CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

Prueba de Evaluación del Bachillerato para el Acceso a la Universidad

Código: 23

CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA 2021

FÍSICA

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que podrá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo se corregirán las 5 primeras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando y justificando la opción correcta:
1.1. Dado un planeta esférico de masa M con radio la mitad del radio terrestre e igual densidad que la Tierra. La relación entre la velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta respecto a la velocidad de escape de dicho objeto desde la superficie de la Tierra es: A) 0,5. B) 0,7. C) 4.
1.2. La ecuación de Einstein $E = m \cdot c^2$ implica que: A) Una masa m necesita una energía E para ponerse en movimiento. B) La energía E es la que tiene una masa m cuando va a la velocidad da luz. C) E es la energía equivalente a una masa m.

PREGUNTA 2. Responda indicando y justificando la opción correcta:
2.1. A una esfera metálica se le comunica una carga positiva. El campo eléctrico: A) Aumenta linealmente desde el centro de la esfera hasta la superficie. B) Es nulo en el interior y constante en el exterior de la esfera. C) Es máximo en la superficie de la esfera y nulo en el interior.
2.2. Se observa que el número de núcleos N_0 inicialmente presentes en una muestra de isótopo radiactivo queda reducida a $N_0/16$ al cabo de 24 horas. El período de semidesintegración es: A) 4 h. B) 6 h. C) 8,6 h.

PREGUNTA 3. Responda indicando y justificando la opción correcta:
3.1. Dos partículas con cargas, respectivamente, Q_1 y Q_2, describen trayectorias circulares de igual radio en una región en la que hay un campo magnético estacionario y uniforme. Ambas partículas: A) Deben tener la misma masa. B) Deben tener la misma velocidad. C) No es necesario que tengan la misma masa ni velocidad.
3.2. En el fondo de un recipiente lleno de agua se encuentra un tesoro. La distancia aparente entre el tesoro y la superficie es de 30 cm. ¿Cuál es la profundidad del recipiente?: A) 30 cm. B) Mayor de 30 cm. C) Menor de 30 cm. Datos: n(aire) = 1; n(agua) = 1,33.

PREGUNTA 4. Desarrolle esta práctica:
En un experimento para medir h, al iluminar una superficie metálica con una radiación de longitud de onda $\lambda = 200 \times 10^{-9}$ m, el potencial de frenado para los electrones es de 1,00 V. Si $\lambda = 175 \times 10^{-9}$ m, el potencial de frenado es de 1,86 V. a) Determine el trabajo de extracción del metal. b) Represente el valor absoluto del potencial de frenado frente a la frecuencia y obtenga de dicha representación el valor de la constante de Planck. Datos: $|q_e| = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C; $c = 3 \times 10^8$ m·s⁻¹.

PREGUNTA 5. Resuelva este problema:
En 1969 la nave Apolo 11 orbitó alrededor de la Luna a una distancia media del centro de la Luna de 1850 km. Si la masa de la Luna es de $7{,}36 \times 10^{22}$ kg y suponiendo que la órbita fue circular, calcule: a) La velocidad orbital del Apolo 11. b) El período con que la nave describe la órbita. Dato: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

PREGUNTA 6. Resuelva este problema:
Por un hilo conductor rectilíneo e infinitamente largo, situado sobre el eje x, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo del dicho eje. El valor del campo magnético producido por dicha corriente es de 6×10^{-5} T en el punto A(0, $-y_A$, 0), y de 8×10^{-5} T en el punto B(0, $+y_B$, 0). Sabiendo que $y_A + y_B = 21$ cm, determine: a) La intensidad que circula por el hilo conductor. b) El módulo y la dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas (0, 8, 0) cm. Dato: $\mu_0 = 4\pi\ 10^{-7}$ T·m·A⁻¹.

PREGUNTA 7. Resuelva este problema:
Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X. En el instante $t = 0$, la elongación en el punto $x = 0$ es $y = 2{,}83$ cm. a) Exprese matemáticamente la onda y represéntela gráficamente en ($t = 0$; $0 < x < 40$ cm). b) Calcule la velocidad de propagación de la onda y determine, en función del tiempo, la velocidad de oscilación transversal de la partícula situada en $x = 5$ cm.

