Campo electrostático

Método e recomendacións

◊ PROBLEMAS

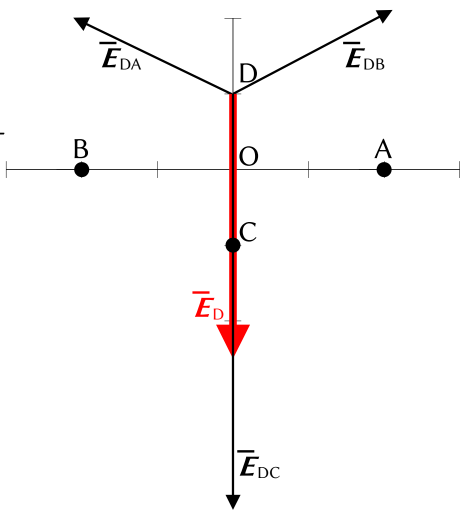
● Cargas puntuais

1. Dúas cargas eléctricas positivas de 3 nC cada unha están fixas nas posicións (2, 0) e (–2, 0) e unha carga negativa de –6 nC está fixa na posición (0,-1).
   a) Calcula o vector campo eléctrico no punto (0, 1).
   b) Colócase outra carga positiva de 1 µC no punto (0,1), inicialmente en repouso e de xeito que é libre de moverse. Razoa se chegará ata a orixe de coordenadas e, en caso afirmativo, calcula a enerxía cinética que terá nese punto.
   Datos: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². As posicións están en metros. *(A.B.A.U. ord. 21)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}} = -8{,}67\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; b) $E_c = 2{,}4·10^{-5}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor das cargas situadas nos puntos A e B	$Q_A = Q_B = 3{,}00$ nC $= 3{,}00·10^{-9}$ C
Valor da carga situada no punto C	$Q_C = -6{,}00$ nC $= -6{,}00·10^{-9}$ C
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (2{,}00,\ 0)$ m
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (-2{,}00,\ 0)$ m
Posición do punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (0,\ -1{,}00)$ m
Posición do punto D no que calcular o vector campo eléctrico	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0,\ 1{,}00)$ m
Carga da partícula que se despraza	$q = 1{,}00$ µC $= 1{,}00·10^{-6}$ C
Velocidade inicial no punto D	$v_D = 0$
Posición do punto O ao que chega	$\overline{\boldsymbol{r}}_O = (0,\ 0)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Vector campo eléctrico no punto D	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Enerxía cinética que terá ao pasar pola orixe	E_{cO}
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\dfrac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A=\sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V=K\dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga nun punto A	$E_{pA} = q · V_A$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m · v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a)
Faise un debuxo no que se sitúan os puntos A(2, 0), B(-2, 0), C(0, -1) e D(0, 1).
Debúxanse os vectores do campo no punto D, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido.
Os campos creados polas cargas situadas nos puntos A e B son de repulsión, porque as cargas son positivas, e son do mesmo valor, porque as cargas e as distancias son iguais.
Pero o campo producido pola carga situada no punto C é de atracción, porque é negativa, e será maior que o creado pola carga situada



no punto A, porque o punto C está máis cerca do punto D que o punto A, e a carga situada no punto C é maior que a carga situada no punto A.
Debúxase o vector suma que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$.
Como os campos creados polas cargas situadas nos puntos A e B son do mesmo valor, a súas compoñentes horizontais anúlanse e a resultante de ambas será vertical e estará dirixida no sentido positivo do eixe *Y*. A súa medida será o dobre da compoñente vertical dunha delas.
O valor do campo resultante será a suma das compoñentes verticais de cada carga. Como o valor do campo creado pola carga situada no punto C é maior que a suma das compoñentes verticais dos campos creados polas cargas situadas nos puntos A e B, a resultante dos tres campos estará dirixida no sentido negativo do eixe *Y*.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Calcúlase a distancia entre os puntos A(2, 0) e D(0, 1):

$$\vec{r}_{AD} = \vec{r}_D - \vec{r}_A = 1{,}00\,\vec{j}\ [\mathrm{m}] - 2{,}00\,\vec{i}\ [\mathrm{m}] = (-2{,}00\,\vec{i} + 1{,}00\,\vec{j})\ \mathrm{m}$$

$$r_{AD} = |\vec{r}_{AD}| = \sqrt{(-2{,}00\ [\mathrm{m}])^2 + (1{,}00\ [\mathrm{m}])^2} = 2{,}24\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto A:

$$\vec{u}_{AD} = \frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|} = \frac{(-2{,}00\,\vec{i} + 1{,}00\,\vec{j})\ [\mathrm{m}]}{2{,}24\ [\mathrm{m}]} = -0{,}894\,\vec{i} + 0{,}447\,\vec{j}$$

Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de +3 nC situada no punto A:

$$\vec{E}_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}24\ [\mathrm{m}])^2} (-0{,}894\,\vec{i} + 0{,}447\,\vec{j}) = (-4{,}83\,\vec{i} + 2{,}41\,\vec{j})\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto D, debido á carga de +3 nC, situada no punto B, é simétrico ao creado pola carga situada no punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\vec{E}_{DB} = (4{,}83\,\vec{i} + 2{,}41\,\vec{j})\ \mathrm{N/C}$$

A distancia do punto D ao punto C é: r_{DC} = |(0, 1,00) [m] – (0, –1,00) [m]| = 2,00 m.
O vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto C, é $\vec{j}$, o vector unitario do eixe *Y*.
Calcúlase o campo no punto D, debido á carga de –6 nC situada no punto C:

$$\vec{E}_{DC} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \cdot \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2} \vec{j} = -13{,}5\,\vec{j}\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto D é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{DA} + \vec{E}_{DB} + \vec{E}_{DC} = (-4{,}83\,\vec{i} + 2{,}41\,\vec{j})\ [\mathrm{N/C}] + (4{,}83\,\vec{i} + 2{,}41\,\vec{j})\ [\mathrm{N/C}] + (-13{,}5\,\vec{j})\ [\mathrm{N/C}] = -8{,}67\,\vec{j}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo está dirixido no sentido negativo do eixe Y.

b) Ao colocar unha caga positiva de 1 μC no punto D(0, 1), o campo exercerá unha forza dirixida no mesmo sentido que o vector de intensidade de campo, sentido negativo do eixe *Y*. A carga será empurrada e pasará pola orixe O(0, 0).
Como a forza eléctrica é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_O = (E_c + E_p)_D$$
$$E_{cO} + q \cdot V_O = E_{cD} + q \cdot V_D$$

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, *V*, nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase o potencial no punto D debido á carga de +3 nC situada no punto A:

$$V_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00 \cdot 10^{-9}\text{ [C]}}{(2{,}24\text{ [m]})} = 12{,}1 \text{ V}$$

O potencial no punto D, debido á carga de +3 nC situada no punto B, vale o mesmo, xa que a distancia e a carga son as mesmas:

$$V_{DB} = 12{,}1 \text{ V}$$

Calcúlase o potencial no punto D, debido á carga de −6 nC situada no punto C:

$$V_{DC} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9}\text{ [C]}}{(2{,}00\text{ [m]})} = -27{,}0 \text{ V}$$

O potencial eléctrico nun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 12{,}1 \text{ [V]} + 12{,}1 \text{ [V]} + -27{,}0 \text{ [V]} = -2{,}8 \text{ V}$$

Faise o mesmo proceso para calcular o potencial eléctrico na orixe O.
Calcúlase o potencial no punto O debido á carga de +3 nC situada no punto A:

$$V_{OA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00 \cdot 10^{-9}\text{ [C]}}{(2{,}00\text{ [m]})} = 13{,}5 \text{ V}$$

O potencial no punto O(0, 0) debido á carga de +3 nC situada no punto B(−2, 0) vale o mesmo, xa que a distancia e a carga son as mesmas:

$$V_{OB} = 13{,}5 \text{ V}$$

Calcúlase o potencial no punto O, debido á carga de −6 nC situada no punto C:

$$V_{OC} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9}\text{ [C]}}{(1{,}00\text{ [m]})} = -54{,}0 \text{ V}$$

