

**Convocatoria ordinaria 2024**  
**FÍSICA**

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que poderá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas.**

**PREGUNTA 1. Interacción electromagnética.** Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**

**1.1.** Unha partícula posúe unha carga de 5 nC e penetra nunha rexión do espazo onde hai un campo magnético  $\vec{B} = 0,6 \hat{i}$  T cunha velocidade  $\vec{v} = 8 \cdot 10^6 \hat{j}$  m·s<sup>-1</sup>, describindo unha circunferencia de 2 μm de raio. O valor da masa da partícula é: A)  $7,5 \times 10^{-22}$  kg; B)  $4,5 \times 10^{-22}$  kg; C)  $2,5 \times 10^{-22}$  kg.

**1.2.** Nunha rexión do espazo na que o potencial eléctrico é constante a intensidade de campo eléctrico é: A) constante; B) nula; C) ten un valor que depende do punto considerado.

**PREGUNTA 2. Ondas e óptica xeométrica.** Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**

**2.1.** A velocidade dunha onda nun punto do espazo: A) varía coa fase na que se atope o punto; B) varía coa distancia do punto á orixe; C) varía ao cambiar o medio de propagación.

**2.2.** O período dun péndulo é de 1 s. Se duplicamos a lonxitude do péndulo, o novo valor do período será: A) 1/2 s; B)  $\sqrt{2}$  s; C) 2 s.

**PREGUNTA 3. Física do século XX.** Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**

**3.1.** Ilumínase o cátodo dunha célula fotoeléctrica cunha radiación de frecuencia  $1,6 \times 10^{15}$  Hz e o potencial de freado é de 2 V. Se usamos unha luz de 187,5 nm, o potencial de freado será: A) menor; B) maior; C) igual.

DATO:  $c = 3,0 \times 10^8$  m·s<sup>-1</sup>.

**3.2.** Unha nave espacial viaxa a unha velocidade uniforme  $0,866 c$  relativa á Terra. Se un observador da Terra rexistra que a nave en movemento mide 100 m, canto medirá a nave para o seu piloto?: A) 50 m; B) 100 m; C) 200 m. Nota:  $c$  é a velocidade da luz no baleiro.

**PREGUNTA 4. Práctica de interacción gravitacional. (2 puntos)**

a) A partir dos seguintes datos de satélites que orbitan arredor da Terra determine o valor da masa da Terra. b) Se o valor indicado nos libros de texto para a masa da Terra é de  $5,98 \times 10^{24}$  kg, que incerteza relativa obtivemos a partir do cálculo realizado?

DATO:  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>.

Satélites	Distancia media ao centro da Terra / km	Período orbital medio / min
DELTA 1-R/B	7595	158
O3B PFM	14 429	288
GOES 2	36 005	1449
NOAA	7258	102

**PREGUNTA 5. Problema de interacción gravitacional. (2 puntos)**

Unha nave sitúa un obxecto de 20 kg de masa entre a Terra e o Sol nun punto onde a forza gravitacional neta sobre o obxecto é nula. Calcule nese punto: a) a distancia do obxecto ao centro da Terra; b) a aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela.

DATOS:  $G = 6,67 \times 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>;  $M(T) = 5,98 \times 10^{24}$  kg;  $M(S) = 2,00 \times 10^{30}$  kg; distancia Terra-Sol =  $1,50 \times 10^{11}$  m.

**PREGUNTA 6. Problema de interacción electromagnética. (2 puntos)**

Unha carga eléctrica puntual de valor  $Q$  ocupa a posición (0,0) do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixo X o potencial eléctrico é  $V = -120$  V e o campo eléctrico é  $\vec{E} = -80 \hat{i}$  N/C. Se as coordenadas están dadas en metros, calcule: a) a posición do punto A e o valor de  $Q$ ; b) o traballo que realiza a forza eléctrica do campo para levar un electrón desde o punto B (2,2) ata o punto A.

DATOS:  $K = 9 \times 10^9$  N·m<sup>2</sup>·C<sup>-2</sup>;  $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19}$  C.

**PREGUNTA 7. Problema de ondas e óptica xeométrica. (2 puntos)**

Unha coleccionista de moedas utiliza unha lupa de distancia focal 5 cm para examinalas polo miúdo. a) Calcule a distancia á que ten que situar as moedas respecto da lupa se quere observalas cun tamaño dez veces maior.

b) Represente aproximadamente o correspondente diagrama de raios, indicando as posicións e as características do obxecto e da imaxe.

**PREGUNTA 8. Problema de física do século XX. (2 puntos)**

Marie Curie recibiu o Premio Nobel de Química en 1911 polo descubrimento do radio. Se nese mesmo ano se gardasen no seu laboratorio 2,00 g de radio-226, calcule: a) a cantidade de radio que quedaría e a actividade da mostra na actualidade; b) os anos que pasarían ata que a mostra de radio se reducise ó 1 % do seu valor inicial.

DATOS:  $N_A = 6,02 \times 10^{23}$  partículas·mol<sup>-1</sup>; tempo de semidesintegración do radio =  $1,59 \times 10^3$  anos.

