Campo electrostático

Método y recomendaciones

◊ PROBLEMAS

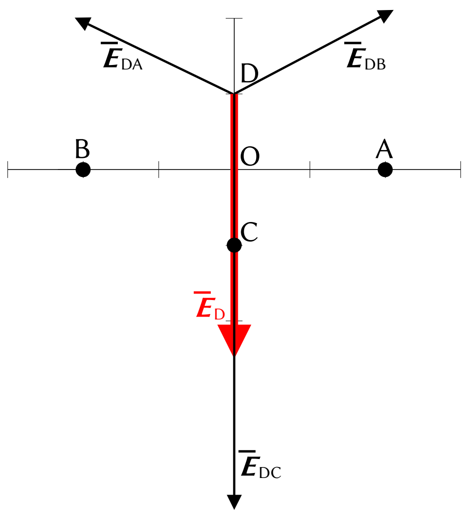
● Cargas puntuales

1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (–2, 0) y una carga negativa de –6 nC está fija en la posición (0, –1).
   a) Calcula el vector campo eléctrico en el punto (0, 1).
   b) Se coloca otra carga positiva de 1 µC en el punto (0, 1), inicialmente en reposo y de manera que es libre de moverse. Razona si llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcula la energía cinética que tendrá en ese punto.
   Datos: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². Las posiciones están en metros. *(A.B.A.U. ord. 21)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}} = -8{,}67\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; b) $E_c = 2{,}41·10^{-5}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de las cargas situadas en los puntos A y B	$Q_A = Q_B = 3{,}00$ nC $= 3{,}00·10^{-9}$ C
Valor de la carga situada en el punto C	$Q_C = -6{,}00$ nC $= -6{,}00·10^{-9}$ C
Posición del punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (2{,}00,\ 0)$ m
Posición del punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (-2{,}00,\ 0)$ m
Posición del punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (0,\ -1{,}00)$ m
Posición del punto D en el que calcular el vector campo eléctrico	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0,\ 1{,}00)$ m
Carga de la partícula que se desplaza	$q = 1{,}00$ µC $= 1{,}00·10^{-6}$ C
Velocidad inicial en el punto D	$\overline{v}_D = 0$
Posición del punto O al que llega	$\overline{\boldsymbol{r}}_O = (0,\ 0)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Vector campo eléctrico en el punto D	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Energía cinética que tendrá al pasar por el origen	E_{cO}
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*	$\vec{\boldsymbol{E}} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*	$V = K \dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Energía potencial eléctrica de una carga en un punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Energía cinética de una masa, *m*, que se mueve con una velocidad, *v*	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a)
Se hace un dibujo en el que se sitúan los puntos A(2, 0), B(-2, 0), C(0, -1) y D(0, 1).
Se dibujan los vectores del campo en el punto D, un vector por cada carga, prestando atención al sentido.
Los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B son de repulsión, porque las cargas son positivas, y son del mismo valor, porque las cargas y las distancias son iguales.
Pero el campo producido por la carga situada en el punto C es de atracción, porque es negativa, y será mayor que el creado por la car-



ga situada en el punto A, porque el punto C está más cerca del punto D que el punto A, y la carga situada en el punto C es mayor que la carga situada en el punto A.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_{\text{D}}$.
Como los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B son del mismo valor, sus componentes horizontales se anulan y la resultante de ambas será vertical y estará dirigida en el sentido positivo del eje *Y*. Su medida será el doble de la componente vertical de una de ellas.
El valor del campo resultante será la suma de las componentes verticales de cada carga. Como el valor del campo creado por la carga situada en el punto C es mayor que la suma de las componentes verticales de los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B, la resultante de los tres campos estará dirigida en el sentido negativo del eje *Y*.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Se calcula la distancia entre los puntos A(2, 0) y D(0, 1):

$$\vec{r}_{\text{AD}} = \vec{r}_{\text{D}} - \vec{r}_{\text{A}} = 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}}\ [\text{m}] - 2{,}00\,\vec{\mathbf{i}}\ [\text{m}] = (-2{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ \text{m}$$

$$r_{\text{AD}} = |\vec{r}_{\text{AD}}| = \sqrt{(-2{,}00\ [\text{m}])^2 + (1{,}00\ [\text{m}])^2} = 2{,}24\ \text{m}$$

Se calcula el vector unitario del punto D, tomando como origen el punto A:

$$\vec{\mathbf{u}}_{\text{AD}} = \frac{\vec{r}_{\text{AD}}}{|\vec{r}_{\text{AD}}|} = \frac{(-2{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]}{2{,}24\ [\text{m}]} = -0{,}894\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}447\,\vec{\mathbf{j}}$$

Se calcula el campo en el punto D, creado por la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$\vec{E}_{\text{DA}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}{\cdot}\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}24\ [\text{m}])^2} (-0{,}894\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}447\,\vec{\mathbf{j}}) = (-4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ \text{N/C}$$

El campo en el punto D, debido a la carga de +3 nC, situada en el punto B, es simétrico al creado por la carga situada en el punto A. Los valores de sus componentes son los mismos, pero el signo de la componente horizontal es opuesto, porque está dirigida en sentido contrario:

$$\vec{E}_{\text{DB}} = (4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ \text{N/C}$$

La distancia del punto D al punto C es: r_{DC} = |(0, 1,00) [m] – (0, –1,00) [m]| = 2,00 m.
El vector unitario del punto D, tomando como origen el punto C, es $\vec{\mathbf{j}}$, el vector unitario del eje *Y*.
Se calcula el campo en el punto D, debido a la carga de –6 nC situada en el punto C:

$$\vec{E}_{\text{DC}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N}{\cdot}\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}00\ [\text{m}])^2} \vec{\mathbf{j}} = -13{,}5\,\vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Por el principio de superposición, el campo resultante en el punto D es la suma vectorial de los campos creados en ese punto por cada carga.

$$\vec{E}_{\text{D}} = \vec{E}_{\text{DA}} + \vec{E}_{\text{DB}} + \vec{E}_{\text{DC}} = (-4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ [\text{N/C}] + (4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ [\text{N/C}] + (-13{,}5\,\vec{\mathbf{j}})\ [\text{N/C}] = -8{,}67\,\vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Análisis: Coincide con el dibujo. El campo resultante del cálculo está dirigido en el sentido negativo del eje Y.

b) Al colocar una caga positiva de 1 μC en el punto D(0, 1), el campo ejercerá una fuerza dirigida en el mismo sentido que el vector intensidad de campo, sentido negativo del eje Y. La carga será empujada y pasará por el origen O(0, 0).
Como la fuerza eléctrica es una fuerza conservativa, la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_O = (E_c + E_p)_D$$
$$E_{cO} + q \cdot V_O = E_{cD} + q \cdot V_D$$

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula el potencial en el punto D, debido a la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$V_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \, [\text{C}]}{(2{,}24 \, [\text{m}])} = 12{,}1 \text{ V}$$

El potencial en el punto D, debido a la carga de +3 nC situada en el punto B, vale lo mismo, ya que la distancia y la carga son las mismas:

$$V_{DB} = 12{,}1 \text{ V}$$

Se calcula el potencial en el punto D, debido a la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$V_{DC} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9} \, [\text{C}]}{(2{,}00 \, [\text{m}])} = -27{,}0 \text{ V}$$

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 12{,}1 \text{ [V]} + 12{,}1 \text{ [V]} + -27{,}0 \text{ [V]} = -2{,}8 \text{ V}$$

Se hace el mismo proceso para calcular el potencial eléctrico en el origen O.
Se calcula el potencial en el punto O debido a la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$V_{OA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \, [\text{C}]}{(2{,}00 \, [\text{m}])} = 13{,}5 \text{ V}$$

El potencial en el punto O, debido a la carga de + 3 nC situada en el punto B, vale lo mismo, ya que la distancia y la carga son las mismas:

$$V_{OB} = 13{,}5 \text{ V}$$

Se calcula el potencial en el punto O, debido a la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$V_{OC} = 9{,}00 \cdot 10^9 \, [\text{N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9} \, [\text{C}]}{(1{,}00 \, [\text{m}])} = -54{,}0 \text{ V}$$

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} = 13{,}5 \text{ [V]} + 13{,}5 \text{ [V]} + (-54{,}0 \text{ [V]}) = \text{-}27{,}0 \text{ V}$$

Sustituyendo los valores de los potenciales, y teniendo en cuenta que en el punto D la velocidad es nula, la ecuación de conservación de la energía quedaría:

$$E_{cO} + 1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-27{,}0 \text{ [V]}) = 0 + 1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-2{,}8 \text{ [V]})$$

Despejando, se obtiene el valor de la energía cinética al pasar por el origen.

$$E_{cO} = 1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (27{,}0 - 2{,}8) \text{ [V]} = 2{,}4 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

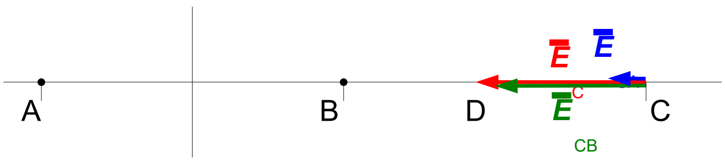
2. Dos cargas puntuales de −6 μC cada una están fijas en los puntos de coordenadas (−5, 0) y (5, 0). Calcula:
   a) El vector campo eléctrico en el punto (15, 0).
   b) La velocidad con la que llega al punto (10, 0) una partícula de masa 20 g y carga 8 μC que se abandona libremente en el punto (15, 0).

