

# Proba de Avaliación do Bacharelato Código: 23 para o Acceso á Universidade

# ord. 2017

# **FÍSICA**

Puntuación máxima: Cuestións 4 puntos (1 cada cuestión, teórica ou práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado). Non se valorará a simple anotación dun ítem como solución ás cuestións. As respostas han de ser razoadas. Pódese usar calculadora sempre que non sexa programable nin memorice texto. O alumno elixirá unha das dúas opcións.

# **OPCIÓN A**

- <u>C.1.</u> Para saber a masa do Sol, coñecidos o raio da órbita e o período orbital da Terra respecto ao Sol, necesítase dispor do dato de: A) A masa da Terra. B) A constante de gravitación *G*. C) O raio da Terra.
- <u>C.2.</u> Faise incidir desde o aire (índice de refracción n = 1) un feixe de luz láser sobre a superficie dunha lámina de vidro de 2 cm de espesor, cuxo índice de refracción é n = 1,5, cun ángulo de incidencia de  $60^{\circ}$ . O ángulo de refracción despois de atravesar a lámina é: A)  $35^{\circ}$ . B)  $90^{\circ}$ . C)  $60^{\circ}$ . Fai un breve esquema da marcha dos raios.
- <u>C.3.</u> A hipótese de De Broglie refírese a que: A) Ao medir con precisión a posición dunha partícula atómica altérase a súa enerxía. B) Todas as partículas en movemento levan asociada unha onda. C) A velocidade da luz é independente do movemento da fonte emisora de luz.
- C.4. Quérese obter a aceleración da gravidade mediante un péndulo simple a partir das seguintes medidas:

  Representa o cadrado do período fronte á lonxitude do péndulo e acha a aceleración a partir da gráfica. Estima a súa incerteza.

Lonxitude do péndulo (cm)	60	82	90	105
Tempo de 20 oscilacións(s)	31,2	36,4	38,2	41,1

- P.1. A función de onda dunha onda harmónica que se move nunha corda é y(x, t) = 0.03 sen(2.2 x 3.5 t), onde as lonxitudes se expresan en metros e o tempo en segundos. Determina: a) A lonxitude de onda e o período desta onda. b) A velocidade de propagación. c) A velocidade máxima de calquera segmento da corda.
- P.2. Unha esfera pequena, de masa 2 g e carga +3 μC, colga dun fío de 6 cm de lonxitude entre dúas placas metálicas verticais e paralelas separadas entre si unha distancia de 12 cm. As placas posúen cargas iguais pero de signo contrario. Calcula: a) O campo eléctrico entre as placas para que o fío forme un ángulo de 45° coa vertical. b) A tensión do fío nese momento. Se as placas se descargan, c) cal será a velocidade da esfera ao pasar pola vertical? Dato:  $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

# **OPCIÓN B**

- <u>C.1.</u> Dúas cargas puntuais de valor + q están separadas unha distancia a. No punto medio entre ambas (a/2) cúmprese: A) O módulo do campo é  $E = 8 k \cdot q/a^2$  e o potencial V = 0. B) E = 0 e  $V = 4 k \cdot q/a$ . C) Ambos son nulos.
- C.2. A propagación na dirección x da onda dunha explosión nun certo medio pode describirse pola onda harmónica  $y(x, t) = 5 \operatorname{sen}(12 \ x \pm 7680 \ t)$ , onde as lonxitudes se expresan en metros e o tempo en segundos. Ao cabo dun segundo de producirse a explosión, o seu son alcanza unha distancia de: A) 640 m. B) 1536 m. C) 38 km.
- C.3. Dous condutores idénticos A e B paralelos, con correntes respectivas + I e I (entrando e saíndo do plano do papel) están separados unha distancia a. Un terceiro condutor, C, paralelo e idéntico aos anteriores e con corrente + I (entrando) sitúase en a/2. Sobre el exércese unha forza: A) Dirixida cara a A. B) Dirixida cara a B. C) Non se exerce ningunha forza sobre el.
- <u>C.4.</u> Disponse dunha lente converxente e quérese obter a imaxe dun obxecto. Debuxa a marcha dos raios para determinar onde debe colocarse o obxecto para que a imaxe sexa: a) Menor, real e invertida. b) Maior, real e invertida.
- <u>P.1.</u> Un astronauta está no interior dunha nave espacial que describe unha órbita circular de raio 2  $R_T$ . Calcula: a) A velocidade orbital da nave. b) A aceleración da gravidade na órbita da nave. Se nun instante dado, pasa á beira da nave espacial un obxecto de 60 kg en dirección á Terra cunha velocidade de 40 m·s<sup>-1</sup>, acha: c) a velocidade do obxecto ao chegar á superficie terrestre. Datos:  $R_T = 6370$  km; g = 9.81 m·s<sup>-2</sup>.
- <u>P.2.</u> O período de semidesintegración do  $^{90}_{38}$ Sr é 28 anos. Calcula: a) A constante de desintegración radioactiva expresada en s<sup>-1</sup>. b) A actividade inicial dunha mostra de 1 mg. c) O tempo necesario para que esa mostra se reduza a 0,25 mg. Datos:  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>; masa atómica do  $^{90}_{38}$ Sr = 90 g·mol<sup>-1</sup>.