## Solucións

- 1.1. Unha partícula posúe unha carga de 5 nC e penetra nunha rexión do espazo onde hai un campo magnético  $\vec{B} = 0,6 \vec{i}$  T cunha velocidade  $\vec{v} = 8 \cdot 10^6 \vec{j}$  m·s<sup>-1</sup>, describindo unha circunferencia de 2 μm de raio. O valor da masa da partícula é:
- A)  $7,5 \times 10^{-22}$  kg.  
 B)  $4,5 \times 10^{-22}$  kg.  
 C)  $2,5 \times 10^{-22}$  kg.

(A.B.A.U. ord. 24)

### Datos

Carga da partícula  
 Intensidade do campo magnético  
 Velocidade da partícula  
 Radio da traxectoria circular

### Cifras significativas: 2

$q = 5,0$  nC =  $5,0 \cdot 10^{-9}$  C  
 $\vec{B} = 0,60 \vec{i}$  T  
 $\vec{v} = 8,0 \cdot 10^6 \vec{j}$  m/s  
 $R = 2,0$  μm =  $2,0 \cdot 10^{-6}$  m

### Incógnitas

Masa da partícula

$m$

### Outros símbolos

Valor da forza magnética sobre a partícula  
 Vector forza eléctrica sobre a partícula

$\vec{F}_B$   
 $\vec{F}_E$

### Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga,  $q$ , que se despraza no interior dun campo magnético,  $\vec{B}$ , cunha velocidade,  $\vec{v}$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (nun movemento circular de raio  $R$ )

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2.ª lei de Newton da Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

### Solución:

Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, a partícula describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Se a partícula entra perpendicularmente ao campo magnético,  $\sin \varphi = 1$ .

Despexando a masa,  $m$ :

$$m = \frac{R \cdot q \cdot B}{v} = \frac{2,0 \cdot 10^{-6} [\text{m}] \cdot 5,0 \cdot 10^{-9} [\text{C}] \cdot 0,60 [\text{T}]}{8,0 \cdot 10^6 [\text{m/s}]} = 7,5 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$$

Coincide coa opción A.

*Análise: A masa desta partícula é  $7,5 \cdot 10^{-22} / 1,67 \cdot 10^{-27} = 4,5 \cdot 10^5$  veces a masa do protón, e a súa carga vale  $5 \cdot 10^{-9} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,1 \cdot 10^{10}$ . Non parece moi probable que unha partícula poida ter a carga de 31 000 000 000 de protóns e a masa de só 450 000. Si comparámosto co positrón, (xa que a súa carga é positiva) a antipartícula do electrón, a relación de masas é  $7,5 \cdot 10^{-22} / 9,1 \cdot 10^{-31} = 7,9 \cdot 10^8$  veces a masa do positrón. Tampouco parece probable semellante concentración de antimateria. Repasando os cálculos, non parecen conter erros, así que supoño que a persoa que redactou o exercicio non elixiu os valores axeitados.*

- 1.2. Nunha rexión do espazo na que o potencial eléctrico é constante a intensidade de campo eléctrico é:

- A) Constante.  
 B) Nula.  
 C) Ten un valor que depende do punto considerado.

(A.B.A.U. ord. 24)

**Solución: B**

O campo eléctrico é o gradiente do potencial eléctrico: a variación do potencial eléctrico con respecto á distancia. A expresión é:

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr}$$

Nesa ecuación  $\vec{E}$  é a intensidade do campo eléctrico,  $V$  é o potencial eléctrico, e  $r$  é a distancia.

O signo menos indica que o campo eléctrico vai na dirección da diminución do potencial.

Se o potencial eléctrico é constante, a súa derivada con respecto á distancia é cero. Polo tanto, a intensidade do campo eléctrico é nula.

2.1. A velocidade dunha onda nun punto do espazo:

- A) Varía coa fase na que se atope o punto.
- B) Varía coa distancia do punto á orixe.
- C) Varía ao cambiar o medio de propagación.

(A.B.A.U. ord. 24)

**Solución: C**

A velocidade dunha onda depende das propiedades do medio no que se propaga. Por exemplo, a velocidade do son varía dependendo de se está no aire, na auga ou nun sólido.

2.2. O período dun péndulo é de 1 s. Se duplicamos a lonxitude do péndulo, o novo valor do período será:

- A) 1/2 s.
- B)  $\sqrt{2}$  s.
- C) 2 s.

(A.B.A.U. ord. 24)

**Solución: B**

A ecuación do período dun péndulo de lonxitude  $L$  é:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Nesta ecuación,  $L$  é a lonxitude do péndulo,  $g$  é a aceleración da gravidade e  $T$  é o período. Substituíndo os datos nos dous péndulos quedaría:

$$1 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot L}{g}}$$

Dividindo a segunda ecuación entre a primeira, quedaría:

$$\frac{T_2}{1} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{2 \cdot L}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} = \sqrt{2}$$

O período do péndulo, ao ter o dobre de lonxitude, valería  $\sqrt{2} = 1,4$  s.

