CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade — Código: 23

Convocatoria ordinaria 2023

FÍSICA

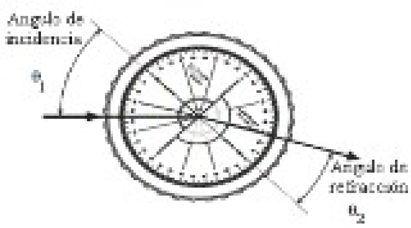
El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que podrá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando y justificando la opción correcta:
1.1. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. El trabajo que realiza la fuerza de la gravedad sobre el satélite a lo largo de media órbita es: A) positivo; B) negativo; C) nulo.
1.2. Un núcleo del isótopo ${}^{4}_{2}He$ describe una trayectoria de radio r en un campo magnético. Sin variar las condiciones del campo magnético ni de la dirección o velocidad de entrada, hacemos incidir un núcleo de ${}^{3}_{2}He$ que describirá: A) una trayectoria de radio menor; B) una trayectoria de radio mayor; C) una trayectoria del mismo radio.

PREGUNTA 2. Responda indicando y justificando la opción correcta:
2.1. Se colocan cuatro cargas puntuales $+Q$ en los vértices de un cuadrado y otra carga $-Q$ en el centro. La fuerza atractiva que siente la carga $-Q$ es: A) cuatro veces mayor que la que sentiría si solo hubiese una carga $+Q$ en uno de los vértices del cuadrado; B) nula; C) dos veces mayor que la que sentiría si solo hubiese una carga $+Q$ en uno de los vértices del cuadrado.
2.2. Dos focos de ondas sonoras emiten sonidos de 1,7 kHz de frecuencia con la misma fase inicial. Un observador que se encuentra a 8 m de uno de los focos y a 10 m del otro percibe en esa posición: A) un mínimo de intensidad; B) un máximo de intensidad; C) una intensidad intermedia entre la máxima y la mínima. DATO: velocidad del sonido = 340 m s^{-1}.

PREGUNTA 3. Responda indicando y justificando la opción correcta:
3.1. Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm): A) no se produce efecto fotoeléctrico; B) los electrones emitidos son más rápidos; C) se emiten más electrones, pero a la misma velocidad.
3.2. Una mujer situada en la Tierra observa que dos naves espaciales, A y B, se dirigen hacia ella en la misma dirección y con sentidos opuestos con velocidades 0,7 c y 0,6 c respectivamente. La velocidad relativa de la nave A medida por una observadora perteneciente a la nave B es: A) 1,3 c; B) 0,9 c; C) 0,1 c.

PREGUNTA 4. Desarrolle esta práctica:



a) Describa el procedimiento utilizado en el laboratorio para determinar el índice de refracción con un dispositivo como el de la figura.

θ_1(°)	15,0	20,0	25,0	30,0	53,0
θ_2(°)	12,0	15,8	20,1	23,6	27,5

b) Determine el índice de refracción a partir de los datos de la tabla. DATO: n(aire) = 1.
θ_1: ángulo de incidencia; θ_2: ángulo de refracción

PREGUNTA 5. Resuelva este problema:
Un pequeño satélite gira alrededor de la Luna orbitando en una circunferencia de 3 veces el radio de la Luna. a) Calcule el periodo del satélite y determine la energía mecánica total que posee el satélite en su órbita. b) Deduzca y calcule la velocidad de escape desde la Luna. DATOS: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m² kg⁻²; M(L) = $7{,}35\cdot10^{22}$ kg; R(L) = 1740 km; m(satélite) = 1500 kg.

PREGUNTA 6. Resuelva este problema:
Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcule: a) la fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente, indicando la dirección y el sentido de esta; b) el vector campo magnético en el punto medio de la distancia que separa los conductores. DATO: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}$ T m A^{-1}.

PREGUNTA 7. Resuelva este problema:
Situamos un objeto de 2 cm de altura a 15 cm de una lente de +5 dioptrías. a) Dibuje un esquema (marcha de rayos) con la posición del objeto, la lente y la imagen, e indique el tipo de lente. b) Calcule la posición y el aumento de la imagen.

PREGUNTA 8. Resuelva este problema:
El ${}^{210}_{82}Pb$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene plomo. a) Escriba las reacciones nucleares descritas. b) El periodo de semidesintegración del ${}^{210}_{82}Pb$ es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de átomos de ese elemento y han transcurrido 100 años, calcule el número de núcleos radiactivos que quedan sin desintegrar y la actividad inicial de la muestra. DATO: $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}.

Soluciones

1.1. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. El trabajo que realiza la fuerza de la gravedad sobre el satélite a lo largo de media órbita es:
A) Positivo.
B) Negativo.
C) Nulo.

