Prueba de Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad	Código: 23
2021	

FÍSICA

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que podrá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Se responde más preguntas de las permitidas, **solo se corregirán las 5 primeras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando y justificando la opción correcta:
1.1. Una carga eléctrica positiva se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico uniforme. Su energía potencial aumenta si la carga se desplaza: A) En la misma dirección y sentido que el campo eléctrico. B) En la misma dirección y sentido opuesto al campo eléctrico. C) Perpendicularmente al campo eléctrico.
1.2. Dos satélites artificiales describen órbitas circulares alrededor de un planeta de radio R, siendo los radios de sus órbitas respectivas 1,050 R y 1,512 R. La relación entre sus velocidades de giro es: A) 1,2. B) 2,07. C) 4,4.

PREGUNTA 2. Responda indicando y justificando la opción correcta:
2.1. Una partícula de masa m y carga q penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme de módulo B perpendicular a la velocidad v de la partícula. El radio de la órbita descrita: A) Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético. B) Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula. C) No depende de la energía cinética de la partícula.
2.2. Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje x con una velocidad de 300 $m \cdot s^{-1}$, siendo el período de oscilación de 2×10^{-2} s. Dos puntos que se encuentran, respectivamente, a distancias de 20 m y 38 m del centro de vibración estarán: A) En fase. B) En oposición de fase. C) En una situación distinta de las anteriores.

PREGUNTA 3. Responda indicando y justificando la opción correcta:
3.1. Un ciclista se desplaza en línea recta por una carretera a velocidad constante. En esta carretera hay dos coches parados, un delante, C1, y otro detrás, C2, del ciclista. Los coches tienen bocinas idénticas pero el ciclista sentirá que la frecuencia de las bocinas es: A) Mayor la de C1. B) La misma. C) Mayor la de C2.
3.2. Un fotón de luz visible con longitud de onda de 500 nm tiene un momento lineal de: A) 0. B) $3{,}31 \times 10^{-25}$ $kg \cdot m \cdot s^{-1}$. C) $1{,}33 \times 10^{-27}$ $kg \cdot m \cdot s^{-1}$. DATO: $h = 6{,}63 \times 10^{-34}$ J·s

PREGUNTA 4. Desarrolle esta práctica:
Se midieron en el laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto/imagen de una lente convergente.

N.º. exp.	1	2	3	4	5
s (cm)	39,0	41,9	49,3	59,9	68,5
s' (cm)	64,3	58,6	48,8	40,6	37,8

a) Explique el montaje experimental utilizado.
b) Represente gráficamente $1/s'$ frente a $1/s$ y determine el valor de la potencia de la lente.

PREGUNTA 5. Resuelva este problema:
La masa del planeta Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,533 veces el radio de la Tierra. Calcule: a) El tiempo que tarda un objeto en llegar a la superficie de Marte si se deja caer desde una altura de 50 m. b) La velocidad de escape de ese objeto desde la superficie del planeta. DATOS: $g = 9{,}81$ $m \cdot s^{-2}$; $R(T) = 6{,}37 \times 10^6$ m.

PREGUNTA 6. Resuelva este problema:
Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (−2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0,-1). a) Calcule el vector campo eléctrico en el punto (0, 1). b) Se coloca otra carga positiva de 1 μC en el punto (0,1), inicialmente en reposo y de manera que es libre de moverse. Razone si llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcule la energía cinética que tendrá en ese punto. Las posiciones están en metros.
DATO: $K = 9 \times 10^9$ $N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$.

PREGUNTA 7. Resuelva este problema:
En un laboratorio se reciben 100 g de un isótopo desconocido. Transcurridas 2 horas se desintegró el 20 % de la masa inicial del isótopo. Calcule: a) La constante radiactiva. b) El período de semidesintegración del isótopo y la masa que queda del isótopo original transcurridas 20 horas.

PREGUNTA 8. Resuelva este problema:
Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de índice de refracción 1,4, está en el aire, de índice de refracción 1,0. Un rayo de luz monocromática de frecuencia $4{,}3 \times 10^{14}$ Hz incide en la lámina desde el aire con un ángulo de 30° respeto a la normal a la superficie de separación de los dos medios. Calcule: a) La longitud de onda del rayo refractado. b) El ángulo de refracción. DATO: $c = 3 \times 10^8$ $m \cdot s^{-1}$.