# Solucións

# OPCIÓN A

- C.1. Para saber a masa do Sol, coñecidos o raio da órbita e o período orbital da Terra respecto ao Sol, necesítase dispor do dato de:

- A) A masa da Terra.
- B) A constante de gravitación *G*.
- C) O raio da Terra.

(A.B.A.U. ord. 17)

C.2. Faise incidir desde o aire (índice de refracción n = 1) un feixe de luz láser sobre a superficie dunha lámina de vidro de 2 cm de espesor, cuxo índice de refracción é n = 1,5, cun ángulo de incidencia de  $60^{\circ}$ . O ángulo de refracción despois de atravesar a lámina é:



- A) 35°
- B) 90°
- C) 60°

Fai un breve esquema da marcha dos raios.

(A.B.A.U. ord. 17)

## Solución: A

DatosCifras significativas: 2Ángulo de incidencia $\theta_{i1} = 60^{\circ}$ Espesor da lámina de vidroe = 2,0 cm = 0,020 mÍndice de refracción do vidro $n_v = 1,50$ Índice de refracción do aire $n_a = 1,00$ Incógnitas $\theta_{r2}$ 

Ecuacións

Índice de refracción dun medio  $_{\rm i}$  no que a luz se despraza á velocidade  $\nu_{\rm i}$  Lei de Snell da refracción

 $n_{\rm i} \cdot {\rm sen} \ \theta_{\rm i} = n_{\rm r} \cdot {\rm sen} \ \theta_{\rm r}$ 

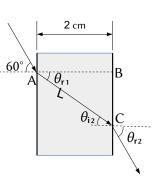
## Solución:

As leis de Snell da refracción son:

- 1ª O raio incidente, o raio refractado e a normal están no mesmo plano.
- $2^{a}$  A relación matemática entre os índices de refracción  $n_{i}$  e  $n_{r}$  dos medios incidente e refractado e os ángulos de incidencia e refracción  $\theta_{i}$  e  $\theta_{r}$ , é:

$$n_{\rm i} \cdot {\rm sen} \ \theta_{\rm i} = n_{\rm r} \cdot {\rm sen} \ \theta_{\rm r}$$

Na figura represéntase a traxectoria da luz. O raio incidente no punto A con un ángulo de incidencia  $\theta_{i1}$  = 30° pasa do aire ao vidro dando un raio refractado que forma o primeiro ángulo de refracción  $\theta_{r1}$  e o segundo ángulo de incidencia  $\theta_{i2}$  entre o vidro e o aire. Finalmente, sae da lámina de vidro polo punto B co segundo ángulo de refracción  $\theta_{r2}$ .



Como o espesor da lámina é de 10 cm, a lonxitude percorrida polo raio é a hipotenusa L do triángulo ABC.

O primeiro ángulo de refracción  $\theta_{r1}$  pódese calcular aplicando a lei de Snell

$$1,00 \cdot \text{sen } 60^{\circ} = 1,50 \cdot \text{sen } \theta_{\text{r1}}$$

$$\theta_{\rm r1} = {\rm arcsen} \ 0.58 = 35^{\circ}$$

$$L = \frac{e}{\cos \% i t h e t a_{r1}} = \frac{2.0 \text{ [cm]}}{\cos 35^{\circ}} = 1.6 \text{ cm}$$

Como a lámina de vidro é de caras paralelas, o segundo ángulo de incidencia  $a_{i2}$  é igual ao primeiro ángulo de refracción:

$$\theta_{i2} = \theta_{r1} = 35^{\circ}$$

Para calcular o ángulo co que sae da lámina, vólvese a aplicar a lei de Snell entre o vidro (que agora é o medio incidente) e o aire (que é o medio refractado):

$$1,50 \cdot \text{sen } 35^{\circ} = 1,00 \cdot \text{sen } \theta_{r2}$$

$$\sin \% itheta_{12} = \frac{1,5 \cdot \sin 35^{\circ}}{1.0} = 0,87$$

$$\theta_{\rm r2}$$
 = arcsen 0,87 = 60°

Análise: Este resultado é correcto porque o raio sae paralelo ao raio incidente orixinal.

