UNIVERSITAS MERCU BUANA

Modul ke:

04

Fakultas
ILMU KOMPUTER

Program Studi
Sistem Informasi

RELASI DAN FUNGSI

Relasi

Fungsi dan

Bentuk-bentuk Fungsi

Drs. Sapto Prayogo. M.Kom

Komposisi Dua Fungsi Dan Fungsi Invers

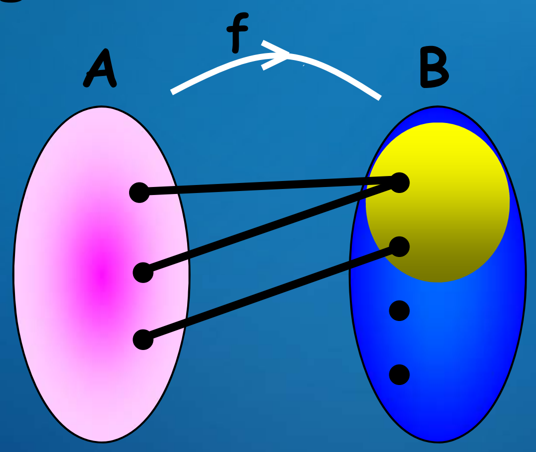
Pengertian Fungsi

Relasi dimana setiap unsur dari daerah asalnya dipasangkan dengan tepat satu unsur dari daerah hasilnya

Domain = daerah asal

Kodomain = daerah kawan

Range = daerah hasil



Contoh Soal :

Diketahui fungsi $f: D \rightarrow R$ dan $f(x)=x^2-1$
Hitunglah $f(-3)$, $f(-1)$, *dan* $f(3)$

Jawab:

$f(x) = x^2-1$
$f(-3) = (-3)^2-1 = 9-1 = 8$
$f(-1) = (-1)^2-1 = 0$
$f(3) = (3)^2-1 = 9-1 = 8$

Contoh Soal :

Diketahui fungsi f :D→R dan $f(x)=x^2-1$

Jika f(a)=15,tentukan nilai a yang memenuhi!

Jawab:

$f(a) = a^2-1$

$15 = a^2-1$

$a^2 = 15 + 1$

$a^2 = 16$

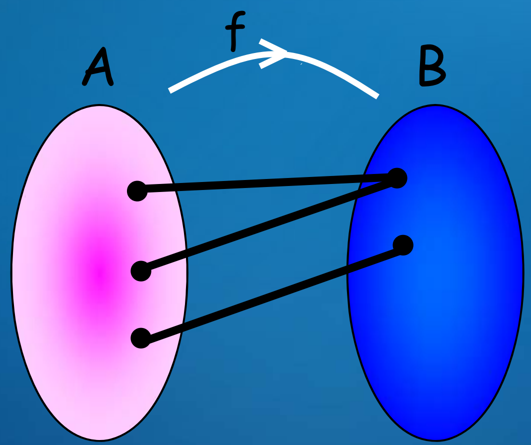
$a = \pm 4$

Jadi nilai a yang memenuhi adalah a = 4 atau a =-4

Sifat-sifat Fungsi

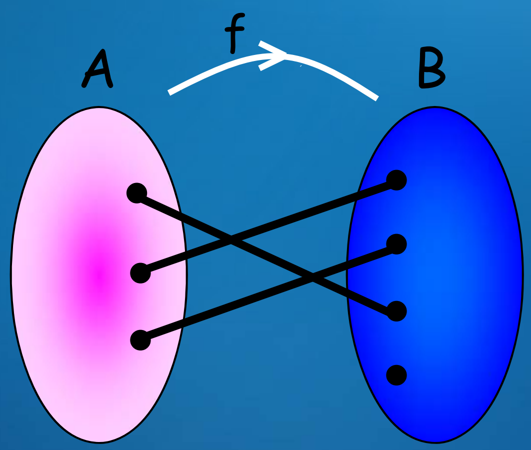
Fungsi surjektif

Fungsi $f: A \rightarrow B$ disebut Onto (surjektif) jika setiap anggota B mempunyai pasangan anggota A.



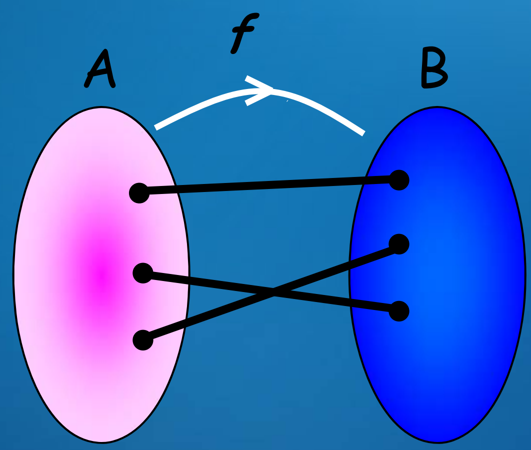
Sifat Satu-Satu (Injektif)

Fungsi $f:A \rightarrow B$ disebut satu-satu, jika anggota B yang mempunyai pasangan dengan anggota A, maka pasangannya hanya tepat satu.