Soluciones

1.1. Una carga eléctrica positiva se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico uniforme. Su energía potencial aumenta si la carga se desplaza:
A) En la misma dirección y sentido que el campo eléctrico.
B) En la misma dirección y sentido opuesto al campo eléctrico.
C) Perpendicularmente al campo eléctrico.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: B

Una carga eléctrica se mueve en el interior de un campo en el sentido de disminuir su energía potencial.
La energía potencial electrostática de una carga q en un punto A es:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Si la carga es positiva, su energía potencial aumenta cuando aumenta el potencial eléctrico.

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido de los potenciales decrecientes. Por ejemplo, entre las placas de un condensador, el campo eléctrico va dirigido desde la placa positiva hacia placa negativa, que es la que tiene el potencial más bajo.
Por tanto, su energía potencial aumenta cuando la carga se desplaza en la misma dirección y sentido opuesto al campo eléctrico.

1.2. Dos satélites artificiales describen órbitas circulares alrededor de un planeta de radio R, siendo los radios de sus órbitas respectivas 1,050 R y 1,512 R. La relación entre sus velocidades de giro es:
A) 1,2
B) 2,07
C) 4,4

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

La velocidad de un satélite que gira a una distancia, r, alrededor de un astro de masa M, es:

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

La velocidad lineal de un satélite en una órbita es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del radio de la órbita.

$$v_1 \cdot \sqrt{r_1} = v_2 \cdot \sqrt{r_2} = \sqrt{G \cdot M} = \text{constante}$$

$$\frac{v_1}{v_2}=\sqrt{\frac{r_2}{r_1}}=\sqrt{\frac{1{,}512 \cdot R}{1{,}050\, R}}=1{,}2$$

Como el radio de la órbita 1 es menor que el de la órbita 2, la velocidad del satélite en la órbita 1 será mayor.

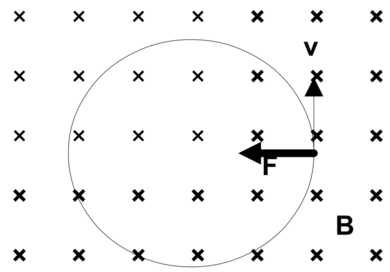
2.1. Una partícula de masa m y carga q penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme de módulo B perpendicular a la velocidad v de la partícula. El radio de la órbita descrita:
A) Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético.
B) Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula.
C) No depende de la energía cinética de la partícula.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: B

La fuerza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$, viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{F}_B = q\,(\overline{v} \times \overline{B})$$



Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal a_N.
Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma\overline{F} = \overline{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\Sigma\overline{F} = m \cdot \overline{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética quedaría:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo, sen φ = 1.
Despejando el radio, *R:*

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Si aumenta la energía cinética, aumenta la velocidad y, como se ve en la ecuación anterior, aumenta también el radio de la trayectoria.

2.2. Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 300 m·s⁻¹, siendo el período de oscilación de 2×10^{-2} s. Dos puntos que se encuentran, respectivamente, a distancias de 20 m y 38 m del centro de vibración estarán:
A) En fase.
B) En oposición de fase.
C) En una situación distinta de las anteriores.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

Datos	***Cifras significativas: 2***
Velocidad de propagación de la onda	$v = 3{,}0 \cdot 10^2$ m·s^{-1}
Período de oscilación	$T = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ s
Distancia entre los puntos	$\Delta x = 38 - 20 = 18$ m
Incógnitas	
Diferencia de fase entre dos puntos separados 18 m	$\Delta\varphi$
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Longitud de onda	λ
Número de onda	k
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) La diferencia de fase entre los dos puntos es:

$$\Delta\varphi = (k \cdot x_2 - \omega \cdot t_2) - (k \cdot x_1 - \omega \cdot t_1)$$

Para el mismo instante, $t_1 = t_2$.

$$\Delta\varphi = k \cdot x_2 - k \cdot x_1 = k\,(x_2 - x_1) = k \cdot \Delta x$$

Para obtener el número de onda hay que calcular la longitud de onda a partir de la frecuencia y la velocidad de propagación:

Frecuencia: $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{2 \cdot 10^{-2}\,[\mathrm{s}]} = 50\ \mathrm{s}^{-1}$

Longitud de onda: $v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \dfrac{v_p}{f} = \dfrac{300\,[\mathrm{m/s}]}{50\,[\mathrm{s}^{-1}]} = 6{,}0\ \mathrm{m}$