- C.3. A hipótese de De Broglie refírese a que:
  - A) Ao medir con precisión a posición dunha partícula atómica altérase a súa enerxía.
  - B) Todas as partículas en movemento levan asociada unha onda.
  - C) A velocidade da luz é independente do movemento da fonte emisora de luz.

(A.B.A.U. ord. 17)

## Solución: B

De Broglie propuxo que nalgúns casos o comportamento de certas partículas podería interpretarse como o de ondas cuxa lonxitude de onda asociada  $\lambda$  viría dada pola expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Na ecuación, h é a constante de Planck e m a masa da partícula e v a súa velocidade.

Como h é unha constante e  $m \cdot v$  é a expresión do momento lineal ou cantidade de movemento, a lonxitude da onda asociada a un protón é inversamente proporcional ao seu momento lineal.

As outras opcións.

- A. Falsa. É unha consecuencia do principio de indeterminación de Heisenberg.
- C. Falsa. É un dos postulados da teoría da relatividade especial de Einstein.
- C.4. Quérese obter a aceleración da gravidade mediante un péndulo simple a partir das seguintes medidas:
  Representa o cadrado do período fronte á lonxitude do péndulo e acha a aceleración a partir da gráfica. Estima a súa incerteza.

Lonxitude do péndulo (cm)	60	82	90	105	(
Tempo de 20 oscilacións(s)	31,2	36,4	38,2	41,1	(

(A.B.A.U. ord. 17)

#### Solución:

Calcúlanse os valores de

- os períodos dividindo os tempos de 20 oscilacións entre 20.
- os cadrados dos períodos, elevando ao cadrado os resultados anteriores:

Lonxitude do péndulo	(m)	L		0,60	0,82	0,90	1,05
Tempo de 20 oscilacións	(s)	$t_{20}$		31,2	36,4	38,2	41,1
Período	(s)	T	$= t_{20} / 20$	1,56	1,82	1,91	2,06
Cadrado dos períodos	(s <sup>2</sup> )	$T^2$		2,43	3,31	3,65	4,22

A representación gráfica sería:

Sen axuda dunha folla de cálculo, o valor da pendente sería:

pendente = 
$$b = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = 4 \text{ s}^2/\text{m}$$

Como a ecuación do período do péndulo é:

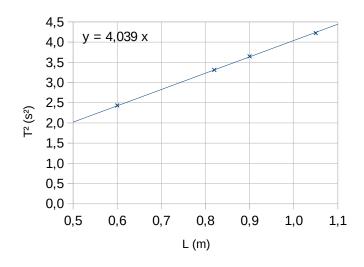
$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

A relación entre a pendente e g é:

$$b = \frac{\Delta T^2}{\Delta L} = \frac{4 \pi^2}{g}$$

O valor da aceleración da gravidade sería:

$$g = \frac{4\pi^2}{h} = \frac{4\pi^2}{4} = 10 \text{ m/s}^2$$



A incerteza dun valor calculado da pendente dunha gráfica, aínda que fose en papel milimetrado, sería enorme. Polo tanto habería que escribir:

$$g = (10 \pm 1) \text{ m/s}^2$$

P.1. A función de onda dunha onda harmónica que se move nunha corda é

y(x, t)= 0,03 sen(2,2 x – 3,5 t), onde as lonxitudes exprésanse en metros e o tempo en segundos. Determina:

- a) A lonxitude de onda e o período desta onda.
- b) A velocidade de propagación.
- c) A velocidade máxima de calquera segmento da corda.

(A.B.A.U. ord. 17)

**Rta.**: a)  $\lambda = 2,86$  m; T = 1,80 s; b)  $\nu_p = 1,59$  m·s<sup>-1</sup>; c)  $\nu_m = 0,105$  m/s.

Datos	Cifras significativas: 3
Ecuación da onda	$y = 0.0300 \cdot \text{sen} (2.20 \cdot x - 3.50 \cdot t) \text{ [m]}$
Incógnitas	
Lonxitude de onda	λ
Período	T
Velocidade de propagación	$ u_{ m p}$
Velocidade máxima	$ u_{ m m}$
Outros símbolos	
Posición do punto (distancia ao foco)	X
Amplitude	A
Frecuencia	f
Ecuacións	
Ecuación dunha onda harmónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen} (\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2 \pi / \lambda$
Relación entre a frecuencia angular e a frecuencia	$\omega = 2 \pi \cdot f$
Relación entre a frecuencia e o período	f = 1 / T
Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación	$v_{\rm p} = \lambda \cdot f$

## Solución:

a) Obtéñense a frecuencia angular e o número de onda comparando a ecuación dunha onda harmónica unidimensional coa ecuación do problema:

$$y = A \cdot \text{sen} (\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0.0300 \cdot \text{sen} (-3.50 \cdot t + 2.20 \cdot x) \text{ [m]}$$

