Física del siglo XX

Método y recomendaciones

● Efecto fotoeléctrico

1. Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda de 600 nm penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuyo trabajo de extracción es $3,2\times10^{-19}$ J. Calcula:
   a) La longitud de onda umbral para lo cesio.
   b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.
   c) La velocidad máxima con la que son emitidos los electrones.
   d) El potencial de frenado.
   e) Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.
   f) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos lo pones metal con velocidad máxima.
   DATOS: $h = 6,62\times10^{-34}$ J·s; $c = 3\times10^8$ m·s⁻¹; $q_e = -1,6\times10^{-19}$ C; 1 nm = 10^{-9} m

   Problema modelo basado en A.B.A.U. ord. 18

   Rta.: a) λ_0 = 621 nm; b) $E_c = 1,1\cdot10^{-20}$ J; c) $v = 1,6\cdot10^5$ m/s ; d) V = 0,069 V; f) λ_d = 4,7 nm

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda de la radiación	$\lambda = 600 \text{ nm} = 6,00\cdot10^{-7}$ m
Trabajo de extracción del metal	$W_e = 3,20\cdot10^{-19}$ J
Constante de Planck	$h = 6,62\cdot10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3,00\cdot10^8$ m/s
Carga del electrón	$q_e = -1,60\times10^{-19}$ C
Incógnitas	
Longitud de onda umbral	λ_0
Energía cinética máxima con la que son emitidos los electrones	E_c
Velocidad máxima de los electrones emitidos	v
Potencial de frenado	V
Longitud de onda de De Broglie de los electrones	λ_d
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y la longitud de onda	$f = c / \lambda$
Energía cinética	$E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = \lvert e \rvert \cdot V$
Longitud de onda de De Broglie	$\lambda_d = \dfrac{h}{m \cdot v}$

Solución:

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6,63\cdot10^{-34}$ J·s.

a) La longitud de onda umbral corresponde a una radiación con la energía mínima para provocar el efecto fotoeléctrico.
En la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico se sustituye la energía del fotón por su equivalente en la ecuación de Planck:

$$\left.\begin{aligned} E_\text{f} &= W_\text{e} + E_\text{c} \\ E_\text{f} &= h \cdot f \end{aligned}\right\} h \cdot f = W_\text{e} + E_\text{c}$$

La radiación que tenga la frecuencia umbral tendrá la energía estrictamente necesaria para arrancar el electrón, pero no sobrará nada para comunicarle energía cinética.

$$h \cdot f_0 = W_\text{e} + 0$$

La relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción es:

$$W_\text{e} = h \cdot f_0$$

Se calcula la frecuencia, despejándola de la relación anterior:

$$f_0 = \frac{W_\text{e}}{h} = \frac{3{,}20 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6{,}62 \cdot 10^{-24} \text{ J·s}} = 4{,}83 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda umbral, despejándola en la relación entre frecuencia y longitud de onda:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m·s}^{-1}}{4{,}83 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6{,}21 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 621 \text{ nm}$$

b) Para calcular la energía cinética máxima de los electrones emitidos se emplea ecuación de Einstein:

$$E_c = E_f - W_\text{e}$$

Se calcula antes la energía de los fotones, después de sustituir la frecuencia por su expresión en función de la longitud de onda:

$$E_\text{f} = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34} [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^8 [\text{m·s}^{-1}]}{6{,}00 \cdot 10^{-7} [\text{m}]} = 3{,}31 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Se calcula entonces la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_c = 3{,}31·10^{-19} [\text{J}] - 3{,}20·10^{-19} [\text{J}] = 1{,}1·10^{-20} \text{ J}$$

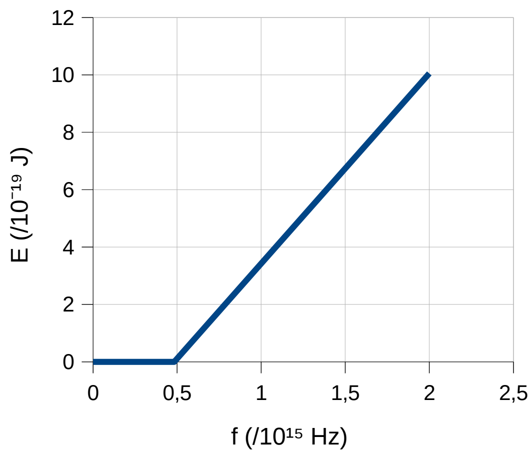
c) Se calcula la velocidad a partir de la expresión de la energía cinética:

$$E_c = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_\text{c}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-20} [\text{J}]}{9{,}11 \cdot 10^{-31} [\text{kg}]}} = 1{,}6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

d) Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e)| \cdot V \Rightarrow V = \frac{E_\text{c}}{|e|} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-20} [\text{J}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19} [\text{C}]} = 0{,}069 \text{ V}$$

e) La representación gráfica es la siguiente:



La interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico demostró que la luz se comporta como un chorro de partículas, llamadas fotones, cuya energía es proporcional a la frecuencia:

$$E = h \cdot f$$

En el efecto Compton, el fotón se comporta como una partícula de momento lineal:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot f}{\lambda \cdot f} = \frac{h}{\lambda}$$

Como ya estaba establecido que la luz se propaga como una onda, se propuso que el comportamiento era dual: en algunos experimentos el comportamiento de la luz parece ser corpuscular y en otros, ondulatorio. De Broglie propuso que este comportamiento dual también afecta a cualquier partícula. En algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ viene dada por la expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m \cdot v}$$

h es la constante de Planck, m es la masa de la partícula y v es su velocidad.

f) Se calcula la longitud de onda asociada a los electrones usando la ecuación de De Broglie

$$\lambda_3=\frac{h}{m \cdot v}=\frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]}{9{,}10 \cdot 10^{-31}\ [\text{kg}] \cdot 1{,}6 \cdot 10^{5}\ [\text{m/s}]}=4{,}7 \cdot 10^{-9}\ \text{m}=4{,}7\ \text{nm}$$

Puede obtener las respuestas en la pestaña «Fotoelectr» de la hoja de cálculo Fisica (es), Instrucciones.

Trabajo de extracción	W_0 =	$3{,}20 \cdot 10^{-19}$	J
Longitud de onda de los fotones	λ =	600	nm

También puede escribir 3,2E-19 en vez de $3{,}20 \cdot 10^{-19}$. Los resultados son:

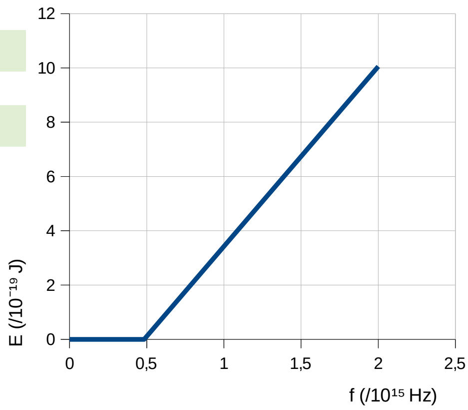
a)	Longitud de onda umbral	λ_0 =	$6{,}21 \cdot 10^{-7}$	m
	Energía de los fotones	E =	$3{,}31 \cdot 10^{-19}$	J
b)	Energía cinética	E =	$1{,}11 \cdot 10^{-20}$	J

Haciendo clic en la celda de color naranja puede elegir los valores pedidos en los otros apartados.

c)	Velocidad máxima	v =	$1{,}56 \cdot 10^{5}$	m/s
d)	Potencial de frenado	V =	0,0691	V
f)	Longitud de onda de De Broglie	λ_d =	$4{,}66 \cdot 10^{-9}$	m

Si escribe «2» a la derecha de «f =», el aspecto de la gráfica será:

GRAFICAS			
Energía cinética	frente a	Frecuencia	
de los electrones		de los fotones	
Frecuencia máx.	f =	2	$\cdot 10^{15}$ Hz



● Desintegración radioactiva

1. El período de semidesintegración del $^{90}_{38}Sr$ es 28 años. Calcula:
   a) La constante de desintegración radioactiva expresada en s^{-1}.
   b) La vida media del ^{90}Sr.
   c) La actividad inicial de una muestra de 6,25 mg.
   d) La masa que queda de esa muestra 100 años más tarde.
   e) El tiempo necesario para que se desintegre el 70 % de los átomos iniciales.
   f) Representa en una gráfica, de forma cualitativa, la variación de la masa en función del tiempo.
   Datos: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹; masa atómica del $^{90}_{38}Sr$ = 90 g·mol⁻¹.

