CiUG	**Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade** **Código: 23**

XUÑO 2017

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones. Las respuestas deben ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto. El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. Para saber la masa del Sol, conocidos el radio de la órbita y el periodo orbital de la Tierra respecto al Sol, se necesita tener el dato de: A) La masa de la Tierra. B) La constante de gravitación *G*. C) El radio de la Tierra.

C.2. Se hace incidir desde el aire (índice de refracción $n = 1$) un haz de luz láser sobre la superficie de una lámina de vidrio de 2 cm de espesor, cuyo indice de refracción es $n = 1,5$, con un ángulo de incidencia de 60°. El ángulo de refracción después de atravesar la lámina es: A) 35°. B) 90°. C) 60°. Haz un breve esquema de la marcha de los rayos.

C.3. La hipótesis de De Broglie se refiere a que: A) Al medir con precisión la posición de una partícula atómica se altera su energía. B) Todas las partículas en movimiento llevan asociada una onda. C) La velocidad de la luz es independiente del movimiento de la fuente emisora de luz.

C.4. Se quiere obtener la aceleración de la gravedad mediante un péndulo simple a partir de las siguientes medidas:

Longitud del péndulo (cm)	60	82	90	105
Tiempo de 20 oscilaciones(s)	31,2	36,4	38,2	41,1

Representa el cuadrado del periodo frente a la longitud del péndulo y halla la aceleración a partir de la gráfica. Estima su incertidumbre.

P.1. La función de onda de una onda armónica que se mueve en una cuerda es $y(x, t) = 0,03\ \text{sen}(2,2\ x - 3,5\ t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Determina: a) La longitud de onda y el periodo de esta onda. b) La velocidad de propagación. c) La velocidad máxima de cualquier segmento de la cuerda.

P.2. Una esfera pequeña, de masa 2 g y carga +3 µC, cuelga de un hilo de 6 cm de longitud entre dos placas metálicas verticales y paralelas separadas entre sí una distancia de 12 cm. Las placas poseen cargas iguales pero de signo contrario. Calcula: a) El campo eléctrico entre las placas para que el hilo forme un ángulo de 45° con la vertical. b) La tensión del hilo en ese momento. Si las placas se descargan, c) ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical? Dato: $g = 9,81\ \text{m·s}^{-2}$.

OPCIÓN B

C.1. Dos cargas puntuales de valor $+q$ están separadas una distancia a. En el punto medio entre ambas ($a/2$) se cumple: A) El módulo del campo es $E = 8\ k·q/a^2$ y el potencial $V = 0$. B) $E = 0$ y $V = 4\ k·q/a$. C) Ambos son nulos.

C.2. La propagación en la dirección x de la onda de una explosión en un cierto medio puede describirse por la onda armónica $y(x, t) = 5\ \text{sen}(12\ x \pm 7680\ t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Al cabo de un segundo de producirse la explosión, su sonido alcanza una distancia de: A) 640 m. B) 1536 m. C) 38 km.

C.3. Dos conductores idénticos A y B paralelos, con corrientes respectivas $+I$ y $-I$ (entrando y saliendo del plano del papel) están separados una distancia a. Un tercer conductor, C, paralelo e idéntico a los anteriores y con corriente $+I$ (entrando) se sitúa en $a/2$. Sobre él se ejerce una fuerza: A) Dirigida hacia A. B) Dirigida hacia B. C) No se ejerce ninguna fuerza sobre él.

C.4. Se dispone de una lente convergente y se quiere obtener la imagen de un objeto. Dibuja la marcha de los rayos para determinar dónde debe colocarse el objeto para que la imagen sea: a) Menor, real e invertida. b) Mayor, real e invertida.

P.1. Un astronauta está en el interior de una nave espacial que describe una órbita circular de radio 2 R_T. Calcula: a) La velocidad orbital de la nave. b) La aceleración de la gravedad en la órbita de la nave. Si en un instante dado, pasa al lado de la nave espacial un objeto de 60 kg en dirección a la Tierra con una velocidad de 40 m·s⁻¹, halla: c) la velocidad del objeto al llegar a la superficie terrestre. Datos: $R_T = 6370$ km; $g = 9,81\ \text{m·s}^{-2}$.

P.2. El periodo de semidesintegración del $^{90}_{38}Sr$ es 28 años. Calcula: a) La constante de desintegración radiactiva expresada en s^{-1}. b) La actividad inicial de una muestra de 1 mg. c) El tiempo necesario para que esa muestra se reduzca a 0,25 mg. Datos: $N_A = 6,022·10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; masa atómica del $^{90}_{38}Sr = 90\ \text{g·mol}^{-1}$.