Frecuencia angular:

$$\omega = 3.50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$k = 2,20 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}$$

Calcúlase a lonxitude de onda a partir do número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{2,20 \text{ [rad \cdot m}^{-1]}} = 2,86 \text{ m}$$

Calcúlase a frecuencia a partir da frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3,50 \text{ [rad \cdot s}^{-1}]}{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}} = 0,557 \text{ s}^{-1} = 0,557 \text{ Hz}$$

Calcúlase o período a partir da frecuencia:

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.557 \text{ s}^{-1}} = 1,80 \text{ s}$$

b) Calcúlase a velocidade de propagación da onda a partir da lonxitude de onda e da frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 2,86 \text{ [m]} \cdot 0,557 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 1,59 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

c) A velocidade dun punto obtense derivando a ecuación de movemento con respecto ao tempo:

$$v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\left[0,0300 \cdot \sin(-3,50 \cdot t + 2,20 \cdot x)\right]}{\mathrm{d}t} = 0,0300 \cdot (-3,50) \cdot \cos(-3,50 \cdot t + 2,20 \cdot x) \left[\,\mathrm{m/s}\,\right]$$

$$v = -0.105 \cdot \cos(-3.50 \cdot t + 2.20 \cdot x) \text{ [m/s]}$$

A velocidade é máxima cando  $cos(\varphi) = -1$ 

$$v_{\rm m} = 0.105 \; {\rm m/s}$$

P.2. Unha esfera pequena, de masa 2 g e carga +3 μC, colga dun fío de 6 cm de lonxitude entre dúas placas metálicas verticais e paralelas separadas entre si unha distancia de 12 cm. As placas posúen cargas iguais pero de signo contrario. Calcula:

Cifras significativas: 3

- a) O campo eléctrico entre as placas para que o fío forme un ángulo de 45° coa vertical.
- b) A tensión do fío nese momento.
- c) Se as placas se descargan, cal será a velocidade da esfera ao pasar pola vertical? Dato:  $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 17)

**Rta.:** a)  $E = 6.54 \cdot 10^3$  N/C; b) T = R = 0.0277 N; c) v = 0.587 m/s.

	- 9 8
Masa da esfera	$m = 2,00 \text{ g} = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$
Carga da esfera	$q = 3,00 \ \mu\text{C} = 3,00 \cdot 10^{-6} \ \text{C}$
Lonxitude do fío	L = 6,00  cm = 0,0600  m
Ángulo que forma o fío coa vertical	$\alpha$ = $45^{\circ}$
Valor do campo gravitacional terrestre	$g = 9.81 \text{ m/s}^2$
Incógnitas	
Valor do campo eléctrico	E
Tensión do fío	T
Velocidade da esfera ao pasar pola vertical	ν
Outros símbolos	
Forza resultante das forzas eléctrica e peso	$\overline{R}$
Altura do punto de equilibrio	h
Ecuacións	
Campo eléctrico	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$
Forza peso	$\frac{q}{P} = \frac{q}{m \cdot \overline{g}}$
Enerxía potencial da forza peso	$E_{\rm p} = m \cdot g \cdot h$
Enerxía cinética dunha masa, <i>m</i> , que se move cunha velocidade, <i>v</i>	$E_{\rm c} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_{\rm c}+E_{\rm p})_{\rm A}=(E_{\rm c}+E_{\rm p})_{\rm B}$

## Solución:

Datos

a) Debúxase un esquema situando as forzas.

Cando a esfera alcanza o equilibrio, a tensión,  $\overline{T}$ , equilibra á resultante,  $\overline{R}$ , das forzas peso,  $\overline{P}$ , e eléctrica,  $\overline{F}_E$ .

Calcúlase o valor da forza peso:

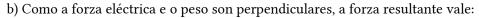
$$P = m \cdot g = 2,00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9,81 \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2} \text{]} = 0,0196 \text{ N}$$

Como o ángulo entre a resultante e a vertical é de 45° e tan 45° = 1,00, a forza eléctrica vale o mesmo que o peso.

$$F_E = P \cdot \tan 45^\circ = P = 0,0196 \text{ N}$$

Calcúlase o campo eléctrico:

$$E = \frac{F_E}{q} = \frac{0.0196 \text{ N}}{3.00 \cdot 10^{-6} \text{ C}} = 6.54 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$



$$|\vec{R}| = \sqrt{(0.0196[N])^2 + (0.0196[N])^2} = 0.0277 \text{ N}$$

O valor da tensión é o mesmo que o da forza resultante:

$$T = R = 0.0277 \text{ N}$$

c) Ao descargarse as láminas só actúa a forza peso, que é unha forza conservativa. A enerxía mecánica consérvase entre a posición inicial e o punto máis baixo da traxectoria.