(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: C

El trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo es igual al producto escalar de la fuerza por el desplazamiento del cuerpo:

$$W = \overline{\boldsymbol{F}} \cdot \Delta \overline{\boldsymbol{r}}$$

La fuerza gravitatoria es una fuerza central que actúa siempre en la dirección del centro de la Tierra, mientras que el desplazamiento del satélite es tangencial a su órbita. Como la órbita es circular, la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares entre sí en todo momento.
Dado que el producto escalar de dos vectores perpendiculares es cero, el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre el satélite a lo largo de cualquier trayectoria, por ejemplo media órbita, es cero.

1.2. Un núcleo del isótopo ${}_2^4\text{He}$ describe una trayectoria de radio r en un campo magnético. Sin variar las condiciones del campo magnético ni de la dirección o velocidad de entrada, hacemos incidir un núcleo de ${}_2^3\text{He}$ que describirá una trayectoria de radio:
A) Menor.
B) Mayor.
C) Igual.

(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: A

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

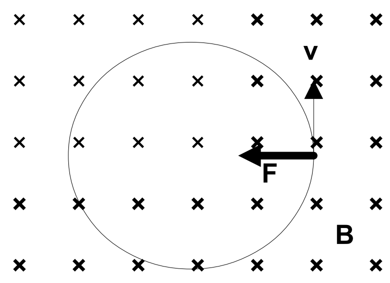
$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$



Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m\,\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m\,\frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo, sen φ = 1.
Despejando el radio, R:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

La carga del núcleo de ${}^3_2\text{He}$ es la misma que la del núcleo de ${}^4_2\text{He}$.

$$q_3 = q_4 = 2$$

Como las velocidades y el campo magnético también son iguales, aplicando esta expresión tanto al núcleo de ${}^4_2\text{He}$ como al núcleo de ${}^3_2\text{He}$ y dividiendo una entre la otra queda:

$$\frac{R_3}{R_4}=\frac{\dfrac{m_3\cdot \cancel{v}}{\cancel{q_3}\cdot \cancel{B}}}{\dfrac{m_4\cdot \cancel{v}}{\cancel{q_4}\cdot \cancel{B}}}=\frac{m_3}{m_4}=\frac{3}{4}<1 \quad \Rightarrow R_3<R_4$$

El radio de la circunferencia descrita por el núcleo de ${}^3_2\text{He}$ es menor que el de la circunferencia descrita por el núcleo de ${}^4_2\text{He}$.

2.1. Se colocan cuatro cargas puntuales $+Q$ en los vértices de un cuadrado y otra carga $-Q$ en el centro. La fuerza atractiva que siente la carga $-Q$ es:
A) Cuatro veces mayor que la que sentiría si solo hubiese una carga $+Q$ en uno de los vértices del cuadrado.
B) Nula.
C) Dos veces mayor que la que sentiría si solo hubiese una carga $+Q$ en uno de los vértices del cuadrado.

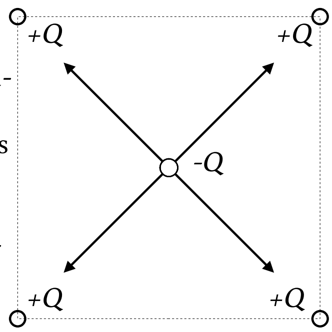
(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es proporcional a las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, según la ley de Coulomb:

$$F=K\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}$$

En esta expresión K es la constante de Coulomb, q_1 y q_2 son las cargas y r es la distancia entre ellas.
La carga $-Q$ ubicada en el centro del cuadrado sentirá una fuerza de atracción hacia cada una de las cuatro cargas $+Q$ ubicadas en los vértices. Estas fuerzas tendrán la misma magnitud, ya que las cargas son iguales y las distancias entre ellas también son iguales. Además, estas fuerzas estarán orientadas a lo largo de las diagonales del cuadrado.
Por tanto, la resultante de las cuatro fuerzas es cero y la carga $-Q$ no sentirá ninguna fuerza neta.



2.2. Dos focos de ondas sonoras emiten sonidos de 1,7 kHz de frecuencia con la misma fase inicial. Un observador que se encuentra a 8 m de uno de los focos y a 10 m del otro percibe en esa posición:
A) Un mínimo de intensidad.
B) Un máximo de intensidad.
C) Una intensidad intermedia entre la máxima y la mínima.
DATO: velocidad del sonido = 340 m s^{-1}. *(A.B.A.U. ord. 23)*