Número de onda: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2 \cdot \pi\,[\mathrm{rad}]}{6{,}0\,[\mathrm{m}]} = \dfrac{\pi}{3}\ \mathrm{rad/m}$

La diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = \pi / 3\ [\mathrm{rad/m}] \cdot (38 - 20)\ [\mathrm{m}] = 6\ \pi\ \mathrm{rad}$$

Como la diferencia de fase es múltiplo de 2 π, los puntos se encuentran en fase.
Análisis: La distancia entre los puntos es 18 m *que es el triple de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2 π se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de tres veces a longitud de onda corresponde a una diferencia de fase triple de 2 π, o sea,* 6 π rad.

3.1. Un ciclista se desplaza en línea recta por una carretera a velocidad constante. En esta carretera hay dos coches parados, un delante, C1, y otro detrás, C2, del ciclista. Los coches tienen bocinas idénticas pero el ciclista sentirá que la frecuencia de las bocinas es:
A) Mayor la de C1.
B) La misma.
C) Mayor la de C2.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

La ecuación del efecto Doppler es:

$$f(\mathrm{obs}) = f(\mathrm{em}) \frac{v(\mathrm{son}) \pm v(\mathrm{obs})}{v(\mathrm{son}) \pm v(\mathrm{em})}$$

En la que
f(obs) es la frecuencia que percibe el observador.
f(em) es la frecuencia emitida por la fuente.
v(son) es la velocidad del son.
v(obs) es la velocidad del observador.
v(em) es la velocidad del emisor de la frecuencia.
Para un observador dirigiéndose hacia una fuente a ecuación anterior queda:

$$f(\mathrm{obs}) = f(\mathrm{em}) \frac{v(\mathrm{son})}{v(\mathrm{son}) - v(\mathrm{obs})}$$

La frecuencia percibida por el observador es mayor que la emitida.
La situación es equivalente a la de un observador en reposo y una fuente dirigiéndose hacia él.
Esto se puede comprobar escuchando el silbato de un tren que pasa cerca de nosotros. Cuando pasa a nuestro lado el sonido se vuelve más grave. Es más agudo cuando se está acercando y se vuelve más grave cuando se aleja.

3.2. Un fotón de luz visible con longitud de onda de 500 nm tiene un momento lineal de:
A) 0
B) $3{,}31\times10^{-25}$ kg·m·s⁻¹
C) $1{,}33\times10^{-27}$ kg·m·s⁻¹
DATO: $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: C

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
h es una constante y $m \cdot v$ es la expresión del momento lineal o cantidad de movimiento y λ la longitud de la onda asociada.
También que en algunos casos el comportamiento de las ondas podría interpretarse como el de partículas con un momento lineal:

$$p=m\cdot v=\frac{h}{\lambda}$$

Para el fotón de λ = 500 nm = $5{,}00\cdot10^{-7}$ m, el momento lineal valdría:

$$p=m\cdot v=\frac{h}{\lambda}=\frac{6{,}63\cdot10^{-34}\ \text{J·s}}{5{,}00\cdot10^{-7}\ \text{m}}=1{,}33\cdot10^{-27}\ \text{kg·m·s}^{-2}$$

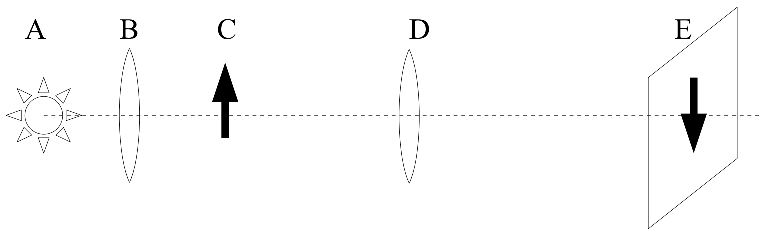
4. Se midieron en el laboratorio los siguientes valores para las distancias objeto/imagen de una lente convergente.
   a) Explica el montaje experimental utilizado.
   b) Representa gráficamente 1/s′ frente a 1/s y determina el valor de la potencia de la lente.

N.º. exp.	1	2	3	4	5
s (cm)	39,0	41,9	49,3	59,9	68,5
s' (cm)	64,3	58,6	48,8	40,6	37,8

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución:

b) El montaje es el de la figura.