A altura do punto de equilibrio respecto do punto máis baixo pode calcularse do triángulo:

$$h = L - L \cos \alpha = L (1 - \cos \alpha) = 0,0600 \text{ [m]} (1 - \cos 45^\circ) = 0,0176 \text{ m}$$

Calcúlase a enerxía potencial do peso no punto de partida, tomando como orixe de enerxías o punto máis baixo:

$$E_{\rm p} = m \cdot {\rm g} \cdot h = 2{,}00 \cdot 10^{-3} \; {\rm [kg]} \cdot 9{,}81 \; {\rm [m \cdot s^{-2}]} \cdot 0{,}00240 \; {\rm [m]} = 3{,}45 \cdot 10^{-4} \, {\rm J}$$

Aplícase o principio de conservación da enerxía entre a posición inicial e o punto máis baixo:

$$(E_{\rm c} + E_{\rm p})_{\rm A} = (E_{\rm c} + E_{\rm p})_{\rm B}$$

$$(\frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_{\rm A} = (\frac{1}{2} m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_{\rm B}$$

$$0 + 3,45 \cdot 10^{-4} [\text{J}] = (2,00 \cdot 10^{-3} [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

Calcúlase a velocidade despexando:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,45 \cdot 10^{-4} [\text{ J}]}{2,00 \cdot 10^{-3} [\text{kg}]}} = 0,587 \text{ m/s}$$

# OPCIÓN B

- C.1. Dúas cargas puntuais de valor +q están separadas unha distancia a. No punto medio entre ambas
  - (a/2) cúmprese:
  - A) O módulo do campo é  $E = 8 k \cdot q/a^2$  e o potencial V = 0.
  - B) E = 0 e  $V = 4 k \cdot q/a$ .
  - C) Ambos son nulos.

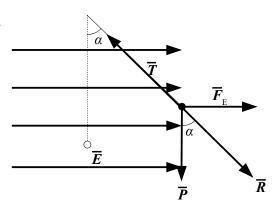
(A.B.A.U. ord. 17)



# Solución: B

O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.

Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.



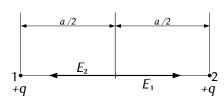
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e  $\overline{u}_r$  o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \vec{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\frac{q}{r}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Debúxase un esquema:



Como o punto medio atópase á mesma distancia de ambas as cargas e estas son do mesmo valor, o valor das intensidades de campo eléctrico no punto medio é o mesmo. Como os vectores son de sentidos opostos, a resultante é nula.

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.

Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.

A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.

$$V = V_1 + V_2 = K \frac{q}{a/2} + K \frac{q}{a/2} = 4 k \frac{q}{a}$$

- C.2. A propagación na dirección x da onda dunha explosión nun certo medio pode describirse pola onda harmónica  $y(x, t) = 5 \operatorname{sen}(12 \ x \pm 7680 \ t)$ , onde as lonxitudes exprésanse en metros e o tempo en segundos. Ao cabo dun segundo de producirse a explosión, o seu son alcanza unha distancia de:

- A) 640 m.
- B) 1536 m.

C) 38 km.

(A.B.A.U. ord. 17)

## Solución: B

Para calcular a distancia alcanzada polo son nun segundo, necesitamos determinar a súa velocidade a partir da ecuación de onda-

A ecuación dunha onda harmónica unidimensional pode escribirse como:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

Na que

y é a elongación do punto que oscila (separación da posición de equilibrio)

A é a amplitude (elongación máxima)

 $\omega$  é a frecuencia angular que está relacionada coa frecuencia f por  $\omega = 2 \pi \cdot f$ .

t é o tempo

k é o número de onda, a cantidade de ondas que entran nunha lonxitude de 2  $\pi$  metros. Está relacionada coa lonxitude de onda  $\lambda$  por k = 2  $\pi$  /  $\lambda$ 

x é a distancia do punto ao foco emisor.

O signo  $\pm$  entre  $\omega \cdot t$  e  $k \cdot x$  é negativo si a onda propágase en sentido positivo do eixo X, e positivo se o fai en sentido contrario.

Comparando a ecuación xeral coa do problema obtemos:

A = 5 m

 $\omega = 7680 \text{ rad/s}$ 

k = 12 rad/m

A velocidade de propagación dunha onda nun medio pode calcularse da expresión:

$$u = \lambda \cdot f = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} = \frac{7689 \text{ rad/s}}{12 \text{ rad/m}} = 641 \text{ m/s}$$

Por tanto, a distancia percorrida en 1 s é 641 m.