Problema modelo basado en el A.B.A.U. ord. 17

Rta.: a) $\lambda = 7{,}8 \cdot 10^{-10}$ s⁻¹; b) $\tau = 40$ años; c) $A_0 = 3{,}28 \cdot 10^{10}$ Bq; d) $m = 0{,}53$ mg; e) $t = 49$ años

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 28{,}0$ años $= 8{,}84 \cdot 10^{8}$ s
Masa de la muestra	$m_0 = 6{,}25$ mg $= 6{,}25 \cdot 10^{-3}$ g
Tiempo para calcular la masa restante	$t = 100$ años $= 3{,}16 \cdot 10^{9}$ s
Fracción de muestra desintegrada	$f = 70{,}0$ % $= 0{,}700$
Masa atómica del $^{90}_{38}Sr$	$M = 90{,}0$ g·mol⁻¹
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹
Incógnitas	
Vida media	τ
Constante de desintegración radioactiva	λ
Actividad inicial de una muestra de 6,25 mg.	A_0
Masa que queda de esa muestra 100 años más tarde.	m
Tiempo necesario para que la masa se reduzca de 1 mg a 0,25 mg	t
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln(N_0 / N) / t$
Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Vida media	$\tau = 1 / \lambda$
Actividad radioactiva	$A = -\mathrm{d}N / \mathrm{d}t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante radioactiva a partir del período de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{8{,}84 \cdot 10^{8}\ [\mathrm{s}]} = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{s}^{-1}$$

b) Se calcula la vida media a partir de la constante radioactiva:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{7{,}84 \cdot 10^{-10}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 1{,}27 \cdot 10^{9}\ \mathrm{s} = 40{,}4\ \text{años}$$

c) Se calculan cuantos átomos hay en 6,25 mg de Sr:

$$N = 6{,}25 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{g}\ ^{90}_{38}\mathrm{Sr}\ \frac{1\ \mathrm{mol}\ ^{90}_{38}\mathrm{Sr}}{90{,}0\ \mathrm{g}\ ^{60}_{38}\mathrm{Sr}}\ \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ ^{90}_{38}\mathrm{Sr}}{1\ \mathrm{mol}\ ^{90}_{38}\mathrm{Sr}}\ \frac{1\ \text{núcleo}\ ^{90}_{38}\mathrm{Sr}}{1\ \text{átomo}\ ^{90}_{38}\mathrm{Sr}} = 4{,}18 \cdot 10^{19}\ \text{núcleos}\ ^{90}_{38}\mathrm{Sr}$$

Se calcula la actividad radioactiva:

$$A = \lambda \cdot N = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ [\mathrm{s}^{-1}] \cdot 4{,}18 \cdot 10^{19}\ [\text{núcleos}] = 3{,}28 \cdot 10^{10}\ \mathrm{Bq}$$

d) Se emplea la ley de desintegración radioactiva para calcular la masa:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Como la masa es proporcional a la cantidad de núcleos, $m = M \cdot N / N_A$, se puede obtener una expresión similar a la ley de la desintegración radioactiva, en la que aparece la masa en lugar de la cantidad de átomos:

$$m \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} = m_0 \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} e^{-\lambda t}$$

Se calcula la masa:

$$m = 6{,}25\ [\text{mg}] \cdot e^{-7{,}84 \cdot 10^{-10}\,[\text{s}^{-1}] \cdot 3{,}16 \cdot 10^{9}\,[\text{s}]} = 0{,}526\ \text{mg}$$

e) Se emplea la ecuación de la ley de desintegración radioactiva expresada en forma logarítmica, para calcular el tiempo:

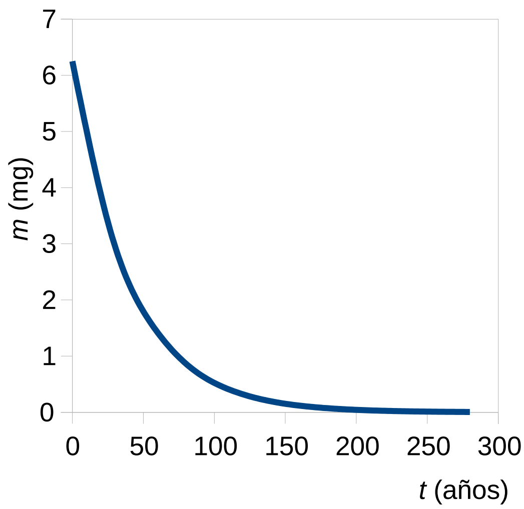
$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Se calcula el tiempo, teniendo en cuenta que queda el 30 %., al desintegrarse el 70 %.