O potencial eléctrico nun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} = 13{,}5 \text{ [V]} + 13{,}5 \text{ [V]} + (-54{,}0 \text{ [V]}) = -27{,}0 \text{ V}$$

Substituíndo os valores dos potenciais, e tendo en conta que no punto D a velocidade é nula, a ecuación de conservación da enerxía quedaría:

$$E_{cO} + 1{,}00\cdot10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-27{,}0) \text{ [V]} = 0 + 1{,}00\cdot10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-2{,}8) \text{ [V]}$$

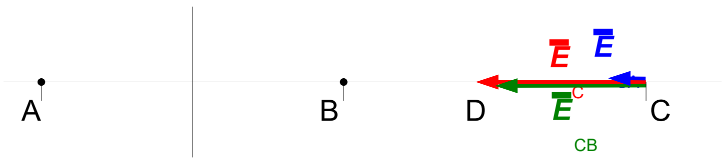
Despexando, obtense o valor da enerxía cinética ao pasar pola orixe.

$$E_{cO} = 1{,}00\cdot10^{-6} \text{ [C]} \cdot (27{,}0 - 2{,}8) \text{ [V]} = 2{,}4\cdot10^{-5} \text{ J}$$

2. Dúas cargas puntuais de −6 µC cada unha están fixas nos puntos de coordenadas (−5, 0) e (5, 0). Calcula:
   a) O vector campo eléctrico no punto (15, 0).
   b) A velocidade coa que chega ao punto (10, 0) unha partícula de masa 20 g e carga 8 µC que se abandona libremente no punto (15, 0).
   Dato: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². As coordenadas están expresadas en metros. *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = -675\ \bar{\mathbf{i}}$ N/C; b) $\overline{\boldsymbol{v}}_D = -2{,}2\ \bar{\mathbf{i}}$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor das cargas fixas	$Q = -6{,}00\ \mu C = -6{,}00·10^{-6}$ C
Posicións das cargas fixas: A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (-5{,}00,\ 0)$ m
B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (5{,}00,\ 0)$ m
Posición do punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (15{,}0,\ 0)$ m
Carga que se despraza	$q = 8{,}00\ \mu C = 8{,}00·10^{-6}$ C
Masa da carga que se despraza ata a orixe	$m = 20{,}0$ g $= 0{,}0200$ kg
Velocidade inicial no punto C	$v_C = 0$
Posición do punto D polo que pasa a carga que se despraza	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (10{,}0,\ 0)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Vector campo eléctrico no punto C	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$
Velocidade que terá a carga de 8 µC ao pasar polo punto D	v_D
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Lei de Coulomb: forza entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas unha distancia, r	$\vec{F} = K \dfrac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K \dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga nun punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:



a) Faise un debuxo no que se sitúan os puntos A(−5, 0), B(5, 0) e C(15, 0).
Debúxanse os vectores de campo no punto C, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de atracción porque as cargas son negativas.
A medida do campo vectorial creado pola carga situada no punto B é catro veces maior que o creado pola carga situada no punto A, que está ao dobre de distancia.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

A distancia entre os puntos A e C vale: r_{AC} = |(15,0, 0) [m] – (–5,00, 0) [m]| = 20,0 m.
O vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto A, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe *X*.
Calcúlase o campo no punto C, debido á carga de −6 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(20{,}0\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=-135\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

A distancia entre os puntos B e C vale: r_{BC} = |(15,0, 0) [m] – (5,00, 0) [m]| = 10,0 m
O vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto B, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe *X*.
Calcúlase o campo no punto C debido á carga de −6 µC situada no punto B:

$$\vec{E}_{CB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(10{,}0\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=-540\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Polo principio de superposición, o vector de intensidade de campo eléctrico resultante no punto C é a suma vectorial dos vectores de intensidade de campo de cada carga:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = \overline{\boldsymbol{E}}_{CA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = -135\ \overline{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] + (-540\ \overline{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}]) = -675\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo está dirixido no sentido negativo do eixe X.

b) Como a forza eléctrica é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$
$$½\ m\ v_C^2 + q \cdot V_C = ½\ m\ v_D^2 + q \cdot V_D$$

Hai que calcular os potencias eléctricos nos puntos C e D.
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, *V*, nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase o potencial eléctrico no punto C, debido á carga de −6 µC situada no punto A é:

$$V_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(20{,}0\ [\text{m}])}=-2{,}70\cdot 10^3\ \text{V}$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto C, debido á carga de −6 µC situada no punto B é:

$$V_{CB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(10{,}0\ [\text{m}])}=-5{,}40\cdot 10^3\ \text{V}$$

O potencial eléctrico no punto C é a suma:

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = -2{,}70\cdot10^3\ [\text{V}] + (-5{,}40\cdot10^3\ [\text{V}]) = -8{,}10\cdot10^3\ \text{V}$$

A distancia entre os puntos A(−5, 0) e D(10, 0) vale: r_{AD} = |(10,0, 0) [m] – (–5,00, 0) [m]| = 15,0 m.
Calcúlase o potencial eléctrico no punto D, debido á carga de −6 µC situada no punto A:

$$V_{DA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(15{,}0\ [\text{m}])}=-3{,}60\cdot 10^3\ \text{V}$$

A distancia entre os puntos B e D vale: r_{BD} = |(10,0, 0) [m] – (5,00, 0) [m]| = 5,0 m.
Calcúlase o potencial eléctrico no punto D, debido á carga de −6 µC situada no punto B:

$$V_{DB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(5{,}0\ [\text{m}])}=-1{,}1\cdot 10^4\ \text{V}$$

O potencial eléctrico no punto D é a suma:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} = -3{,}60 \cdot 10^3\ [\text{V}] + (-1{,}1 \cdot 10^4\ [\text{V}]) = -1{,}5 \cdot 10^4\ \text{V}$$

Aplícase o principio de conservación da enerxía:

$$0 + 8{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot (-8{,}10 \cdot 10^3\ [\text{V}]) = (20{,}0 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v_D^2 / 2) + 8{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot (-1{,}5 \cdot 10^4\ [\text{V}])$$

O valor da velocidade obtense despexando:

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}](1{,}5 \cdot 10^4 - 8{,}10 \cdot 10^3)\ [\text{V}]}{20{,}0 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]}} = 2{,}2\ \text{m/s}$$

Como a velocidade é un vector, hai que determinar a dirección e o sentido.
Pódese deducir que a aceleración ten a dirección do eixe X en sentido negativo, porque a carga é positiva e a aceleración seguirá a dirección e o sentido do campo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na liña da aceleración.

$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = -2{,}2\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{m/s}$$

3. Un dipolo eléctrico é un sistema formado por dúas cargas do mesmo valor e de signo contrario que están separadas por unha distancia fixa. Se o valor absoluto de cada unha das cargas é 2 μC e están situadas nos puntos (0, 0) e (4, 0), calcula:
   a) O potencial eléctrico creado polo dipolo no punto (2, 2).
   b) A aceleración que experimenta un protón situado no punto medio do dipolo.
   Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²; $q(\text{p}) = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m(\text{p}) = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. As distancias están en metros.