- C.3. Dous condutores idénticos A e B paralelos, con correntes respectivas + I e I (entrando e saíndo do plano do papel) están separados unha distancia a .Un terceiro condutor, C, paralelo e idéntico aos anteriores e con corrente + I (entrando) sitúase en a/2. Sobre el exércese unha forza:
  - A) Dirixida cara a A.
  - B) Dirixida cara a B.
  - C) Non se exerce ningunha forza sobre el.

(A.B.A.U. ord. 17)

## Solución: A

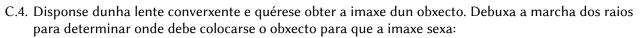
O campo magnético creado por un condutor rectilíneo é circular e o seu sentido vén dado pola regra da man dereita: o sentido do campo magnético é o de peche da man dereita cando o polgar apunta no sentido da corrente.

No diagrama debúxanse os campos magnéticos  $\overline{\pmb{B}}_A$  e  $\overline{\pmb{B}}_B$  creados por ambos os condutores no punto medio D, e o vector forza magnética,  $\overline{\pmb{F}}_D$ , exercida sobre o condutor alí situado.

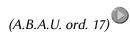
Tanto o campo magnético creado polo condutor A no punto D equidistante de ambos os condutores como o campo magnético creado polo condutor B no punto D están dirixidos no sentido negativo do eixe Z. Por tanto, o vector campo magnético resultante tamén o está. Aplicando a lei de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = I(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = I(l\,\overline{\boldsymbol{j}} \times B\,(-\overline{\boldsymbol{k}})) = I \cdot l \cdot B\,(-\overline{\boldsymbol{i}})$$

Vese que está dirixida cara ao condutor que leva a corrente A.



- a) Menor, real e invertida.
- b) Maior, real e invertida.



# Solución:

Debúxase un esquema de lente converxente (unha liña vertical rematada por dúas puntas de frechas) e sitúase o foco F' á dereita da lente.

Debúxase, á súa esquerda, unha frecha vertical cara arriba, que representa ao obxecto O.

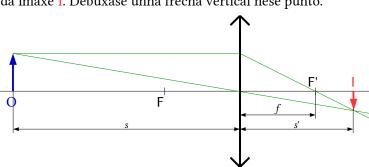
Desde o punto superior do obxecto debúxanse dous raios:

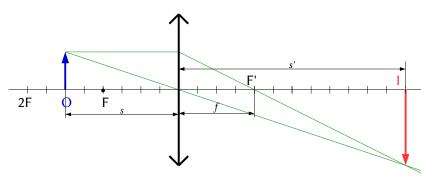
- Un, cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.
- Outro, horizontal cara á lente, que a atravesa e se refracta. Debúxase de forma que o raio refractado pase polo foco da dereita F'.

O punto de corte é o correspondente á punta da imaxe I. Debúxase unha frecha vertical nese punto.

a) Menor, real e invertida.

O obxecto debe atoparse a unha distancia da lente superior ao dobre da distancia focal.





b) Maior, real e invertida.

O obxecto debe atoparse a unha distancia da lente comprendida entre a distancia focal e o dobre da distancia focal

P.1. Un astronauta está no interior

dunha nave espacial que describe unha órbita circular de raio 2  $R_T$ . Calcula:

- a) A velocidade orbital da nave.
- b) A aceleración da gravidade na órbita da nave.
- c) Se nun instante dado, pasa á beira da nave espacial un obxecto de 60 kg en dirección á Terra cunha velocidade de 40 m·s<sup>-1</sup>, acha a velocidade do obxecto ao chegar á superficie terrestre.

Datos:  $R_T = 6370 \text{ km}$ ;  $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 17)

**Rta.:** a) v = 5.59 km/s; b)  $g_h = 2.45 \text{ m/s}^2$ ; c)  $v_2 = 7.91 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .

Datos	Cifras significativas: 3
Raio da órbita	$r = 2 \cdot R$
Raio da Terra	$R = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$
Aceleración da gravidade na superficie da Terra	$g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$
Masa do obxecto	m = 60.0  kg
Velocidade do obxecto ao pasar xunto á nave	$v_0 = 40,0 \text{ m/s}$
Incógnitas	
Valor da velocidade da nave espacial na súa órbita arredor da Terra	ν
Aceleración da gravidade na órbita da nave.	$g_{ m h}$
Valor da velocidade do obxecto ao chegar á superficie terrestre.	$ u_2$
Outros símbolos	
Masa da Terra	M
Constante da gravitación universal	G
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal	$\vec{F}_{-} = -G \frac{M \cdot m}{i}$
(forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$r = 0$ $r^2$ $r$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\vec{F}_{G} = -G \frac{M \cdot m}{r^{2}} \vec{u}_{r}$ $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Velocidade lineal nun movemento circular uniforme de raio $r$ e período $T$	$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
velocidade inicai nan movemento circular almornic de fallo / e período 1	T
Aceleración normal dun obxecto que se move cunha velocidade lineal, v,	$a_{\rm N} = \frac{v^2}{r}$
nunha traxectoria circular de radio $r$	$a_{\rm N} - \frac{r}{r}$
Enerxía cinética dunha masa, $m$ , que se move cunha velocidade, $v$	$E_{\rm c} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_{p} = -G \frac{M \cdot m}{r}$ $E = E_{c} + E_{p}$
	r r
Enerxía mecánica	$E = E_{\rm c} + E_{\rm p}$