   Dato: $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻². Las coordenadas están expresadas en metros. *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = -675\ \overline{\mathbf{i}}$ N/C; b) $\overline{\boldsymbol{v}}_D = -2{,}2\ \overline{\mathbf{i}}$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de las cargas fijas	$Q = -6{,}00\ \mu C = -6{,}00\cdot10^{-6}$ C
Posiciones de las cargas fijas: A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (-5{,}00, 0)$ m
B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (5{,}00, 0)$ m
Posición del punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (15{,}0, 0)$ m
Carga que se desplaza	$q = 8{,}00\ \mu C = 8{,}00\cdot10^{-6}$ C
Masa de la carga que se desplaza hasta el origen	$m = 20{,}0$ g $= 0{,}0200$ kg
Velocidad inicial en el punto C	$v_C = 0$
Posición del punto D por lo que pasa la carga que se desplaza	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (10{,}0, 0)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Vector campo eléctrico en el punto C	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$
Velocidad que tendrá la carga de 8 μC al pasar por el punto D	v_D
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Ley de Coulomb: fuerza entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas una distancia, r	$\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Energía potencial eléctrica de una carga en un punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Se hace un dibujo en el que se sitúan los puntos A(−5, 0), B(5, 0), y C(15, 0).
Se dibujan los vectores del campo en el punto C, un vector por cada carga, prestando atención al sentido, que es de atracción porque las cargas son negativas.



La medida del vector campo creado por la carga situada en el punto B es cuatro veces mayor que el creado por la carga situada en el punto A, que está al doble de distancia.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r}{q}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

La distancia entre los puntos A y C vale: r_{AC} = |(15,0, 0) [m] – (–5,00, 0) [m]| = 20,0 m.
El vector unitario del punto C, tomando como origen el punto A, es $\bar{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje *X*.
Se calcula el campo en el punto C, debido a la carga de −6 µC situada en el punto A:

$$\vec{E}_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(20{,}0\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=-135\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

La distancia entre los puntos B y C vale: r_{BC} = |(15,0, 0) [m] – (5,00, 0) [m]| = 10,0 m.
El vector unitario del punto C, tomando como origen el punto B, es $\bar{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje *X*.
Se calcula el campo en el punto C, debido a la carga de −6 µC situada en B:

$$\vec{E}_{CB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(10{,}0\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=-540\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Por el principio de superposición, el vector intensidad de campo eléctrico resultante en el punto C es la suma vectorial de los vectores intensidad de campo de cada carga:

$$\bar{E}_C = \bar{E}_{CA} + \bar{E}_{CB} = -135\ \bar{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] + (-540\ \bar{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}]) = -675\ \bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: Coincide con el dibujo. El campo resultante del cálculo está dirigido en el sentido negativo del eje X.

b) Como la fuerza eléctrica es una fuerza conservativa, la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$
$$½\ m\ v_C^2 + q\cdot V_C = ½\ m\ v_D^2 + q\cdot V_D$$

Hay que calcular los potenciales eléctricos en los puntos C y D.
El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula el potencial eléctrico en el punto C, debido a la carga de −6 µC situada en el punto A:

$$V_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(20{,}0\ [\mathrm{m}])}=-2{,}70\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

Se calcula el potencial eléctrico en el punto C, debido a la carga de −6 µC situada en el punto B:

$$V_{CB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(10{,}0\ [\mathrm{m}])}=-5{,}40\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

El potencial eléctrico en el punto C es la suma:

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = -2{,}70\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] + (-5{,}40\cdot 10^3\ [\mathrm{V}]) = -8{,}10\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

La distancia entre los puntos A y D vale: r_{AD} = |(10,0, 0) [m] – (–5,00, 0) [m]| = 15,0 m
Se calcula el potencial eléctrico en el punto D, debido a la carga de −6 µC situada en A:

$$V_{DA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(15{,}0\ [\mathrm{m}])}=-3{,}60\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

La distancia entre los puntos B y D vale: r_{BD} = |(10,0, 0) [m] – (5,00, 0) [m]| = 5,0 m
Se calcula el potencial eléctrico en el punto D, debido a la carga de −6 µC situada en B:

$$V_{DB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-6{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(5{,}0\ [\mathrm{m}])}=-1{,}1\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

El potencial eléctrico en el punto D es la suma:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} = -3{,}60 \cdot 10^3 \text{ [V]} + (-1{,}1 \cdot 10^4 \text{ [V]}) = -1{,}5 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Se aplica el principio de conservación de la energía:

$$0 + 8{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-8{,}10 \cdot 10^3 \text{ [V]}) = (20{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot v_D^2 / 2) + 8{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot (-1{,}5 \cdot 10^4 \text{ [V]})$$

El valor de la velocidad se obtiene despejando:

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}(1{,}5 \cdot 10^4 - 8{,}10 \cdot 10^3) \text{ [V]}}{20{,}0 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]}}} = 2{,}2 \text{ m/s}$$

Como la velocidad es un vector, hay que determinar la dirección y el sentido.
Se puede deducir que la aceleración tiene la dirección del eje X en sentido negativo, porque la carga es positiva y la aceleración seguirá la dirección y el sentido del campo. Si un móvil parte del reposo, y la aceleración tiene dirección constante, el movimiento será rectilíneo en la línea de la aceleración.

$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = -2{,}2 \, \overline{\mathbf{i}} \text{ m/s}$$

3. Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas del mismo valor y de signo contrario que están separadas una distancia fija. Si el valor absoluto de cada una de las cargas es 2 μC y están situadas en los puntos (0, 0) y (4, 0), calcula:
   a) El potencial eléctrico creado por el dipolo en el punto (2, 2).
   b) La aceleración que experimenta un protón situado en el punto medio del dipolo.
   Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²; q(p) = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; m(p) = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Las distancias están en metros.
   (A.B.A.U. ord. 20)

   Rta.: a) $V = 0$; b) $\overline{\boldsymbol{a}} = 8{,}62 \cdot 10^{11}$ m/s², hacia la carga negativa.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición de la carga Q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_1 = (0, 0)$ m
Posición de la carga Q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_2 = (4{,}00, 0)$ m
Posición del punto 3	$\overline{\boldsymbol{r}}_3 = (2{,}00, 2{,}00)$ m
Posición del punto medio del dipolo (punto 4)	$\overline{\boldsymbol{r}}_4 = (2{,}00, 0)$ m
Valor de la carga situada en el punto 1	$Q_1 = 2{,}00$ μC $= 2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto 2	$Q_2 = -2{,}00$ μC $= -2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor de la carga del protón	$q = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Masa del protón	$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Potencial eléctrico en el punto 3	V_3
Aceleración de un protón situado en el punto medio del dipolo	a
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Campo eléctrico	$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$

Solución:

a)

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula la distancia del punto 1(0, 0) al punto 3(2, 2):

$$r_{13}=|\vec{r}_3-\vec{r}_1|=\sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{m}]-(0\ [\mathrm{m}]))^2+(2{,}00\ [\mathrm{m}]-0\ [\mathrm{m}])^2}=2{,}83\ \mathrm{m}$$

Se calcula el potencial en el punto 3(2, 2) debido a la carga de 2 µC situada en el punto 1:

$$V_{31}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}83\ [\mathrm{m}])}=6{,}36\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

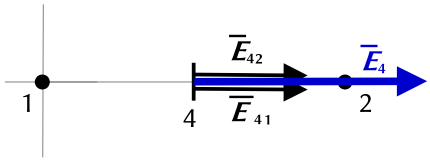
El potencial en el punto 3(2, 2), debido a la carga de −2 µC situada en el punto 2, tiene el valor opuesto, ya que la distancia es la misma, pero la carga es opuesta:

$$V_{32} = -6{,}36\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

El potencial eléctrico de un punto debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos la cada carga. Como son opuestos, el potencial se anula.

$$V_3 = V_{31} + V_{32} = 6{,}36\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] + (-6{,}36\cdot 10^3\ [\mathrm{V}]) = 0$$

b) El punto medio del dipolo es el punto 4(2, 0).
En un dibujo se sitúan los puntos 1(0, 0), 2(4, 0), y 4(2, 0).
Se supone que la carga positiva está en el punto 1.
Se dibujan los vectores del campo en el punto 4, un vector por cada carga, prestando atención al sentido.