Soluciones

OPCIÓN A

C.1. Para saber la masa del Sol, conocidos el radio de la órbita y el periodo orbital de la Tierra respecto al Sol, se necesita tener el dato de:
A) La masa de la Tierra.
B) La constante de gravitación G.
C) El radio de la Tierra.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

La fuerza gravitatoria, $\overline{\boldsymbol{F}}_G$, que ejerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r, es una fuerza central, está dirigida hacia el astro, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_G = -G\frac{M \cdot m}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, el vector unitario en la dirección de la línea que une el astro con el satélite. En módulos:

$$F_G = G\frac{M \cdot m}{r^2}$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal, a_N. Al no tener aceleración tangencial, el módulo, v, de la velocidad lineal es constante y el movimiento es circular uniforme. La aceleración normal, en un movimiento circular uniforme de radio r, se obtiene de la expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra, se puede considerar que es la única fuerza que actúa.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

La 2.ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza, siendo su masa, m, la constante de proporcionalidad.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para los módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Sustituyendo la expresión del módulo, F_G, de la fuerza gravitatoria, queda:

$$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

La velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r y período T es:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Igualando esta expresión con la anterior y elevando al cuadrado queda:

$$\left(\frac{2\pi\cdot r}{T}\right)^2=\frac{G\cdot M}{r}$$

Agrupando términos:

$$4\ \pi^2\cdot r^3 = G\cdot M\cdot T^2$$

Despejando la masa del Sol, queda:

$$M=\frac{4\pi^2 r^3}{G\,T^2}$$

C.2. Se hace incidir desde el aire (índice de refracción n = 1) un haz de luz láser sobre la superficie de una lámina de vidrio de 2 cm de espesor, cuyo indice de refracción es n = 1,5, con un ángulo de incidencia de 60°. El ángulo de refracción después de atravesar la lámina es:
A) 35°.
B) 90°.
C) 60°.
Haz un breve esquema de la marcha de los rayos.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: A

Datos	***Cifras significativas: 2***
Ángulo de incidencia	θ_{i1} = 60°
Espesor de la lámina de vidrio	e = 2,0 cm = 0,020 m
Índice de refracción del vidrio	n_v = 1,50
Índice de refracción del aire	n_a = 1,00
Incógnitas	
Ángulo de desviación del rayo al salir de la lámina	θ_{r2}
Ecuaciones	
Índice de refracción de un medio $_i$ en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i	$n_i=\frac{c}{v_i}$
Ley de Snell de la refracción	$n_i\cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r\cdot \text{sen}\ \theta_r$

Solución:

Las leyes de Snell de la refracción son:
1ª El rayo incidente, el rayo refractado y la normal están en el mismo plano.
2ª La relación matemática entre los índices de refracción n_i y n_r de los medios incidente y refractado y los ángulos de incidencia y refracción θ_i y θ_r, es:

$$n_i\cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r\cdot \text{sen}\ \theta_r$$

En la figura se representa la trayectoria de la luz. El rayo incidente en el punto A con un ángulo de incidencia θ_{i1} = 30° pasa del aire al vidrio dando un rayo refractado que forma el primer ángulo de refracción θ_{r1} y el segundo ángulo de incidencia θ_{i2} entre el vidrio y el aire. Finalmente, sale de la lámina de vidrio por el punto B con el segundo ángulo de refracción θ_{r2}.

Como el espesor de la lámina es de 10 cm, la longitud recorrida por el rayo es la hipotenusa L del triángulo ABC.
El primer ángulo de refracción θ_{r1} se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1{,}00\cdot \text{sen}\ 60° = 1{,}50\cdot \text{sen}\ \theta_{r1}$$

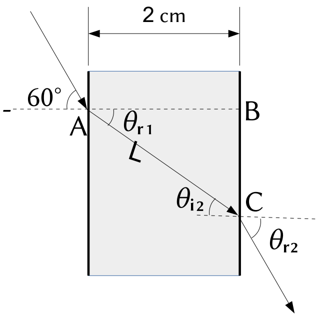
$$\text{sen}\,\theta_{r1}=\frac{1{,}0\cdot\text{sen}\,60°}{1{,}5}=0{,}58$$

$$\theta_{r1} = \text{arcsen}\ 0{,}58 = 35°$$

Por tanto, la hipotenusa L vale

$$L=\frac{e}{\cos\theta_{r1}}=\frac{2{,}0\ [\text{cm}]}{\cos 35°}=1{,}6\ \text{cm}$$

