursos afecta el bienestar económico.

Se concluirá que los mercados son un buen mecanismo para organizar la actividad económica.

El precio que equilibra la oferta y la demanda maximiza el bienestar total tanto de los consumidores como de los productores

Excedente del consumidor

Comprador	Disposición a pagar
John	\$100
Paul	80
George	70
Ringo	50

La **disposición a pagar** es el monto máximo de cada comprador está dispuesto a pagar por un bien y mide cuánto valora el comprador el bien.

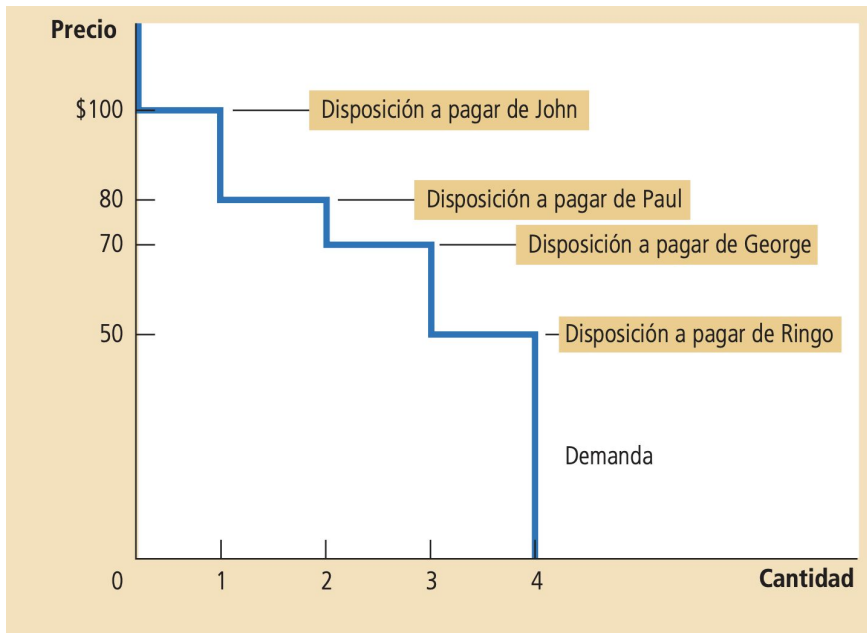
Cada comprador estaría dispuesto a comprar un bien a un precio menor que su disposición a pagar y se negaría a comprarlo a un precio mayor.

El **excedente de un consumidor** es la cantidad que el comprador está dispuesto a pagar por un bien menos la cantidad que efectivamente paga por él.

En este ejemplo, si John paga \$80 por el bien, entonces su beneficio es de \$20.

Los actores económicos que no participan en el mercado no tienen excedente.

La curva de demanda



A cualquier cantidad, el precio dado por la curva de la demanda muestra la disposición a pagar del **comprador marginal**, es decir, el comprador que saldría primero del mercado si el precio fuera más alto.