El campo creado por la carga positiva situada en el punto 1 es de repulsión, pero el campo creado por la carga negativa situada en el punto 2 es de atracción.
La medida de ambos vectores es la misma, porque los valores de los campos son iguales, al ser iguales las distancias y los valores absolutos de las cargas.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\overline{E}_4$.
La medida de la resultante será el doble de la medida de uno de los campos.
Para calcular la aceleración del protón, se calcula antes la fuerza eléctrica en el punto medio, a partir del campo eléctrico.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, *Q* y *q*, separadas por una distancia, *r*, viene dada por la ley de Coulomb, en la que *K* es la constante de Coulomb y $\overline{u}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

La distancia del punto 1 al punto 4 es: r_{14} = |(2,00, 0) [m] - (0, 0)| = 2,00 m.
El vector unitario del punto 4, tomando como origen el punto 1, es $\mathbf{\bar{i}}$, el vector unitario del eje *X*.
Se calcula el campo en el punto 4, debida a la carga de 2 µC situada en el punto 1:

$$\vec{E}_{41}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=4{,}50\cdot 10^3\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

El campo en el punto 4, debida a la carga de 2 µC situada en el punto 2, es el mismo:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{42} = 4{,}50\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Por el principio de superposición, el campo resultante en el punto 4 es la suma vectorial de los campos creados en ese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_4 = \overline{\boldsymbol{E}}_{41} + \overline{\boldsymbol{E}}_{42} = 4{,}50\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] + 4{,}50\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] = 9{,}00\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: Coincide con el dibujo. El campo resultante del cálculo está dirigido en el sentido positivo del eje X.

Como el campo eléctrico es la fuerza sobre la unidad de carga positiva, se calcula la fuerza despejando:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \overline{\boldsymbol{F}} = q\cdot \overline{\boldsymbol{E}}_4 = 1{,}60\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot 9{,}00\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] = 1{,}44\cdot 10^{-15}\ \bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{N}$$

La aceleración se calcula aplicando la segunda ley de Newton:

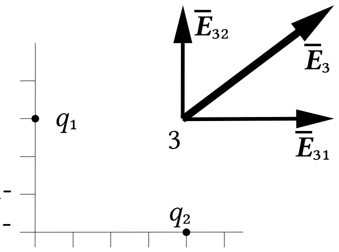
$$\overline{\boldsymbol{F}} = m\cdot \overline{\boldsymbol{a}} \Rightarrow \vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{1{,}44\cdot 10^{-15}\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N}]}{1{,}67\cdot 10^{-27}\ [\mathrm{kg}]}=8{,}62\cdot 10^{11}\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s^2}$$

El resultado, independiente de la orientación del dipolo, sería: la aceleración del protón es de $8{,}62\cdot 10^{11}$ m/ s², hacia la carga negativa.
Análisis: El valor de la aceleración parece demasiado grande, pero los cálculos son correctos.

4. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga q_1 = 7,11 nC, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga q_2 = 3,0 nC. Calcula:
   a) La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).
   b) El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).
   c) Indica el signo y el valor de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.
   Dato: $K = 9\cdot 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$. Las coordenadas están expresadas en metros. *(A.B.A.U. ord. 19)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}} = (4\ \bar{\mathbf{i}} + 3\ \bar{\mathbf{j}})$ N/C; b) V = 25 V; c) q_3 = −13,9 nC.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición de la carga q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_1 = (0, 3{,}00)$ m
Posición de la carga q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_2 = (4{,}00, 0)$ m
Posición del punto 3	$\overline{\boldsymbol{r}}_3 = (4{,}00, 3{,}00)$ m
Valor de la carga situada en el punto 1	$q_1 = 7{,}11$ nC $= 7{,}11\cdot 10^{-9}$ C
Valor de la carga situada en el punto 2	$q_2 = 3{,}00$ nC $= 3{,}00\cdot 10^{-9}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot 10^9\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$
Incógnitas	
Vector intensidad del campo eléctrico en el punto 3	$\overline{\boldsymbol{E}}_3$
Potencial eléctrico en el punto 3	V_3
Valor de la carga situada en el origen para que el potencial en 3 sea nulo	q_3
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A=\sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$

Solución:



a) Se hace un dibujo en el que se sitúan los puntos 1(0, 3), 2(4, 0) y 3(4, 3).
Se dibujan los vectores del campo en el punto 3, un vector por cada carga, prestando atención al sentido, que es de repulsión, porque las cargas son positivas.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_3$.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

La distancia del punto 1 al punto 3 es: r_{13} = |(4,00, 3,00) [m] – (0, 3,00) [m]| = 4,00 m.
El vector unitario del punto 3, tomando como origen el punto 1, es $\overline{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje X.
Se calcula el campo en el punto 3, debido a la carga de 7,11 nC situada en el punto 1:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{31}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{7{,}11\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(4{,}00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=4{,}00\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

La distancia del punto 2 al punto 3 es: r_{23} = |(4,00, 3,00) [m] – (4,00, 0) [m]| = 3,00 m.
El vector unitario del punto 3, tomando como origen el punto 2, es $\overline{\mathbf{j}}$, el vector unitario del eje Y.
Se calcula el campo en el punto 3, debido a la carga de 3,00 nC situada en el punto 2:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{32}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(3{,}00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{j}}=3{,}00\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Por el principio de superposición, el vector intensidad de campo eléctrico resultante en el punto 3 es la suma vectorial de los vectores intensidad de campo de cada carga:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_3 = \overline{\boldsymbol{E}}_{31} + \overline{\boldsymbol{E}}_{32} = 4{,}00\ \overline{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] + 3{,}00\ \overline{\mathbf{j}}\ [\text{N/C}] = (4{,}00\ \overline{\mathbf{i}} + 3{,}00\ \overline{\mathbf{j}})\ \text{N/C}$$

Análisis: La dirección del campo resultante está de acuerdo con el dibujo.
b)
El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula el potencial en el punto 3 debido, a la carga de 7,11 nC situada en el punto 1:

$$V_{31}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{7{,}11\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(4{,}00\ [\text{m}])}=16{,}0\ \text{V}$$

Se calcula el potencial en el punto 3, debido a la carga de 4,00 nC situada en el punto 2:

$$V_{32}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(3{,}00\ [\text{m}])}=9{,}00\ \text{V}$$

El potencial eléctrico en el punto 3 es la suma.

$$V_3 = V_{31} + V_{32} = 16{,}0\ [\text{V}] + 9{,}00\ [\text{V}] = 25{,}0\ \text{V}$$

c) Se calcula la distancia del punto 3 al origen:

$$r_{3\text{O}}=\sqrt{(3{,}00\ [\text{m}])^2+(4{,}00\ [\text{m}])^2}=5{,}00\ \text{m}$$

Se escribe la expresión del potencial en el punto 3, debido a la carga q_3 situada en el origen:

$$V_{3\text{O}}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{q_3\ [\text{C}]}{(5{,}00\ [\text{m}])}$$

Para que el nuevo potencial en el punto 3 sea nulo, debe cumplirse que:

$$V_{31} + V_{32} + V_{3\text{O}} = 0$$

$$16{,}0[\text{V}]+9{,}00[\text{V}]+9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{q_3}{(5{,}00\ [\text{m}])}=0$$

El valor de la carga 3 se obtiene despejando q_3:

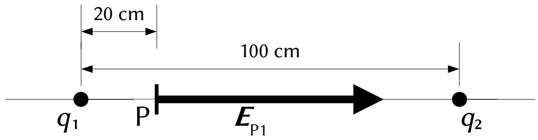
$$q_3=\frac{-25{,}0\ [\text{V}]\cdot 5{,}00\ [\text{m}]}{9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]}=-1{,}39\cdot 10^{-8}\ \text{C}=-13{,}9\ \text{nC}$$

Análisis: El signo de la carga es correcto, ya que produce un potencial negativo que contrarresta los potenciales positivos de las cargas de los datos. El valor de la carga parece aceptable, porque es parecida a las de los datos.