A es la fuente luminosa, B una lente convergente que se sitúa de forma que la fuente luminosa esté en el foco, para que los rayos salgan paralelos. C es el objeto, D la lente convergente de la que queremos hallar la distancia focal y E la imagen del objeto.
Se va variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.

a) Se sustituyen los valores de s y s' en la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$$

Se calcula el inverso de la distancia focal (potencia) y el valor de la distancia focal para cada par de datos.

N.º. exp.	s (cm)	s' (cm)		s (m)	s' (m)		$1/s$ (m⁻¹)	$1/s'$ (m⁻¹)		$1/f$ (m⁻¹)	f (m)
1	−39,0	64,3		−0,390	0,643		−2,56	1,56		4,12	0,243
2	−41,9	58,6		−0,419	0,586		−2,39	1,71		4,09	0,244
3	−49,3	48,8		−0,493	0,488		−2,03	2,05		4,08	0,245
4	−59,9	40,6		−0,599	0,406		−1,67	2,46		4,13	0,242
5	−68,5	37,8		−0,685	0,378		−1,46	2,65		4,11	0,244

De tener una hoja de cálculo se podría representar una gráfica como la siguiente:

Comparando con la ecuación de una recta, la ecuación de las lentes quedaría:

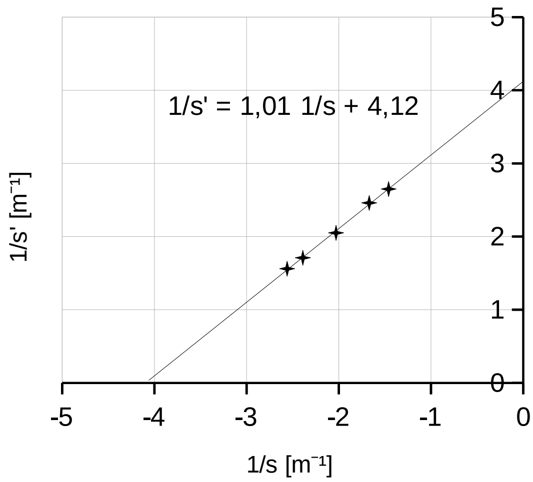
$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{s}+\frac{1}{f}$$

En ella $1/f$ sería la ordenada en el origen:

$$P = 1 / f = 4{,}12 \text{ m}^{-1} = 4{,}12 \text{ dioptrías.}$$

Pero es más fácil calcular la potencia como valor medio:

$$P = 1 / f = 4{,}11 \text{ m}^{-1} = 4{,}11 \text{ dioptrías.}$$



5. La masa del planeta Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,533 veces el radio de la Tierra. Calcula:
   a) El tiempo que tarda un objeto en llegar a la superficie de Marte si se deja caer desde una altura de 50 m.
   b) La velocidad de escape de ese objeto desde la superficie del planeta.
   DATOS: g = 9,81 m·s⁻²; R(T) = 6,37×10⁶ m *(A.B.A.U. ord. 21)*

   Rta.: a) t = 5,21 s; b) v_e = 5,01·10³ m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de Marte	$M_M = 0{,}107\ M_T$
Radio de Marte	$R_M = 0{,}533\ R_T$
Altura desde la que se deja caer	h = 50,0 m
Aceleración de la gravedad en la Tierra	g_0 = 9,81 m/s²
Radio de la Tierra	$R_T = 6{,}37·10^6$ m
Incógnitas	
Tiempo que tarda en caer a la superficie de Marte desde una altura de 50 m.	t
Velocidad de escape en Marte	v_e
Otros símbolos	
Masa de la Tierra	M_T
Constante de la gravitación universal	G
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal, en módulos. (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$F_G=G\frac{M\,m}{r^2}$
Peso de un objeto de masa m en la superficie de un planeta cuya aceleración de la gravedad es g_0	$P = m \cdot g_0$
Ecuación de la caída libre (movimiento uniformemente acelerado)	$h = v_0 \cdot t + ½\, g \cdot t^2$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$
Energía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

a) Hay que calcular el valor de la gravedad en la superficie de Marte.
El peso de un objeto cerca de la superficie de la Tierra es la fuerza con la que la Tierra lo atrae:

$$m\cdot g_T=G\frac{M_T\cdot m}{R_T^2}$$

Análogamente, el peso de un objeto cerca de la superficie de Marte es la fuerza con la que a Marte lo atrae:

$$m\cdot g_M=G\frac{M_M\cdot m}{R_M^2}$$

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera, queda:

$$\frac{\cancel{m}\cdot g_M}{\cancel{m}\cdot g_T}=\frac{\cancel{G}\frac{M_M\cdot\cancel{m}}{R_M^2}}{\cancel{G}\frac{M_T\cdot\cancel{m}}{R_T^2}}$$

$$\frac{g_M}{g_T}=\frac{M_M/M_T}{(R_M/R_T)^2}=\frac{0{,}107}{0{,}533^2}=0{,}375$$