   (A.B.A.U. ord. 20)

   Rta.: a) $V = 0$; b) $\overline{\boldsymbol{a}} = 8{,}62 \cdot 10^{11}$ m/s², cara á carga negativa.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga Q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_1 = (0, 0)$ m
Posición da carga Q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_2 = (4{,}00, 0)$ m
Posición do punto 3	$\overline{\boldsymbol{r}}_3 = (2{,}00, 2{,}00)$ m
Posición do punto medio do dipolo (punto 4)	$\overline{\boldsymbol{r}}_4 = (2{,}00, 0)$ m
Valor da carga situada no punto 1	$Q_1 = 2{,}00\ \mu\text{C} = 2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto 2	$Q_2 = -2{,}00\ \mu\text{C} = -2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga do protón	$q = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Masa do protón	$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Potencial eléctrico no punto 3	V_3
Aceleración dun protón situado no punto medio do dipolo	a
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Campo eléctrico	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$

Solución:

a)

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase a distancia do punto 1(0, 0) ao punto 3(2, 2):

$$r_{13}=|\vec{r}_3-\vec{r}_1|=\sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{m}]-(0\ [\mathrm{m}]))^2+(2{,}00\ [\mathrm{m}]-0\ [\mathrm{m}])^2}=2{,}83\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o potencial no punto 3(2, 2), debido á carga de 2 µC situada no punto 1:

$$V_{31}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}83\ [\mathrm{m}])}=6{,}36\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

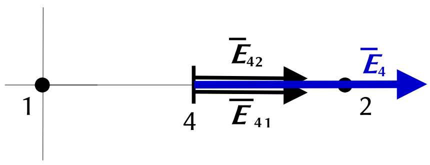
O potencial no punto 3(2, 2), debido á carga de −2 µC situada no punto 2, ten o valor oposto xa que a distancia é a mesma pero a carga é oposta:

$$V_{32} = -6{,}36\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico dun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga. Como son opostos, o potencial anúlase.

$$V_3 = V_{31} + V_{32} = 6{,}36\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] + (-6{,}36\cdot 10^3\ [\mathrm{V}]) = 0$$

b) O punto medio do dipolo é o punto 4(2, 0).
Nun debuxo sitúanse os puntos 1(0, 0), 2(4, 0), y 4(2, 0).
Suponse que a carga positiva está no punto 1.
Debúxanse os vectores do campo no punto 4, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido.



O campo creado pola carga positiva situada no punto 1 é de repulsión, pero o campo creado pola carga negativa situada no punto 2 é de atracción.
A medida de ambos os vectores é a mesma, porque os valores dos campos son os mesmos, xa que as distancias e os valores absolutos das cargas son iguais.
Debúxase o vector suma que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_4$.
A medida do resultado será o dobre da medida dun dos campos.
Para calcular a aceleración do protón, calcúlase antes a forza eléctrica no punto medio, a partir do campo eléctrico.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

A distancia do punto 1 ao punto 4 é: r_{14} = |(2,00, 0) [m] - (0, 0)| = 2,00 m.
O vector unitario do punto 4, tomando como orixe o punto 1, é $\bar{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.
Calcúlase o campo no punto 4, debida á carga de 2 µC situada no punto 1:

$$\vec{E}_{41}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=4{,}50\cdot 10^3\vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto 4, debida á carga de 2 μC situada no punto 2, é o mesmo:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{42} = 4{,}50\cdot10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto 4 é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_4 = \overline{\boldsymbol{E}}_{41} + \overline{\boldsymbol{E}}_{42} = 4{,}50\cdot10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] + 4{,}50\cdot10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] = 9{,}00\cdot10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo está dirixido no sentido positivo do eixe X.

Como o campo eléctrico é a forza sobre a unidade de carga positiva, calcúlase a forza despexando:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \overline{\boldsymbol{F}} = q\cdot\overline{\boldsymbol{E}}_4 = 1{,}60\cdot10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot 9{,}00\cdot10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] = 1{,}44\cdot10^{-15}\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N}$$

A aceleración calcúlase aplicando a segunda lei de Newton:

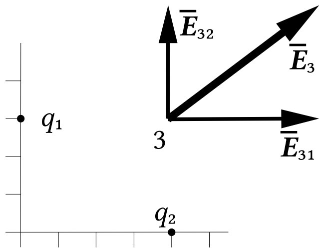
$$\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{a}} \Rightarrow \vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{1{,}44\cdot 10^{-15}\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N}]}{1{,}67\cdot 10^{-27}\ [\mathrm{kg}]}=8{,}62\cdot 10^{11}\vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s^2}$$

O resultado, independente dea orientación do dipolo, sería: a aceleración do protón é de $8{,}62\cdot10^{11}$ m/s², cara á carga negativa.
Análise: O valor da aceleración parece moi elevado, pero os cálculos son correctos.

4. Nun punto de coordenadas (0, 3) está situada unha carga q_1 = 7,11 nC, e no punto de coordenadas (4, 0) está situada outra carga q_2 = 3,0 nC. Calcula:
   a) A expresión vectorial da intensidade do campo eléctrico no punto (4, 3).
   b) O valor do potencial eléctrico no punto (4, 3).
   c) Indica o signo e o valor da carga q_3 que hai que situar na orixe para que o potencial eléctrico no punto (4, 3) se anule.
   Dato: $K = 9\cdot10^9\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$. As coordenadas están expresada en metros. *(A.B.A.U. ord. 19)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}} = (4\ \overline{\mathbf{i}} + 3\ \overline{\mathbf{j}})$ N/C; b) V = 25 V; c) q_3 = −13,9 nC.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_1 = (0,\ 3{,}00)$ m
Posición da carga q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_2 = (4{,}00,\ 0)$ m
Posición do punto 3	$\overline{\boldsymbol{r}}_3 = (4{,}00,\ 3{,}00)$ m
Valor da carga situada no punto 1	$q_1 = 7{,}11\ \mathrm{nC} = 7{,}11\cdot10^{-9}\ \mathrm{C}$
Valor da carga situada no punto 2	$q_2 = 3{,}00\ \mathrm{nC} = 3{,}00\cdot10^{-9}\ \mathrm{C}$
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot10^9\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$
Incógnitas	
Vector de intensidade do campo eléctrico no punto 3	$\overline{\boldsymbol{E}}_3$
Potencial eléctrico no punto 3	V_3
Valor da carga situada na orixe para que o potencial no punto 3 sexa nulo	q_3
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A=\sum\vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$

Solución:



a) Faise un debuxo no que se sitúan os puntos 1(0, 3), 2(4, 0) y 3(4, 3).
Debúxanse os vectores do campo no punto 3, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Debúxase o vector suma que é o campo resultante, $\overline{E}_3$.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

A distancia do punto 1 ao punto 3 é: r_{13} = |(4,00, 3,00) [m] – (0, 3,00) [m]| = 4,00 m.
O vector unitario do punto 3, tomando como orixe o punto 1, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.
Calcúlase o campo no punto 3, debida á carga de 7,11 nC situada no punto 1:

$$\vec{E}_{31} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{7{,}11 \cdot 10^{-9} \, [\mathrm{C}]}{(4{,}00 \, [\mathrm{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = 4{,}00 \, \vec{\mathbf{i}} \ \mathrm{N/C}$$

A distancia do punto 2 ao punto 3 é: r_{23} = |(4,00, 3,00) [m] – (4,00, 0) [m]| = 3,00 m.
O vector unitario do punto 3, tomando como orixe o punto 1, é $\overline{\mathbf{j}}$, o vector unitario do eixe Y.
Calcúlase o campo no punto 3, debida á carga de 3,00 nC situada no punto 2:

$$\vec{E}_{32} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \, [\mathrm{C}]}{(3{,}00 \, [\mathrm{m}])^2} \vec{\mathbf{j}} = 3{,}00 \, \vec{\mathbf{j}} \ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o vector de intensidade de campo eléctrico resultante no punto 3 é a suma vectorial dos vectores de intensidade de campo de cada carga:

$$\overline{E}_3 = \overline{E}_{31} + \overline{E}_{32} = 4{,}00 \, \overline{\mathbf{i}} \, [\mathrm{N/C}] + 3{,}00 \, \overline{\mathbf{j}} \, [\mathrm{N/C}] = (4{,}00 \, \overline{\mathbf{i}} + 3{,}00 \, \overline{\mathbf{j}}) \ \mathrm{N/C}$$

Análise: A dirección do campo resultante está de acordo co debuxo.
b)
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase o potencial no punto 3, debido á carga de 7,11 nC situada no punto 1:

$$V_{31} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{7{,}11 \cdot 10^{-9} \, [\mathrm{C}]}{(4{,}00 \, [\mathrm{m}])} = 16{,}0 \ \mathrm{V}$$

Calcúlase o potencial no punto 3, debido á carga de 4,00 nC situada no punto 2:

$$V_{32} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \, [\mathrm{C}]}{(3{,}00 \, [\mathrm{m}])} = 9{,}00 \ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico no punto 3 é a suma.