PREGUNTA 8. Resuelva este problema:
Un objeto de 4,0 cm de altura está situado a 20,0 cm de una lente divergente de 20,0 cm de distancia focal. a) Calcule la potencia de la lente y la altura de la imagen. b) Realice el diagrama de rayos e indique las características de la imagen.

Soluciones

1.1. Dado un planeta esférico de masa M con radio la mitad del radio terrestre e igual densidad que la Tierra. La relación entre la velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta respecto a la velocidad de escape de dicho objeto desde la superficie de la Tierra es:
A) 0,5.
B) 0,7.
C) 4.

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: A

La velocidad de escape de un astro es la velocidad mínima adicional que habría que comunicar a un cuerpo sometido a su campo gravitatorio, para situarlo en un punto en el que no esté sometido a dicha atracción, a una distancia infinita del centro del astro.
La velocidad de escape le proporcionaría la energía, ΔE, necesaria para situarlo en el infinito.

$$\Delta E = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_1$$

En el infinito la energía potencial es nula, porque se toma como origen de energías potenciales.
Teniendo en cuenta que la velocidad de escape es la velocidad mínima, la energía cinética que tendría el cuerpo en el infinito sería nula.
La energía mecánica, suma de las energías cinética y potencial, en el infinito sería nula:

$$E_\infty = (E_c + E_p)_\infty = 0 + 0 = 0$$

La energía potencial de un cuerpo de masa m situado en la superficie de un astro de masa M y radio R es:

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{R}$$

Si el cuerpo se encuentra en la superficie del astro, en reposo respecto al suelo, su energía cinética es nula.
La energía mecánica en la superficie del astro sería:

$$E_s = (E_c + E_p)_s = 0 + \left(-G \frac{M \cdot m}{R}\right) = -G \frac{M \cdot m}{R}$$

La velocidad de escape v_e le comunicaría la energía necesaria para situarlo en el infinito:

$$\Delta E = ½\ m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2} m\, v_e^2 = 0 - \left(-G \frac{M \cdot m}{R}\right) = G \frac{M \cdot m}{R}$$

Despejando la velocidad de escape, queda:

$$v_e = \sqrt{2\, G \frac{M}{R}}$$

La densidad es la masa de la unidad de volumen de un cuerpo. Como el volumen de una esfera de radio R es $V = 4/3\ \pi\ R^3$, la masa M de una esfera de radio R y densidad ρ es:

$$M = V \cdot \rho = 4/3\ \pi\ R^3 \cdot \rho$$

Sustituyendo esta expresión en la velocidad de escape de la Tierra

$$v_{eT} = \sqrt{2\, G \frac{M_T}{R_T}} = \sqrt{2\, G \frac{4/3\, \pi\, R_T^3 \cdot \rho}{R_T}} = \sqrt{8/3 \pi\, G\, R_T^2 \cdot \rho}$$

La expresión semejante para el planeta P de masa M sería:

$$v_{eP} = \sqrt{8/3 \pi\, G\, R_P^2 \cdot \rho}$$

Dividiendo la segunda entre la primera quedaría:

$$\frac{v_{eP}}{v_{eT}} = \frac{\sqrt{8/3\, \pi\, G \cdot R_P^2 \cdot \rho}}{\sqrt{8/3 \pi\, G \cdot R_T^2 \cdot \rho}} = \sqrt{\frac{\cancel{8/3 \pi\, G\, \rho} \cdot R_P^2}{\cancel{8/3 \pi\, G\, \rho} \cdot R_T^2}} = \frac{R_P}{R_T}$$

Como $R_P = ½ R_T$

$$\frac{v_{eP}}{v_{eT}}=\frac{R_P}{R_T}=\frac{1/2\,R_T}{R_T}=\frac{1}{2}=0,5$$

1.2. La ecuación de Einstein $E = m \cdot c^2$ implica que:
A) Una masa m necesita una energía E para ponerse en movimiento.
B) La energía E es la que tiene una masa m cuando va a la velocidad da luz.
C) E es la energía equivalente a una masa m.