5. Dos cargas eléctricas positivas (q_1 y q_2) están separadas una distancia de 1 m. Entre las dos hay un punto, situado a 20 cm de q₁, donde el campo eléctrico es nulo. Sabiendo que q_1 es igual a 2 μC, calcula:
   a) El valor de q_2.
   b) El potencial en el punto en el que se anula el campo.
   c) El trabajo realizado por la fuerza del campo para llevar una carga de −3 μC desde el punto en el que se anula el campo hasta el infinito.
   Dato: $K = 9\cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$. *(A.B.A.U. extr. 18)*
   Rta.: a) q_2 = 32 μC; b) $V = 4{,}5\cdot 10^5$ V; c) $W = -1{,}4$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Distancia entre las cargas q_1 y q_2	r_{12} = 1,00 m
Distancia del punto P, en el que se anula el campo, a la carga q_1	$r_{\text{P}1}$ = 20,0 cm = 0,200 m
Valor de la carga situada en el punto 1	q_1 = 2,00 μC = $2{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto P	q = −3,00 μC = $-3{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Campo eléctrico en el punto P	$\vec{E}_\text{P} = \vec{0}$
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$
Incógnitas	
Valor da carga q_2	q_2
Potencial eléctrico en el punto P	V_P
Trabajo para trasladar una carga de −3 μC desde P hasta el infinito	$W_{\text{P}\to\infty}$
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_\text{A}=\sum \vec{E}_{\text{A}i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Trabajo de la fuerza eléctrica al mover una carga desde A hasta B	$W_{\text{A}\to\text{B}} = q\ (V_\text{A} - V_\text{B})$

Solución:



a) Se hace un dibujo colocando las cargas sobre el eje horizontal, una en el origen, y la otra a 1 m de distancia, por ejemplo, en el semieje positivo. Se coloca el punto P a 20 cm del origen, entre ambas cargas.
Se dibuja en el punto P el vector campo eléctrico creado por la carga q_1, prestando atención al sentido, que es de repulsión porque la carga es positiva.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

La distancia entre la carga q_1 y el punto P es: r_{P1} = 20,0 cm = 0,200 m.
El vector unitario del punto P, tomando como origen el punto 1, es $\bar{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje X.
Se calcula el campo en el punto P, debido a la carga de 2 μC situada en el punto 1:

$$\vec{E}_{P1} = 9{,}00 \cdot 10^9 \left[\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}\right] \frac{2{,}00 \cdot 10^{-6} [\mathrm{C}]}{(0{,}200 [\mathrm{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = 4{,}50 \cdot 10^5 \vec{\mathbf{i}} \ \mathrm{N/C}$$

El campo en el punto P debido a la carga q_2, situada a 1 m de distancia de la carga q_1, tiene que ser opuesta, para que el campo en el punto P sea nula.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{P2} = -4{,}50 \cdot 10^5 \ \bar{\mathbf{i}} \ \mathrm{N/C}$$

La distancia de q_2 al punto P es: r_{P2} = 1,00 [m] – 0,200 [m] = 0,80 m
Se escribe la expresión del módulo del campo creado por la carga q_2 en el punto P, y se sustituyen los datos:

$$|\vec{E}_{P2}| = K \frac{q_2}{r_{P2}^2} \quad \Rightarrow 4{,}50 \cdot 10^5 = 9{,}00 \cdot 10^9 \frac{q_2}{0{,}80^2}$$

El valor de la carga se obtiene despejando q_2:

$$q_2 = \frac{4{,}50 \cdot 10^5 \left[\mathrm{N \cdot C^{-1}}\right] \cdot (0{,}80 [\mathrm{m}])^2}{9{,}00 \cdot 10^9 \left[\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}\right]} = 3{,}2 \cdot 10^{-5} \ \mathrm{C} = 32 \ \mu\mathrm{C}$$

Análisis: Como la distancia de q_2 al punto P es 4 veces mayor que la de la carga q_1, el valor de la carga tendrá que ser 4^2 = 16 veces mayor.
b)
El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calculan los potenciales en el punto P debidos a cada una de las cargas:

$$V_{P1}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}200\ [\mathrm{m}])}=9{,}00\cdot 10^{4}\ \mathrm{V}$$

$$V_{P2}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{32\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}80\ [\mathrm{m}])}=3{,}6\cdot 10^{5}\ \mathrm{V}$$

El potencial eléctrico en el punto P es la suma:

$$V_P = V_{P1} + V_{P2} = 9{,}00\cdot10^4\ [\mathrm{V}] + 3{,}6\cdot10^5\ [\mathrm{V}] = 4{,}5\cdot10^5\ \mathrm{V}$$

El campo eléctrico es un campo conservativo, porque el trabajo que realiza la fuerza del campo, cuando una carga se mueve entre dos puntos, es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. Se define una función escalar llamada energía potencial, E_p, asociada al campo vectorial de fuerzas, de modo que el trabajo realizado por la fuerza del campo al mover una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial entre esos dos puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

También se define otra magnitud escalar, llamada potencial eléctrico, que es igual a la energía potencial de la unidad de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

El trabajo realizado por la fuerza del campo, cuando una carga mueve del punto A al punto B, es:

$$W_{A\rightarrow B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

c) El potencial en el infinito es cero, porque se toma como origen. El trabajo que hace la fuerza del campo cuando se traslada una carga de −3 μC desde el punto P hasta el infinito es:

$$W_{P\rightarrow\infty} = q\,(V_P - V_\infty) = -3{,}00\cdot10^{-6}\ [\mathrm{C}] \cdot (4{,}5\cdot10^5 - 0)\ [\mathrm{V}] = -1{,}4\ \mathrm{J}$$

● Campo y potencial

1. Una carga eléctrica puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial eléctrico es $V = -120$ V y el campo eléctrico es $\overline{\boldsymbol{E}} = -80\ \overline{\mathbf{i}}$ N /C. Si las coordenadas están dadas en metros, calcula:
   a) La posición del punto A y el valor de Q.
   b) El trabajo que realiza la fuerza eléctrica del campo para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.
   DATOS: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. ord. 24)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{r}}_A = (1{,}50,\ 0)$ m; $Q = -20{,}0$ nC; b) $W_{B\rightarrow A} = -9{,}02\cdot10^{-18}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición de la carga Q	$\overline{\boldsymbol{r}}_O = (0,\ 0)$ m
Potencial eléctrico en el punto A	$V_A = -120$ V
Campo eléctrico en el punto A	$\overline{\boldsymbol{E}} = -80{,}0\ \overline{\mathbf{i}}$ N/C
Posición del punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (2{,}00,\ 2{,}00)$ m
Carga del electrón	$q_p = -1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot10^9\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$
Incógnitas	
Posición del punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$
Valor de la carga Q	Q
Trabajo de la fuerza del campo al llevar un electrón del punto B al punto A	$W_{B\rightarrow A}$
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\dfrac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$

Ecuaciones

Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q $\quad V=K\frac{Q}{r}$

Trabajo de la fuerza eléctrica al mover una carga del punto A al punto B $\quad W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Energía potencial eléctrica de una interacción entre dos cargas, Q y q, situadas a una distancia, r, una de la otra. $\quad E_p=q\cdot V=K\frac{Q\cdot q}{r}$

Solución:

La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\boldsymbol{\bar{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

a) Se sustituyen los datos en la ecuación del campo eléctrico:

$$-80{,}0\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}]=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Tomando solo el módulo, queda:

$$80{,}0\ [\mathrm{N/C}]=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{|Q|}{r^2}$$