3.1. Ilumínase o cátodo dunha célula fotoeléctrica cunha radiación de frecuencia  $1,6 \times 10^{15}$  Hz e o potencial de freado é de 2 V. Se usamos unha luz de 187,5 nm, o potencial de freado será:

- A) Menor.
- B) Maior.
- C) Igual.

**Solución:** C

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faíno coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).

Cada fotón choca cun electrón e transmíttelle toda a súa enerxía.

Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.

A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación,  $E_f$  representa a enerxía do fotón incidente,  $W_e$  o traballo de extracción do metal e  $E_c$  a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.

A enerxía que leva un fotón de frecuencia  $f$  é:

$$E_f = h \cdot f$$

$h$  é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno:  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ .

A frecuencia dunha onda é inversamente proporcional a súa lonxitude de onda  $\lambda$ ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto maior sexa a súa lonxitude de onda, menor será a frecuencia e menor será a enerxía do fotón.

A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

A enerxía cinética  $E_c$  máxima dos electróns escríbese en función do potencial de freado

$$E_c = |e| \cdot V$$

A ecuación de Einstein queda:

$$h \cdot f = W_e + |e| \cdot V$$

Por tanto, canto menor sexa a frecuencia da radiación, menor será a enerxía dos fotóns e a enerxía cinética e o potencial de freado dos electróns emitidos.

Co dato da velocidade da luz no baleiro, pódese calcular a frecuencia correspondente á lonxitude de onda de 187,5 nm:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{187,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Como a frecuencia é a mesma, o potencial de freado tamén valerá o mesmo.

3.2. Unha nave espacial viaxa a unha velocidade uniforme 0,866  $c$  relativa á Terra. Se un observador da Terra rexistra que a nave en movemento mide 100 m, canto medirá a nave para o seu piloto?:

- A) 50 m.
- B) 100 m.
- C) 200 m.

Nota:  $c$  é a velocidade da luz no baleiro.

(A.B.A.U. ord. 24)

**Solución:** C

A teoría da relatividade especial di que a lonxitude dun obxecto que se move a velocidades próximas as da luz, medida desde outro sistema en repouso, é menor que a que mediría un observador situado nese obxecto que se move. A lonxitude  $l'$  medida desde o sistema en repouso vén dada pola expresión:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Como o factor que contén a raíz cadrada é menor que 1, a lonxitude  $l' < l$ .

A contracción da lonxitude afecta só á medida da lonxitude que se move na mesma dirección, pero non á da altura, que é perpendicular á dirección do movemento.

Polo tanto, a lonxitude (da nave) para o piloto será maior.

Pódese aplicar a ecuación para determinar o valor:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{(0,866 \, c)^2}{c^2}} = l \cdot \sqrt{1 - \frac{0,75 \cdot c^2}{c^2}} = l \cdot \sqrt{0,25} = 0,5 \cdot l$$

$$l = \frac{100 \, [\text{m}]}{0,5} = 200 \, \text{m}$$

4. a) A partir dos seguintes datos de satélites que orbitan arredor da Terra determina o valor da masa da Terra.

b) Se o valor indicado nos libros de texto para a masa da Terra é de  $5,98 \times 10^{24} \, \text{kg}$ , que incerteza relativa obtivemos a partir do cálculo realizado?

DATO:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \, \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

Rta.: a)  $M = 3,63 \cdot 10^{24} \, \text{kg}$ ; b)  $\delta = 39 \, \%$ .

Satélites	Distancia media ao centro da Terra / km	Período orbital medio / min
DELTA 1-R/B	7595	158
O3B PFM	14 429	288
GOES 2	36 005	1449
NOAA	7258	102

### Solución:

A forza gravitacional,  $\vec{F}_G$ , que exerce un astro de masa  $M$  sobre un satélite de masa  $m$  que xira arredor del nunha órbita de radio  $r$ , é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Nesta expresión,  $G$  é a constante da gravitación universal, e  $\vec{u}_r$ , o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal,  $a_N$ . Ao non ter aceleración tangencial, o módulo,  $v$ , da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.

A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio  $r$ , obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa,  $m$ , a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$|\Sigma \vec{F}| = m \cdot |\vec{a}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo,  $F_G$ , da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

A velocidade nun movemento circular uniforme de raio  $r$  e período  $T$  é:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Igualando esta expresión coa anterior e elevando ao cadrado queda:

$$\left(\frac{2\pi \cdot r}{T}\right)^2 = \frac{G \cdot M}{r}$$

Agrupando termos:

$$4\pi^2 \cdot r^3 = G \cdot M \cdot T^2$$

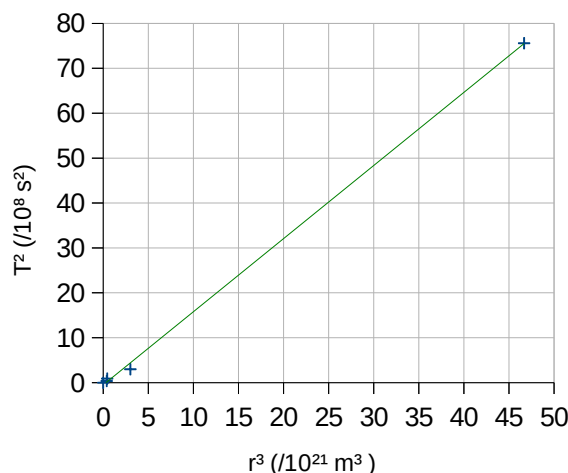
Reescribindo esta ecuación para expresar a relación entre os cubos dos raios das órbitas e os cadrados dos períodos queda:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