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: C

La ecuación de Einstein establece la relación entre masa y energía.

$$E = m \cdot c^2$$

E representa la energía de una partícula y m es su masa. Masa y energía son aspectos equivalentes. Se puede decir que E *es* la energía que se puede obtener de una masa m si se desintegrase.

2.1. A una esfera metálica se le comunica una carga positiva. El campo eléctrico:
A) Es nulo en el interior y constante en el exterior de la esfera.
B) Es máximo en la superficie de la esfera y nulo en el interior.
C) Aumenta linealmente desde el centro de la esfera hasta la superficie.

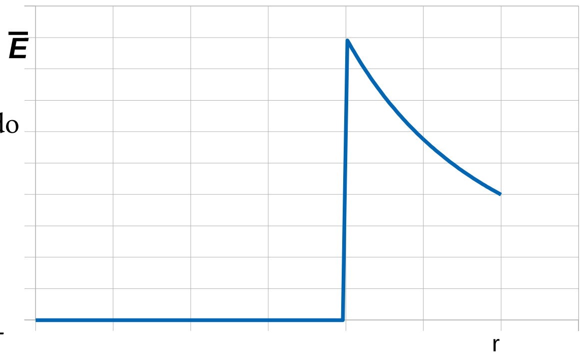
(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: B

La intensidad, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo eléctrico en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuera así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.
El campo eléctrico en el exterior e igual que el campo creado por una carga puntual situada en el centro de la esfera, su valor disminuye con el cuadrado de la distancia al centro:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}$$

Como la carga es positiva, el valor es máximo en la superficie.



2.2. Se observa que el número de núcleos N_0 inicialmente presentes en una muestra de isótopo radiactivo queda reducida a $N_0/16$ al cabo de 24 horas. El período de semidesintegración es:
A) 4 h
B) 6 h
C) 8,6 h

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: B

La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N = \lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t$), puede expresarse como:

$$N=N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N=N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Se calcula la constante de desintegración radioactiva sustituyendo N por $N_0/16$ y t por 24 h en la expresión logarítmica:

$$-\ln\frac{(N_0/16)}{N_0}=-\ln\frac{1}{16}=\ln 16=2{,}77=\lambda\cdot 24[\mathrm{h}]$$

$$\lambda=\frac{2{,}77}{24[\mathrm{h}]}=0{,}116\ \mathrm{h}^{-1}$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: $(2\ N)$ en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln(2\ N/\ N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración de la relación con la constante de desintegración radioactiva:

$$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}=\frac{0{,}693}{0{,}116\ [\mathrm{h}^{-1}]}=6\ \mathrm{h}$$

Análisis: Si el período de semidesintegración es de 6 horas, al cabo de 24 / 6 = 4 períodos de semidesintegración quedarán $N = N_0 \cdot (1/2)^4 = 1/16\ N_0$.

3.1. Dos partículas con cargas, respectivamente, Q_1 y Q_2, describen trayectorias circulares de igual radio en una región en la que hay un campo magnético estacionario y uniforme. Ambas partículas:
A) Deben tener la misma masa.
B) Deben tener la misma velocidad.
C) No es necesario que tengan la misma masa ni velocidad.

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: C

Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B=m\cdot a=m\cdot a_{\mathrm{N}}=m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q|\cdot B\cdot v\cdot \operatorname{sen}\varphi=m\frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo, sen $\varphi = 1$.
Despejando el radio, R:

$$R=\frac{m\cdot v}{q\cdot B}$$

Si las cargas son distintas, para que el radio sea el mismo, deber tener momentos lineales $m \cdot v$ proporcionales a las cargas. Pero no es necesario que tengan la misma masa o velocidad.

