

La relación matemática entre la frecuencia angular ω y la constante elástica del resorte k es

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Se puede demostrar por el siguiente camino:

Se obtiene la ecuación de la velocidad derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\{A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Volviendo a derivar se obtiene la ecuación de la aceleración:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\{A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{dt} = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Si se sustituye $A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$ por x queda

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

La aceleración es proporcional y de sentido contrario a la elongación.

La fuerza resultante puede escribirse, por la 2ª ley de Newton,

$$F = m \cdot a = m(-\omega^2 \cdot x)$$

En el movimiento vertical, la fuerza resultante entre la fuerza elástica y el peso es una fuerza recuperadora que se rige por la expresión:

$$F = -k \cdot x$$

Iguando las dos expresiones queda

$$-k \cdot x = m(-\omega^2 \cdot x)$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

Despejando ω

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$