A pendente da recta da gráfica obtida nunha folla de cálculo é:

$$\text{pendente} = 1,03 \cdot 10^4 \text{ km}^3/\text{s}^2 = 6,14 \cdot 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

Despexando a masa  $M$  da Terra queda:



$$M = \frac{4\pi^2 \cdot \text{pendente}}{G} = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 6,14 \cdot 10^{12} [\text{m}^3/\text{s}^2]}{6,67 \cdot 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}]} = 3,63 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

*Análise:* O resultado é bastante diferente ao valor dos libros  $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , aínda que da mesma orde de magnitude.

Pero na proba non dispoñemos dunha folla de cálculo. A pendente da recta debuxada nun papel pode aproximarse ao cociente dos datos máis altos:

$$\frac{r_4^3}{T_4^2} = \frac{4,67 \cdot 10^{13} [\text{km}]^3}{2,10 \cdot 10^6 [\text{min}]^2} = 2,22 \cdot 10^7 \frac{\text{km}^3}{\text{s}^2} \frac{(10^3 \text{ m})^3}{(1 \text{ km})^3} = 6,18 \cdot 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

Que é case o mesmo resultado que a pendente obtida na folla de cálculo.

Outro valor similar ao da pendente sería a media dos cocientes.

	$T^2$	$r^3$	$r^3/T^2$
Satélite	( $\text{s}^2$ )	( $\text{m}^3$ )	( $\text{m}^3/\text{s}^2$ )
DELTA 1-R/B	$8,99 \cdot 10^7$	$4,38 \cdot 10^{20}$	$4,87 \cdot 10^{12}$
O3B PFM	$2,99 \cdot 10^8$	$3,00 \cdot 10^{21}$	$1,01 \cdot 10^{13}$
GOES 2	$7,56 \cdot 10^9$	$4,67 \cdot 10^{22}$	$6,18 \cdot 10^{12}$
NOAA	$3,75 \cdot 10^7$	$3,82 \cdot 10^{20}$	$1,02 \cdot 10^{13}$

$$r^3/T^2 (\text{media}) = 7,83 \cdot 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$$

O valor medio é  $7,83 \cdot 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$  que daría unha masa da Terra:

$$M = \frac{4\pi^2}{G} \frac{r^3}{T^2} = \frac{4 \cdot 3,14^2}{6,67 \cdot 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}]} \cdot 7,83 \cdot 10^{12} [\text{m}^3/\text{s}^2] = 4,63 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Este valor é bastante diferente ao da pendente, o que fai sospeitar da validez dos datos.

b) A incerteza é o cociente da diferenza entre o valor calculado e o «correcto» entre o valor «correcto»:

$$\delta = \frac{|M_{\text{calc}} - M|}{M} = \frac{|3,63 \cdot 10^{24} - 5,98 \cdot 10^{24}|}{5,98 \cdot 10^{24}} = 0,39 = 39 \%$$

Analise: Resolvín o exercicio coa folla de cálculo [Física Lab \(gal\)](#) pero a incerteza obtida, era do 39 %!

Buscando na web atopei un erro no raio medio dos satélites GOES. Resulta que son satélites xeostacionarios, pero a distancia que da o enunciado do problema é: a altura! en vez da distancia ao centro da Terra.

Os datos do satélite DELTA 1-R/B non coinciden cos da páxina web: [DELTA 1 R/B Satellite details 1969-101B NORAD 4251 \(n2yo.com\)](#), nin o período (312 min) nin o raio medio da órbita (na páxina non da o valor do raio medio, senón o perixeo, 375 km, e o apoxeo, 17 342 km, pero a media destes valores é 8860 km). Substituí os valores do enunciado polos da páxina web, e entón a incerteza foi do 0,7 %.

5. Unha nave sitúa un obxecto de 20 kg de masa entre a Terra e o Sol nun punto onde a forza gravitacional neta sobre o obxecto é nula. Calcula nese punto:

a) A distancia do obxecto ao centro da Terra.

b) A aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela.

DATOS:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M(T) = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $M(S) = 2,00 \times 10^{30} \text{ kg}$ ; distancia Terra-Sol =  $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ .

(A.B.A.U. ord. 24)

Rta.: a)  $r = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m}$ ; b)  $a = 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ m/s}^2$ .