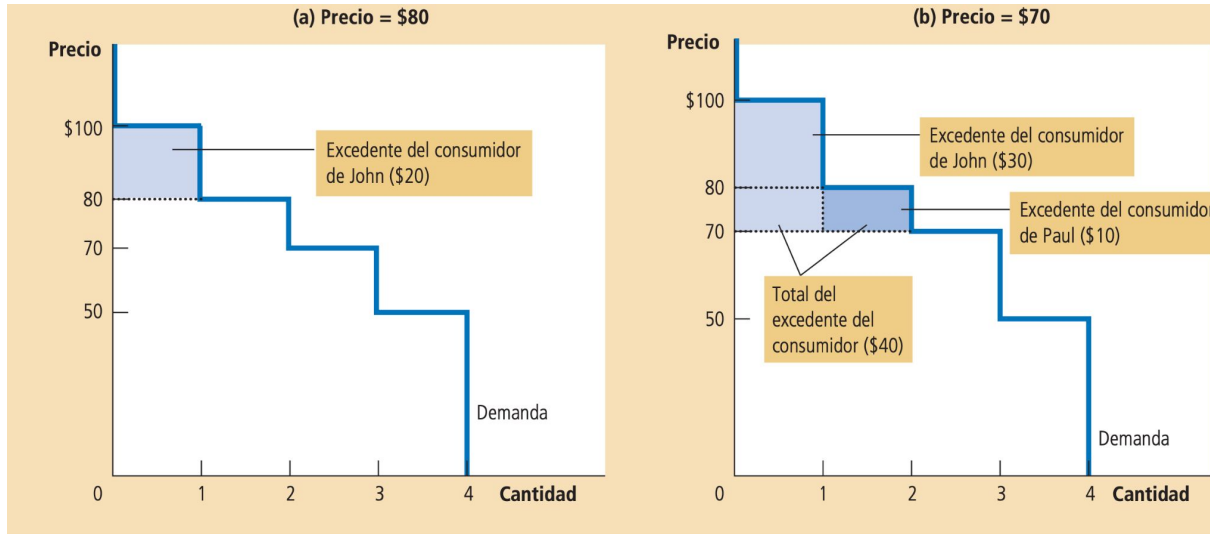
El **excedente del consumidor** es igual a la disposición de todos los compradores a pagar por un bien menos la cantidad que efectivamente pagan, y mide los beneficios que obtienen los compradores por participar en el mercado.

El excedente del consumidor se calcula encontrando el área debajo de la curva de la demanda y por encima del precio.

El área debajo de la curva de la demanda y por encima del precio mide el excedente un consumidor en un mercado.

Y el **área total** debajo de la curva de la demanda y por encima del precio es la suma del excedente del consumidor en el mercado de un bien o servicio.

Un precio más bajo incrementa el excedente del consumidor.

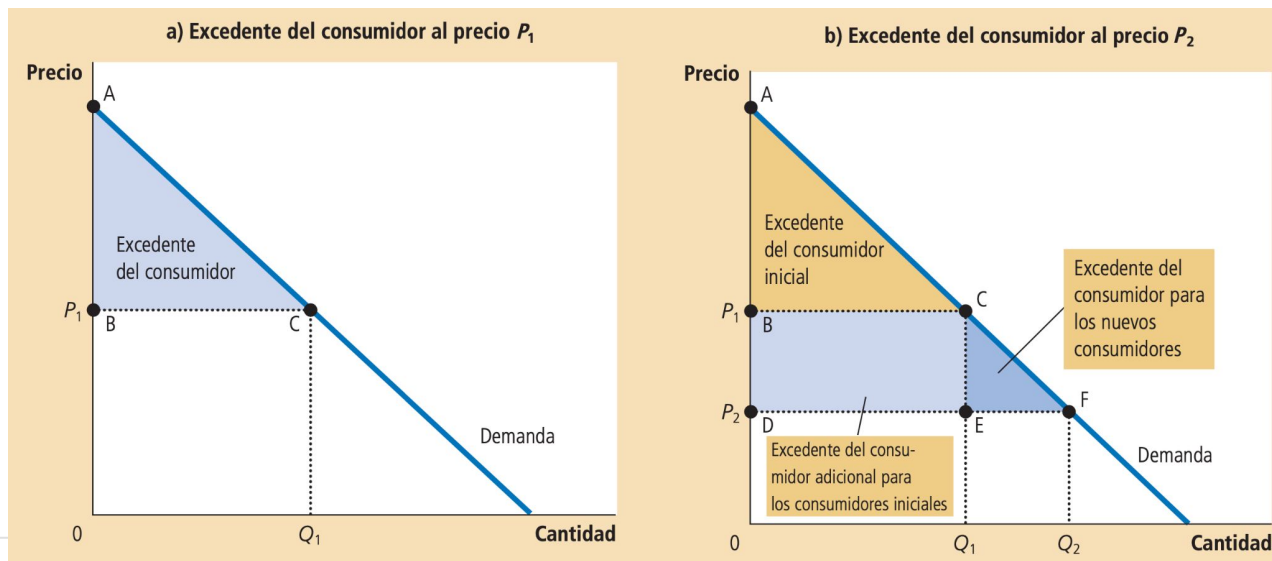


Excedente del consumidor en un mercado competitivo

En un mercado con muchos compradores, los escalones resultantes de cada comprador que abandona el mercado son tan pequeños que forman una curva continua.