La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se sustituye también en la ecuación de potencial eléctrico:

$$-120\ [\mathrm{V}]=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q}{r}$$

Como en la ecuación del campo eléctrico aparece el valor absoluto de la carga, $|Q|$, se emplea la ecuación en valores absolutos:

$$120\ [\mathrm{V}]=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{|Q|}{r}$$

Se resuelve el sistema:

$$\begin{cases}80{,}0=9{,}00\cdot10^9\frac{|Q|}{r^2}\\ 120=9{,}00\cdot10^9\frac{|Q|}{r}\end{cases}$$

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera, se obtiene:

$$\frac{120}{80{,}0}=\frac{\frac{\cancel{9{,}00\cdot10^9|Q|}}{r}}{\frac{\cancel{9{,}00\cdot10^9|Q|}}{r^2}}=r$$

$$r = 1{,}50\ \mathrm{m}$$

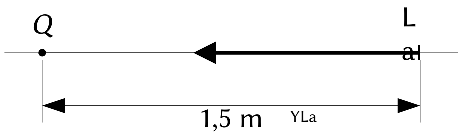
Despejando el valor absoluto de la carga $|Q|$ de la segunda ecuación:

$$|Q|=\frac{120\ [\mathrm{V}]\cdot r}{9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N{\cdot}m^{2}\cdot C^{-2}}]}=\frac{120\ [\mathrm{V}]\cdot 1{,}50\ [\mathrm{m}]}{9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N{\cdot}m^{2}\cdot C^{-2}}]} = 2{,}00\cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}$$

El potencial es negativo, por tanto, la carga debe ser negativa:

$$Q = -2{,}00\cdot 10^{-8}\ \mathrm{C} = -20{,}0\ \mathrm{nC}$$

Como el campo en el punto A va en el sentido negativo del eje X, $\overline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{A}}$ = -80,0 $\overline{\mathbf{i}}$ (N/C), el punto tiene que estar en el semieje positivo:



$$\overline{\boldsymbol{r}}_{\mathrm{A}} = (1{,}50,\ 0)\ \mathrm{m}$$

El campo eléctrico es un campo conservativo, porque el trabajo que realiza la fuerza del campo, cuando una carga se mueve entre dos puntos, es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. Se define una función escalar llamada energía potencial, E_{p}, asociada al campo vectorial de fuerzas, de modo que el trabajo realizado por la fuerza del campo al mover una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial entre esos dos puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_{\mathrm{p}}$$

También se define otra magnitud escalar, llamada potencial eléctrico, que es igual a la energía potencial de la unidad de carga.

$$V=\frac{E_{\mathrm{p}}}{q}$$

El trabajo realizado por la fuerza del campo, cuando una carga mueve del punto A al punto B, es:

$$W_{\mathrm{A\to B}} = -\Delta E_{\mathrm{p}} = -(E_{\mathrm{pB}} - E_{\mathrm{pA}}) = (E_{\mathrm{pA}} - E_{\mathrm{pB}}) = q\cdot V_{\mathrm{A}} - q\cdot V_{\mathrm{B}} = q\,(V_{\mathrm{A}} - V_{\mathrm{B}})$$

b) Para calcular el potencial del punto B, primero se debe calcular la distancia del punto B a la carga Q.

$$r_{\mathrm{OB}}=\sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^{2}+(2{,}00\ [\mathrm{m}])^{2}}=2{,}83\ \mathrm{m}$$

Se calcula el potencial eléctrico en el punto B:

$$V_{\mathrm{B}}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N{\cdot}m^{2}\cdot C^{-2}}]\frac{|-2{,}00\cdot 10^{-8}\ [\mathrm{C}]|}{2{,}83\ [\mathrm{m}]}=-63{,}6\ \mathrm{V}$$

Se calcula el trabajo realizado por la fuerza del campo:

$$W_{\mathrm{B}\longrightarrow\mathrm{A}} = q\,(V_{\mathrm{B}} - V_{\mathrm{La}}) = -1{,}60\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot(-63{,}6 - (-120))\ [\mathrm{V}] = -9{,}02\cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}$$

Análisis: Para una carga positiva, el trabajo del campo sería positivo porque el desplazamiento va en el sentido de potencial creciente, acercándose a la carga. Pero como la carga es negativa, el trabajo también lo es.

● Esferas

1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de +8 μC en equilibrio eléctrico. Calcula cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:
   a) El módulo de la intensidad del campo eléctrico.
   b) El potencial eléctrico.
   c) Representa las magnitudes anteriores en función de la distancia al centro de la esfera.
   Dato: $K = 9\cdot 10^{9}\ \mathrm{N{\cdot}m^{2}{\cdot}C^{-2}}$. *(A.B.A.U. ord. 18)*
   Rta.: a) $|\overline{\boldsymbol{E}}_1| = |\overline{\boldsymbol{E}}_2| = 0$; $|\overline{\boldsymbol{E}}_3| = 2{,}00\cdot 10^{7}$ N/C; b) $V_1 = V_2 = 1{,}80\cdot 10^{6}$ V; $V_3 = 1{,}20\cdot 10^{6}$ V.

Datos		***Cifras significativas: 3***
Carga de la esfera		$Q = 8{,}00\ \mu\mathrm{C} = 8{,}00\cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}$
Radio de la esfera		$R = 4{,}00\ \mathrm{cm} = 0{,}0400\ \mathrm{m}$
Distancias al centro de la esfera:	punto interior 1	$r_1 = 0\ \mathrm{cm} = 0\ \mathrm{m}$
	punto interior 2	$r_2 = 2{,}00\ \mathrm{cm} = 0{,}0200\ \mathrm{m}$

Datos		***Cifras significativas: 3***
	punto exterior	r_3 = 6,00 cm = 0,0600 m
Constante de Coulomb		K = 9,00·10⁹ N·m²·C⁻²
Incógnitas		
Intensidad del campo eléctrico en los puntos 1, 2 y 3		$\overline{\boldsymbol{E}}_1$, $\overline{\boldsymbol{E}}_2$, $\overline{\boldsymbol{E}}_3$
Potencial eléctrico en los puntos 1, 2 y 3		V_1, V_2, V_3
Ecuaciones		
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q		$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q		$V=K\frac{Q}{r}$

Solución:

a) El módulo de la intensidad del campo eléctrico en los puntos 1 y 2, que se encuentran en el interior a 0 y 2 cm del centro de la esfera, es nulo porque el conductor se encuentra en equilibrio y todas las cargas se encuentran en la superficie de la esfera.
El módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto 3, a 6 cm del centro de la esfera, es el mismo que si la carga fuera puntual.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

$$|\vec{E}_3|=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}060\ 0\ [\mathrm{m}])^2}=2{,}00\cdot 10^7\ \mathrm{N/C}$$

b) El potencial eléctrico en los puntos 1 y 2 es el mismo que el potencial en la superficie de la esfera, que vale lo mismo que el creado por una carga puntual, Q, situada en el centro de la esfera:
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

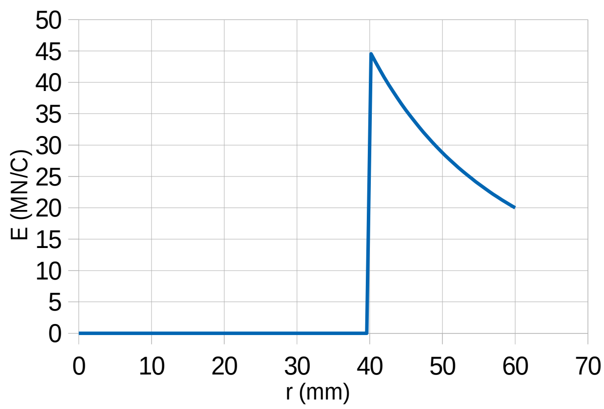
K es la constante de Coulomb.