### Datos

Masa da Terra

Masa do Sol

Masa do obxecto

Distancia Terra-Sol

Constante da gravitación universal

### Incógnitas

Distancia do obxecto ao centro da Terra.

Aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela

### Ecuacións

Lei de Newton da gravitación universal.

(Forza entre corpos esféricos ou puntuais)

2.<sup>a</sup> lei de Newton da Dinámica

### Cifras significativas: 3

$M(T) = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

$M(S) = 2,00 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

$m = 20,0 \text{ kg}$

$d = 1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

$r$

$a$

$$\vec{F} = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

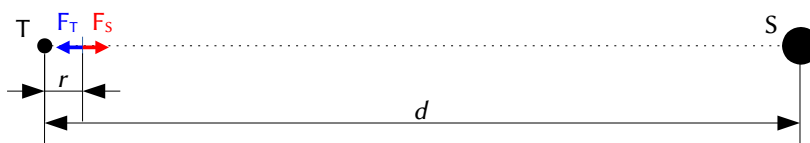
### Solución:

a) A forza de atracción gravitacional entre dúas masas puntuais ou esféricas,  $M$  e  $m$ , vén dada pola lei da gravitación de Newton.  $G$  é a constante da gravitación universal e  $\vec{u}_r$  o vector unitario na liña que une as masas.

$$\vec{F} = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Escribese a ecuación da forza gravitacional sobre o obxecto, que é nula;

$$-G \frac{M(S) \cdot m}{(d-r)^2} \vec{u}_{rS} + \left( -G \frac{M(T) \cdot m}{r^2} \vec{u}_{rT} \right) = \vec{0}$$



Elíxese un sistema de coordenadas coa Terra na orixe, porque o punto onde se anula a forza ten que estar moito máis cerca da Terra que do Sol, que ten unha masa moito maior. O Sol sitúase no sentido positivo do eixe X.

O vector unitario da posición do Sol neste sistema  $\vec{u}_{rS}$  é o vector  $\vec{i}$ , unitario do eixe X en sentido positivo.

O vector unitario da Terra  $\vec{u}_{rT}$ , tomando o Sol coma orixe, é o vector unitario contrario  $-\vec{i}$ .

Substitúense os vectores unitarios na ecuación e reordénase:

$$-G \frac{M(S) \cdot m}{(d-r)^2} \vec{i} + \left( -G \frac{M(T) \cdot m}{r^2} (-\vec{i}) \right) = 0 \vec{i}$$

$$-G \frac{M(S) \cdot m}{(d-r)^2} + G \frac{M(T) \cdot m}{r^2} = 0$$

$$\frac{M(S)}{(d-r)^2} = \frac{M(T)}{r^2} \Rightarrow (d-r)^2 = \frac{M(S)}{M(T)} r^2 \Rightarrow d-r = \sqrt{\frac{M(S)}{M(T)}} r \Rightarrow d = r \left( 1 + \sqrt{\frac{M(S)}{M(T)}} \right)$$

Despéxase  $r$  e substitúense os valores:

$$r = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{M(S)}{M(T)}}} = \frac{1,50 \cdot 10^{11} [\text{m}]}{1 + \sqrt{\frac{2,00 \cdot 10^{30} [\text{kg}]}{5,98 \cdot 10^{24} [\text{kg}]}}} = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m}$$

*Análise: A distancia obtida é moito menor que a que hai entre o Sol e a Terra e o punto sitúase cerca da Terra.*

b) Aplícase a 2.ª lei de Newton da Dinámica en módulos e despéxase a aceleración que produce a masa de 20 kg sobre o planeta Terra:

$$a = \frac{F}{M(T)} = \frac{G \frac{m \cdot M(T)}{r^2}}{M(T)} = G \frac{m}{r^2} = 6,667 \cdot 10^{-11} [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \frac{20 [\text{kg}]}{(2,59 \cdot 10^8 [\text{m}])^2} = 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ m/s}^2$$

6. Unha carga eléctrica puntual de valor  $Q$  ocupa a posición (0,0) do plano  $XY$  no baleiro. Nun punto A do eixo  $X$  o potencial eléctrico é  $V = -120 \text{ V}$  e o campo eléctrico é  $\vec{E} = -80 \vec{i} \text{ N/C}$ . Se as coordenadas están dadas en metros, calcula:

- A posición do punto A e o valor de  $Q$ .
- O traballo que realiza a forza eléctrica do campo para levar un electrón desde o punto B (2,2) ata o punto A.

DATOS:  $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ ;  $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

(A.B.A.U. ord. 24)

**Rta.:** a)  $\vec{r}_A = (1,50, 0) \text{ m}$ ;  $Q = -20,0 \text{ nC}$ ; b)  $W_{B \rightarrow A} = -9,02 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ .

### Datos

Posición da carga  $Q$

Potencial eléctrico no punto A

Campo eléctrico no punto A

Posición do punto B

Carga do electrón

Constante de Coulomb

### Incógnitas

Posición do punto A

Valor da carga  $Q$

Traballo da forza do campo para levar un electrón do punto B ao punto A

### Outros símbolos

Distancia

### Ecuacións

Campo eléctrico nun punto a unha distancia,  $r$ , dunha carga puntual,  $Q$

Potencial eléctrico nun punto a unha distancia,  $r$ , dunha carga puntual,  $Q$

Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B

Enerxía potencial eléctrica dunha interacción entre dúas cargas,  $Q$  e  $q$ , situadas a unha distancia,  $r$ , una da outra.

### Cifras significativas: 3

$\vec{r}_O = (0, 0) \text{ m}$

$V_A = -120 \text{ V}$

$\vec{E} = -80,0 \vec{i} \text{ N/C}$

$\vec{r}_B = (2,00, 2,00) \text{ m}$

$q_e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$K = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$

$\vec{r}_A$

$Q$

$W_{B \rightarrow A}$

$r$

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$$W_{A \rightarrow B} = q (V_A - V_B)$$

$$E_p = q \cdot V = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

### Solución:



A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais,  $Q$  e  $q$ , separadas por unha distancia,  $r$ , vén dada pola lei de Coulomb, na que  $K$  é a constante de Coulomb e  $\vec{u}_r$  o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia,  $r$ , dunha carga puntual,  $Q$ , é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

a) Substitúense os datos na ecuación do campo eléctrico:

$$-80,0 \vec{i} \text{ [N/C]} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Tomando só o módulo, queda:

$$80,0 \text{ [N/C]} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r^2}$$

A ecuación do potencial eléctrico,  $V$ , nun punto situado a unha distancia,  $r$ , dunha carga puntual,  $Q$ , é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

$K$  é a constante de Coulomb.

Substitúese tamén na ecuación de potencial eléctrico:

$$-120 \text{ [V]} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r}$$

Como na ecuación do campo eléctrico aparece o valor absoluto da carga,  $|Q|$ , emprégase a ecuación en valores absolutos:

$$120 \text{ [V]} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r}$$

Resólvese o sistema:

$$\begin{cases} 80,0 = 9,00 \cdot 10^9 \frac{|Q|}{r^2} \\ 120 = 9,00 \cdot 10^9 \frac{|Q|}{r} \end{cases}$$

Dividindo a segunda ecuación entre a primeira, obtense:

$$\frac{120}{80,0} = \frac{\frac{9,00 \cdot 10^9 |Q|}{r}}{\frac{9,00 \cdot 10^9 |Q|}{r^2}} = r$$

$$r = 1,50 \text{ m}$$

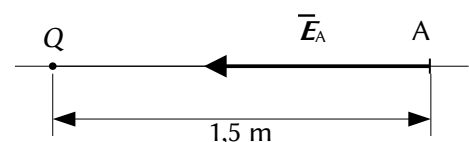
Despexando o valor absoluto da carga  $|Q|$  da segunda ecuación:

$$|Q| = \frac{120 \text{ [V]} \cdot r}{9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = \frac{120 \text{ [V]} \cdot 1,50 \text{ [m]}}{9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = 2,00 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

O potencial é negativo, por tanto, a carga debe ser negativa:

$$Q = -2,00 \cdot 10^{-8} \text{ C} = -20,0 \text{ nC}$$

Como o campo no punto A vai no sentido negativo do eixe X,  $\vec{E}_A = -80,0 \vec{i} \text{ (N/C)}$ , o punto ten que estar no semieixe positivo:



$$\vec{r}_A = (1,50, 0) \text{ m}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial,  $E_p$ , asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A \rightarrow B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q (V_A - V_B)$$

b) Para calcular o potencial do punto B, débese calcular primeiro a distancia do punto B á carga  $Q$ .

$$r_{OB} = \sqrt{(2,00 \text{ [m]})^2 + (2,00 \text{ [m]})^2} = 2,83 \text{ m}$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto B:

$$V_B = 9,00 \cdot 10^9 \text{ [N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|-2,00 \cdot 10^{-8} \text{ [C]}|}{2,83 \text{ [m]}} = -63,6 \text{ V}$$

Calcúlase o traballo realizado pola forza do campo:

$$W_{B \rightarrow A} = q (V_B - V_A) = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot (-63,6 - (-120)) \text{ [V]} = -9,02 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

*Análise: Para unha carga positiva, o traballo do campo sería positivo porque o desprazamento vai no sentido de potencial crecente, achegándose á carga. Pero como a carga é negativa, o traballo tamén o é.*

7. Unha coleccionista de moedas utiliza unha lupa de distancia focal 5 cm para examinalas polo miúdo.
- Calcula a distancia á que ten que situar as moedas respecto da lupa se quere observalas cun tamaño dez veces maior.
  - Represente aproximadamente o correspondente diagrama de raios, indicando as posicións e as características do obxecto e da imaxe.