El excedente del consumidor al precio P_1 es el área del triángulo ABC.

Si el precio disminuye de P_1 a P_2 , el excedente será igual al área del triángulo ADF, con el incremento del área BCDF.



Ejercicio

Melissa compra un iPod en \$120 y obtiene un excedente del consumidor de \$80.

¿Cuál es su disposición a pagar?

Si hubiera comprado el iPod en oferta a \$90, ¿cuál habría sido el excedente del consumidor?

Si el precio del iPod fuera \$250, ¿cuál sería el excedente del consumidor?

Excedente del productor

Vendedora	Costo
Mary	\$900
Frida	800
Georgia	600
Grandma	500

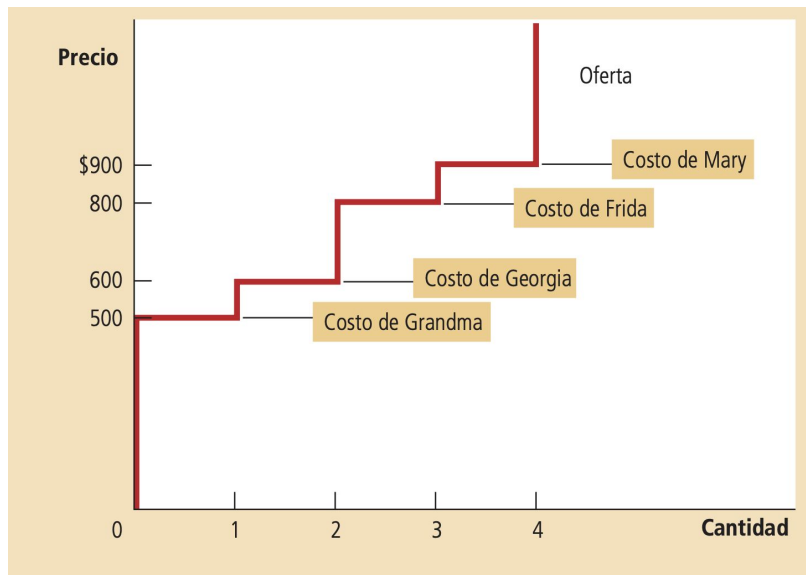
La **disposición a vender** es el monto mínimo que el vendedor está dispuesto a recibir por un bien.

Cada vendedor está dispuesto a realizar el trabajo si el precio que recibirá es mayor que el costo de realizar el trabajo, y se negará si el precio es menor a su costo.

El **excedente del productor** es la cantidad que éste recibe menos el costo de producción.

Mide los beneficios que reciben los vendedores por participar en un mercado.

La curva de oferta



A cualquier cantidad, el precio dado por la curva de la oferta muestra el costo del **vendedor marginal**, es decir, el primer vendedor que abandonará el mercado si el precio fuera menor.

El **excedente del productor** es igual a la cantidad de dinero que reciben los vendedores por el bien menos los costos de producción,