Despejando:

$$g_M = 3{,}69\ \text{m/s}^2$$

Análisis: El resultado es razonable, ya que sabemos que la gravedad en la superficie de Marte es unas 3 *veces menor que en la superficie de la Tierra.*

Se calcula el tiempo de la ecuación de la caída libre, sin velocidad inicial:

$$h = ½\ g \cdot t^2 \Rightarrow\ \ t=\sqrt{\frac{2\cdot h}{g_M}}=\sqrt{\frac{2\cdot 50{,}0}{3{,}69}}=5{,}21\ \text{s}$$

b)
La velocidad de escape de un astro es la velocidad mínima adicional que habría que comunicar a un cuerpo sometido a su campo gravitatorio, para situarlo en un punto en el que no esté sometido a dicha atracción, a una distancia infinita del centro del astro.
La velocidad de escape le proporcionaría la energía, ΔE, necesaria para situarlo en el infinito.

$$\Delta E = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_1$$

En el infinito la energía potencial es nula, porque se toma como origen de energías potenciales.
Teniendo en cuenta que la velocidad de escape es la velocidad mínima, la energía cinética que tendría el cuerpo en el infinito sería nula.
La energía mecánica, suma de las energías cinética y potencial, en el infinito sería nula:

$$E_\infty = (E_c + E_p)_\infty = 0 + 0 = 0$$

La energía potencial de un cuerpo de masa m situado en la superficie de un astro de masa M y radio R es:

$$E_p=-G\frac{M\cdot m}{R}$$

Si el cuerpo se encuentra en la superficie del astro, en reposo respecto al suelo, su energía cinética es nula.
La energía mecánica en la superficie del astro sería:

$$E_s=(E_c+E_p)_s=0+\left(-G\frac{M\cdot m}{R}\right)=-G\frac{M\cdot m}{R}$$

La velocidad de escape v_e le comunicaría la energía necesaria para situarlo en el infinito:

$$\Delta E = ½\ m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2}m\,v_e^2=0-\left(-G\frac{M\cdot m}{R}\right)=G\frac{M\cdot m}{R}$$

Despejando la velocidad de escape, queda:

$$v_e=\sqrt{2\,G\frac{M}{R}}$$

Cuando no se tienen los datos de la constante de la gravitación universal, G, o de la masa, M, del astro, pero sí del valor de la aceleración de la gravedad en su superficie, se puede encontrar una relación entre ellas usando que, en la superficie del astro, el peso de un cuerpo, $m \cdot g_0$, es igual a la fuerza gravitatoria:

$$\cancel{m}\,g_0=G\frac{M\cdot\cancel{m}}{R^2}$$

R representa el radio del astro y g_0 el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.
La relación es:

$$G \cdot M = g_0 \cdot R^2$$

Hay que calcular también el radio de Marte:

$$R_M = 0{,}533\ R_T = 0{,}533 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ [\text{m}] = 3{,}40 \cdot 10^6\ \text{m}$$

Se calcula la velocidad de escape sustituyendo $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$v_e = \sqrt{\frac{2\, g_0 \cdot R_M^2}{R_M}} = \sqrt{2\, g_0 \cdot R_M} = \sqrt{2 \cdot 3{,}69\ [\text{m/s}^2] \cdot (3{,}40 \cdot 10^6\ [\text{m}])^2} = 5{,}01 \cdot 10^3\ \text{m/s} = 5{,}01\ \text{km/s}$$

6. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (−2, 0) y una carga negativa de −6 nC está fija en la posición (0,-1).
   a) Calcula el vector campo eléctrico en el punto (0, 1).
   b) Se coloca otra carga positiva de 1 μC en el punto (0,1), inicialmente en reposo y de manera que es libre de moverse. Razona si llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcula la energía cinética que tendrá en ese punto. Las posiciones están en metros.