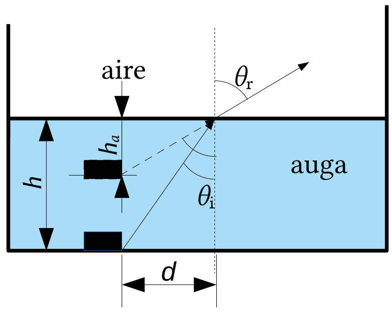
$$\frac{m_1\cdot v_1}{Q_q}=\frac{m_2\cdot v_2}{Q_2}=R\cdot B=\text{constante}$$

3.2. En el fondo de un recipiente lleno de agua se encuentra un tesoro. La distancia aparente entre el tesoro y la superficie es de 30 cm. ¿Cuál es la profundidad del recipiente?:
A) 30 cm

B) Mayor de 30 cm.
C) Menor de 30 cm.
Datos: n(aire) = 1; n(agua) = 1,33. *(A.B.A.U. extr. 21)*

Solución: B

Aplicando la ley de Snell de la refracción:



$$1{,}33 \cdot \text{sen } \theta_i = 1{,}00 \cdot \text{sen } \theta_r$$

Por tanto:

$$\text{sen } \theta_i < \text{sen } \theta_r$$

$$\theta_i < \theta_r$$

A la vista del dibujo debe cumplirse que: $h > h_a$

4. En un experimento para medir h, al iluminar una superficie metálica con una radiación de longitud de onda λ = 200×10⁻⁹ m, el potencial de frenado para los electrones es de 1,00 V. Si λ = 175×10⁻⁹ m, el potencial de frenado es de 1,86 V.
   a) Determina el trabajo de extracción del metal.
   b) Representa el valor absoluto del potencial de frenado frente a la frecuencia y obtén de dicha representación el valor de la constante de Planck.
   Datos: $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C; $c = 3\times10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 21)*

Solución:

a) La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck.
El potencial de frenado V es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima E, siendo q la carga del electrón en valor absoluto:

$$E_c = q \cdot V$$

La ecuación de Einstein quedaría:

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

El trabajo de extracción y la constante de Planck pueden calcularse resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$h \cdot f_1 = W_e + q \cdot V_1$$
$$h \cdot f_2 = W_e + q \cdot V_2$$

Expresando la frecuencia f en función de la longitud de onda λ: $f = c / \lambda$ y sustituyendo los datos, suponiendo tres cifras significativas, quedaría:

$$\begin{cases} \dfrac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}00 \\ \dfrac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}86 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1{,}50 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \\ 1{,}71 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 2{,}98 \cdot 10^{-19} \end{cases}$$

Restándolas, se obtendría una expresión en función de h:

$$0{,}21 \cdot 10^{15} \cdot h = 1{,}38 \cdot 10^{-19}$$

Se calcula h, despejándola de la relación anterior:

$$h=\frac{1,38\cdot 10^{-19}}{0,21\cdot 10^{15}}=6,6\cdot 10^{-34}$$

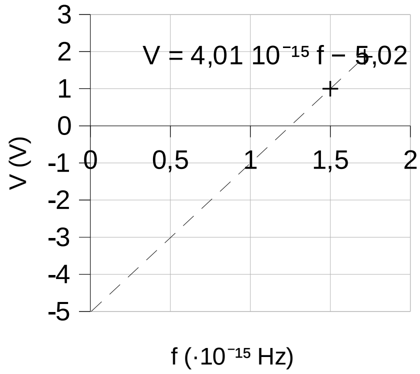
Se calcula el trabajo de extracción sustituyendo el valor de h en la primera de las dos ecuaciones:

$$1,5\cdot10^{15}\cdot 6,6\cdot10^{-34} = W_e + 1,6\cdot10^{-19}$$

$$W_e = 1,5\cdot10^{15}\cdot 6,6\cdot10^{-34} - 1,6\cdot10^{-19} = 8,3\cdot10^{-19}$$

b) Con una hoja de cálculo se puede dibujar la gráfica y obtener la ecuación de la línea de tendencia.

Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica del potencial de frenado frente a frecuencia.



$$V = (h / q)\cdot f - W_e / q$$

Esta es la ecuación de una recta

$$y = m\cdot x + b$$

En ella, V es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), (h / q) sería la pendiente m y ($-W_e$ / q) la ordenada b en el origen.

$$V = 4,01\cdot10^{-15} f - 5,02$$

El trabajo de extracción W_e puede calcularse de la ordenada en el origen b:

$$b = -5,02 = -W_e / q$$

$$W_e = 5,02\cdot q = 5,02\ [\text{V}]\cdot 1,6\cdot10^{-19}\ [\text{C}] = 8,0\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

La constante de Planck h se obtiene de la pendiente m:

$$h = q\cdot m = 1,6\cdot10^{-19}\ [\text{C}]\cdot 4,01\cdot10^{-15}\ [\text{V/s}^{-1}] = 6,4\cdot10^{-34}\ \text{J·s}$$

5. En 1969 la nave Apolo 11 orbitó alrededor de la Luna a una distancia media del centro de la Luna de 1850 km. Si la masa de la Luna es de $7,36\times10^{22}$ kg y suponiendo que la órbita fue circular, calcula:
   a) La velocidad orbital del Apolo 11.
   b) El período con que la nave describe la órbita.
   Dato: $G = 6,67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻². *(A.B.A.U. extr. 21)*
   Rta.: a) v = 1630 m/s; b) $T = 7,15\cdot10^3$ s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la Luna	$M = 7,36\cdot10^{22}$ kg
Radio de la órbita	r = 1850 km = $1,85\cdot10^6$ m
Constante de la gravitación universal	$G = 6,67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Valor de la velocidad lineal del satélite	v
Período de la órbita	T
Otros símbolos	
Masa del satélite	m
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$\vec{F}_G = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{a}$
Velocidad lineal en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}$
Aceleración normal de un objeto que se mueve con una velocidad lineal, v, en una trayectoria circular de radio r	$a_N=\frac{v^2}{r}$

Solución:

La fuerza gravitatoria, $\vec{F}_G$, que ejerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r, es una fuerza central, está dirigida hacia el astro, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, el vector unitario en la dirección de la línea que une el astro con el satélite. En módulos:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal, a_N. Al no tener aceleración tangencial, el módulo, v, de la velocidad lineal es constante y el movimiento es circular uniforme. La aceleración normal, en un movimiento circular uniforme de radio r, se obtiene de la expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra, se puede considerar que es la única fuerza que actúa.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

La 2.ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza, siendo su masa, m, la constante de proporcionalidad.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para los módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{F}\right| = m \cdot |\vec{a}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Sustituyendo la expresión del módulo, F_G, de la fuerza gravitatoria, queda:

$$G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

a) Se calcula la velocidad orbital sustituyendo los valores de los datos:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \left[\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}\right] \cdot 7{,}36 \cdot 10^{22} \,[\mathrm{kg}]}{1{,}85 \cdot 10^6 \,[\mathrm{m}]}} = 1{,}63 \cdot 10^3 \mathrm{\ m/s} = 1{,}63 \mathrm{\ km/s}$$

b) El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad lineal en el movimiento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 1{,}85 \cdot 10^6 \,[\mathrm{m}]}{1{,}63 \cdot 10^3 \,[\mathrm{m/s}]} = 7{,}15 \cdot 10^3 \mathrm{\ s} = 1 \mathrm{\ h}\, 59 \mathrm{\ min}$$

6. Por un hilo conductor rectilíneo e infinitamente largo, situado sobre el eje x, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo del dicho eje. El valor del campo magnético producido por dicha corriente es de 6×10^{-5} T en el punto A(0, $-y_A$, 0), y de 8×10^{-5} T en el punto B(0, $+y_B$, 0). Sabiendo que $y_A + y_B$ = 21 cm, determina:
   a) La intensidad que circula por el hilo conductor.
   b) El módulo y la dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas (0, 8, 0) cm.
   Dato: $\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$ T·m·A⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 21)*
   Rta.: a) I = 36 A; b) $\overline{\boldsymbol{B}} = 9 \cdot 10^{-5}\ \overline{\mathbf{k}}$ T.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Campo magnético en el punto A	$\overline{\boldsymbol{B}}_A = 6{,}00 \cdot 10^{-5}$ T
Campo magnético en el punto B	$\overline{\boldsymbol{B}}_B = 8{,}00 \cdot 10^{-5}$ T
Posición del punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$ (0, $-y_A$, 0) cm