Como la lámina de vidrio es de caras paralelas, el segundo ángulo de incidencia a_{i2} es igual al primer ángulo de refracción:



$$\theta_{i2} = \theta_{r1} = 35°$$

Para calcular el ángulo con el que sale de la lámina, se vuelve a aplicar la ley de Snell entre el vidrio (que ahora es el medio incidente) y el aire (que es el medio refractado):

$$1{,}50 \cdot \text{sen } 35° = 1{,}00 \cdot \text{sen } \theta_{r2}$$

$$\text{sen}\,\theta_{r2}=\frac{1{,}5\cdot\text{sen}\,35°}{1{,}0}=0{,}87$$

$$\theta_{r2} = \text{arcsen } 0{,}87 = 60°$$

Análisis: Este resultado es correcto porque el rayo sale paralelo al rayo incidente original.

C.3. La hipótesis de De Broglie se refiere a que:

A) Al medir con precisión la posición de una partícula atómica se altera su energía.
B) Todas las partículas en movimiento llevan asociada una onda.
C) La velocidad de la luz es independiente del movimiento de la fuente emisora de luz.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
Como h es una constante y $m \cdot v$ es la expresión del momento lineal o cantidad de movimiento, la longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.

Las otras opciones.
A. Falsa. Es una consecuencia del principio de indeterminación de Heisenberg.
C. Falsa. Es uno de los postulados de la teoría de la relatividad especial de Einstein.

C.4. Se quiere obtener la aceleración de la gravedad mediante un péndulo simple a partir de las siguientes medidas:

Longitud del péndulo (cm)	60	82	90	105
Tiempo de 20 oscilaciones(s)	31,2	36,4	38,2	41,1

Representa el cuadrado del periodo frente a la longitud del péndulo y halla la aceleración a partir de la gráfica. Estima su incertidumbre.

(A.B.A.U. ord. 17)

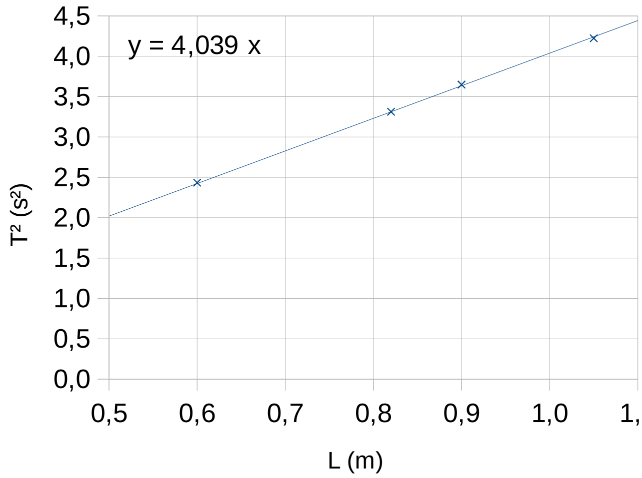
Solución:

Se calculan los valores de
- los períodos dividiendo los tiempos de 20 oscilaciones entre 20.
- los cuadrados de los períodos, elevando al cuadrado los resultados anteriores:

Longitud del péndulo	(m)	L		0,60	0,82	0,90	1,05
Tiempo de 20 oscilaciones	(s)	t_{20}		31,2	36,4	38,2	41,1
Período	(s)	T	$= t_{20} / 20$	1,56	1,82	1,91	2,06

Cuadrado de los períodos	(s^2)	T^2		2,43	3,31	3,65	4,22

La representación gráfica sería:



Sin ayuda de una hoja de cálculo, el valor de la pendiente sería:

$$\text{pendiente} = b = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = 4 \text{ s}^2/\text{m}$$

Como la ecuación do período do péndulo es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

A relación entre la pendiente y g es:

$$b = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = \frac{4\pi^2}{g}$$

El valor de la aceleración de la gravedad sería:

$$g = \frac{4\pi^2}{b} = \frac{4\pi^2}{4} = 10 \text{ m/s}^2$$

La incertidumbre de un valor calculado de la pendiente de una gráfica, aunque fuese en papel milimetrado, sería enorme. Por lo tanto habría que escribir:

$$g = (10 \pm 1) \text{ m/s}^2$$

P.1. La función de onda de una onda armónica que se mueve en una cuerda es $y(x, t) = 0{,}03 \text{ sen}(2{,}2\, x - 3{,}5\, t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Determina:
a) La longitud de onda y el periodo de esta onda.
b) La velocidad de propagación.
c) La velocidad máxima de cualquier segmento de la cuerda.