   DATOS: $K = 9 \cdot 10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$ *(A.B.A.U. ord. 21)*

   Rta.: a) $E = -8{,}67\ \bar{\mathbf{j}}$ N/C; b) $E_c = 2{,}41 \cdot 10^{-5}$ J

Datos	**Cifras significativas: 3**
Valor de las cargas situadas en los puntos A y B	$Q_A = Q_B = 3{,}00\ \text{nC} = 3{,}00 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$
Valor de la carga situada en el punto C	$Q_C = -6{,}00\ \text{nC} = -6{,}00 \cdot 10^{-9}\ \text{C}$
Posición del punto A	$\bar{r}_A = (2{,}00,\ 0)$ m
Posición del punto B	$\bar{r}_B = (-2{,}00,\ 0)$ m
Posición del punto C	$\bar{r}_C = (0,\ -1{,}00)$ m
Posición del punto D en el que calcular el vector campo eléctrico	$\bar{r}_D = (0,\ 1{,}00)$ m
Carga de la partícula que se desplaza	$q = 1{,}00\ \mu\text{C} = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Velocidad inicial en el punto D	$v_D = 0$
Posición del punto O al que llega	$\bar{r}_O = (0,\ 0)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$
Incógnitas	
Vector campo eléctrico en el punto D	$\bar{E}_D$
Energía cinética que tendrá al pasar por el origen	E_{cO}
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*	$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Energía potencial eléctrica de una carga en un punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Energía cinética de una masa, *m*, que se mueve con una velocidad, *v*	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

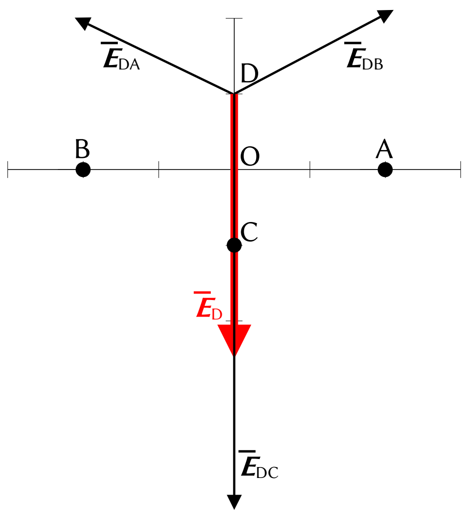
a)

Se hace un dibujo en el que se sitúan los puntos A(2, 0), B(-2, 0), C(0, -1) y D(0, 1).

Se dibujan los vectores del campo en el punto D, un vector por cada carga, prestando atención al sentido.

Los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B son de repulsión, porque las cargas son positivas, y son del mismo valor, porque las cargas y las distancias son iguales.

Pero el campo producido por la carga situada en el punto C es de atracción, porque es negativa, y será mayor que el creado por la car-



ga situada en el punto A, porque el punto C está más cerca del punto D que el punto A, y la carga situada en el punto C es mayor que la carga situada en el punto A.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\vec{E}_D$.
Como los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B son del mismo valor, sus componentes horizontales se anulan y la resultante de ambas será vertical y estará dirigida en el sentido positivo del eje *Y*. Su medida será el doble de la componente vertical de una de ellas.
El valor del campo resultante será la suma de las componentes verticales de cada carga. Como el valor del campo creado por la carga situada en el punto C es mayor que la suma de las componentes verticales de los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B, la resultante de los tres campos estará dirigida en el sentido negativo del eje *Y*.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, *Q* y *q*, separadas por una distancia, *r*, viene dada por la ley de Coulomb, en la que *K* es la constante de Coulomb y $\vec{u}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Se calcula la distancia entre los puntos A(2, 0) y D(0, 1):

$$\vec{r}_{AD} = \vec{r}_D - \vec{r}_A = 1{,}00\,\vec{j}\ [\text{m}] - 2{,}00\,\vec{i}\ [\text{m}] = (-2{,}00\,\vec{i} + 1{,}00\,\vec{j})\ \text{m}$$
$$r_{AD} = |\vec{r}_{AD}| = \sqrt{(-2{,}00\ [\text{m}])^2 + (1{,}00\ [\text{m}])^2} = 2{,}24\ \text{m}$$

Se calcula el vector unitario del punto D, tomando como origen el punto A:

$$\vec{u}_{AD} = \frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|} = \frac{(-2{,}00\,\vec{i} + 1{,}00\,\vec{j})\ [\text{m}]}{2{,}24\ [\text{m}]} = -0{,}894\,\vec{i} + 0{,}447\,\vec{j}$$