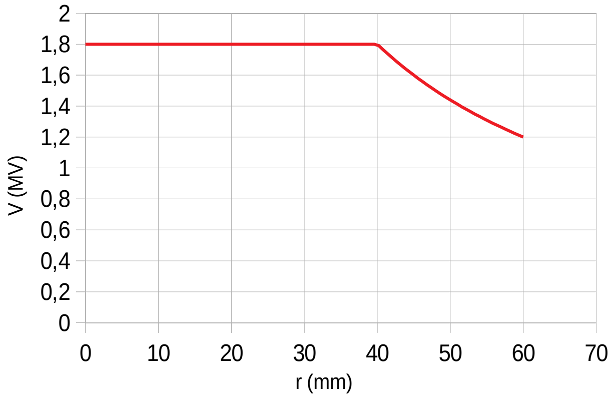
$$V_1=V_2=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}040\ 0\ [\mathrm{m}])}=1{,}80\cdot 10^6\ \mathrm{V}$$

El potencial eléctrico en el punto 3 es el mismo que si la carga fuera puntual.

$$V_3=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{8{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}060\ 0\ [\mathrm{m}])}=1{,}20\cdot 10^6\ \mathrm{V}$$

c) La gráfica de la izquierda representa la variación del valor campo eléctrico con la distancia al centro de la esfera. El campo vale cero para distancias inferiores al radio de la esfera, es máxima para el radio, y disminuye de forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia para valores mayores.
La gráfica de la derecha representa la variación del potencial eléctrico con la distancia al centro de la esfera. El potencial es constante para distancias inferiores o iguales al radio de la esfera y disminuye de forma inversamente proporcional a la distancia para valores mayores.





2. Dada una esfera maciza conductora de 30 cm de radio y carga q = +4,3 μC, calcula el campo eléctrico y el potencial en los siguientes puntos:
   a) A 20 cm del centro de la esfera.
   b) A 50 cm del centro de la esfera.
   c) Haz una representación gráfica del campo eléctrico y del potencial en función de la distancia al centro de la esfera.

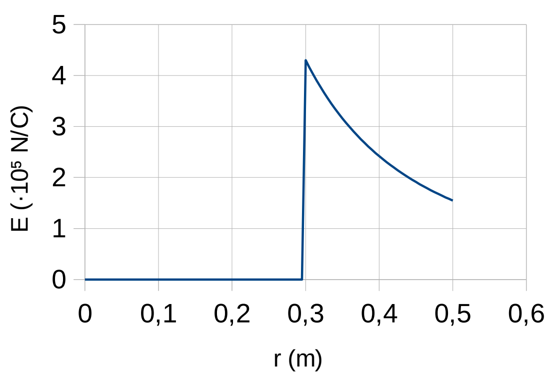
   Dato: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. extr. 17)*

   Rta.: a) $|\overline{\boldsymbol{E}}_1| = 0$; $V_1 = 1{,}29·10^5$ V; b) $|\overline{\boldsymbol{E}}_2| = 1{,}55·10^5$ N/C; $V_2 = 7{,}74·10^4$ V.

Datos		***Cifras significativas: 3***
Carga de la esfera		$Q = 4{,}30\ \mu C = 4{,}30·10^{-6}$ C
Radio de la esfera		$R = 30{,}0$ cm $= 0{,}300$ m
Distancias al centro de la esfera:	punto interior	$r_1 = 20{,}0$ cm $= 0{,}200$ m
	punto exterior	$r_2 = 50{,}0$ cm $= 0{,}500$ m
Constante eléctrica		$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas		
Intensidad del campo electrostático en los puntos 1 y 2		$\overline{\boldsymbol{E}}_1, \overline{\boldsymbol{E}}_2$
Potencial electrostático en los puntos 1 y 2		V_1, V_2
Ecuaciones		
Intensidad del campo electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r		$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r		$V=K\frac{Q}{r}$

Solución:

a) La intensidad de campo electrostático en el punto 1 a 20 cm del centro de la esfera es nulo porque el conductor se encuentra en equilibrio y todas las cargas se encuentran en la superficie de la esfera.
El potencial electrostático en el punto 1 es el mismo que en la superficie de la esfera, que vale lo mismo que el creado por una carga puntual, Q, situada en el centro de la esfera:
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:



$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.

$$V_1=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{4{,}30\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}300\ [\mathrm{m}])}=1{,}29\cdot 10^5\ \mathrm{V}$$

b) El módulo de la intensidad de campo electrostático en el punto 2 a 50 cm del centro de la esfera es el mismo que si la carga fuera puntual.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E = K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

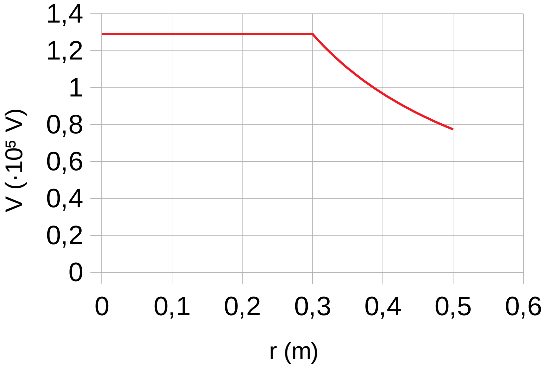
El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q} = \frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

$$|\vec{\boldsymbol{E}}_2| = 9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{4{,}30\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}500\ [\text{m}])^2} = 1{,}55\cdot 10^5\ \text{N/C}$$

El potencial electrostático en el punto 2 es el mismo que si la carga fuera puntual:

$$V_2 = 9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{4{,}30\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}500\ [\text{m}])} = 7{,}74\cdot 10^4\ \text{V}$$



c) La gráfica de la variación de la intensidad del campo electrostático da un valor 0 para distancias inferiores al radio de la esfera, se hace máxima para el radio y disminuye de forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al centro de la esfera para distancias mayores.
La gráfica de la variación del potencial electrostático tiene un valor constante para distancias inferiores al radio de la esfera y disminuye de forma inversamente proporcional a la distancia al centro de la esfera para distancias mayores.

● Péndulo eléctrico

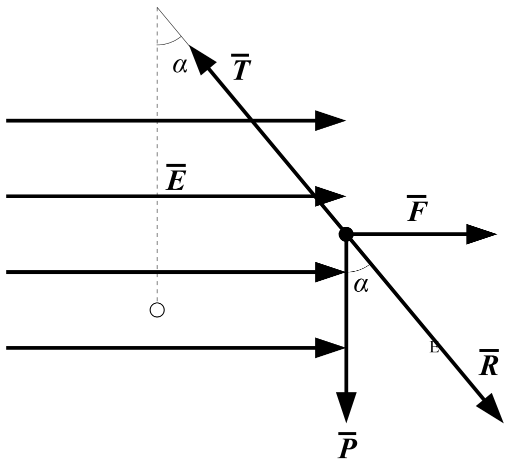
1. En una región del espacio en el que hay un campo eléctrico de intensidad $\overline{\boldsymbol{E}} = 6\cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}}$ N C^{-1} cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de 8 µC y tiene una masa de 4 g. Calcula:
   a) El ángulo que forma el hilo con la vertical.
   b) La velocidad de la esfera cuando pasa por la vertical al desaparecer el campo eléctrico.
   Dato: $\overline{\boldsymbol{g}} = -9{,}8\ \overline{\mathbf{j}}$ m s^{-2}. *(A.B.A.U. extr. 23)*
   Rta.: a) $E = 6{,}54\cdot 10^3$ N/C; b) $T = R = 0{,}0277$ N; c) $v = 0{,}587$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la esfera	$m = 4{,}00\ \text{g} = 4{,}00\cdot 10^{-3}\ \text{kg}$
Carga de la esfera	$q = 8{,}00\ \mu\text{C} = 8{,}00\cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Longitud del hilo	$L = 20{,}0\ \text{cm} = 0{,}200\ \text{m}$
Valor del campo eléctrico	$Y = 6{,}00\cdot 10^3\ \text{N/C}$
Valor del campo gravitacional terrestre	$g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$
Incógnitas	
Ángulo que me la fuere el hilo con la vertical	α
Velocidad de la esfera al pasar por la vertical	v
Ecuaciones	
Campo eléctrico	$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q}$
Peso	$\overline{\boldsymbol{P}} = m\cdot\overline{\boldsymbol{g}}$

Ecuaciones

Energía potencial de la fuerza peso	$Y_p = m \cdot g \cdot h$
Energía cinética de una masa, *m*, que se mueve con una velocidad, *v*	$Y_c = ½\ m \cdot v^2$

Solución:



a) Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión equilibra a la resultante de las fuerzas peso y eléctrica.
Se calcula la fuerza peso:

$$P = m \cdot g = 4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = 0{,}0392\ \text{N}$$

Se calcula la fuerza eléctrica:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow F_{Y} = q \cdot Y = 8{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot 6{,}00 \cdot 10^{3}\ [\text{N/C}] = 0{,}0480\ \text{N}$$