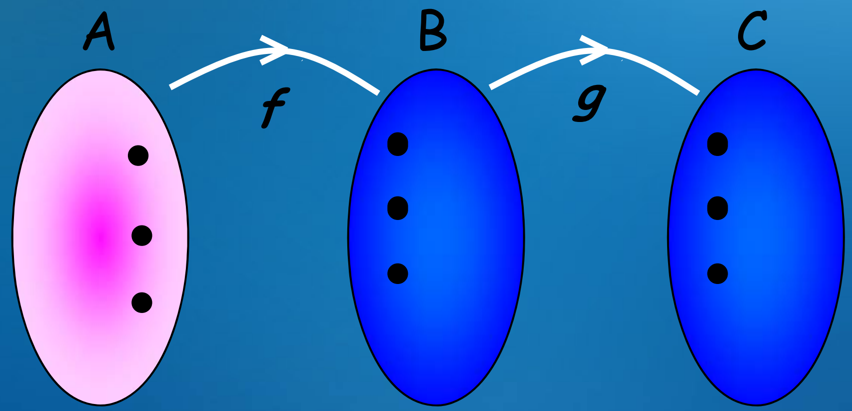
Fungsi Korespondensi Satu-Satu (Bijektif)

Fungsi $f : A \rightarrow B$ disebut Korespondensi Satu-Satu, jika fungsi tersebut **surjektif** dan sekaligus **injektif**



FUNGSI KOMPOSISI

Misalkan f dan g dua fungsi sembarang maka fungsi komposisi f dan g ditulis $g \circ f$, didefinisikan sebagai $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ untuk setiap $x \in D_g$



$$(g \circ f)(x) = \mathbf{g\{f(x)\}}$$

Sifat-Sifat Komposisi Fungsi

a. Tidak Komutatif

Komposisi fungsi tidak bersifat komutatif $f : A \rightarrow B$ dan $g : B \rightarrow C$, maka $f \circ g \neq g \circ f$

Contoh Soal:

Diketahui: $f(x)=2x+1$ dan $g(x)=x^2-3$.

Periksalah apakah $(g \circ f)(x)=(f \circ g)$

Jawab:

$$
\begin{aligned}
(g \circ f)(x) &= g(f(x)) \\
&= g(2x+1) \\
&= (2x+1)^2-3 \\
&= 4x^2+4x-2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
(f \circ g)(x) &= f(g(x)) \\
&= f(x^2-3) \\
&= 2(x^2-3)+1 \\
&= 2x^2-6+1 \\
&= 2x^2-5
\end{aligned}
$$

Dari contoh di atas ditunjukkan bahwa

$(g \circ f) \neq (f \circ g)(x)$

b. Asosiatif

Komposisi Fungsi bersifat asosiatif,yaitu

jika $f : A \rightarrow B$ dan

$g : B \rightarrow C$, dan

$h : C \rightarrow D$,

maka $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$

Contoh :

Fungsi f,g,dan h didefinisikan sebagai berikut :

$f(x) = x + 2$,

$g(x) = 3x$, dan

$h(x) = x$.

Tentukan : $h \circ (g \circ f)$ dan $(h \circ g) \circ f(x)$

jawab :

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$
$$= g(x + 2)$$
$$= 3(x + 2)$$
$$= 3x + 6$$
$$h \circ (g \circ f)(x) = h(3x + 6)$$
$$= (3x + 6)^2$$
$$= 9x^2 + 36x + 36 \quad \text{....1)}$$

$$(h \circ g)(x) = h(g(x))$$
$$= h(3x)$$
$$=(3x)^2$$
$$=9x^2$$
$$(h \circ g) \circ f(x) = (h \circ g)(f(x))$$
$$=(h \circ g)(x+2)$$
$$=9(x+2)^2$$
$$=9(x^2+4x+4)$$
$$=9x^2+36x+36 \quad \ldots .2)$$

Dari persamaan 1) dan 2) disimpulkan bahwa:

$h \circ (g \circ f)(x) = ((h \circ g) \circ f)(x)$

c. Sifat Identitas

Jika $I(x)=x$, dan $f(x)$ adalah suatu fungsi, maka $I \circ f = f \circ I = f$

Contoh :

Diketahui : $I(x) = x$ dan $f(x) = x^2 + 1$. Carilah:

a. $(I \circ f)(x)$

b. $(f \circ I)(x)$

c. Kesimpulan apakah yang dapat kamu kemukakan?