$$V_{31} + V_{32} = 16,0\ [\text{V}] + 9,00\ [\text{V}] = 25,0\ \text{V}$$

c) Calcúlase a distancia do punto 3 á orixe:

$$r_{3O}=\sqrt{(3,00\ [\text{m}])^2+(4,00\ [\text{m}])^2}=5,00\ \text{m}$$

Escríbese a expresión do potencial no punto 3, debido á carga q_3 situada na orixe:

$$V_{3O}=9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{q_3\ [\text{C}]}{(5,00\ [\text{m}])}$$

Para que o novo potencial no punto 3 sexa nulo, debe cumprirse que:

$$V_{31} + V_{32} + V_{3O} = 0$$

$$16,0[\text{V}]+9,00[\text{V}]+9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{q_3}{(5,00\ [\text{m}])}=0$$

O valor da carga 3 se obtense despexando q_3:

$$q_3=\frac{-25,0\ [\text{V}]\cdot 5,00\ [\text{m}]}{9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]}=-1,39\cdot 10^{-8}\ \text{C}=-13,9\ \text{nC}$$

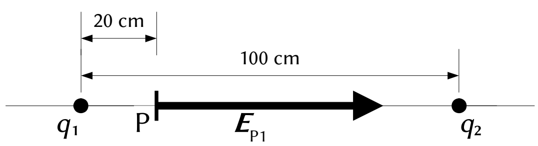
Análise: O signo da carga é correcto, xa que produce un potencial negativo que contrarresta os potenciais positivos das cargas nos datos. O valor da carga parece aceptable, porque é semellante ao dos datos.

5. Dúas cargas eléctricas positivas (q_1 e q_2) están separadas unha distancia de 1 m. Entre as dúas hai un punto, situado a 20 cm de q_1, onde o campo eléctrico é nulo. Sabendo que q_1 é igual a 2 µC, calcula:
   a) O valor de q_2.
   b) O potencial no punto no que se anula o campo.
   c) O traballo realizado pola forza do campo para levar unha carga de −3 µC desde o punto no que se anula o campo ata o infinito.
   Dato: $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. extr. 18)*
   Rta.: a) q_2 = 32 µC; b) $V = 4,5\cdot10^5$ V; c) W = −1,4 J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Distancia entre as cargas q_1 e q_2	r_{12} = 1,00 m
Distancia do punto P, no que se anula o campo, á carga q_1	r_{P1} = 20,0 cm = 0,200 m
Valor da carga situada no punto 1	q_1 = 2,00 µC = $2,00\cdot10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto P	q = −3,00 µC = $-3,00\cdot10^{-6}$ C
Campo eléctrico no punto P	$\vec{E}_P = \vec{0}$
Constante de Coulomb	$K = 9,00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Valor da carga q_2	q_2
Potencial eléctrico no punto P	V_P
Traballo para trasladar unha carga de −3 µC desde P ata o infinito	$W_{P\to\infty}$
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A=\sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga desde A ata B	$W_{A\to B} = q\ (V_A - V_B)$

Solución:

a) Faise un debuxo situando as cargas no eixe horizontal, unha na orixe, e a outra a 1 m de distancia, por exemplo no semieixe positivo. Sitúase un punto, P, a 20 cm da orixe, entre ámbalas cargas.



Debúxase no punto P o vector de campo eléctrico creado pola carga q_1, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque a carga é positiva.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\vec{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

A distancia entre a carga q_1 e o punto P é: r_{P1} = 20,0 cm = 0,200 m.
O vector unitario do punto P, tomando como orixe o punto 1, é $\vec{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.
Calcúlase o campo no punto P, debido á carga de 2 μC situada no punto 1:

$$\vec{E}_{P1} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}200\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}} = 4{,}50\cdot 10^5\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto P, debida á carga q_2 situada a 1 m de distancia da carga q_1, ten que ser oposta, para que o campo no punto P sexa nula.

$$\vec{E}_{P2} = -4{,}50\cdot 10^5\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

A distancia de q_2 ao punto P é: r_{P2} = 1,00 [m] – 0,200 [m] = 0,80 m
Escríbese a expresión do módulo do campo creado pola carga q_2 no punto P, e substitúense os datos:

$$|\vec{E}_{P2}| = K\frac{q_2}{r_{P2}^2} \Rightarrow 4{,}50\cdot 10^5 = 9{,}00\cdot 10^9\frac{q_2}{0{,}80^2}$$

O valor da carga obtense despexando q_2:

$$q_2 = \frac{4{,}50\cdot 10^5\ [\mathrm{N\cdot C^{-1}}]\cdot(0{,}80\ [\mathrm{m}])^2}{9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]} = 3{,}2\cdot 10^{-5}\ \mathrm{C} = 32\ \mu\mathrm{C}$$

Análise: Como a distancia de q_2 ao punto P é 4 veces maior que a da carga q_1, o valor da carga terá que ser 4^2 = 16 veces maior.
b)
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlanse os potenciais no punto P, debidos a cada unha das cargas:

$$V_{P1} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}200\ [\mathrm{m}])} = 9{,}00\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

$$V_{P2} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{32\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}80\ [\mathrm{m}])} = 3{,}6\cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico no punto P é a suma:

$$V_P = V_{P1} + V_{P2} = 9{,}00·10^4 \text{ [V]} + 3{,}6·10^5 \text{ [V]} = 4{,}5·10^5 \text{ V}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

c) O potencial no infinito é cero, porque se toma como orixe. O traballo que fai a forza de campo cando se traslada unha carga de −3 μC desde o punto P ata o infinito é:

$$W_{P \to \infty} = q\,(V_P - V_\infty) = -3{,}00·10^{-6} \text{ [C]} \cdot (4{,}5·10^5 - 0) \text{ [V]} = -1{,}4 \text{ J}$$

● Campo e potencial

1. Unha carga eléctrica puntual de valor Q ocupa a posición (0,0) do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixo X o potencial eléctrico é $V = -120$ V e o campo eléctrico é $\overline{\boldsymbol{E}} = -80\,\bar{\mathbf{i}}$ N /C. Se as coordenadas están dadas en metros, calcula:
   a) A posición do punto A e o valor de Q.
   b) O traballo que realiza a forza eléctrica do campo para levar un electrón desde o punto B (2,2) ata o punto A.
   DATOS: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. ord. 24)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{r}}_A$ =(1,50, 0) m; Q = −20,0 nC; b) $W_{B\to A} = -9{,}02·10^{-18}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga Q	$\overline{\boldsymbol{r}}_O = (0, 0)$ m
Potencial eléctrico no punto A	$V_A = -120$ V
Campo eléctrico no punto A	$\overline{\boldsymbol{E}} = -80{,}0\,\bar{\mathbf{i}}$ N/C
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (2{,}00, 2{,}00)$ m
Carga do electrón	$q_p = -1{,}60·10^{-19}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$
Valor da carga Q	Q
Traballo da forza do campo para levar un electrón do punto B ao punto A	$W_{B\to A}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K\frac{Q}{r}$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$
Enerxía potencial eléctrica dunha interacción entre dúas cargas, Q e q, situadas a unha distancia, r, una da outra.	$E_p = q \cdot V = K\frac{Q \cdot q}{r}$

Solución:

A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\vec{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

a) Substitúense os datos na ecuación do campo eléctrico:

$$-80{,}0\ \vec{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Tomando só o módulo, queda:

$$80{,}0\ [\text{N/C}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r^2}$$

A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Substitúese tamén na ecuación de potencial eléctrico:

$$-120\ [\text{V}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{Q}{r}$$

Como na ecuación do campo eléctrico aparece o valor absoluto da carga, $|Q|$, emprégase a ecuación en valores absolutos:

$$120\ [\text{V}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|Q|}{r}$$

Resólvese o sistema:

$$\begin{cases} 80{,}0 = 9{,}00 \cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r^2} \\ 120 = 9{,}00 \cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r} \end{cases}$$