Solución: B

Cuando dos ondas sonoras coherentes (de la misma frecuencia y fase inicial) se superponen, producen un fenómeno llamado interferencia. La interferencia puede ser constructiva (cuando las ondas están en fase y producen una intensidad máxima) o destructiva (cuando las ondas están en oposición de fase y producen una intensidad mínima).
La diferencia de camino entre ambas ondas es de:

$$\Delta s = 10 \text{ m} - 8 \text{ m} = 2 \text{ m}$$

La longitud de onda de las ondas de sonido se puede calcular como $\lambda = v / f$, donde v es la velocidad del sonido y f es la frecuencia. Sustituyendo los valores conocidos, tenemos:

$$\lambda=\frac{340\ [\mathrm{m/s}]}{1{,}7\cdot 10^{3}\ [\mathrm{Hz}]}=0{,}2\ \mathrm{m}$$

La diferencia de camino entre las dos ondas es igual a 10 veces la longitud de onda:

$$\frac{\Delta s}{\lambda}=\frac{2\ [\mathrm{m}]}{0{,}2\ [\mathrm{m}]}=10$$

Las dos ondas llegan a la posición del observador en fase. Por tanto, la interferencia es constructiva y el observador percibe un máximo de intensidad en su posición.

3.1. Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm):
A) No se produce efecto fotoeléctrico.
B) Los electrones emitidos son más rápidos.
C) Se emiten más electrones, pero a la misma velocidad.

(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s
La frecuencia, f, y la longitud de onda, λ, de la luz son inversamente proporcionales:

$$f \cdot \lambda = c$$

c es la velocidad de la luz.
Cuando un fotón golpea un electrón en un metal, le transfiere su energía. Si esta energía es suficiente para vencer la fuerza de atracción del metal, se emitirá el electrón. La energía mínima requerida para emitir un electrón de un metal se llama función de trabajo del metal.
En el enunciado de la cuestión se indica que irradiando el metal con luz roja (λ = 682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Esto significa que la energía de los fotones de luz roja es suficiente para superar la función de trabajo del metal y emitir electrones.
Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (λ = 570 nm), los fotones de esta luz tendrán mayor frecuencia (ya que la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda y λ es menor) y por tanto mayor energía ($E = h \cdot f$). Esto significa que los fotones de la luz amarilla transferirán más energía a los electrones del metal, que serán emitidos a mayor velocidad. Por lo tanto, los electrones emitidos son más rápidos.

Las otras opciones:
A) Falso. Si se produce efecto fotoeléctrico al irradiar el metal con luz roja, también se producirá al irradiarlo con luz amarilla, ya que la energía de los fotones de luz amarilla es mayor que la energía de los fotones de luz roja.
C) Falso. El número de electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente, no de su frecuencia o longitud de onda. Por lo tanto, si irradiamos el metal con luz amarilla y roja de igual intensidad, se emitirán el mismo número de electrones.

3.2. Una mujer situada en la Tierra observa que dos naves espaciales, A y B, se dirigen hacia ella en la misma dirección y con sentidos opuestos con velocidades 0,7 c y 0,6 c respectivamente. La velocidad relativa de la nave A medida por una observadora perteneciente a la nave B es:
A) 1,3 c
B) 0,9 c
C) 0,1 c

(A.B.A.U. ord. 23)

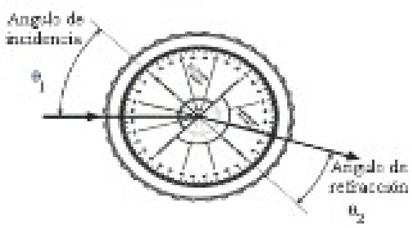
Solución: B

Según la relatividad especial, la velocidad relativa entre dos objetos en movimiento no se puede calcular simplemente sumando o restando sus velocidades, como se haría en la mecánica clásica. En su lugar, se debe usar la fórmula de composición de velocidades de Einstein:

$$v=\frac{v_1-v_2}{1-\frac{v_1\cdot v_2}{c^2}}$$

En esta ecuación v es la velocidad relativa entre los dos objetos, v_1 y v_2 son sus velocidades medidas por un observador externo y c es la velocidad de la luz.
La mujer en la Tierra observa que las naves A y B se dirigen hacia ella con velocidades de 0,7 c y −0,6 c respectivamente (el signo negativo indica que la nave B se desplaza en dirección opuesta a la de la nave A). La velocidad relativa la nave A medida por un observador perteneciente a la nave B se puede calcular utilizando la fórmula de Einstein:

$$v=\frac{0{,}7\,c-(-0{,}6\,c)}{1-\frac{0{,}7\,c\cdot(-0{,}6\,c)}{c^2}}=\frac{1{,}3\,c}{1{,}4}=0{,}9\,c$$



4. a) Describa el procedimiento utilizado en el laboratorio para determinar el índice de refracción con un dispositivo como el de la figura.