(A.B.A.U. ord. 24)

**Rta.:** a)  $s = 5,5 \text{ cm}$ .

### Datos (convenio de signos DIN)

Aumento lateral  
Distancia focal da lente

### Incógnitas

Posición do obxecto

### Outros símbolos

Tamaño da imaxe

### Ecuacións

Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes

Aumento lateral nas lentes

### Solución:

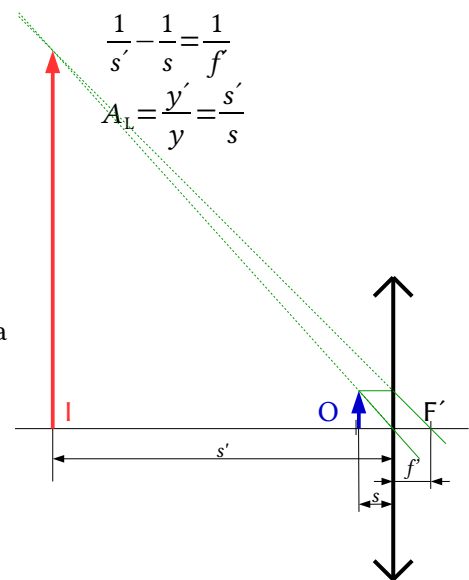
Como a lente é converxente, a distancia focal é positiva:  $f = 0,050 \text{ m}$   
Como a imaxe é virtual, o aumento lateral é positivo.  
Calcúlase a relación entre a distancia obxecto e a distancia imaxe coa ecuación do aumento lateral.

### Cifras significativas: 2

$A_L = 10$   
 $f = 5,0 \text{ cm} = 0,050 \text{ m}$

$s$

$y'$



$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 10 \Rightarrow s' = 10 s$$

Substitúense os datos na ecuación das lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{10 s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{0,050 \text{ [m]}}$$

Calcúlase a distancia do obxecto desdexando:

$$\frac{1}{10 s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{10 s} - \frac{10}{10 s} = \frac{-9}{10 s} = \frac{1}{0,050 \text{ [m]}}$$

$$s = \frac{-9 \cdot 0,050 \text{ [m]}}{10} = -0,045 \text{ m} = -4,5 \text{ cm}$$

Debúxase un esquema de lente converxente (unha liña vertical rematada por dúas puntas de frechas) e sitúase o foco  $F'$  á dereita da lente.

Debúxase, á súa esquerda, unha frecha vertical cara arriba, que representa ao obxecto **O**.

Desde o punto superior do obxecto débúxanse dous raios:

- Un, cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.
- Outro, horizontal cara á lente, que a atravesa e se refracta.

Debúxase de forma que o raio refractado pase polo foco da dereita  $F'$ .

O punto de corte é o correspondente á punta da imaxe **I**. Debúxase unha frecha vertical nese punto.

*Análise: O resultado do cálculo está en consonancia co debuxo.*

8. Marie Curie recibiu o Premio Nobel de Química en 1911 polo descubrimento do radio. Se nese mesmo ano se gardasen no seu laboratorio 2,00 g de radio-226, calcula:

- A cantidade de radio que quedaría e a actividade da mostra na actualidade.
- Os anos que pasarían ata que a mostra de radio se reducise ó 1 % do seu valor inicial.

DATOS:  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . Tempo de semidesintegración do radio =  $1,59 \times 10^3$  anos. (A.B.A.U. ord. 24)

**Rta.:** a)  $m = 1,90 \text{ g}$ ;  $A = 7,01 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$ ; b)  $t = 1,06 \cdot 10^4$  anos.

### Datos

Período de semidesintegración

Masa inicial da mostra

Tempo para calcular a actividade

Porcentaxe que quedaría nun certo tempo

Masa atómica do  $^{226}\text{Ra}$

Número de Avogadro

### Cifras significativas: 3

$T_{1/2} = 1,59 \cdot 10^3 \text{ anos} = 5,02 \cdot 10^{10} \text{ s}$

$m_0 = 2,00 \text{ g}$

$t = 2024 - 1911 = 113 \text{ anos}$

$r = 1,00 \%$

$M = 226 \text{ g/mol}$

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

### Incógnitas

Masa (cantidade?) de radio que quedaría na actualidade.

Actividade da mostra na actualidade

Tempo ata que a mostra de radio se reducise ó 1 % do seu valor inicial

$m$

$A$

$t$

### Outros símbolos

Constante de desintegración radioactiva

$\lambda$

### Ecuacións

Lei da desintegración radioactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Relación do período de semidesintegración coa constante de desintegración  $T_{1/2} \cdot \lambda = \ln 2$

Actividade radioactiva

$$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$$

### Solución:

a) Pódese calcular o número de átomos a partir da expresión da actividade radioactiva.

A lei de desintegración radioactiva, que di que o número de átomos que se desintegran na unidade de tempo é proporcional á cantidade de átomos presentes, ( $-dN = \lambda \cdot N \cdot dt$ ), pode expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$N$  é a cantidade de átomos que quedan sen desintegrar ao cabo dun tempo  $t$ ,  $N_0$  é a cantidade inicial de átomos e  $\lambda$  é a constante de desintegración.