$$t = \frac{\ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{\ln(100 \text{ átomos } {}^{90}_{38}\text{Sr} / 30 \text{ átomos } {}^{90}_{38}\text{Sr})}{7{,}84 \cdot 10^{-10}\,[\text{s}^{-1}]} = 1{,}8 \cdot 10^{9}\ \text{s} = 49\ \text{años}$$

Análisis: Puesto que en ese tiempo a muestra se redujo la un 30 *%, poco más de la cuarta parte =* $(½)^2$ *, transcurrieron algo menos de* 2 *períodos de semidesintegración (*56 *años), por lo que* 49 años *parece un resultado razonable.*

f) La gráfica es una función exponencial decreciente.



Puede obtener las respuestas en la pestaña «Desintegr» de la hoja de cálculo Fisica (es), Instrucciones.

Período de semidesintegración	T =	28	años
Masa inicial	m_0 =	6,25	mg
Desintégranse		70	%
Después de...	Δt =		
Masa atómica	M =	90	g/mol
Tiempo	t =	100	años

Para obtener los primeros resultados haga clic en la celda color naranja debajo de «Constante» y elija «Vida media». Haga clic en la celda color naranja debajo de «τ» y elija «Bq»

a)		Constante	λ =	$7{,}84 \cdot 10^{-10}$	s^{-1}
b)		Vida media	τ =	$1{,}27 \cdot 10^{9}$	s
		Actividad	Bq		
c)	Inicial	$3{,}28 \cdot 10^{10}$			
	Queda un 30%	$9{,}84 \cdot 10^{9}$	en	48,6	años
	En 100 años	$2{,}76 \cdot 10^{9}$			

Para los siguientes resultados, cambie «Bq» por «mg», y elija «años» en la celda naranja de la derecha:

		Masa	mg		
	Inicial	6,25			
e)	Queda un 30%	1,88	en	48,6	años
d)	En 100 años	0,526			

● Energía nuclear

1. El isótopo del boro ${}^{10}_{5}B$ es bombardeado por una partícula α y se produce ${}^{13}_{6}C$ y otra partícula.
   a) Escribe la reacción nuclear.
   b) Calcula la energía liberada por núcleo de boro bombardeado.
   c) Calcula la energía liberada sí se considera 1 g de boro.
   d) Calcula la energía de enlace nuclear del ${}^{13}_{6}C$.
   e) Calcula su energía de enlace por nucleón.
   Datos: masa atómica(${}^{10}_{5}B$) = 10,0129 u; masa atómica(${}^{13}_{6}C$) = 13,0034 u; masa(α) = 4,0026 u; masa(protón) = 1,0073 u; c = 3·10⁸ m/s; N_A = 6,022·10²³ mol⁻¹; 1 u = 1,66·10⁻²⁷ kg. *(Con los datos de P.A.U. sep. 16)*
   Rta.: a) ${}^{10}_{5}B + {}^{4}_{2}He \longrightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H$; b) E = 7,17·10⁻¹³ J/átomo; c) E_2 = 43,1 GJ/g

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa: boro-10	$m({}^{10}_{5}B)$ = 10,0129 u
carbono-13	$m({}^{13}_{6}C)$ = 13,0034 u
partícula α	$m({}^{4}_{2}He)$ = 4,0026 u
protón	$m({}^{1}_{1}H)$ = 1,0073 u
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹
Unidad de masa atómica	1 u = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s
Incógnitas	
Energía liberada por núcleo de boro bombardeado	E
Energía liberada / g de boro	E_2
Otros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuaciones	
Equivalencia masa energía de Einstein	$E = m \cdot c^2$

Solución:

a) Se escribe la reacción nuclear aplicando los principios de conservación del número másico y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.