θ_1(°)	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0
θ_2(°)	12,0	15,8	20,1	23,6	27,5

b) Determine el índice de refracción a partir de los datos de la tabla.
DATO: n(aire) = 1. θ_1: ángulo de incidencia; θ_2: ángulo de refracción

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta.: n_r = 1,24

Solución:

1. Colocar el emisor de luz, la lente convergente y la pantalla en una superficie plana y nivelada, asegurándose de que estén bien sujetos y alineados.
2. Encender el emisor de luz y ajustar su posición para que el rayo de luz incida sobre la lente convergente.
3. Observar la imagen formada por la lente convergente en la pantalla y ajustar su posición hasta obtener una imagen nítida.
4. Medir el ángulo de incidencia del rayo de luz que entra en la lente convergente utilizando el círculo graduado.
5. Medir el ángulo de refracción del rayo de luz que sale de la lente convergente utilizando el círculo graduado.
6. Utilizar la ley de Snell para calcular el índice de refracción de la lente a partir de los ángulos de incidencia y refracción medidos. La ley de Snell establece que $n_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) = n_2 \cdot \text{sen}(\theta_2)$, donde n_1 es el índice de refracción del medio en el que incide el rayo de luz, θ_1 es el ángulo de incidencia, n_2 es el índice de refracción del medio en el que se refracta el rayo de luz y θ_2 es el ángulo de refracción.
7. Repetir las medidas cuatro o cinco veces, variando la posición del emisor de luz para que el ángulo de incidencia sea distinto de cada vez.

8. Construir una tabla con los ángulos de incidencia y refracción, sus senos y el cociente entre ellos y calcular el valor medio del cociente.

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

b) La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen } \varphi_i = n_r \cdot \text{sen } \varphi_r$$

Si el medio de incidente es el aire, $n_i = 1$, el índice de refracción del vidrio será:

$$n_r = \frac{\text{sen } \varphi_i}{\text{sen } \varphi_r}$$

Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidente y refracción.

N.º exp.	φ_i/°	φ_r/°	sen φ_i	sen φ_r	$n_r = \frac{\text{sen } \varphi_i}{\text{sen } \varphi_r}$
1	15	12,0	0,26	0,21	1,24
2	20	15,8	0,34	0,27	1,26
3	25	20,1	0,42	0,34	1,23
4	30	23,6	0,5	0,4	1,25
5	35	27,5	0,57	0,46	1,24

El valor medio de los índices de refracción es:

$$n_r = 1{,}24$$

5. Un pequeño satélite gira alrededor de la Luna orbitando en una circunferencia de 3 veces el radio de la Luna.
   a) Calcula el periodo del satélite y determina la energía mecánica total que posee el satélite en su órbita.
   b) Deduce y calcula la velocidad de escape desde la Luna.
   DATOS: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N m² kg⁻²; M(L) = $7{,}35\cdot10^{22}$ kg; R(L) = 1740 km; m(satélite) = 1500 kg.

   (A.B.A.U. ord. 23)

   Rta.: a) $T = 3{,}38\cdot10^4$ s = 9 h 24 min; $E = -7{,}0\cdot10^8$ J; b) v_e = 2,37 km/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Radio de la órbita	$r = 3\cdot1{,}74\cdot10^6$ m $= 5{,}22\cdot10^6$ m
Masa de la Luna	$M = 7{,}35\cdot10^{22}$ kg
Radio de la Luna	$R = 1740$ km $= 1{,}74\cdot10^6$ m
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Masa del satélite	$m = 1500$ kg $=1{,}50\cdot10^3$ kg
Incógnitas	
Período de la órbita	T
Energía mecánica del satélite	E
Velocidad de escape desde la Luna	v_e
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$\vec{F}_G = -G\dfrac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{a}$
Velocidad lineal en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v = \dfrac{2\pi\cdot r}{T}$
Aceleración normal de un objeto que se mueve con una velocidad lineal, v, en una trayectoria circular de radio r	$a_N = \dfrac{v^2}{r}$

Solución:

La fuerza gravitatoria, $\vec{F}_G$, que ejerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r, es una fuerza central, está dirigida hacia el astro, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, y $\vec{u}_r$, el vector unitario en la dirección de la línea que une el astro con el satélite. En módulos:

$$F_G = G\frac{M\cdot m}{r^2}$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal, a_N. Al no tener aceleración tangencial, el módulo, v, de la velocidad lineal es constante y el movimiento es circular uniforme. La aceleración normal, en un movimiento circular uniforme de radio r, se obtiene de la expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra, se puede considerar que es la única fuerza que actúa.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_G$$

La 2.ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza, siendo su masa, m, la constante de proporcionalidad.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para los módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_{\mathrm{G}} = m \cdot a_{\mathrm{N}}$$