(A.B.A.U. ord. 17)

Rta.: a) λ = 2,86 m; T = 1,80 s; b) v_p = 1,59 m·s⁻¹; c) v_m = 0,105 m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación de la onda	$y = 0{,}0300 \cdot \text{sen}(2{,}20 \cdot x - 3{,}50 \cdot t)$ [m]
Incógnitas	
Longitud de onda	λ
Período	T
Velocidad de propagación	v_p
Velocidad máxima	v_m
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Amplitud	A
Frecuencia	f
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la frecuencia y el período	$f = 1 / T$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}0300 \cdot \text{sen}(-3{,}50 \cdot t + 2{,}20 \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular: $\omega = 3{,}50 \text{ rad·s}^{-1}$
Número de onda: $k = 2{,}20 \text{ rad·m}^{-1}$
Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\cdot 3{,}14 \text{ [rad]}}{2{,}20 \text{ [rad·m}^{-1}\text{]}}=2{,}86 \text{ m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega=2\pi\cdot f \Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{3{,}50 \text{ [rad·s}^{-1}\text{]}}{2\cdot 3{,}14 \text{ [rad]}}=0{,}557 \text{ s}^{-1}=0{,}557 \text{ Hz}$$

Se calcula el período a partir de la frecuencia:

$$f=\frac{1}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{f}=\frac{1}{0{,}557 \text{ s}^{-1}}=1{,}80 \text{ s} \quad f=\frac{1}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{f}=\frac{1}{0{,}557 \text{ s}^{-1}}=1{,}80 \text{ s}$$

b) Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 2{,}86 \text{ [m]} \cdot 0{,}557 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 1{,}59 \text{ m·s}^{-1}$$

c) La velocidad de un punto se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\{0{,}030\ 0\,\text{sen}(-3{,}50\cdot t+2{,}20\cdot x)\}}{\mathrm{d}t}=0{,}030\ 0(-3{,}50)\cdot\cos(-3{,}50\cdot t+2{,}20\cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = -0{,}105 \cdot \cos(-3{,}50 \cdot t + 2{,}20 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

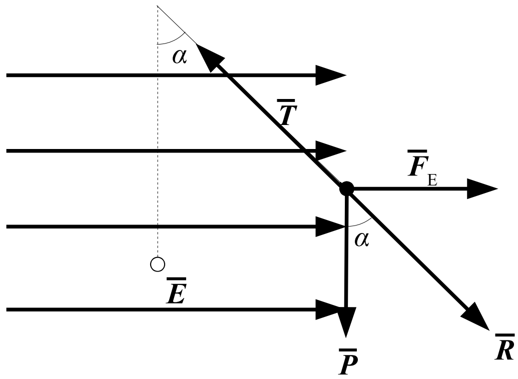
$$v_m = 0{,}105 \text{ m/s}$$

P.2. Una esfera pequeña, de masa 2 g y carga +3 μC, cuelga de un hilo de 6 cm de longitud entre dos placas metálicas verticales y paralelas separadas entre si una distancia de 12 cm. Las placas poseen cargas iguales pero de signo contrario. Calcula:
a) El campo eléctrico entre las placas para que el hilo forme un ángulo de 45° con la vertical.
b) La tensión del hilo en ese momento.
c) Si las placas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical?
Dato: $g = 9{,}81 \text{ m·s}^{-2}$. *(A.B.A.U. ord. 17)*
Rta.: a) $E = 6{,}54·10^3$ N/C; b) $T = R = 0{,}0277$ N; c) $v = 0{,}587$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la esfera	$m = 2{,}00 \text{ g} = 2{,}00·10^{-3} \text{ kg}$
Carga de la esfera	$q = 3{,}00 \text{ μC} = 3{,}00·10^{-6} \text{ C}$
Longitud del hilo	$L = 6{,}00 \text{ cm} = 0{,}0600 \text{ m}$
Ángulo que forma el hilo con la vertical	$\alpha = 45°$
Valor del campo gravitatorio terrestre	$g = 9{,}81 \text{ m/s}^2$
Incógnitas	
Valor del campo eléctrico	E
Tensión del hilo	T
Velocidad de la esfera al pasar por la vertical	v
Otros símbolos	
Fuerza resultante de las fuerzas eléctrica y peso	$\overline{\mathbf{R}}$
Altura del punto de equilibrio	h
Ecuaciones	
Campo eléctrico	$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}$
Fuerza peso	$\overline{\mathbf{P}} = m \cdot \overline{\mathbf{g}}$
Energía potencial de la fuerza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Energía cinética de una masa, *m*, que se mueve con una velocidad, *v*	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Se dibuja un esquema situando las fuerzas.
Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión, $\overline{\boldsymbol{T}}$, equilibra a la resultante, $\overline{\boldsymbol{R}}$, de las fuerzas peso, $\overline{\boldsymbol{P}}$, y eléctrica, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$.
Se calcula el valor de la fuerza peso:



$$P = m \cdot g = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}81\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = 0{,}0196\ \text{N}$$