Dividindo a segunda ecuación entre a primeira, obtense:

$$\frac{120}{80{,}0} = \frac{\frac{\cancel{9{,}00 \cdot 10^9 |Q|}}{r}}{\frac{\cancel{9{,}00 \cdot 10^9 |Q|}}{r^2}} = r$$

r = 1,50 m

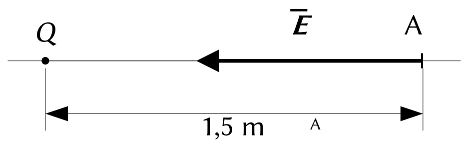
Despexando o valor absoluto da carga $|Q|$ da segunda ecuación:

$$|Q| = \frac{120\ [\text{V}] \cdot r}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = \frac{120\ [\text{V}] \cdot 1{,}50\ [\text{m}]}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = 2{,}00 \cdot 10^{-8}\ \text{C}$$

O potencial é negativo, por tanto, a carga debe ser negativa:

$$Q = -2{,}00 \cdot 10^{-8}\ \text{C} = -20{,}0\ \text{nC}$$

Como o campo no punto A vai no sentido negativo do eixe X, $\overline{\boldsymbol{E}}_A$ = -80,0 $\overline{\mathbf{i}}$ (N/C), o punto ten que estar no semieixe positivo:



$$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (1{,}50,\ 0) \text{ m}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

b) Para calcular o potencial do punto B, débese calcular primeiro a distancia do punto B á carga Q.

$$r_{OB} = \sqrt{(2{,}00\ [\text{m}])^2 + (2{,}00\ [\text{m}])^2} = 2{,}83 \text{ m}$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto B:

$$V_B = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{|-2{,}00 \cdot 10^{-8}\ [\text{C}]|}{2{,}83\ [\text{m}]} = -63{,}6 \text{ V}$$

Calcúlase o traballo realizado pola forza do campo:

$$W_{B\to A} = q\,(V_B - V_A) = -1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot (-63{,}6 - (-120))\ [\text{V}] = -9{,}02 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

Análise: Para unha carga positiva, o traballo do campo sería positivo porque o desprazamento vai no sentido de potencial crecente, achegándose á carga. Pero como a carga é negativa, o traballo tamén o é.

● Esferas

1. Unha esfera condutora de raio 4 cm ten unha carga de +8 µC en equilibrio eléctrico. Calcula canto valen en puntos que distan 0, 2 e 6 cm do centro da esfera:
   a) O módulo da intensidade do campo eléctrico.
   b) O potencial eléctrico.
   c) Representa as magnitudes anteriores en función da distancia ao centro da esfera.
   Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. ord. 18)*
   Rta.: a) $|\overline{\boldsymbol{E}}_1| = |\overline{\boldsymbol{E}}_2| = 0$; $|\overline{\boldsymbol{E}}_3| = 2{,}00 \cdot 10^7$ N/C; b) $V_1 = V_2 = 1{,}80 \cdot 10^6$ V; $V_3 = 1{,}20 \cdot 10^6$ V.

Datos		***Cifras significativas: 3***
Carga da esfera		Q = 8,00 µC = $8{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Radio da esfera		R = 4,00 cm = 0,0400 m
Distancias ao centro da esfera:	punto interior 1	r_1 = 0 cm = 0 m
	punto interior 2	r_2 = 2,00 cm = 0,0200 m
	punto exterior	r_3 = 6,00 cm = 0,0600 m
Constante de Coulomb		$K = 9{,}00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas		
Intensidade do campo eléctrico nos puntos 1, 2 e 3		$\overline{\boldsymbol{E}}_1$, $\overline{\boldsymbol{E}}_2$, $\overline{\boldsymbol{E}}_3$
Potencial eléctrico nos puntos 1, 2 e 3		V_1, V_2, V_3

Ecuacións

Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q $\quad \vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$

Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q $\quad V=K\frac{Q}{r}$

Solución:

a) O módulo da intensidade de campo eléctrico nos puntos 1 e 2, que se atopan no interior a 0 e 2 cm do centro da esfera, é nulo porque o condutor atópase en equilibrio e todas as cargas atópanse na superficie da esfera.
O módulo da intensidade de campo eléctrico no punto 3, a 6 cm do centro da esfera, é o mesmo que se a carga fose puntual.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\vec{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

$$|\vec{E}_3|=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}060\ 0\ [\mathrm{m}])^2}=2{,}00\cdot 10^7\ \mathrm{N/C}$$

b) O potencial eléctrico nos puntos 1 e 2 é o mesmo que o potencial na superficie da esfera, que vale o mesmo que o creado por unha carga puntual, Q, situada no centro da esfera:
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

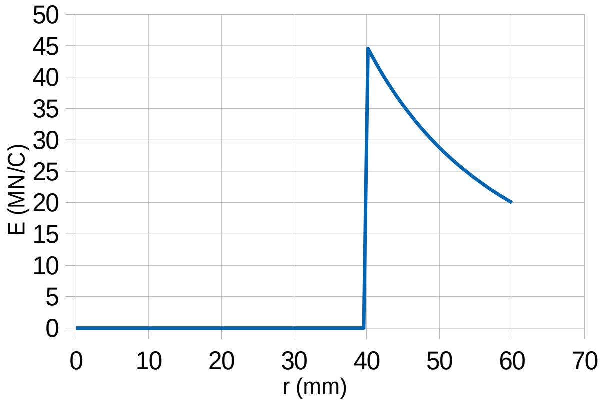
K é a constante de Coulomb.

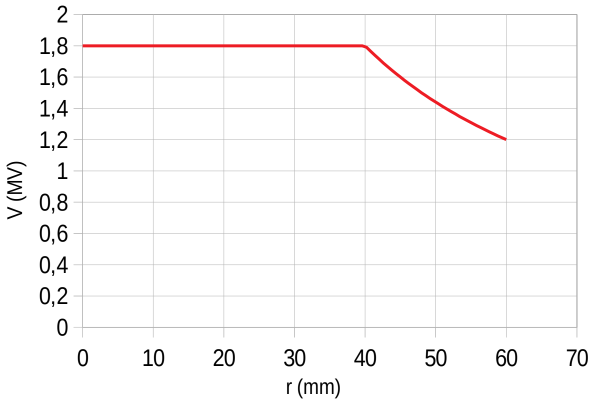
$$V_1=V_2=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}040\ 0\ [\mathrm{m}])}=1{,}80\cdot 10^6\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico no punto 3 é o mesmo que se a carga fose puntual.

$$V_3=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}060\ 0\ [\mathrm{m}])}=1{,}20\cdot 10^6\ \mathrm{V}$$

c) A gráfica da esquerda representa a variación do valor do campo eléctrico coa distancia ao centro da esfera. O campo vale cero para distancias inferiores ao raio da esfera, é máxima para o raio, e diminúe de forma inversamente proporcional ao cadrado da distancia para valores maiores.
A gráfica da dereita representa a variación do potencial eléctrico coa distancia ao centro da esfera. O potencial é constante para distancias inferiores ou iguais ao raio da esfera, e diminúe de forma inversamente proporcional á distancia para valores maiores.





2. Dada unha esfera maciza condutora de 30 cm de raio e carga q = +4,3 μC, calcula o campo eléctrico e o potencial nos seguintes puntos:
   a) A 20 cm do centro da esfera.
   b) A 50 cm do centro da esfera.
   c) Fai unha representación gráfica do campo eléctrico e do potencial en función da distancia ao centro da esfera.