Se calcula el campo en el punto D, creado por la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$\vec{E}_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}24\ [\text{m}])^2} (-0{,}894\,\vec{i} + 0{,}447\,\vec{j}) = (-4{,}83\,\vec{i} + 2{,}41\,\vec{j})\ \text{N/C}$$

El campo en el punto D, debido a la carga de +3 nC, situada en el punto B, es simétrico al creado por la carga situada en el punto A. Los valores de sus componentes son los mismos, pero el signo de la componente horizontal es opuesto, porque está dirigida en sentido contrario:

$$\vec{E}_{DB} = (4{,}83\,\vec{i} + 2{,}41\,\vec{j})\ \text{N/C}$$

La distancia del punto D al punto C es: r_{DC} = |(0, 1,00) [m] – (0, −1,00) [m]| = 2,00 m.
El vector unitario del punto D, tomando como origen el punto C, es $\vec{j}$, el vector unitario del eje *Y*.
Se calcula el campo en el punto D, debido a la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$\vec{E}_{DC} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}00\ [\text{m}])^2} \vec{j} = -13{,}5\,\vec{j}\ \text{N/C}$$

Por el principio de superposición, el campo resultante en el punto D es la suma vectorial de los campos creados en ese punto por cada carga.

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{DA} + \vec{E}_{DB} + \vec{E}_{DC} = (-4{,}83\,\vec{i} + 2{,}41\,\vec{j})\ [\text{N/C}] + (4{,}83\,\vec{i} + 2{,}41\,\vec{j})\ [\text{N/C}] + (-13{,}5\,\vec{j})\ [\text{N/C}] = -8{,}67\,\vec{j}\ \text{N/C}$$

Análisis: Coincide con el dibujo. El campo resultante del cálculo está dirigido en el sentido negativo del eje Y.

b) Al colocar una caga positiva de 1 μC en el punto D(0, 1), el campo ejercerá una fuerza dirigida en el mismo sentido que el vector intensidad de campo, sentido negativo del eje *Y*. La carga será empujada y pasará

por el origen O(0, 0).
Como la fuerza eléctrica es una fuerza conservativa, la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_O = (E_c + E_p)_D$$
$$E_{cO} + q \cdot V_O = E_{cD} + q \cdot V_D$$

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula el potencial en el punto D, debido a la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$V_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\text{·C}^{-2}\text{]} \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(2{,}24 \text{ [m]})} = 12{,}1 \text{ V}$$

El potencial en el punto D, debido a la carga de +3 nC situada en el punto B, vale lo mismo, ya que la distancia y la carga son las mismas:

$$V_{DB} = 12{,}1 \text{ V}$$

Se calcula el potencial en el punto D, debido a la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$V_{DC} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\text{·C}^{-2}\text{]} \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(2{,}00 \text{ [m]})} = -27{,}0 \text{ V}$$

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 12{,}1 \text{ [V]} + 12{,}1 \text{ [V]} + -27{,}0 \text{ [V]} = -2{,}8 \text{ V}$$

Se hace el mismo proceso para calcular el potencial eléctrico en el origen O.
Se calcula el potencial en el punto O debido a la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$V_{OA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\text{·C}^{-2}\text{]} \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(2{,}00 \text{ [m]})} = 13{,}5 \text{ V}$$

El potencial en el punto O, debido a la carga de + 3 nC situada en el punto B, vale lo mismo, ya que la distancia y la carga son las mismas:

$$V_{OB} = 13{,}5 \text{ V}$$

Se calcula el potencial en el punto O, debido a la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$V_{OC} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\text{·C}^{-2}\text{]} \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(1{,}00 \text{ [m]})} = -54{,}0 \text{ V}$$

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} = 13{,}5 \text{ [V]} + 13{,}5 \text{ [V]} + (-54{,}0 \text{ [V]}) = -27{,}0 \text{ V}$$

Sustituyendo los valores de los potenciales, y teniendo en cuenta que en el punto D la velocidad es nula, la ecuación de conservación de la energía quedaría:

$$E_{cO} + 1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-27{,}0 \text{ [V]}) = 0 + 1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-2{,}8 \text{ [V]})$$

Despejando, se obtiene el valor de la energía cinética al pasar por el origen.