Como el ángulo entre la resultante y la vertical es de 45° y tan 45° = 1,00, la fuerza eléctrica vale lo mismo que el peso.

$$F_E = P \cdot \tan 45° = P = 0{,}0196\ \text{N}$$

Se calcula el campo eléctrico:

$$E = \frac{F_E}{q} = \frac{0{,}0196\ \text{N}}{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}} = 6{,}54 \cdot 10^{3}\ \text{N/C}$$

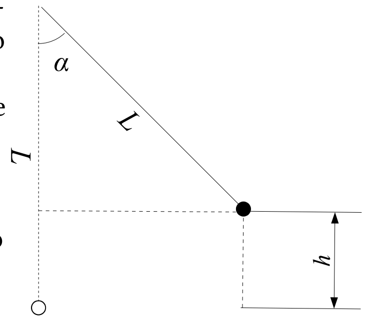
b) Como la fuerza eléctrica y el peso son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

$$|\vec{\boldsymbol{R}}| = \sqrt{(0{,}0196\ [\text{N}])^2 + (0{,}0196\ [\text{N}])^2} = 0{,}0277\ \text{N}$$

El valor de la tensión es el mismo que el de la fuerza resultante:

$$T = R = 0{,}0277\ \text{N}$$

c) Al descargarse las láminas solo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entra la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria.
La altura del punto de equilibrio, respecto al punto más bajo, puede calcularse del triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L\,(1 - \cos \alpha) = 0{,}0600\ [\text{m}]\ (1 - \cos 45°) = 0{,}0176\ \text{m}$$

Se calcula la energía potencial del peso en el punto de partida, tomando como origen de energías el punto más bajo:

$$E_\text{p} = m \cdot g \cdot h = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}81\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot 0{,}00240\ [\text{m}] = 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Se aplica el principio de conservación de la energía entre la posición inicial y el punto más bajo:

$$(E_\text{c} + E_\text{p})_\text{A} = (E_c + E_\text{p})_\text{B}$$
$$(½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_\text{A} = (½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_\text{B}$$
$$0 + 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ [\text{J}] = (2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

La velocidad se calcula despejando:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}45 \cdot 10^{-4}\,[\text{J}]}{2{,}00 \cdot 10^{-3}\,[\text{kg}]}} = 0{,}587\ \text{m/s}$$

<u>OPCIÓN B</u>

C.1. Dos cargas puntuales de valor $+q$ están separadas una distancia a. En el punto medio entre ambas ($a/2$) se cumple:
A) El módulo del campo es $E = 8\ k \cdot q/a^2$ y el potencial $V = 0$.
B) $E = 0$ y $V = 4\ k \cdot q/a$.
C) Ambos son nulos.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

El principio de superposición dice que la intensidad de campo eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.

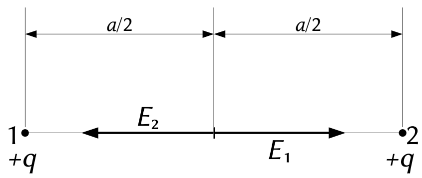
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Se dibuja un esquema:



Como el punto medio se encuentra a la misma distancia de ambas cargas y estas son del mismo valor, el valor de las intensidades de campo eléctrico en el punto medio es el mismo. Como los vectores son de sentidos opuestos, la resultante es nula.
El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q}{a/2} + K \frac{q}{a/2} = 4\, k \frac{q}{a}$$

C.2. La propagación en la dirección x de la onda de una explosión en un cierto medio puede describirse por la onda armónica $y(x, t) = 5 \text{ sen}(12\, x \pm 7680\, t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Al cabo de un segundo de producirse la explosión, su sonido alcanza una distancia de:
A) 640 m.
B) 1536 m.
C) 38 km.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

Para calcular la distancia alcanzada por el sonido en un segundo, necesitamos determinar su velocidad a partir de la ecuación de onda-
La ecuación de una onda armónica unidimensional puede escribirse como:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

En la que
y es la elongación del punto que oscila (separación de la posición de equilibrio)
A es la amplitud (elongación máxima)
ω es la frecuencia angular que está relacionada con la frecuencia f por $\omega = 2\, \pi \cdot f$.
t es el tiempo

k es el número de onda, la cantidad de ondas que entran en una longitud de 2 π metros. Está relacionada con la longitud de onda λ por $k = 2\pi / \lambda$
x es la distancia del punto al foco emisor.
El signo ± entre $\omega \cdot t$ y $k \cdot x$ es negativo si la onda se propaga en sentido positivo del eje X, y positivo si lo hace en sentido contrario.
Comparando la ecuación general con la del problema obtenemos:
$A = 5$ m
$\omega = 7680$ rad/s
$k = 12$ rad/m