   Dato: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. extr. 17)*

   Rta.: a) $|\overline{\boldsymbol{E}}_1| = 0$; $V_1 = 1{,}29·10^5$ V; b) $|\overline{\boldsymbol{E}}_2| = 1{,}55·10^5$ N/C; $V_2 = 7{,}74·10^4$ V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga da esfera	$Q = 4{,}30$ μC $= 4{,}30·10^{-3}$ C
Raio da esfera	$R = 30{,}0$ cm $= 0{,}300$ m
Distancias ao centro da esfera: punto interior	$r_1 = 20{,}0$ cm $= 0{,}200$ m
punto exterior	$r_2 = 50{,}0$ cm $= 0{,}500$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Intensidade do campo eléctrico nos puntos 1 e 2	$\overline{\boldsymbol{E}}_1$, $\overline{\boldsymbol{E}}_2$
Potencial eléctrico nos puntos 1 e 2	V_1, V_2
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$V=K\frac{Q}{r}$

Solución:

a) O campo no punto 1, a 20 cm do centro da esfera, é nulo porque o condutor atópase en equilibrio e todas as cargas atópanse na superficie da esfera.
O potencial eléctrico no punto 1 vale o mesmo que na superficie da esfera, que vale o mesmo que o creado por unha carga puntual, *Q*, situada no centro da esfera:
A ecuación do potencial eléctrico, *V*, nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.

$$V_1=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{4{,}30\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}300\ [\text{m}])}=1{,}29\cdot 10^5\ \text{V}$$

b) O módulo do campo no punto 2 a 50 cm do centro da esfera é o mesmo que se a carga fose puntual.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

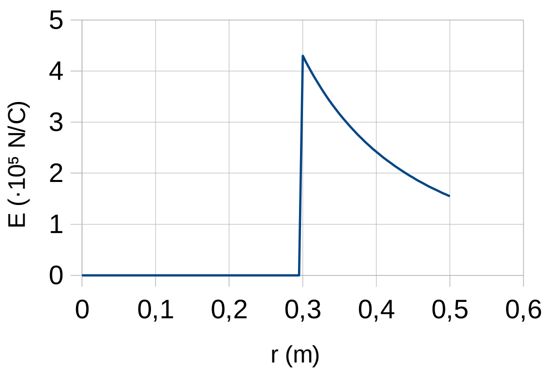
$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

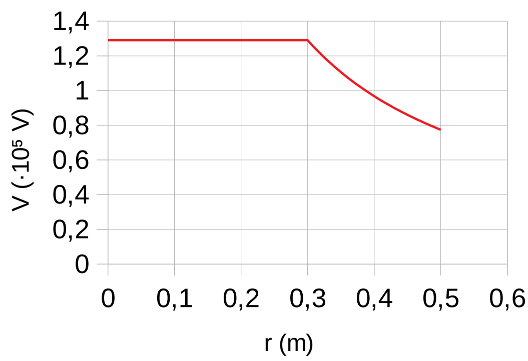
$$|\vec{E}_2|=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{4{,}30\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}500\ [\mathrm{m}])^2}=1{,}55\cdot 10^5\ \mathrm{N/C}$$

O potencial eléctrico no punto 2 vale o mesmo que se a carga fose puntual.

$$V_2=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{4{,}30\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}500\ [\mathrm{m}])}=7{,}74\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

c) A gráfica da esquerda representa a variación do valor do campo eléctrico coa distancia ao centro da esfera. O campo vale cero para distancias inferiores ao raio da esfera, é máxima para o raio, e diminúe de forma inversamente proporcional ao cadrado da distancia para valores maiores.
A gráfica da dereita representa a variación do potencial eléctrico coa distancia ao centro da esfera. O potencial é constante para distancias inferiores ou iguais ao raio da esfera, e diminúe de forma inversamente proporcional á distancia para valores maiores.





● Péndulo eléctrico

1. Nunha rexión do espazo na que hai un campo eléctrico de intensidade $\overline{\boldsymbol{E}} = 6{\cdot}10^3\ \overline{\mathbf{i}}$ N C⁻¹ colga, dun fío de 20 cm de lonxitude, unha esfera metálica que posúe unha carga eléctrica de 8 µC e ten unha masa de 4 g. Calcula:
   a) O ángulo que forma o fío coa vertical.
   b) A velocidade da esfera cando pasa pola vertical ao desaparecer o campo eléctrico.
   Dato: $\overline{\boldsymbol{g}} = -9{,}8\ \overline{\mathbf{j}}$ m s⁻². *(A.B.A.U. extr. 23)*
   Rta.: a) α = 50,8°; b) v = 1,20 m/s

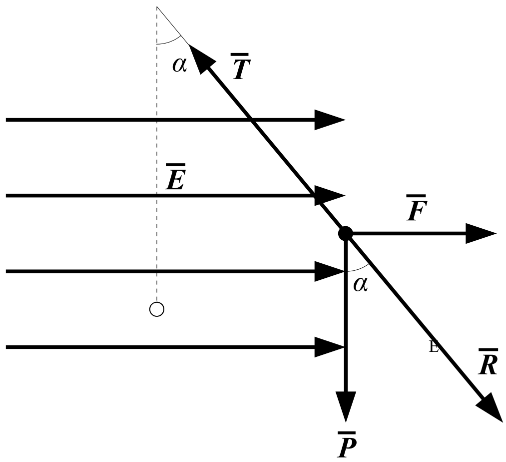
Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa da esfera	m = 4,00 g = $4{,}00{\cdot}10^{-3}$ kg
Carga da esfera	q = 8,00 µC = $8{,}00{\cdot}10^{-6}$ C
Lonxitude do fío	L = 20,0 cm = 0,200 m
Valor do campo eléctrico	E = $6{,}00{\cdot}10^3$ N/C
Valor do campo gravitacional terrestre	g = 9,80 m/s²
Incógnitas	
Ángulo que forma o fío coa vertical	α
Velocidade da esfera ao pasar pola vertical	v
Ecuacións	
Campo eléctrico	$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}$

Ecuacións

Peso	$\overline{\boldsymbol{P}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{g}}$
Enerxía potencial da forza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Enerxía cinética dunha masa, *m*, que se move cunha velocidade, *v*	$E_c = ½\, m \cdot v^2$

Solución:

a) Cando a esfera alcanza o equilibrio, a tensión equilibra á resultante das forzas peso e eléctrica.



Calcúlase a forza peso:

$$P = m \cdot g = 4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m·s}^{-2}] = 0{,}0392\ \text{N}$$

Calcúlase a forza eléctrica:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q} \Rightarrow F_E = q \cdot E = 8{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot 6{,}00 \cdot 10^{3}\ [\text{N/C}] = 0{,}0480\ \text{N}$$

Como son perpendiculares, a forza resultante vale:

$$|\vec{\boldsymbol{R}}|=\sqrt{(0{,}039\,2\ [\text{N}])^2+(0{,}048\,0\ [\text{N}])^2}=0{,}062\,0\ \text{N}$$

O ángulo entre a resultante e a vertical mide:

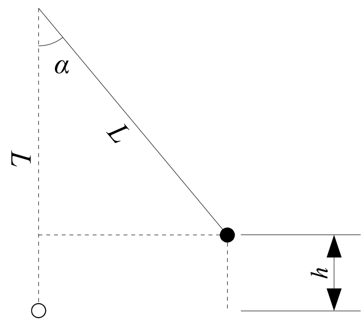
$$\alpha=\arccos\frac{P}{R}=\arccos\frac{0{,}039\,2}{0{,}062\,0}=50{,}8\,°$$

c) Ao descargarse as láminas só actúa a forza peso, que é unha forza conservativa. A enerxía mecánica consérvase entre a posición inicial e o punto máis baixo da traxectoria.

A altura do punto de equilibrio respecto do punto máis baixo pode calcularse do triángulo:

$$h = L - L \cos \alpha = L\,(1 - \cos \alpha) = 0{,}200\ [\text{m}]\ (1 - \cos 50{,}8°) = 0{,}0735\ \text{m}$$

Calcúlase a enerxía potencial do peso no punto de partida, tomando como orixe de enerxías o punto máis baixo:



$$E_p = m \cdot g \cdot h = 4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m·s}^{-2}] \cdot 0{,}0735\ [\text{m}] = 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

Aplícase o principio de conservación da enerxía entre a posición inicial e o punto máis baixo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(½\, m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (½\, m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ [\text{J}] = (4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

Calcúlase a velocidade despexando:

$$v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ [\text{J}]}{4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]}}=1{,}20\ \text{m/s}$$

2. Unha esfera pequena, de masa 2 g e carga +3 μC, colga dun fío de 6 cm de lonxitude entre dúas placas metálicas verticais e paralelas separadas entre si unha distancia de 12 cm. As placas posúen cargas iguais pero de signo contrario. Calcula:
   a) O campo eléctrico entre as placas para que o fío forme un ángulo de 45° coa vertical.
   b) A tensión do fío nese momento.
   c) Se as placas se descargan, cal será a velocidade da esfera ao pasar pola vertical?
   Dato: $g = 9{,}81\ \text{m·s}^{-2}$. *(A.B.A.U. ord. 17)*
   Rta.: a) $E = 6{,}54 \cdot 10^3$ N/C; b) $T = R = 0{,}0277$ N; c) $v = 0{,}587$ m/s.