Como son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

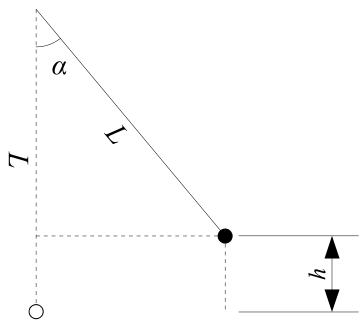
$$|\vec{R}|=\sqrt{(0{,}039\ 2\ [\text{N}])^2+(0{,}048\ 0\ [\text{N}])^2}=0{,}062\ 0\ \text{N}$$

El ángulo entre la resultante y la vertical mide:

$$\alpha=\arccos\frac{P}{R}=\arccos\frac{0{,}039\ 2}{0{,}062\ 0}=50{,}8°$$

c) Al descargarse las láminas solo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entre la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria.
La altura del punto de equilibrio respeto del punto más bajo puede calcularse del triángulo:

$$h = L - L \cos \alpha = L\ (1 - \cos \alpha) = 0{,}200\ [\text{m}]\ (1 - \cos 50{,}8°) = 0{,}0735\ \text{m}$$



Se calcula la energía potencial del peso en el punto de partida, tomando cómo origen de energías el punto más bajo:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot 0{,}0735\ [\text{m}] = 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

Se aplica el principio de conservación de la energía entre la posición inicial y el punto más bajo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ [\text{J}] = (4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

Se calcula a velocidad y despejando:

$$v=\sqrt{\frac{2\ E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ [\text{J}]}{4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]}}=1{,}20\ \text{m/s}$$

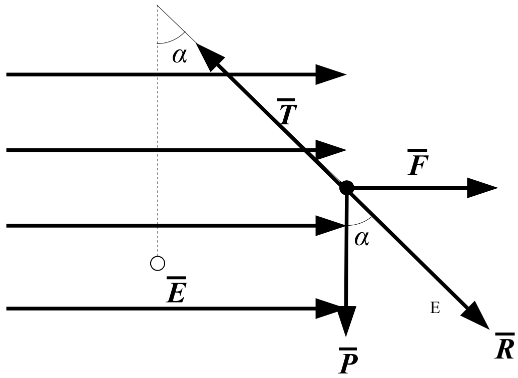
2. Una esfera pequeña, de masa 2 g y carga +3 µC, cuelga de un hilo de 6 cm de longitud entre dos placas metálicas verticales y paralelas separadas entre sí una distancia de 12 cm. Las placas poseen cargas iguales pero de signo contrario. Calcula:
   a) El campo eléctrico entre las placas para que el hilo forme un ángulo de 45° con la vertical.
   b) La tensión del hilo en ese momento.
   c) Si las placas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical?
   Dato: $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. *(A.B.A.U. ord. 17)*
   Rta.: a) $E = 6{,}54 \cdot 10^3$ N/C; b) $T = R = 0{,}0277$ N; c) $v = 0{,}587$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la esfera	$m = 2{,}00\ \text{g} = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}$
Carga de la esfera	$q = 3{,}00\ \mu\text{C} = 3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Longitud del hilo	$L = 6{,}00\ \text{cm} = 0{,}0600\ \text{m}$
Ángulo que forma el hilo con la vertical	$\alpha = 45°$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor del campo gravitatorio terrestre	$g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$
Incógnitas	
Valor del campo eléctrico	E
Tensión del hilo	T
Velocidad de la esfera al pasar por la vertical	v
Otros símbolos	
Fuerza resultante de las fuerzas eléctrica y peso	$\overline{\boldsymbol{R}}$
Altura del punto de equilibrio	h
Ecuaciones	
Campo eléctrico	$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q}$
Fuerza peso	$\overline{\boldsymbol{P}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{g}}$
Energía potencial de la fuerza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Se dibuja un esquema situando las fuerzas.
Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión, $\overline{\boldsymbol{T}}$, equilibra a la resultante, $\overline{\boldsymbol{R}}$, de las fuerzas peso, $\overline{\boldsymbol{P}}$, y eléctrica, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$.
Se calcula el valor de la fuerza peso:



$$P = m \cdot g = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{kg}] \cdot 9{,}81\ [\mathrm{m \cdot s^{-2}}] = 0{,}0196\ \mathrm{N}$$

Como el ángulo entre la resultante y la vertical es de 45° y tan 45° = 1,00, la fuerza eléctrica vale lo mismo que el peso.

$$F_E = P \cdot \tan 45° = P = 0{,}0196\ \mathrm{N}$$

Se calcula el campo eléctrico:

$$E=\frac{F_E}{q}=\frac{0{,}0196\ \mathrm{N}}{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{C}}=6{,}54 \cdot 10^3\ \mathrm{N/C}$$

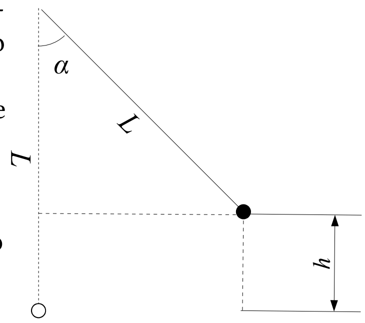
b) Como la fuerza eléctrica y el peso son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

$$|\vec{\boldsymbol{R}}|=\sqrt{(0{,}0196\ [\mathrm{N}])^2+(0{,}0196\ [\mathrm{N}])^2}=0{,}0277\ \mathrm{N}$$

El valor de la tensión es el mismo que el de la fuerza resultante:

$$T = R = 0{,}0277\ \mathrm{N}$$

c) Al descargarse las láminas solo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entra la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria.
La altura del punto de equilibrio, respecto al punto más bajo, puede calcularse del triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L\ (1 - \cos \alpha) = 0{,}0600\ [\mathrm{m}]\ (1 - \cos 45°) = 0{,}0176\ \mathrm{m}$$

Se calcula la energía potencial del peso en el punto de partida, tomando como origen de energías el punto más bajo:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{kg}] \cdot 9{,}81\ [\mathrm{m \cdot s^{-2}}] \cdot 0{,}00240\ [\mathrm{m}] = 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{J}$$

Se aplica el principio de conservación de la energía entre la posición inicial y el punto más bajo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ [\mathrm{J}] = (2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

La velocidad se calcula despejando:

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 3,45\cdot 10^{-4}[\mathrm{J}]}{2,00\cdot 10^{-3}[\mathrm{kg}]}}=0,587\ \mathrm{m/s}$$

◊ CUESTIONES

● Cargas puntuales

1. Se colocan cuatro cargas puntuales $+Q$ en los vértices de un cuadrado y otra carga $-Q$ en el centro. La fuerza atractiva que siente la carga $-Q$ es:
A) Cuatro veces mayor que la que sentiría si solo hubiese una carga $+Q$ en uno de los vértices del cuadrado.
B) Nula.
C) Dos veces mayor que la que sentiría si solo hubiese una carga $+Q$ en uno de los vértices del cuadrado.

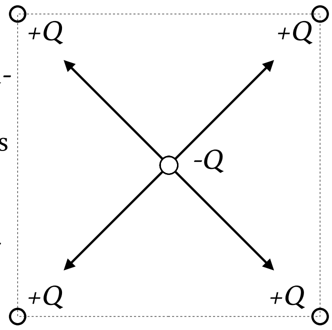
(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales es proporcional a las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, según la ley de Coulomb:

$$F=K\frac{q_1\cdot q_2}{r^2}$$

En esta expresión K es la constante de Coulomb, q_1 y q_2 son las cargas y r es la distancia entre ellas.
La carga -Q ubicada en el centro del cuadrado sentirá una fuerza de atracción hacia cada una de las cuatro cargas +Q ubicadas en los vértices. Estas fuerzas tendrán la misma magnitud, ya que las cargas son iguales y las distancias entre ellas también son iguales. Además, estas fuerzas estarán orientadas a lo largo de las diagonales del cuadrado.
Por tanto, la resultante de las cuatro fuerzas es cero y la carga -Q no sentirá ninguna fuerza neta.