Sustituyendo la expresión del módulo, F_{G}, de la fuerza gravitatoria, queda:

$$G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

a) Se calcula la velocidad orbital sustituyendo los valores de los datos:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}\ [\mathrm{kg}]}{5{,}22 \cdot 10^{6}\ [\mathrm{m}]}} = 969\ \mathrm{m/s}$$

El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad lineal en el movimiento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}75 \cdot 10^{6}\ [\mathrm{m}]}{969\ [\mathrm{m/s}]} = 3{,}38 \cdot 10^{4}\ \mathrm{s} = 9\ \mathrm{h}\ 24\ \mathrm{min}$$

Se calcula la energía potencial:

$$E_{\mathrm{p}} = -G \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot 7{,}25 \cdot 10^{22}\ [\mathrm{kg}] \cdot 1{,}50 \cdot 10^{3}\ [\mathrm{kg}]}{969\ [\mathrm{m}]} = -1{,}41 \cdot 10^{9}\ \mathrm{J}$$

Se calcula la energía cinética:

$$E_{\mathrm{c}} = 1{,}50 \cdot 10^{3}\ [\mathrm{kg}] \cdot (969\ [\mathrm{m/s}])^2 / 2 = 7{,}04 \cdot 10^{8}\ \mathrm{J}$$

La energía cinética es la mitad y de signo contrario que la energía potencial.
La energía (mecánica) total es la suma de las energías cinética y potencial, y vale lo mismo que la energía cinética, pero es negativa.

$$E = E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}} = 7{,}04 \cdot 10^{8}\ [\mathrm{J}] - 1{,}41 \cdot 10^{9}\ [\mathrm{J}] = -7{,}0 \cdot 10^{8}\ \mathrm{J}$$

b) Si se entiende la pregunta como «velocidad de escape desde la superficie de la Luna».
La velocidad de escape de un astro es la velocidad mínima adicional que habría que comunicar a un cuerpo sometido a su campo gravitatorio, para situarlo en un punto en el que no esté sometido a dicha atracción, a una distancia infinita del centro del astro.
La velocidad de escape le proporcionaría la energía, ΔE, necesaria para situarlo en el infinito.

$$\Delta E = (E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}})_{\infty} - (E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}})_{1}$$

En el infinito la energía potencial es nula, porque se toma como origen de energías potenciales.
Teniendo en cuenta que la velocidad de escape es la velocidad mínima, la energía cinética que tendría el cuerpo en el infinito sería nula.
La energía mecánica, suma de las energías cinética y potencial, en el infinito sería nula:

$$E_{\infty} = (E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}})_{\infty} = 0 + 0 = 0$$

La energía potencial de un cuerpo de masa m situado en la superficie de un astro de masa M y radio R es:

$$E_{\mathrm{p}} = -G \frac{M \cdot m}{R}$$

Si el cuerpo se encuentra en la superficie del astro, en reposo respecto al suelo, su energía cinética es nula.
La energía mecánica en la superficie del astro sería:

$$E_{\mathrm{s}} = (E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}})_{\mathrm{s}} = 0 + \left(-G \frac{M \cdot m}{R}\right) = -G \frac{M \cdot m}{R}$$

La velocidad de escape v_{e} le comunicaría la energía necesaria para situarlo en el infinito:

$$\Delta E = ½\ m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2} m\, v_e^2 = 0 - \left(-G \frac{M \cdot m}{R}\right) = G \frac{M \cdot m}{R}$$

Despejando la velocidad de escape, queda:

$$v_e = \sqrt{2\, G \frac{M}{R}}$$

$$v_e = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \, [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot \frac{7{,}35 \cdot 10^{22}\, [\mathrm{kg}]}{1{,}74 \cdot 10^{6}\, [\mathrm{m}]}} = 2{,}37 \cdot 10^3 \ \mathrm{m/s} = 2{,}37\ \mathrm{km/s}$$

Si, por el contrario, se desea saber la velocidad de escape desde la órbita:
La velocidad de escape de un astro es la velocidad mínima adicional que habría que comunicar a un cuerpo sometido a su campo gravitatorio, para situarlo en un punto en el que no esté sometido a dicha atracción, a una distancia infinita del centro del astro.
La velocidad de escape le proporcionaría la energía, ΔE, necesaria para situarlo en el infinito.

$$\Delta E = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_1$$

En el infinito la energía potencial es nula, porque se toma como origen de energías potenciales.
Teniendo en cuenta que la velocidad de escape es la velocidad mínima, la energía cinética que tendría el cuerpo en el infinito sería nula.
La energía mecánica, suma de las energías cinética y potencial, en el infinito sería nula:

$$E_\infty = (E_c + E_p)_\infty = 0 + 0 = 0$$

Si la dirección de escape es perpendicular a la dirección de movimiento del satélite, solo hay que tener en cuenta su energía potencial, ya que la componente de su velocidad en el sentido de escape es nula.