La velocidad de propagación de una onda en un medio puede calcularse de la expresión:

$$u=\lambda \cdot f=\frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi}=\frac{\omega}{k}=\frac{7689 \text{ rad/s}}{12 \text{ rad/m}}=641 \text{ m/s}$$

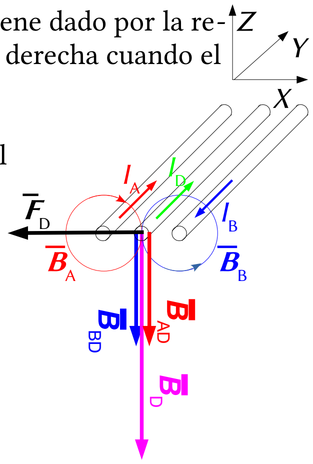
Por tanto, la distancia recorrida en 1 s es 641 m.

C.3. Dos conductores idénticos A y B paralelos, con corrientes respectivas $+I$ y $-I$ (entrando y saliendo del plano del papel) están separados una distancia a. Un tercer conductor, C, paralelo e idéntico a los anteriores y con corriente $+I$ (entrando) se sitúa en $a/2$. Sobre él se ejerce una fuerza:
A) Dirigida hacia A.
B) Dirigida hacia B.
C) No se ejerce ninguna fuerza sobre él.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: A

El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.



En el diagrama se dibujan los campos magnéticos $\overline{\boldsymbol{B}}_A$ y $\overline{\boldsymbol{B}}_B$ producidos por ambos conductores en el punto medio D, y el vector fuerza magnética $\overline{\boldsymbol{F}}_D$ ejercida sobre el conductor situado allí.
Tanto el campo magnético producido por el conductor A en el punto D equidistante de ambos conductores como el campo magnético producido por el conductor B en el punto D están dirigidos en el sentido negativo del eje Z. Por tanto, el vector campo magnético resultante también lo está. Aplicando la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = I\,(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = I\,(l\,\overline{\mathbf{j}} \times B\,(-\overline{\mathbf{k}})) = I \cdot l \cdot B\,(-\overline{\mathbf{i}})$$

Se ve que está dirigida hacia el conductor que lleva la corriente A.

C.4. Se dispone de una lente convergente y se quiere obtener la imagen de un objeto. Dibuja la marcha de los rayos para determinar dónde debe colocarse el objeto para que la imagen sea:
a) Menor, real e invertida.
b) Mayor, real e invertida.

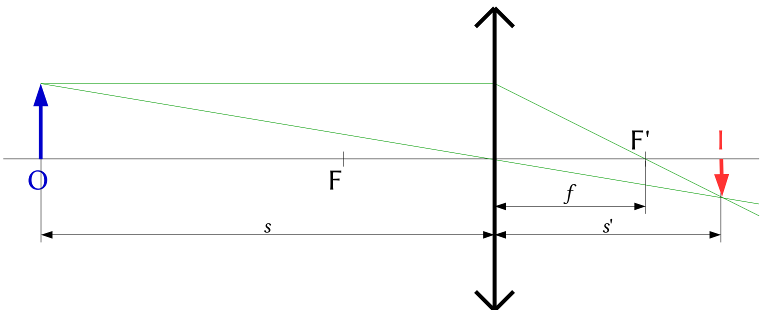
(A.B.A.U. ord. 17)

Solución:

Se dibuja un esquema de lente convergente (una línea vertical rematada por dos puntas de flechas) y se sitúa el foco F′ a la derecha de la lente.
Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.
- Otro, horizontal hacia la lente, que
  Se dibuja de forma que el rayo re-

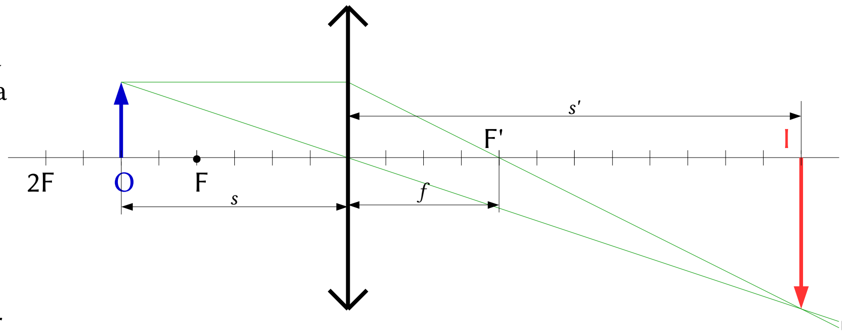
El punto de corte es el correspondiente a la
a) Para que la imagen sea menor, real e invertida, el objeto debe colocarse a una dis-