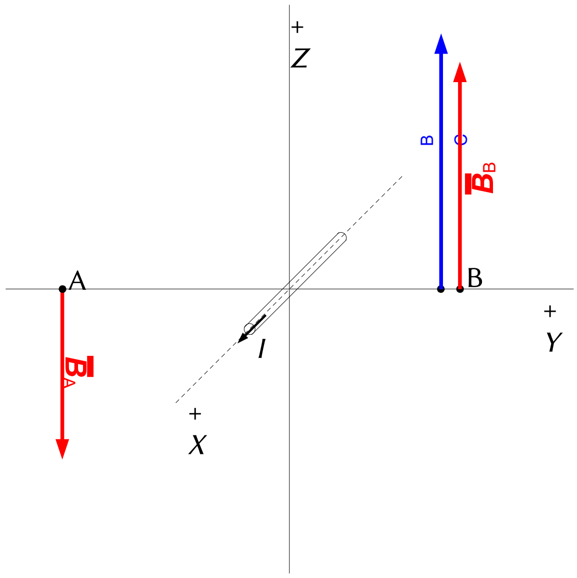
Datos | ***Cifras significativas: 3***
Posición del punto B $\overline{\boldsymbol{r}}_B\ (0, +y_B, 0)$ cm
Distancia entre los puntos A y B $y_A + y_B = 21{,}0$ cm
Posición del punto C $\overline{\boldsymbol{r}}_C\ (0, 8{,}00, 0)$ cm
Permeabilidad magnética del vacío $\mu_0 = 4\ \pi \cdot 10^{-7}$ T·m·A⁻¹

Incógnitas
Intensidad de corriente por el conductor I
Módulo y dirección del campo magnético en el punto C $\overline{\boldsymbol{B}}_C$

Ecuaciones
Ley de Biot-Savart: campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ creado a una distancia r por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente I $\quad B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$

Solución:

a) El campo magnético creado por un conductor recto es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.
El valor del campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, creado a una distancia, r, por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente, I, viene dado por la ley de Biot-Savart:



$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

Sustituyendo valores en la ecuación del campo magnético creado por el conductor en el punto A(0, -y_A, 0) cm:

$$|\vec{\boldsymbol{B}}_A|=6{,}00\cdot 10^{-5}\ [\mathrm{T}]=\frac{4\ \pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}]\cdot I}{2\ \pi \cdot y_A \cdot 10^{-2}\ [\mathrm{m}]}$$

$$I = 3{,}00 \cdot y_A$$

Análogamente para el punto B(0, y_B, 0) cm:

$$|\vec{\boldsymbol{B}}_B|=8{,}00\cdot 10^{-5}\ [\mathrm{T}]=\frac{4\ \pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}]\cdot I}{2\ \pi \cdot y_B \cdot 10^{-2}\ [\mathrm{m}]}$$

$$I = 4{,}00 \cdot y_B$$

Empleando el dato:

$$y_A + y_B = 21{,}0$$

Despejando y_A e y_B en las ecuaciones anteriores, se puede escribir:

$$\frac{I}{3{,}00}+\frac{I}{4{,}00}=21{,}0 \quad \Rightarrow \frac{4{,}00\ I+3{,}00\ I}{12{,}0}=21{,}0$$

$$I=\frac{21{,}0 \cdot 12{,}0}{7{,}00}=36{,}0\ \mathrm{A}$$

$$y_A = 12{,}0\ \mathrm{cm}$$

$$y_B = 9{,}00\ \mathrm{cm}$$

b) El campo magnético creado por el conductor en el punto C(0, 8, 0) cm: es:

$$\vec{\boldsymbol{B}}_C=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}(\vec{\mathbf{k}})=\frac{4\ \pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{T{\cdot}m{\cdot}A^{-1}}]\cdot 36{,}0\ [\mathrm{A}]}{2\ \pi \cdot 0{,}080\ 0\ [\mathrm{m}]}(\vec{\mathbf{k}})=9{,}00\cdot 10^{-5}\ \vec{\mathbf{k}}\ \mathrm{T}$$

7. Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X. En el instante t = 0, la elongación en el punto x = 0 es y = 2,83 cm.

a) Expresa matemáticamente la onda y represéntala gráficamente en (t = 0; 0 < x < 40 cm).
b) Calcula la velocidad de propagación de la onda y determina, en función del tiempo, la velocidad de oscilación transversal de la partícula situada en x = 5 cm.

(A.B.A.U. extr. 21)

Rta.: a) $y = 0{,}0400 \operatorname{sen}(4 \pi t - 10 \pi x + \pi / 4)$ [m]; b) $v_p = 0{,}400$ m/s; $v = 0{,}503 \cos(4 \pi t - \pi / 4)$ [m/s].

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia	$f = 2{,}00$ Hz = 2,00 s⁻¹
Longitud de onda	$\lambda = 20{,}0$ cm = 0,200 m
Amplitud	$A = 0{,}0400$ m = 0,0400 m
Elongación en $x = 0$ para $t = 0$	$y = 2{,}83$ cm = 0,0283 m
Incógnitas	
Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)	ω, k
Velocidad de propagación	v_p
Velocidad de la partícula en x = 5 cm en función del tiempo	v
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Período	T
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$
Número de onda	$k = 2 \pi / \lambda$
Frecuencia angular	$\omega = 2 \pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2 \pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}00 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 4{,}00 \cdot \pi \text{ [rad·s}^{-1}\text{]} = 12{,}6 \text{ rad·s}^{-1}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \text{ [rad]}}{0{,}200 \text{ [m]}} = 10 \pi \text{ rad/m} = 31{,}4 \text{ rad/m}$$

Se calcula la fase inicial a partir de la elongación en $x = 0$ para $t = 0$.

$$y(x, t) = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot x + \varphi_0) \text{ [m]}$$

$$0{,}0283 \text{ [m]} = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(12{,}6 \cdot 0 - 31{,}4 \cdot 0 + \varphi_0) \text{ [m]} = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(\varphi_0)$$

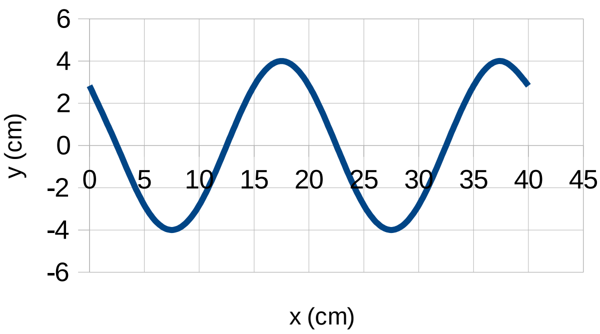
$$\operatorname{sen}(\varphi_0) = 0{,}0283 / 0{,}0400 = 0{,}721$$

$$\varphi_0 = \arcsen 0{,}721 = 0{,}786 \text{ rad} = \pi / 4 \text{ rad}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot x + 0{,}786) \text{ [m]} = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(4 \pi \cdot t - 10 \pi \cdot x + \pi / 4) \text{ [m]}$$

La representación gráfica es la de la figura:



b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la longitud de onda y la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}200 \text{ [m]} \cdot 2{,}00 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 0{,}400 \text{ m/s}$$

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respeto al tiempo:

$$v = 0{,}503 \cdot \cos(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot x + 0{,}786) \text{ [m/s]}$$

Para x = 5 cm (=0,05 m), la expresión queda:

$$v = 0{,}503 \cdot \cos(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot 0{,}0500 + 0{,}786) = 0{,}503 \cdot \cos(12{,}6 \cdot t - 0{,}786) = 0{,}503 \cdot \cos(4 \pi \cdot t - \pi / 4) \text{ [m/s]}$$

8. Un objeto de 4,0 cm de altura está situado a 20,0 cm de una lente divergente de 20,0 cm de distancia focal.
a) Calcula la potencia de la lente y la altura de la imagen.
b) Realiza el diagrama de rayos e indica las características de la imagen.