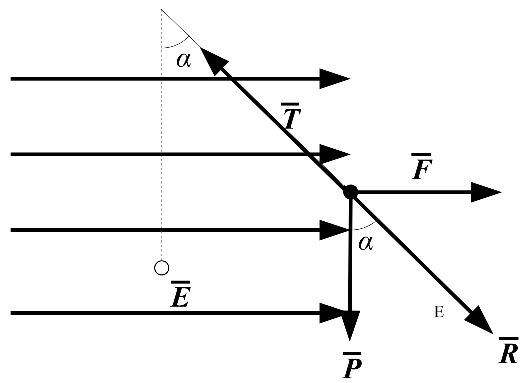
Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa da esfera	$m = 2{,}00\ \text{g} = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$
Carga da esfera	$q = 3{,}00\ \mu\text{C} = 3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Lonxitude do fío	$L = 6{,}00\ \text{cm} = 0{,}0600\ \text{m}$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ángulo que forma o fío coa vertical	$\alpha = 45°$
Valor do campo gravitacional terrestre	$g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$
Incógnitas	
Valor do campo eléctrico	E
Tensión do fío	T
Velocidade da esfera ao pasar pola vertical	v
Outros símbolos	
Forza resultante das forzas eléctrica e peso	$\overline{\boldsymbol{R}}$
Altura do punto de equilibrio	h
Ecuacións	
Campo eléctrico	$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$
Forza peso	$\overline{\boldsymbol{P}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{g}}$
Enerxía potencial da forza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Enerxía cinética dunha masa, *m*, que se move cunha velocidade, *v*	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Debúxase un esquema situando as forzas.

Cando a esfera alcanza o equilibrio, a tensión, $\overline{\boldsymbol{T}}$, equilibra á resultante, $\overline{\boldsymbol{R}}$, das forzas peso, $\overline{\boldsymbol{P}}$, e eléctrica, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$.



Calcúlase o valor da forza peso:

$$P = m \cdot g = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}81\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = 0{,}0196\ \text{N}$$

Como o ángulo entre a resultante e a vertical é de 45° e tan 45° = 1,00, a forza eléctrica vale o mesmo que o peso.

$$F_E = P \cdot \tan 45° = P = 0{,}0196\ \text{N}$$

Calcúlase o campo eléctrico:

$$E=\frac{F_E}{q}=\frac{0{,}019\ 6\ \text{N}}{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}=6{,}54 \cdot 10^3\ \text{N/C}$$

b) Como a forza eléctrica e o peso son perpendiculares, a forza resultante vale:

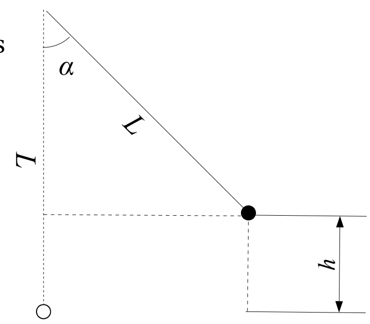
$$|\vec{\boldsymbol{R}}|=\sqrt{(0{,}019\ 6\ [\text{N}])^2+(0{,}019\ 6\ [\text{N}])^2}=0{,}027\ 7\ \text{N}$$

O valor da tensión é o mesmo que o da forza resultante:

$$T = R = 0{,}0277\ \text{N}$$

c) Ao descargarse as láminas só actúa a forza peso, que é unha forza conservativa. A enerxía mecánica consérvase entre a posición inicial e o punto máis baixo da traxectoria.

A altura do punto de equilibrio respecto do punto máis baixo pode calcularse do triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L\,(1 - \cos \alpha) = 0{,}0600\ [\text{m}]\ (1 - \cos 45°) = 0{,}0176\ \text{m}$$

Calcúlase a enerxía potencial do peso no punto de partida, tomando como orixe de enerxías o punto máis baixo:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}81\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot 0{,}00240\ [\text{m}] = 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Aplícase o principio de conservación da enerxía entre a posición inicial e o punto máis baixo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ [\text{J}] = (2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

Calcúlase a velocidade despexando:

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}45\cdot 10^{-4}[\text{J}]}{2{,}00\cdot 10^{-3}[\text{kg}]}}=0{,}587\ \text{m/s}$$

◊ CUESTIÓNS

● Cargas puntuais

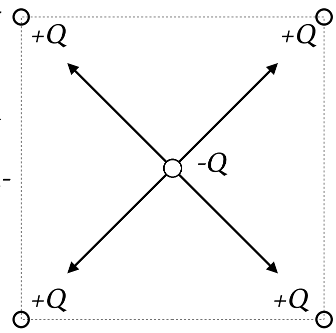
1. Colócanse catro cargas puntuais $+Q$ nos vértices dun cadrado e outra carga $-Q$ no centro. A forza atractiva que sente a carga $-Q$ é:
   A) Catro veces maior cá que sentiría se só houbese unha carga $+Q$ nun dos vértices do cadrado.
   B) Nula.
   C) Dúas veces maior cá que sentiría se só houbese unha carga $+Q$ nun dos vértices do cadrado.
   (A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais é proporcional ás cargas e inversamente proporcional ao cadrado da distancia que as separa, segundo a lei de Coulomb:

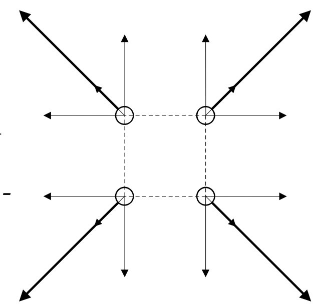
$$F=K\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}$$

Nesta expresión K é a constante de Coulomb, q_1 e q_2 son as cargas e r é a distancia entre elas.
A carga -Q situada no centro do cadrado sentirá unha forza de atracción cara a cada unha das catro cargas +Q situadas nos vértices. Estas forzas terán a mesma magnitude, xa que as cargas son iguais e as distancias entre elas tamén son iguais. Ademais, estas forzas estarán orientadas ao longo das diagonais do cadrado.
Por tanto, a resultante das catro forzas é cero e a carga -Q non sentirá ningunha forza neta.



2. Explica que se pode dicir de catro cargas iguais situadas nos vértices dun cadrado que son abandonadas libremente nesa posición:
   A) Están en equilibrio estable.
   B) Móvense cara ao centro do cadrado.
   C) Sepáranse cada vez máis rápido.
   (A.B.A.U. extr. 22)

Solución: C



As cargas do mesmo signo repélense, polo tanto afástanse unhas das outras.
A resultante das forzas que actúan sobre cada unha delas está dirixida na diagonal do cadrado.
A medida que se separan, a forza sobre cada unha delas diminúe pero segue a existir, polo que lles produce unha aceleración que fai que a súa velocidade vaia aumentando.

● Esferas

1. Unha esfera metálica cárgase positivamente atopándose en equilibrio electrostático. O campo eléctrico será:
   A) Nulo no interior e constante no exterior da esfera.
   B) Máximo na superficie e nulo no interior.
   C) Aumenta linealmente dende o centro da esfera.