$$\Delta E = ½\ m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_1 = -E_{p1}$$

$$\frac{1}{2} m\, v_e^2 = 0 - \left(-G \frac{M \cdot m}{r}\right) = G \frac{M \cdot m}{r}$$

Despejando, la velocidad de escape de un satélite, en dirección perpendicular a la órbita, queda:

$$v_{e\ o\uparrow} = \sqrt{2\, G \frac{M}{r}}$$

Si la dirección de escape es paralela a la dirección de movimiento del satélite, hay que tener en cuenta su energía cinética.
La energía cinética de un objeto de masa m, que se mueve con velocidad v, es directamente proporcional al cuadrado de su velocidad.

$$E_c = ½\ m \cdot v^2$$

La energía potencial gravitatoria de un satélite de masa m, que gira alrededor de un astro de masa M, en una órbita de radio r, es inversamente proporcional al radio de la órbita.

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Donde G es la constante de la gravitación universal.
La energía mecánica de un cuerpo de masa m, que se encuentra en órbita de radio r alrededor de un astro de masa M, es la suma de sus energías cinética y potencial.

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \left(-G \frac{M \cdot m}{r}\right)$$

La velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor de un astro de masa M es:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Sustituyendo v^2, la expresión de la energía cinética queda:

$$E_c=\frac{1}{2}m\cdot v^2=\frac{1}{2}G\frac{M\cdot m}{r}$$

La expresión de la energía mecánica queda:

$$E=E_c+E_P=\frac{1}{2}m\cdot v^2-G\frac{M\cdot m}{r}=\frac{1}{2}G\frac{M\cdot m}{r}-G\frac{M\cdot m}{r}=-\frac{1}{2}G\frac{M\cdot m}{r}$$

Si el sentido de escape es el mismo que el de avance del satélite, la energía necesaria sería:

$$\Delta E = ½\ m\cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_1$$

$$\frac{1}{2}m\,v_e^2=0-\left(-\frac{1}{2}G\frac{M\cdot m}{r}\right)=\frac{1}{2}G\frac{M\cdot m}{r}$$

Despejando la velocidad de escape en el sentido de avance de un satélite en órbita, queda:

$$v_{e\ o\rightarrow}=\sqrt{G\frac{M}{r}}$$

Si el sentido de escape fuese el opuesto al de avance del satélite, lo que sería un desperdicio de energía, habría que comunicarle una velocidad doble de la que tenía en órbita, para hacerle alcanzar el mismo valor de la velocidad pero en sentido contrario, más esta velocidad adicional:

$$v_{e\ o\leftarrow}=\sqrt{\frac{3}{2}G\frac{M}{r}}$$

Teniendo en cuenta que la velocidad de escape es la velocidad mínima, lo lógico es tomar la velocidad de escape en la dirección de avance de un satélite:

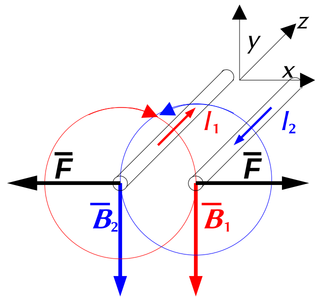
$$v_{e\ o}=\sqrt{G\frac{M}{r}}$$

$$v_{e\ o}=\sqrt{G\frac{M}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot kg^{-2}}]\cdot 7{,}35\cdot 10^{22}\ [\mathrm{kg}]}{5{,}22\cdot 10^{6}\ [\mathrm{m}]}}=969\ \mathrm{m/s}$$

6. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:
   a) La fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente, indicando la dirección y el sentido de esta.
   b) El vector campo magnético en el punto medio de la distancia que separa los conductores.
   DATO: μ_0 = 4π 10^{-7} T m A^{-1}. *(A.B.A.U. ord. 23)*
   Rta.: a) F/l = 3,6·10^{-5} N/m; b) $\overline{\boldsymbol{B}} = -1{,}20{\cdot}10^{-5}\ \overline{\mathbf{j}}$ T

Datos	***Cifras significativas: 3***
Intensidad de corriente por el conductor 1	I_1 = 12,0 A
Intensidad de corriente por el conductor 2	I_2 = 12,0 A
Distancia entre los conductores	d = 80,0 cm = 0,800 m
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\ \pi\cdot 10^{-7}$ T·m·A^{-1}
Incógnitas	
Fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente	$\overline{\boldsymbol{F}}/l$
Campo magnético en el punto medio entre los dos conductores	$\overline{\boldsymbol{B}}$
Ecuaciones	
Ley de Biot-Savart: campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ creado a una distancia r por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente I	$B=\frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}$
Principio de superposición:	$\overline{\boldsymbol{B}}=\Sigma\overline{\boldsymbol{B}}_i$
Ley de Laplace: fuerza magnética que ejerce un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, sobre un tramo, l, de conductor recto por el que circula una intensidad de corriente, I	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = I\,(\overline{\boldsymbol{l}}\times\overline{\boldsymbol{B}})$