$$E_{cO} = 1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (27{,}0 - 2{,}8) \text{ [V]} = 2{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

7. En un laboratorio se reciben 100 g de un isótopo desconocido. Transcurridas 2 horas se ha desintegrado el 20 % de la masa inicial del isótopo. Calcula:

a) La constante radiactiva.
b) El período de semidesintegración del isótopo y la masa que queda del isótopo original transcurridas 20 horas.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) $\lambda = 3{,}10 \cdot 10^{-5}\ s^{-1}$; b) $T_{½} = 2{,}24 \cdot 10^{4}$ s; $m = 10{,}7$ g

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa inicial	$m_0 = 100$ g
Tiempo transcurrido en el que se desintegró el 20 % de la masa inicial	$t_d = 2{,}00$ h $= 7{,}20 \cdot 10^3$ s
Porcentaje desintegrado de la muestra en ese tiempo	$m_d = 20{,}0\ \%\ m_0 = 0{,}200\ m_0$
Tiempo para calcular la masa que queda	$t = 20{,}0$ h $= 7{,}20 \cdot 10^4$ s
Incógnitas	
Constante radiactiva	λ
Período de semidesintegración	$T_{½}$
Masa que queda a las 20 h	m
Otros símbolos	
Número de átomos iniciales	N_0
Número de átomos al cabo de un tiempo	N
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$

Solución:

a) Se calcula la constante de desintegración radiactiva λ en la ecuación de desintegración radiactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Como la masa es proporcional al número de átomos:

$$m_0 / m = N_0 / N$$

Si la masa desintegrada es el 20 % de la inicial, queda aún:

$$m = m_0 - m_d = m_0 - 0{,}200\ m_0 = 0{,}800\ m_0$$

$$\lambda = \frac{\ln(N_0/N)}{t} = \frac{\ln(m_0/m)}{t} = \frac{\ln(1/0{,}800)}{7{,}20 \cdot 10^3\ [\mathrm{s}]} = 3{,}10 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{s}^{-1} = 0{,}112\ \mathrm{h}^{-1}$$

b) Se calcula el período de semidesintegración a partir de la constante de desintegración radiactiva:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{3{,}10 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 2{,}24 \cdot 10^3\ \mathrm{s} = 6{,}21\ \mathrm{h}$$

La masa que queda al cabo de 20 h es

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$m = 100\ [\mathrm{g}] \cdot e^{-0{,}112\ [\mathrm{h}^{-1}] \cdot 20\ [\mathrm{h}]} = 10{,}7\ \mathrm{g}$$

8. Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de índice de refracción 1,4, está en el aire, de índice de refracción 1,0. Un rayo de luz monocromática de frecuencia $4{,}3 \times 10^{14}$ Hz incide en la lámina desde el aire con un ángulo de 30° respecto a la normal a la superficie de separación de los dos medios. Calcula:
a) La longitud de onda del rayo refractado.
b) El ángulo de refracción.
DATO: $c = 3 \times 10^8\ m \cdot s^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) $\lambda_2 = 498$ nm; b) $\theta_r = 20{,}9°$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia del haz de luz	$f = 4{,}30 \cdot 10^{14}$ Hz
Índice de refracción del aire	$n_1 = 1{,}00$
Índice de refracción del vidrio	$n_2 = 1{,}40$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 30{,}0°$
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Incógnitas	
Longitud de onda de la luz en el vidrio	λ_1
Ángulo de refracción	θ_r
Ecuaciones	
Índice de refracción de un medio «i» en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i	$n_i = \frac{c}{v_i}$
Relación entre la velocidad v, la longitud de onda λ y la frecuencia f	$v = \lambda \cdot f$
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r \cdot \text{sen}\ \theta_r$

Solución:

a) La velocidad de la luz en el vidrio es:

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{1{,}40} = 2{,}14 \cdot 10^8\ \text{m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el vidrio es:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{2{,}14 \cdot 10^8\ \text{m/s}}{4{,}30 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 4{,}98 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 498\ \text{nm}$$

b) El ángulo de refracción θ_r se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1{,}00 \cdot \text{sen}\ 30° = 1{,}40 \cdot \text{sen}\ \theta_r$$

$$\text{sen}\ \theta_r = \frac{1{,}00 \cdot \text{sen}\ 30°}{1{,}40} = 0{,}357$$

$$\theta_r = \text{arcsen}\ 0{,}357 = 20{,}9°$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 18/02/24