## Solución:

A forza gravitacional,  $\overline{F}_G$ , que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_{G} = -G \frac{M \cdot m}{r^{2}} \vec{u}_{r}$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e  $\overline{u}_r$ , o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_{\rm G} = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal,  $a_{\rm N}$ . Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.

A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_{\rm N} = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma \overline{F} = \overline{F}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, *m*, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma \overline{F} = m \cdot \overline{a}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{F}\right| = m \cdot |\vec{a}|$$

$$F_{\rm G} = m \cdot a_{\rm N}$$

Substituíndo a expresión do módulo,  $F_G$ , da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G\frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Cando non se teñen os datos da constante da gravitación universal, G, ou da masa do astro, M, pero si do valor da aceleración da gravidade na súa superficie, pódese encontrar unha relación entre elas, usando que, na superficie do astro, o peso dun corpo,  $m \cdot g_0$ , é igual á forza gravitacional:

$$\mathbf{m} g_0 = G \frac{M \cdot \mathbf{m}}{R^2}$$

R representa o raio de astro e  $g_0$  o valor da aceleración da gravidade na súa superficie. A relación é:

$$G \cdot M = g_0 \cdot R^2$$

a) Calcúlase a velocidade orbital substituíndo  $G \cdot M$  por  $g_0 \cdot R^2$ .

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{2 \cdot R}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R}{2}} = \sqrt{\frac{9,81 \text{ [m/s}^2] \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ [m]}}{2}} = 5,59 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 5,59 \text{ km/s}$$

Análise: Agárdase que un obxecto que se mova arredor da Terra teña unha velocidade duns poucos km/s. O resultado de 5,59 km/s está de acordo con esta suposición.

b) Calcúlase a aceleración da gravidade na órbita da nave a partir da 2.ª lei de Newton, substituíndo  $G \cdot M$  por  $g_0 \cdot R^2$ , e o raio, r, da órbita, por 2 R:

$$\Sigma \overline{F} = m \cdot \overline{a} \implies F_{G} = m \cdot g \implies g = \frac{F_{G}}{m} = \frac{G \frac{M m}{r^{2}}}{m} = \frac{G M}{r^{2}} = \frac{g_{0} \cdot R^{2}}{(2 \cdot R)^{2}} = \frac{g_{0}}{4} = \frac{9.81 \text{ m/s}^{2}}{4} = 2.45 \text{ m/s}^{2}$$

c) Como a forza gravitacional é unha forza conservativa, la enerxía mecánica, suma das enerxías cinética e potencial, consérvase.

Calcúlase a enerxía potencial do obxecto ando pasa xunto á nave espacial:

$$E_{p1} = -G \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{g_0 \cdot R^2 \cdot m}{2 \cdot R} = -\frac{g_0 \cdot R \cdot m}{2} = -\frac{9.81 \left[ \text{m/s}^2 \right] \cdot 6.37 \cdot 10^6 \left[ \text{m} \right] \cdot 60.0 \left[ \text{kg} \right]}{2} = -1.87 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Calcúlase a súa enerxía cinética:

$$E_{c,1} = m \cdot v_0^2 / 2 = 60.0 \text{ [kg]} \cdot (40.0 \text{ [m/s]})^2 / 2 = 4.80 \cdot 10^4 \text{ J}$$

A enerxía mecánica do obxecto cando pasa xunto á nave espacial é a suma das súas enerxías cinética e potencial:

$$E = E_{c 1} + E_{p 1} = 4,80 \cdot 10^{4} [J] + (-1,87 \cdot 10^{9} [J]) = -1,87 \cdot 10^{9} J$$