Solución:



a) El valor del campo magnético, $\vec{B}$, creado a una distancia, *r*, por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente, *I*, viene dado por la ley de Biot-Savart:

$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.
En el diagrama se dibujan los campos magnéticos $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ creados por cada uno de los conductores en el otro conductor.
El campo magnético creado por el conductor 1 en el conductor 2, que dista 80 cm de él es:

$$\vec{B}_1=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{j}})=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\text{T·m·A}^{-1}] \cdot 12{,}0\ [\text{A}]}{2\pi \cdot 0{,}800\ [\text{m}]}(-\vec{\mathbf{j}})=-3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{T}$$

La fuerza por unidad de longitud que ejerce el conductor 1 sobre un conductor 2 vale:

$$\frac{\vec{F}}{l}=\frac{I_2(\vec{l} \times \vec{B}_1)}{l}=I_2(\vec{u}_l \times \vec{B}_1)=12{,}0[\text{A}](-\vec{\mathbf{k}} \times (-3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \vec{\mathbf{j}}[\text{T}]))=3{,}60 \cdot 10^{-5}\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/m}$$

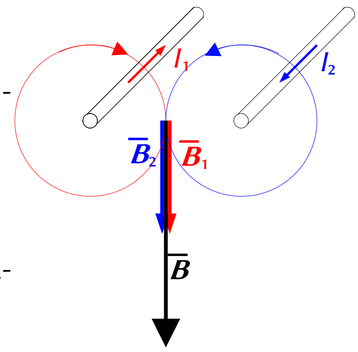
El campo magnético creado por el conductor 2 en el conductor 1 es:

$$\vec{B}_2=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}(-\vec{\mathbf{j}})=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\text{T·m·A}^{-1}] \cdot 12{,}0\ [\text{A}]}{2\pi \cdot 0{,}800\ [\text{m}]}(-\vec{\mathbf{j}})=-3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{T}$$

La fuerza por unidad de longitud que se ejerce sobre un conductor 2 sobre un conductor 1 vale:

$$\frac{\vec{F}}{l}=\frac{I_1(\vec{l} \times \vec{B}_2)}{l}=I_1(\vec{u}_l \times \vec{B}_2)=12{,}0[\text{A}](\vec{\mathbf{k}} \times (-3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \vec{\mathbf{j}}[\text{T}]))=-3{,}60 \cdot 10^{-5}\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/m}$$

Análisis: Los conductores que transportan la corriente en el mismo sentido se atraen y en sentido opuesto se repelen.



b) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos $\vec{B}_1$ y $\vec{B}_2$ creados por ambos conductores en el punto medio.
El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_1=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1}(-\vec{\mathbf{j}})=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\text{T·m·A}^{-1}] \cdot 12{,}0\ [\text{A}]}{2\pi \cdot 0{,}400\ [\text{m}]}(-\vec{\mathbf{j}})=-6{,}00 \cdot 10^{-6}\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto equidistante de ambos conductores vale lo mismo:

$$\vec{B}_2 = -6{,}00 \cdot 10^{-5}\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{T}$$

El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -6{,}00 \cdot 10^{-5}\ \vec{\mathbf{j}}\ [\text{T}] + (-6{,}00 \cdot 10^{-5}\ \vec{\mathbf{j}}\ [\text{T}]) = -1{,}20 \cdot 10^{-5}\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{T}$$

7. Situamos un objeto de 2 cm de altura a 15 cm de una lente de +5 dioptrías.
   a) Dibuja un esquema (marcha de rayos) con la posición del objeto, la lente y la imagen, e indica el tipo de lente.
   b) Calcula la posición y el aumento de la imagen.

   (A.B.A.U. ord. 23)

   Rta.: a) convergente; b) $y' = 60$ cm, $A_L = 4{,}0$

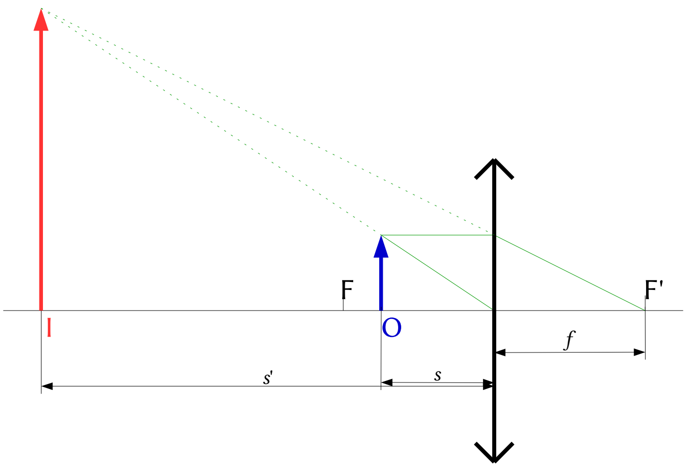
Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Tamaño del objeto	$y = 2{,}0$ cm $= 0{,}020$ m
Posición del objeto	$s = -15$ cm $= -15$ m