(A.B.A.U. extr. 21)

Rta.: a) P = −5,00 dioptrías; y' = 2,0 cm.

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 3***
Altura del objeto	y = 4,00 cm = 0,0400 m
Posición del objeto	s = -20,0 cm = −0,200 m
Distancia focal de la lente	f = −20,0 cm = −0,200 m
Incógnitas	
Potencia de la lente	P
Altura de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en las lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f'}$
Aumento lateral en las lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$
Potencia de una lente	$P=\frac{1}{f}$

Solución:

a) La potencia de la lente es la inversa de la distancia focal. Como la lente es divergente, esta es negativa:

$$P=\frac{1}{f\,'}=\frac{1}{-0{,}200[\text{ m}]}=-5{,}00 \text{ dioptrías}$$

Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda de la lente tienen signo negativo.
Para una lente divergente, f = -0,20 m.
Se sustituyen los datos en la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}200\,[\text{m}]}=\frac{1}{-0{,}200\,[\text{m}]}$$

Se calcula la posición de la imagen despejando:

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{-0{,}200\,[\text{m}]}-\frac{1}{-0{,}200\,[\text{m}]}=-5{,}00\,[\text{m}]^{-1}-5{,}00\,[\text{m}]^{-1}=-10{,}00\,[\text{m}]^{-1} \Rightarrow s' = -0{,}100 \text{ m}$$

La imagen se forma a 10 cm a la izquierda de la lente.

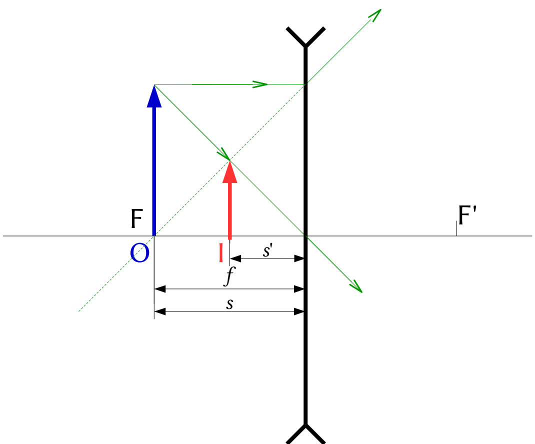
Se sustituyen los datos en la ecuación del aumento lateral en los espejos, y se calcula la altura de la imagen despejando:

$$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-0{,}100\,[\text{m}]}{-0{,}200\,[\text{m}]}=0{,}500$$

$$y' = A_L \cdot y = 0{,}500 \cdot 0{,}040 \text{ m} = 0{,}020 \text{ m} = 2{,}0 \text{ cm}$$

La imagen es virtual (s' < 0), derecha (A_L > 0) y menor ($|A_L|$ < 1).
b)
Se dibuja un esquema de lente divergente (una línea vertical rematada por dos «ángulos» o puntas de flechas invertidas), y se sitúa el foco F a la izquierda de la lente.
Se dibuja, a su izquierda, una flecha vertical hacia arriba, que representa al objeto O.
Desde el punto superior del objeto se dibujan dos rayos:

- Uno, hacia el centro de la lente. La atraviesa sin desviarse.



- Otro, horizontal hacia la lente, que la atraviesa y se refracta.
  Se dibuja de forma que su prolongación pase por el foco de la izquierda F, un punto simétrico al foco F′.

Los rayos no se cortan. Se corta el rayo dirigido al centro de la lente con la prolongación del rayo refractado.
El punto de corte es el correspondiente a la punta de la imagen I. Se dibuja una flecha vertical en ese punto.

Análisis: Los resultados de los cálculos numéricos están en consonancia con el dibujo.

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 22/03/24