Calcúlase a enerxía potencial do obxecto cando chega á superficie da Terra:

$$E_{p2} = -G \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{g_0 \cdot R^2 \cdot m}{R} = -g_0 \cdot R \cdot m = -9.81 \text{ [m/s}^2] \cdot 6.37 \cdot 10^6 \text{ [m]} \cdot 60.0 \text{ [kg]} = -3.75 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Calcúlase a enerxía cinética do obxecto cando chega á superficie da Terra aplicando o principio de conservación da enerxía:

$$E_{c2} = E - E_{p2} = (-1.87 \cdot 10^9 \text{ [J]}) - (-3.75 \cdot 10^9 \text{ [J]}) = 1.87 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Calcúlase a velocidade do obxecto ao chegar á superficie da Terra a partir da súa enerxía cinética:

$$E_{\rm c} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \implies v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{\rm c2}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1.87 \cdot 10^9 \,[\, {\rm J}\,]}{60.0 \,[\, {\rm kg}\,]}} = 7.91 \cdot 10^3 \,{\rm m/s}$$

- P.2. O período de semidesintegración do 30 Sr é 28 anos. Calcula:
  - a) A constante de desintegración radioactiva expresada en s<sup>-1</sup>.
  - b) A actividade inicial dunha mostra de 1 mg.
  - c) O tempo necesario para que esa mostra se reduza a 0,25 mg. Datos:  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ ; masa atómica do  ${}^{90}_{38}\text{Sr} = 90 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

**Rta.:** a)  $\lambda = 7.84 \cdot 10^{-10} \text{ s}^{-1}$ ; b)  $A_0 = 5.25 \cdot 10^9 \text{ Bq}$ ; c) t = 56 años.

(A.B.A.U. ord. 17)

#### Datos

Período de semidesintegración

Masa da mostra

Masa atómica do 90 Sr

Número de Avogadro

## Incógnitas

Constante de desintegración radioactiva

Actividade inicial dunha mostra de 1 mg.

Tempo necesario para que a masa se reduza de 1 mg a 0,25 mg

### **Ecuacións**

Lei da desintegración radioactiva

Cando 
$$t = T_{\frac{1}{2}}, N = N_0 / 2$$

Actividade radioactiva

# Cifras significativas: 3

$$T_{\frac{1}{2}}$$
 = 28,0 anos = 8,84·10<sup>8</sup> s  
 $m$  = 1,00 mg = 1,00·10<sup>-3</sup> g

 $M = 90.0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ 

 $N_{\rm A} = 6,022 \cdot 10^{23} \; {\rm mol^{-1}}$ 

λ  $A_{o}$ 

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\lambda = \ln \left( N_0 / N \right) / t$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \ln 2 / \lambda$$

$$A = -d N / d t = \lambda \cdot N$$

### Solución:

a) Calcúlase a constante radioactiva a partir do período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{8,84 \cdot 10^8 \,[s]} = 7,84 \cdot 10^{-10} \,\mathrm{s}^{-1}$$

b) Calcúlanse cantos átomos hai en 1 mg de Sr:

$$N = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ g} {}_{38}^{90} \text{Sr} \quad \frac{1 \text{ mol } {}_{38}^{90} \text{Sr}}{90,0 \text{ g} {}_{38}^{90} \text{Sr}} \quad \frac{6,022 \cdot 10^{23} \text{ átomos } {}_{38}^{90} \text{Sr}}{1 \text{ mol } {}_{38}^{90} \text{Sr}} \quad \frac{1 \text{ núcleo } {}_{38}^{90} \text{Sr}}{1 \text{ átomo } {}_{38}^{90} \text{Sr}} = 6,69 \cdot 10^{18} \text{ núcleos } {}_{38}^{90} \text{Sr}$$

Despois calcúlase a actividade radioactiva

$$A = \lambda \cdot N = 7.84 \cdot 10^{-10} [s^{-1}] \cdot 6.69 \cdot 10^{18} [núcleos] = 5.25 \cdot 10^9 Bq$$

c) Calcúlase o tempo na ecuación da lei de desintegración radioactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Como a masa é proporcional á cantidade de núcleos,  $m = M \cdot N / N_{A}$ , pódese obter unha expresión similar á lei da desintegración radioactiva, na que aparece a masa no canto da cantidade de átomos:

$$\lambda \cdot N = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

É máis fácil usar a expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (m / m_0) = \ln (m_0 / m) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln(m_0/m)}{\lambda} = \frac{\ln(1,00 \text{ mg}_{38}^{90}\text{Sr}/0,25 \text{ mg}_{38}^{90}\text{Sr})}{7,84 \cdot 10^{-10} [\text{s}^{-1}]} = 1,77 \cdot 10^9 \text{ s} = 56 \text{ anos}$$

Análise: Posto que nese tempo a mostra reduciuse á cuarta parte =  $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ , transcorreron 2 períodos de semidesintegración que son 56 anos.

Cuestións e problemas das <u>Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade</u> (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.

Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.

Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.

Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.

A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de <u>traducindote</u>, de Óscar Hermida López.

Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM).

Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 20/02/24