$|s| > 2f$

b) Para que la imagen sea mayor, real e invertida, el objeto debe colocarse a una distancia de la lente comprendida entre la distancia focal y el doble de la distancia focal.

$$2f > |s| > f$$



P.1. Un astronauta está en el interior de una nave espacial que describe una órbita circular de radio 2 R_T. Calcula:
a) La velocidad orbital de la nave.
b) La aceleración de la gravedad en la órbita de la nave.
c) Si en un instante dado, pasa al lado de la nave espacial un objeto de 60 kg en dirección a la Tierra con una velocidad de 40 m·s⁻¹, halla la velocidad del objeto al llegar a la superficie terrestre.
Datos: R_T = 6370 km; g = 9,81 m·s⁻². *(A.B.A.U. ord. 17)*
Rta.: a) v = 5,59 km/s; b) g_h = 2,45 m/s²; c) v_2 = 7,91·10³ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Radio de la órbita	$r = 2 \cdot R$
Radio de la Tierra	R = 6370 km = 6,37·10⁶ m
Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra	g_0 = 9,81 m/s²
Masa del objeto	m = 60,0 kg
Velocidad del objeto al pasar junto a la nave	v_0 = 40,0 m/s
Incógnitas	
Valor de la velocidad de la nave espacial en su órbita alrededor de la Tierra	v
Aceleración de la gravedad en la órbita de la nave.	g_h
Valor de la velocidad del objeto al llegar a la superficie terrestre.	v_2
Otros símbolos	
Masa de la Tierra	M
Constante de la gravitación universal	G
Ecuaciones	
Velocidad de un satélite a una distancia r del centro de un astro de masa M	$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$F_G = G\frac{M\, m}{r^2}$
Relación entre la masa, la gravedad y el radio de un astro	$G \cdot M = g_0 \cdot R^2$
Energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r}$
Energía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

a) La velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor del centro de un astro de masa M es:

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Al no tener la masa de la Tierra se sustituye $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$v=\sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{r}}=\sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{2 \cdot R}}=\sqrt{\frac{g_0 \cdot R}{2}}=\sqrt{\frac{9{,}81\ [\mathrm{m/s^2}] \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\ [\mathrm{m}]}{2}}=5{,}59 \cdot 10^3\ \mathrm{m/s}=5{,}59\ \mathrm{km/s}$$

Análisis: Se espera que un objeto que se mueva alrededor de la Tierra tenga una velocidad de algunos km/s. *El resultado de* 5,59 km/s *está de acuerdo con esta suposición.*

b) La aceleración de la gravedad en la órbita de la nave es la fuerza sobre la unidad de masa:

$$g=\frac{F_G}{m}=\frac{G\frac{M\,m}{r^2}}{m}=\frac{G\,M}{r^2}=\frac{g_0\cdot R^2}{(2\cdot R)^2}=\frac{g_0}{4}=\frac{9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}{4}=2{,}45\ \mathrm{m/s^2}$$

c) Como la fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, la energía mecánica, suma de las energías cinética y potencial, se conserva.
Cuando el objeto pasa junto a la nave espacial su energía potencial vale:

$$E_{p1}=-G\frac{M\cdot m}{r}=-\frac{g_0\cdot R^2\cdot m}{r}=-\frac{g_0\cdot R^2\cdot m}{2\cdot R}=-\frac{g_0\cdot R\cdot m}{2}$$
$$=-\frac{9{,}81\ [\mathrm{m/s^2}]\cdot 6{,}37\cdot 10^6\ [\mathrm{m}]\cdot 60{,}0\ [\mathrm{kg}]}{2}=-1{,}87\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

La energía cinética del objeto es

$$E_{c\,1} = m \cdot v_0^2 / 2 = 60{,}0\ [\mathrm{kg}] \cdot (40{,}0\ [\mathrm{m/s}])^2 / 2 = 4{,}80\cdot 10^4\ \mathrm{J}$$

La energía mecánica del objeto cuando pasa junto a la nave espacial es

$$E = E_{c\,1} + E_{p\,1} = 4{,}80\cdot 10^4\ [\mathrm{J}] + (-1{,}87\cdot 10^9\ [\mathrm{J}]) = -1{,}87\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