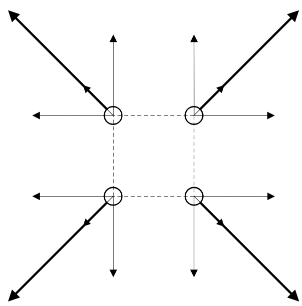


2. Explica qué se puede decir de cuatro cargas iguales situadas en los vértices de un cuadrado que son abandonadas libremente en esa posición:
A) Están en equilibrio estable.
B) Se mueven hacia el centro del cuadrado.
C) Se separan cada vez más rápido.

(A.B.A.U. extr. 22)

Solución: C

Las cargas del mismo signo se repelen, por lo tanto, se alejan unas de las otras.
La resultante de las fuerzas que actúan sobre cada una de ellas está dirigida en la diagonal del cuadrado.
A medida que se separan, la fuerza sobre cada una de ellas disminuye, pero sigue existiendo, por lo que les produce una aceleración que hace que su velocidad vaya aumentando.



● Esferas

1. Una esfera metálica se carga positivamente encontrándose en equilibrio electrostático. El campo eléctrico será:
A) Nulo en el interior y constante en el exterior de la esfera.
B) Máximo en la superficie y nulo en el interior.
C) Aumenta linealmente desde el centro de la esfera.

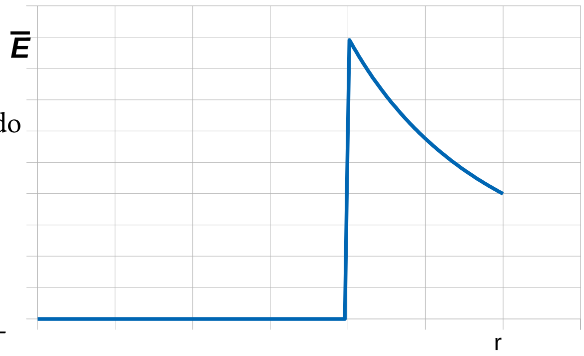
(A.B.A.U. extr. 21, ord. 20)

Solución: B

La intensidad, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo eléctrico en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuera así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.
El campo eléctrico en el exterior e igual que el campo creado por una carga puntual situada en el centro de la esfera, su valor disminuye con el cuadrado de la distancia al centro:

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}$$

Como la carga es positiva, el valor es máximo en la superficie.



● Campo y potencial

1. En una región del espacio, en la que el potencial eléctrico es constante, la intensidad de campo eléctrico es:
A) Constante.
B) Nula.
C) Tiene un valor que depende del punto considerado.

(A.B.A.U. ord. 24)

Solución: B

El campo eléctrico es el gradiente del potencial eléctrico: la variación del potencial eléctrico con respeto a la distancia. La expresión es:

$$\vec{E} = -\frac{d\,V}{d\,r}$$

En esa ecuación $\overline{\boldsymbol{E}}$ es la intensidad del campo eléctrico, V es el potencial eléctrico, y r es la distancia.
El signo menos indica que el campo eléctrico va en la dirección de la disminución del potencial.
Si el potencial eléctrico es constante, su derivada con respeto a la distancia es cero. Por lo tanto, la intensidad del campo eléctrico es nula.

2. Una partícula cargada se mueve espontáneamente hacia puntos en los que el potencial electrostático aumenta. El signo de la carga eléctrica será:
A) Negativo.
B) Positivo.
C) No se puede saber.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: A

Una carga eléctrica se mueve en el interior de un campo electrostático en el sentido de disminuir su energía potencial.

La energía potencial electrostática de una carga q en un punto A es:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Si el potencial electrostático aumenta, para que la energía potencial electrostática disminuya, la carga tiene que ser negativa.
Si la carga fuese positiva, su energía potencial aumentaría cuando aumenta el potencial eléctrico.

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido de los potenciales decrecientes. Por ejemplo, entre las placas de un condensador, el campo eléctrico va dirigido desde la placa positiva hacia la placa negativa, que es la que tiene el potencial más bajo.
Una carga negativa se movería hacia la placa positiva, que es la que tiene el potencial eléctrico más alto.

3. Una carga eléctrica positiva se encuentra bajo la acción de un campo eléctrico uniforme. Su energía potencial aumenta si la carga se desplaza:
A) En la misma dirección y sentido que el campo eléctrico.
B) En la misma dirección y sentido opuesto al campo eléctrico.
C) Perpendicularmente al campo eléctrico.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: B

Una carga eléctrica se mueve en el interior de un campo en el sentido de disminuir su energía potencial.
La energía potencial electrostática de una carga q en un punto A es:

$$E_{pA} = q \cdot V_A$$

Si la carga es positiva, su energía potencial aumenta cuando aumenta el potencial eléctrico.

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V$$

El campo eléctrico está dirigido en el sentido de los potenciales decrecientes. Por ejemplo, entre las placas de un condensador, el campo eléctrico va dirigido desde la placa positiva hacia placa negativa, que es la que tiene el potencial más bajo.
Por tanto, su energía potencial aumenta cuando la carga se desplaza en la misma dirección y sentido opuesto al campo eléctrico.

4. Las líneas de fuerza del campo eléctrico:
A) Son cerradas.
B) En cada punto son perpendiculares a las superficies equipotenciales.
C) Pueden cortarse.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: B

Las superficies equipotenciales son aquellas formadas por los puntos en los que el potencial eléctrico vale lo mismo. Si el campo eléctrico no fuera perpendicular a la superficie, tendría una componente paralela a ella y, al colocar una carga eléctrica en un punto de la superficie sufriría una fuerza y se desplazaría. Pero esto no ocurre porque las cargas solo se desplazan si hay una diferencia de potencial, que no es el caso.

Las otras opciones.
A. Falsa. Las líneas de fuerza de un campo electrostático surgen de las cargas positivas (fuentes) y terminan en las cargas negativas (sumideros). Son abiertas.
C. Falsa. Por definición, las líneas de fuerza se dibujan de forma que el campo eléctrico sea tangente a ellas en cada punto. El campo eléctrico en un punto es único. Si las líneas de fuerza se cortaran, habría dos tangentes y dos vectores campo eléctrico.

5. Cuando se aproximan dos cargas del mismo signo, la energía potencial electrostática:
A) Aumenta.
B) Disminuye.
C) No varía.

(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: A

La energía potencial electrostática de dos cargas es:

$$E_p = K\frac{Q \cdot q}{r}$$

Si las cargas son del mismo signo, la energía es positiva. Cuanto menor sea la distancia entre las cargas mayor será la energía.

6. Si aplicamos el teorema de Gauss al campo electrostático, el flujo del campo a través de una superficie cerrada depende:
A) De la localización de las cargas dentro de la superficie gaussiana.
B) De la carga neta encerrada por la superficie gaussiana.
C) De la carga neta situada tanto dentro como fuera de la superficie gaussiana.

(A.B.A.U. ord. 18)

Solución: B

El flujo del vector campo eléctrico, $\overline{\boldsymbol{E}}$, que atraviesa una superficie cerrada es:

$$\Phi = \oiint_S \vec{\boldsymbol{E}} \cdot \mathrm{d}\vec{\boldsymbol{S}}$$

El teorema de Gauss dice que el flujo del campo a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga encerrada:

$$\Phi = \frac{Q_{\text{encerrada}}}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

7. Dos cargas puntuales de valor $+q$ están separadas una distancia a. En el punto medio entre ambas ($a/2$) se cumple:
A) El módulo del campo es $E = 8\ k{\cdot}q/a^2$ y el potencial $V = 0$.
B) $E = 0$ y $V = 4\ k{\cdot}q/a$.
C) Ambos son nulos.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

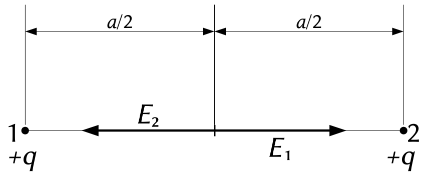
El principio de superposición dice que la intensidad de campo eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E = K\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Se dibuja un esquema:



Como el punto medio se encuentra a la misma distancia de ambas cargas y estas son del mismo valor, el valor de las intensidades de campo eléctrico en el punto medio es el mismo. Como los vectores son de sentidos opuestos, la resultante es nula.

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.

Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.

La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.

$$V=V_1+V_2=K\frac{q}{a/2}+K\frac{q}{a/2}=4\,k\frac{q}{a}$$

Actualizado: 13/06/24

Sumario

CAMPO ELECTROSTÁTICO

Índice de pruebas A.B.A.U.