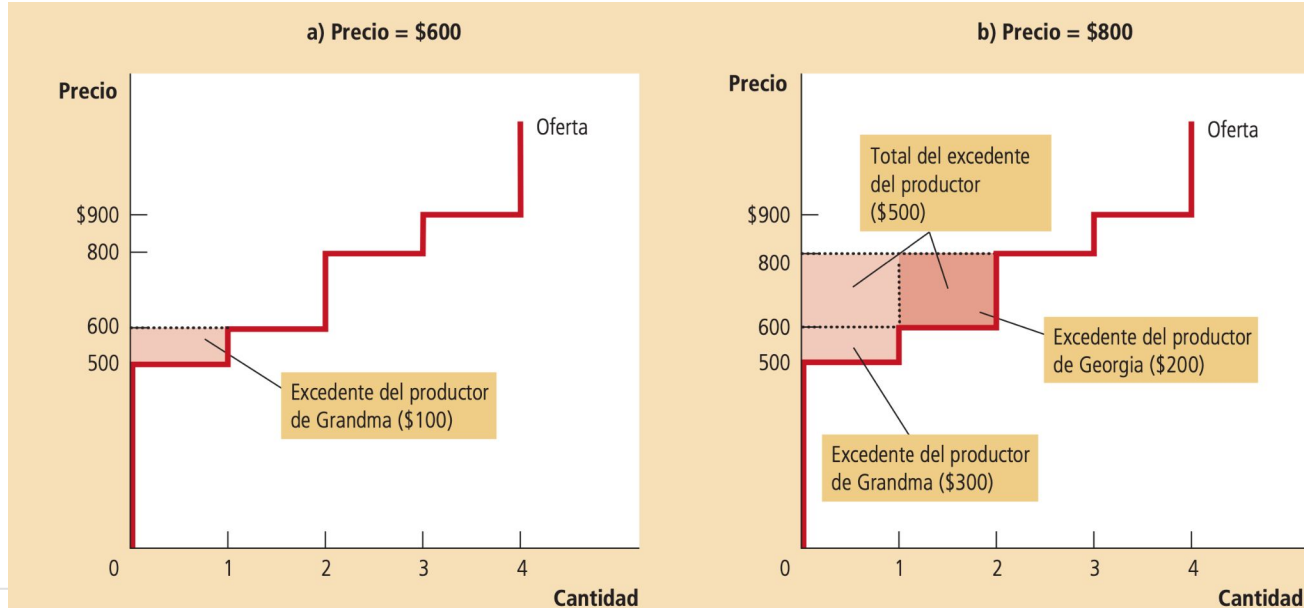
y mide los beneficios obtenidos por los vendedores de su participación en el mercado.

El excedente del productor se calcula encontrando el área debajo del precio y por encima de la curva de la oferta.

El área debajo del precio y por encima de la curva de la oferta mide el excedente del productor en un mercado.

El **área total** es la suma del excedente del productor de todos los vendedores.

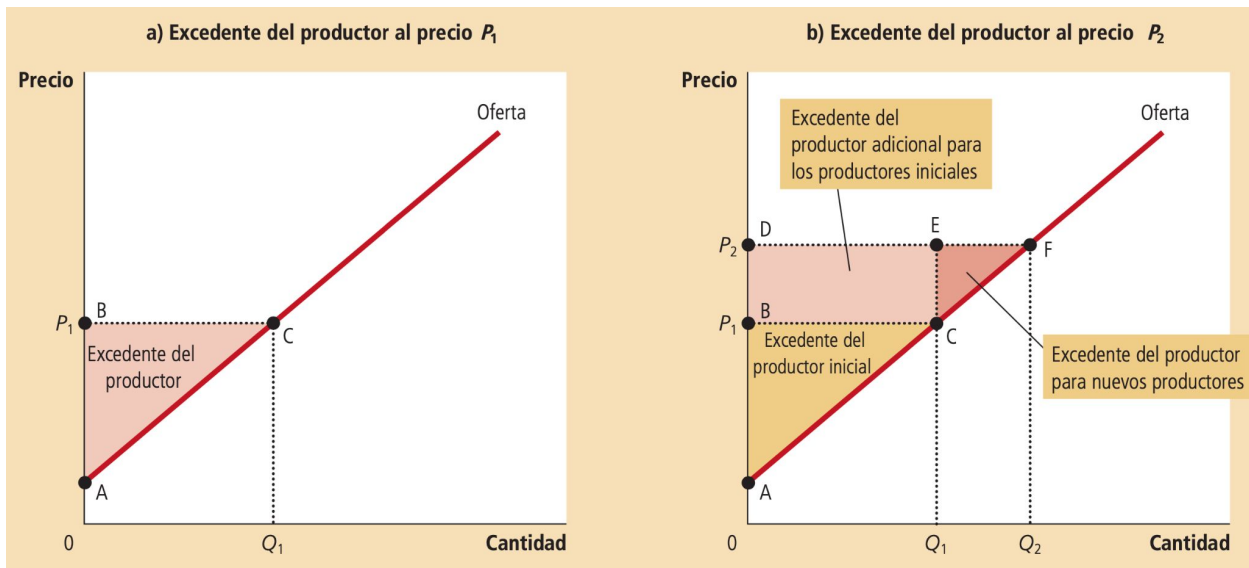
Un precio más alto incrementa el excedente del consumidor.