Jawab :

a. $(I \circ f)(x) = I(f(x)$

$= I(x^2 + 1)$

$= x^2 + 1$

b. $(f \circ I)(x) = f(I(x))$

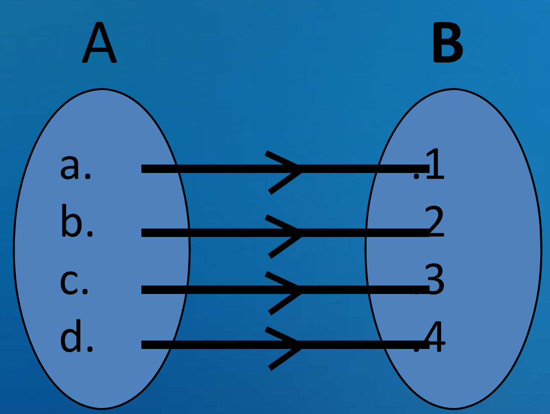
$= f(x)$

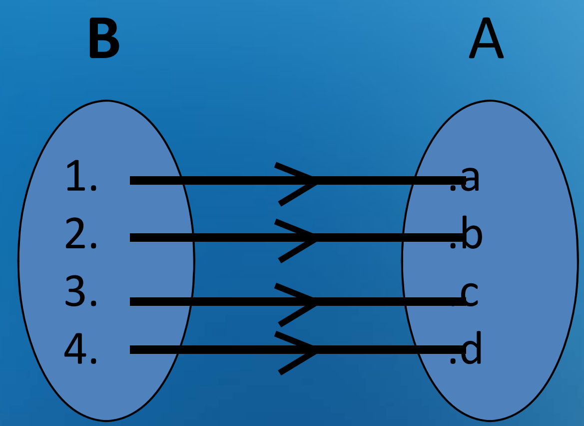
$= x^2 + 1$

c. $I \circ f = f \circ I = f$ untuk setiap f

Fungsi Invers

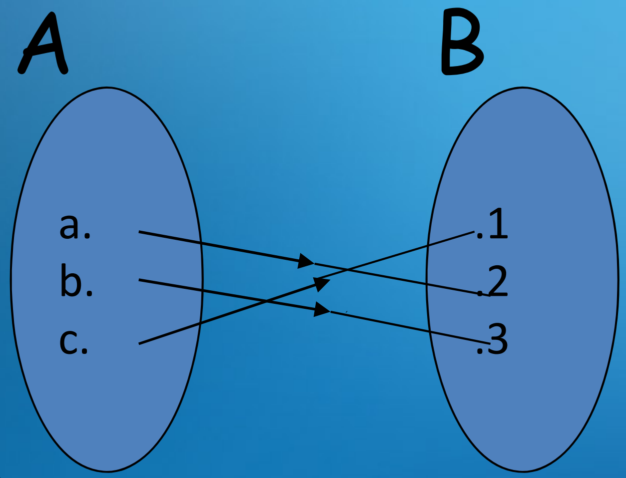
Suatu fungsi $f : A \rightarrow B$ mempunyai fungsi invers $f^{-1} : B \rightarrow A$,jika dan hanya jika merupakan fungsi *bijektif* *(korespondensi satu satu)*





Contoh :

Diketahui fungsi f sebagai berikut:



Ditanyakan:

1. Apakah f^{-1} ada? Mengapa?
2. Carilah $(f^{-1} \circ f)(a)$, dan $(f^{-1} \circ f)(b)$
3. Apakah $f^{-1} \circ f = I$? Mengapa?

Jawab :

a. f^{-1} ada, sebab f berada dalam korespondensi satu-satu

b. $(f^{-1} \circ f)(a) = f^{-1}(f(a)) = f^{-1}(2) = a$

$(f^{-1} \circ f)(b) = f^{-1}(f(b)) = f^{-1}(3) = b$

c. benar $f^{-1} \circ f = I$,

sebab $(f^{-1} \circ f)(x) = x$ untuk setiap x

Fungsi Invers Dari Fungsi Komposisi

1. $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
2. $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

Latihan Soal

Diketahui $f(x) = 2x – 1$ untuk $0 < x < 1$ dan $f(x) = x2 + 1$ untuk x yang lain.Tentukan nilai $f(2).f(-4)+f(½).f(3)$!

A	75	C		E	95	85
B	80	D	90			

LATIHAN

Diketahui $f(x) = 2x - 3$

$(g \circ f)(x) = 2x + 1$, $g(x) = ...$

A	$4x + 1$	C	$4x + 4$	E	$x + 4$
B	$4x - 4$	D	$x - 4$		

Terima Kasih

Drs. Sapto Prayogo. M.Kom