Datos (convenio de signos DIN) | ***Cifras significativas: 2***
Potencia de la lente | $P = +5{,}0$ dioptrías
Incógnitas
Posición de la imagen | s'
Aumento de la imagen | A_L
Ecuaciones
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes | $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$
Aumento lateral en las lentes | $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$
Potencia de una lente | $P = \frac{1}{f}$

Solución:

a) Como la potencia de una lente es el inverso de su distancia focal, esta vale:

$$P = \frac{1}{f} \Rightarrow f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{5{,}0} = 0{,}20\ [\mathrm{m}] = 20\ [\mathrm{cm}]$$



Como la potencia es positiva, por el convenio de signos, el foco se encuentra a la derecha de la lente, por lo que la lente es convergente.
Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco F′ a la derecha de la lente.
Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.
  Se dibuja de forma que el rayo refractado pase por el foco de la derecha F′.

El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

b) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo.
Se sustituyen los datos en la ecuación de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0{,}15\ [\mathrm{m}]} = \frac{1}{0{,}20\ [\mathrm{m}]}$$

Se calcula la posición de la imagen despejando:

$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{0{,}20\ [\mathrm{m}]} + \frac{1}{-0{,}15\ [\mathrm{m}]} = 5{,}0\ [\mathrm{m}]^{-1} - 6{,}7\ [\mathrm{m}]^{-1} = -1{,}7\ [\mathrm{m}]^{-1} \Rightarrow s' = -0{,}60\ \mathrm{m} = -60\ \mathrm{cm}$$

La imagen se forma a 60 cm a la izquierda de la lente.

Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en las lentes:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-0{,}60\ [\mathrm{m}]}{-0{,}15\ [\mathrm{m}]} = 4{,}0$$

La imagen es virtual ($s' < 0$), derecha ($A_L > 0$) y mayor ($|A_L| > 1$).

Análisis: Los resultados de los cálculos numéricos están en consonancia con el dibujo.

8. El $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene plomo.
   a) Escribe las reacciones nucleares descritas.
   b) El periodo de semidesintegración del $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de

átomos de ese elemento y han transcurrido 100 años, calcula el número de núcleos radiactivos que quedan sin desintegrar y la actividad inicial de la muestra.

DATO: N_A = 6,02·10²³ mol⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 23)*

Rta.: a) ${}^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{210}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{-1}\text{e} \rightarrow {}^{210}_{84}\text{Po} + {}^{0}_{-1}\text{e} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}$; b) N = 8,07·10²² núcleos; A_0 = 1,78·10¹⁵ Bq

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½}$ = 22,3 años
Cantidad de la muestra	n_0 = 3,00 mol
Número de Avogadro	N_A = 6,02·10²³ mol⁻¹
Tiempo transcurrido	t = 100 años
Incógnitas	
Número de núcleos que queda sin desintegrar después de 100 años	n
Actividad inicial	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Las partículas alfa son núcleos de helio ${}^{4}_{2}\text{He}$ y las partículas beta electrones ${}^{0}_{-1}\text{e}$.
Las reacciones nucleares, aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, son:

$${}^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{210}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{-1}\text{e} \rightarrow {}^{210}_{84}\text{Po} + {}^{0}_{-1}\text{e} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}$$

b) Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{22{,}3\ [\text{años}]} = 0{,}031\ 1\text{año}^{-1} = 9{,}85 \cdot 10^{-10}\ \text{s}^{-1}$$

Se calcula el número de núcleos que hay en 3 moles de ²¹⁰Pb.

$$N = \frac{3{,}00\ \text{mol Pb} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{átomos Pb}}{1\ \text{mol Pb}} \frac{1\ \text{núcleo Pb}}{1\ \text{átomo Pb}} = 1{,}81 \cdot 10^{24}\ \text{núcleos Pb}$$

Se aplica la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\text{núcleos}] \cdot e^{0{,}031\ 1[\text{año}] \cdot 100\ [\text{año}]} = 8{,}07 \cdot 10^{22}\ \text{núcleos}$$ quedan sin desintegrar.

La actividad inicial será:

$$A = \lambda \cdot N = 9{,}85 \cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\text{núcleos}] = 1{,}78 \cdot 10^{15}\ \text{Bq}$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 22/02/24