El excedente del productor en un mercado competitivo


A un precio P_1 y el excedente del productor es el área del triángulo ABC.

Si el precio aumenta de P_1 a P_2 , el excedente será igual al área del triángulo ADF, con el incremento del área DFBC.





Eficacia de mercado

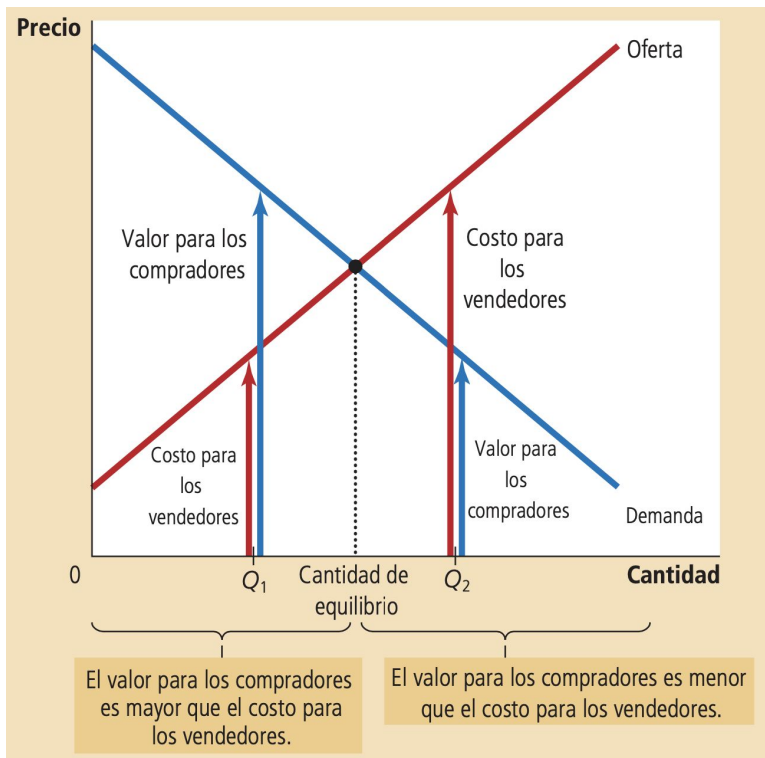


La suma del excedente del consumidor y el excedente del productor que llamaremos **excedente total**.

Si la asignación de los recursos maximiza el excedente total, decimos que la asignación es **eficiente**.

Si una asignación no es eficiente, entonces existen ganancias del comercio entre compradores y vendedores que no se están realizando.

Equilibrio de mercado



¿Esta asignación de recursos del mercado es eficiente en equilibrio? Esto es, ¿maximiza el excedente total?

A cantidades menores que la cantidad de equilibrio, como en Q_1 , el valor para los compradores es superior al costo para los vendedores.

A cantidades mayores que la cantidad de equilibrio, como en Q_2 , el costo para los vendedores es superior al valor para los compradores.

Así, el equilibrio del mercado maximiza la suma de los excedentes del productor y del consumidor.

Ejercicio

En California, una helada temprana arruinó las cosechas de limón.

Explique lo que sucede con el excedente del consumidor en el mercado de limones.

Explique lo que sucede con el excedente del consumidor en el mercado de la limonada.

Ilustre su respuesta con gráficas.