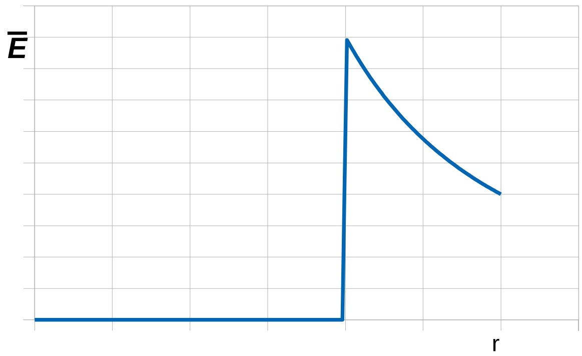
(A.B.A.U. extr. 21, ord. 20)

Solución: B

A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo eléctrico no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula. Se non fose así, as cargas desprazaríanse debido á forza do campo.
O campo eléctrico no exterior é igual que o campo creado por unha carga puntual situada no centro da esfera, o seu valor diminúe co cadrado da distancia ao centro:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}$$

Como a carga é positiva, o valor é máximo na superficie.



● Campo e potencial

1. Nunha rexión do espazo na que o potencial eléctrico é constante a intensidade de campo eléctrico é:
   A) Constante.
   B) Nula.
   C) Ten un valor que depende do punto considerado.

(A.B.A.U. ord. 24)

Solución: B

O campo eléctrico é o gradiente do potencial eléctrico: a variación do potencial eléctrico con respecto á distancia. A expresión é:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=-\frac{d\,V}{d\,r}$$

Nesa ecuación $\overline{\boldsymbol{E}}$ é a intensidade do campo eléctrico, V é o potencial eléctrico, e r é a distancia.
O signo menos indica que o campo eléctrico vai na dirección da diminución do potencial.
Se o potencial eléctrico é constante, a súa derivada con respecto á distancia é cero. Polo tanto, a intensidade do campo eléctrico é nula.

2. Unha partícula cargada móvese espontaneamente cara a puntos nos que o potencial electrostático aumenta. O signo da carga eléctrica será:
   A) Negativo.
   B) Positivo.
   C) Non se pode saber.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: A

Unha carga eléctrica móvese no interior dun campo electrostático no sentido de diminuír a súa enerxía potencial.
A enerxía potencial electrostática dunha carga q nun punto A é:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Se o potencial electrostático aumenta, para que a enerxía potencial electrostática diminúa, a carga ten que ser negativa.
Se a carga fose positiva, a súa enerxía potencial aumentaría cando aumenta o potencial eléctrico.

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

O campo eléctrico está dirixido no sentido dos potenciais decrecentes. Por exemplo, entre as placas dun condensador, o campo eléctrico vai dirixido dende a placa positiva cara á a placa negativa, que é a que ten o potencial máis baixo.
Unha carga negativa moveríase cara á placa positiva, que é a que ten o potencial eléctrico máis alto.

3. Unha carga eléctrica positiva encóntrase baixo a acción dun campo eléctrico uniforme. A súa enerxía potencial aumenta se a carga se despraza:
A) Na mesma dirección e sentido que o campo eléctrico.
B) Na mesma dirección e sentido oposto ao campo eléctrico.
C) Perpendicularmente ao campo eléctrico.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: B

Unha carga eléctrica móvese no interior dun campo no sentido de diminuír a súa enerxía potencial.
A enerxía potencial electrostática dunha carga q nun punto A é:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Se a carga é positiva, a súa enerxía potencial aumenta cando aumenta o potencial eléctrico.

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

O campo eléctrico está dirixido no sentido dos potenciais decrecentes. Por exemplo, entre as placas dun condensador, o campo eléctrico vai dirixido dende a placa positiva cara a placa negativa, que é a que ten o potencial máis baixo.
Por tanto, a súa enerxía potencial aumenta cando a carga se despraza na mesma dirección e sentido oposto ao campo eléctrico.

4. As liñas de forza do campo eléctrico:
A) Son pechadas.
B) En cada punto son perpendiculares ás superficies equipotenciais.
C) Poden cortarse.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: B

As superficies equipotenciais son aquelas formadas polos puntos nos que o potencial eléctrico vale o mesmo. Se o campo eléctrico non fose perpendicular á superficie, tería unha compoñente paralela a ela e, ao colocar unha carga eléctrica nun punto da superficie sufriría unha forza e desprazaríase. Pero isto non ocorre porque as cargas só se desprazan se hai unha diferenza de potencial, que non é o caso.

As outras opcións.
A. Falsa. As liñas de forza dun campo electrostático xorden das cargas positivas (fontes) e terminan nas cargas negativas (sumidoiros). Son abertas.
C. Falsa. Por definición, as liñas de forza debúxanse de forma que o campo eléctrico sexa tanxente a elas en cada punto. O campo eléctrico nun punto é único. Se as liñas de forza cortásense, habería dúas tanxentes e dous vectores de campo eléctrico.

5. Cando se aproximan dúas cargas do mesmo signo, a enerxía potencial electrostática:
A) Aumenta.

B) Diminúe.
C) Non varía.

(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: A

A enerxía potencial electrostática de dúas cargas é:

$$E_{\mathrm{p}}=K\frac{Q\cdot q}{r}$$

Se as cargas son do mesmo signo, a enerxía é positiva. Canto máis pequena sexa a distancia entre as cargas maior será a enerxía.

6. Se aplicamos o teorema de Gauss ao campo electrostático, o fluxo do campo a través dunha superficie pechada depende:
A) Da localización das cargas dentro da superficie gaussiana.
B) Da carga neta encerrada pola superficie gaussiana.
C) Da carga neta situada tanto dentro como fóra da superficie gaussiana.

(A.B.A.U. ord. 18)

Solución: B

O fluxo do vector campo eléctrico, $\overline{\boldsymbol{E}}$, que atravesa unha superficie pechada é:

$$\Phi=\oiint_S \vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{S}}$$

O teorema de Gauss di que o fluxo do campo a través dunha superficie pechada é proporcional á carga encerrada:

$$\Phi=\frac{Q_{\text{encerrada}}}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

7. Dúas cargas puntuais de valor $+q$ están separadas unha distancia a. No punto medio entre ambas (a/ 2) cúmprese:
A) O módulo do campo é $E = 8\ k{\cdot}q/a^2$ e o potencial $V = 0$.
B) $E = 0$ e $V = 4\ k{\cdot}q/a$.
C) Ambos son nulos.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

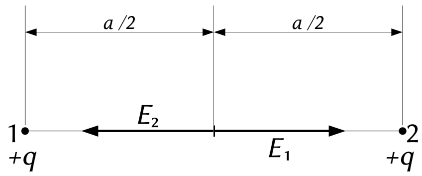
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{r}}$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Debúxase un esquema:



Como o punto medio atópase á mesma distancia de ambas as cargas e estas son do mesmo valor, o valor das intensidades de campo eléctrico no punto medio é o mesmo. Como os vectores son de sentidos opostos, a resultante é nula.
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q}{a/2} + K \frac{q}{a/2} = 4\,k \frac{q}{a}$$

Actualizado: 13/06/24

Actualizado: 13/06/24

ACLARACIÓNS

Os datos dos enunciados dos problemas non adoitan ter un número adecuado de cifras significativas, ben porque o redactor pensa que a Física é unha rama das Matemáticas e os números enteiros son números «exactos» (p. ex. a velocidade da luz: $3·10^8$ m/s cre que é 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) ou porque aínda non se decatou de que se pode usar calculadora no exame e parécelle máis sinxelo usar $3·10^8$ que 299 792 458 m/s).
Por iso supuxen que os datos teñen un número de cifras significativas razoables, case sempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en certos casos, cunha incerteza desmedida. Así que cando tomo un dato como $c = 3·10^8$ m/s e reescríboo como:
Cifras significativas: 3
$c = 3{,}00·10^8$ m/s
O que quero indicar é que supoño que o dato orixinal ten tres cifras significativas (non que as teña en realidade) para poder realizar os cálculos cunha incerteza máis pequena que a que tería nese caso.
($3·10^8$ m/s ten unha soa cifra significativa, e unha incerteza relativa do 30 %. Como as incertezas adóitanse acumular ao longo do cálculo, a incerteza final sería inadmisible. Entón, para que realizar os cálculos? Cunha estimación sería suficiente).

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metroloxía (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Sumario

CAMPO ELECTROSTÁTICO

Índice de probas A.B.A.U.