La energía potencial del objeto cuando llega a la superficie de la Tierra vale:

$$E_{p2}=-G\frac{M\cdot m}{r}=-\frac{g_0\cdot R^2\cdot m}{r}=-\frac{g_0\cdot R^2\cdot m}{R}=-g_0\cdot R\cdot m$$
$$=-9{,}81\ [\mathrm{m/s^2}]\cdot 6{,}37\cdot 10^6\ [\mathrm{m}]\cdot 60{,}0\ [\mathrm{kg}]=-3{,}75\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

La energía cinética del objeto cuando llega a la superficie de la Tierra valdrá:

$$E_{c\,2} = E - E_{p\,2} = (-1{,}87\cdot 10^9\ [\mathrm{J}]) - (-3{,}75\cdot 10^9\ [\mathrm{J}]) = 1{,}87\cdot 10^9\ \mathrm{J}$$

Por tanto, la velocidad del objeto al llegar a la superficie de la Tierra valdrá:

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot E_{c2}}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}87\cdot 10^9\ \mathrm{J}}{60{,}0\ \mathrm{kg}}}=7{,}91\cdot 10^3\ \mathrm{m/s}$$

P.2. El periodo de semidesintegración del $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ es 28 años. Calcula:
a) La constante de desintegración radiactiva expresada en s^{-1}.
b) La actividad inicial de una muestra de 1 mg.
c) El tiempo necesario para que esa muestra se reduzca a 0,25 mg.
Datos: $N_A = 6{,}022\cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$; masa atómica del $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ = 90 g·mol⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 17)*
Rta.: a) $\lambda = 7{,}84\cdot 10^{-10}\ \mathrm{s^{-1}}$; b) $A_0 = 5{,}25\cdot 10^9$ Bq; c) t = 56 años.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½}$ = 28,0 años = $8{,}84\cdot 10^8$ s
Masa de la muestra	m = 1,00 mg = $1{,}00\cdot 10^{-3}$ g
Masa atómica del $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$	M = 90,0 $\mathrm{g\cdot mol^{-1}}$
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}022\cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$
Incógnitas	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Actividad inicial de una muestra de 1 mg.	A_0
Tiempo necesario para que la masa se reduzca de 1 mg a 0,25 mg	t
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$
Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se deduce la relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración.
La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N = \lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\,N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\,N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 28{,}0\ [\text{años}] \frac{365{,}25\ [\text{días}]}{1\ [\text{año}]} \frac{24{,}0\ [\text{h}]}{1\ [\text{día}]} \frac{3600\ [\text{s}]}{1\ [\text{h}]} = 8{,}84 \cdot 10^{8}\ \text{s}$$

Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{8{,}84 \cdot 10^{8}\ [\text{s}]} = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ \text{s}^{-1}$$

b) Se calculan cuántos átomos hay en 1 mg de Sr:

$$N = 1{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{g}\ {}^{90}_{38}\text{Sr} \frac{1\ \text{mol}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{90{,}0\ \text{g}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}} \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1\ \text{mol}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}} \frac{1\ \text{núcleo}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1\ \text{átomo}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}} = 6{,}69 \cdot 10^{18}\ \text{núcleos}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}$$

Después se calcula la actividad radiactiva:

$$A = \lambda \cdot N = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 6{,}69 \cdot 10^{18}\ [\text{núcleos}] = 5{,}25 \cdot 10^{9}\ \text{Bq}$$

c) Se calcula el tiempo con la ecuación de la ley de desintegración radiactiva
Como la masa, m, es proporcional a la cantidad de átomos, N: ($m = N \cdot M / N_A$), se puede obtener una expresión similar a la ley de desintegración, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, multiplicando ambos miembros por (M / N_A):

$$N \cdot \frac{M}{N_A} = N_0 \cdot \frac{M}{N_A} e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad m = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.
Pasando m_0 al otro lado y aplicando logaritmos:

$$-\ln (m / m_0) = \ln (m_0 / m) = \lambda \cdot t$$

Se calcula el tiempo necesario para que esa muestra se reduzca a 0,25 mg:

$$t = \frac{\ln(m_0 / m)}{\lambda} = \frac{\ln(1{,}00\ \text{mg}\ {}^{90}_{38}\text{Sr} / 0{,}25\ \text{mg}\ {}^{90}_{38}\text{Sr})}{7{,}84 \cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}]} = 1{,}77 \cdot 10^{9}\ \text{s} = 56\ \text{años}$$

Análisis: Puesto que en ese tiempo la muestra se ha reducido a la cuarta parte = $(1/2)^2$*, han transcurrido* 2 *períodos de semidesintegración que son* 56 *años.*

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 22/03/24