$${}^{10}_{5}B + {}^{4}_{2}He \longrightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H$$

b) Se calcula el defecto de masa:

$$\Delta m = m({}^{13}_{6}C) + m({}^{1}_{1}H) - (m({}^{10}_{5}B) - m({}^{4}_{2}He)) = 13{,}0034\ [u] + 1{,}0073\ [u] - (10{,}0129\ [u] + 4{,}0026\ [u]) = -0{,}00480\ u$$
$$\Delta m = -0{,}00480\ u \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\ kg/u = -7{,}97 \cdot 10^{-30}\ kg$$

Se calcula la energía equivalente según la ecuación de Einstein:

$$E = m \cdot c^2 = 7{,}97 \cdot 10^{-30}\ [kg] \cdot (3{,}00 \cdot 10^{8}\ [m/s])^2 = 7{,}17 \cdot 10^{-13}\ J/átomo\ B$$

c) Se calcula la cantidad de átomos de boro que hay en 1 g de boro.

$$N = 1{,}00\ g\ B\ \frac{1\ mol\ B}{10{,}012\ 9g\ B}\ \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ átomos}{1\ mol} = 6{,}01 \cdot 10^{22}\ átomos\ B$$

Se calcula la energía para 1 g de boro:

$$E_2 = 7{,}15 \cdot 10^{-13}\ [J/átomo\ B] \cdot 6{,}01 \cdot 10^{22}\ [átomos\ B/g\ B] = 4{,}31 \cdot 10^{10}\ J = 43{,}1\ GJ/g\ B$$

d) El defecto de masa es la diferencia entre la masa del núcleo de ${}^{13}_{6}C$ y la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman. El número de protones es el número atómico, 6, y lo de neutrones es 7, la diferencia entre el número másico 13 y el número de protones 6.

$$\Delta m = m({}^{13}_{6}C) - 6 \cdot m({}^{1}_{1}H) - 7 \cdot m({}^{1}_{0}n) = 13{,}0034\ [u] - 6 \cdot 1{,}0073\ [u] - 7 \cdot 1{,}008665\ [u] = -0{,}101\ u$$
$$\Delta m = -0{,}101\ [u] \cdot \frac{1\ [g]}{6{,}02 \times 10^{23}\ [u]} \cdot \frac{1\ [kg]}{10^3\ [g]} = -1{,}68 \cdot 10^{-28}\ kg$$

La energía equivalente calcúlase con la ecuación de Einstein

$$E_e = m \cdot c^2 = 1{,}68 \cdot 10^{-28}\ [kg] \cdot (3{,}00 \cdot 10^{8}\ [m/s])^2 = 1{,}51 \cdot 10^{-11}\ J/átomo\ {}^{13}C$$

e) La energía de enlace por nucleón se calcula dividiendo entre el número de nucleones:

$$E_{en}=\frac{1{,}51\cdot 10^{-11}\,[\mathrm{J/átomo\,C}]}{13\,[\mathrm{nucleóns/átomo\,C}]}=1{,}16\cdot 10^{-12}\,\mathrm{J/nucleón}$$

Puede obtener las respuestas en la pestaña «EnerNuclear» de la hoja de cálculo Fisica (es), Instrucciones.

	Carga	(e⁺)	Masa		
Partícula proyectil	2		4,0026	u	
Núclido diana	5		10,0129	u	
Núclido formado	6		13,0034	u	
Partícula emitida	1		1,0073	u	
2ª partícula emitida					
Masa de la muestra			1	g	N. diana

Los resultados son:

$^{4}_{2}He + ^{10}_{5}B \longrightarrow ^{13}_{6}C + ^{1}_{1}H$			
Defecto de masa Δm =	$-7{,}17\cdot 10^{-13}$	J	/átomo
Energía de la muestra E =	43,1	GJ	/g $^{10}_{5}B$

Para calcular la energía de enlace del carbono-13, hay que borrar todos los datos excepto lo del carbono.

	Carga	(e⁺)	Masa		
Partícula proyectil					
Núclido diana					
Núclido formado	6		13,0034	u	
Partícula emitida					
2ª partícula emitida					
Masa de la muestra					

Los resultados son ahora:

Energía de enlace E_e =	$-1{,}51\cdot 10^{-11}$	J	/átomo

Si cambiamos ahora «/átomo» por «/nucleón» obtenemos:

Energía de enlace E_e =	$-1{,}16\cdot 10^{-12}$	J	/nucleón

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, y del traductor de la CIXUG.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado:07/10/24

Sumario

FÍSICA DEL SIGLO XX