Obtense unha versión máis manexable da ecuación de desintegración radioactiva,  $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ , pasando  $N_0$  ao outro membro, aplicando logaritmos neperianos e cambiando o signo:

$$-\ln(N/N_0) = \ln(N_0/N) = \lambda \cdot t$$

O período de semidesintegración dunha substancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. Cando  $t = T_{1/2}$ ,  $N = N_0 / 2$ .

Poñendo na ecuación logarítmica:  $(2N)$  en lugar de  $N_0$ , e  $T_{1/2}$  en vez de  $t$ , queda:

$$\ln(2N/N) = \lambda \cdot T_{1/2} \quad \Rightarrow \quad \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Calcúlase o período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 1,59 \cdot 10^3 [\text{anos}] \frac{365,25 [\text{días}]}{1 [\text{ano}]} \frac{24,0 [\text{h}]}{1 [\text{día}]} \frac{3600 [\text{s}]}{1 [\text{h}]} = 5,02 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

Calcúlase a constante  $\lambda$  de desintegración radioactiva, a partir do período de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{5,02 \cdot 10^{10} [\text{s}]} = 1,38 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

Dedúcese a lei da desintegración radioactiva en función da masa.

Como a masa,  $m$ , é proporcional á cantidade de átomos,  $N$ : ( $m = N \cdot M / N_A$ ), pódese obter unha expresión similar á lei da desintegración radioactiva,  $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ , multiplicando ambos os membros por  $(M / N_A)$ :

$$N \cdot \frac{M}{N_A} = N_0 \cdot \frac{M}{N_A} e^{-\lambda \cdot t} \Rightarrow m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$N_A$  é o número de Avogadro e  $M$  é a masa atómica do elemento.

Calcúlase o tempo transcorrido desde o descubrimento do raio:

$$t = (2024 - 1911) [\text{anos}] \frac{365,25 [\text{días}]}{1 [\text{ano}]} \frac{24,0 [\text{h}]}{1 [\text{día}]} \frac{3600 [\text{s}]}{1 [\text{h}]} = 3,57 \cdot 10^9 \text{ s}$$

Calcúlase a masa actual da mostra:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 2,00 [\text{g}] \cdot e^{-1,38 \cdot 10^{-11} [\text{s}^{-1}] \cdot 3,57 \cdot 10^9 [\text{s}]} = 1,90 \text{ g}$$

*Análise: 113 anos son menos da 1/10 de período de semidesintegración, polo que a masa que debe quedar debe ser un pouco menos ca inicial (2 g), o que está de acordo co resultado.*

A actividade radioactiva é o número de átomos que se desintegran nun segundo. É proporcional á cantidade de substancia radioactiva, sendo  $\lambda$ , a constante radioactiva, característica de cada isótopo.

$$A = \frac{-dN}{dt} = \lambda \cdot N$$

Calcúlase o número de átomos actual co número de Avogadro:

$$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = \frac{1,90 [\text{g}]}{226 [\text{g/mol}]} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} [\text{átomos/mol}] = 5,07 \cdot 10^{21} \text{ átomos}$$

Calcúlase a actividade radioactiva, que é proporcional á cantidade de átomos:

$$A = \lambda \cdot N = 1,38 \cdot 10^{-11} [\text{s}^{-1}] \cdot 5,07 \cdot 10^{21} [\text{átomos}] = 7,01 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$$

b) Se a cantidade que queda nun tempo é o 1 % da inicial, pódese calcular ese tempo coa expresión logarítmica da lei de desintegración radioactiva:

$$\ln(N_0/N) = \lambda \cdot t \Rightarrow t = \frac{\ln(N/N_0)}{\lambda} = \frac{\ln(0,01N/N)}{\lambda} = \frac{\ln 0,01}{1,38 \cdot 10^{-11} [\text{s}^{-1}]} = 3,33 \cdot 10^{11} \text{ s}$$

Pódese calcular ese tempo en anos:

$$t = 3,33 \cdot 10^{11} [\text{s}] \frac{1 [\text{h}]}{3600 [\text{s}]} \frac{1 [\text{día}]}{24,0 [\text{h}]} \frac{1 [\text{ano}]}{365,25 [\text{días}]} = 1,06 \cdot 10^4 \text{ anos}$$

*Análise: O 1 % (= 0,01) está comprendido entre  $(1/2)^6 = 1/64 = 0,016$  e  $(1/2)^7 = 1/128 = 0,008$ , polo que deberán transcorrer máis de 6 períodos ( $6 \cdot 1,59 \cdot 10^3 \approx 9,5 \cdot 10^3$  anos), pero menos de 7, ( $\approx 1,1 \cdot 10^4$  anos). O resultado calculado cumpre estes requisitos.*

Cuestións e problemas das [Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade](#) (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.

[Respostas](#) e composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Alguns cálculos fixéronse cunha [folla de cálculo](#) de [LibreOffice](#) do mesmo autor.

Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de [traducindote](#), e de o [tradutor da CIXUG](#).

Procurouse seguir as [recomendacións](#) do Centro Español de Metrología (CEM).

Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 07/07/24