

## PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHILLERATO

Ejemplo de uso de la hoja de cálculo: «[FisicaBachEs.ods](#)»

### ● Comienzo

Al abrir la hoja de cálculo, se mostrará una alerta de seguridad. Pulsar el botón **Activar macros**.

Para ir al índice, elegir una de estas opciones:

- Pulsar en la pestaña **Índice**, situada en la parte inferior.
- Presionar la tecla [Ctrl] mientras se pulsa en la celda **Índice** situada en la parte superior derecha.

Para ver la ayuda, elegir una de estas opciones:

- Pulsar en la pestaña **Ayuda** situada en la parte inferior.
- Presionar la tecla [Ctrl] mientras se pulsa en la celda **Ayuda** situada en la parte superior derecha.

### ● Teclado y ratón

#### Teclas

Aceptar	[↵] ([Intro] o [Enter] o [Entrar])
Borrar a la derecha	[Supr] (o [Del] o [Delete])
Borrar a la izquierda	[⌫] ([←] o [Backspace])
Espaciador	[Esp]
Flecha abajo	[↓]
Mayúscula	[⇧] o ([Shift] o [Mayús])
Tabulador	[⇥] (o [Tab] o [tabulador])

#### Abreviatura

[↵]
[Supr]
[⌫]
[Esp]
[↓]
[⇧]
[⇥]

#### Teclas simples

Aceptar	[↵]	[↵]
Celda siguiente	[⇥]	[⇥]

#### Combinación de teclas

Ir al principio de la página
Celda anterior
Deshacer acción anterior
Copiar
Pegar (Desaconsejado)
Pegar sin formato (menú)
Pegar sin formato (rápido)
Punto multiplicación
Subíndice
Superíndice
Ver opciones
Limpiar formato

#### Presionar a la vez las teclas:

[Ctrl] e [Inicio]
[⇧] y [⇥]
[Ctrl] y [Z]
[Ctrl] y [C]
[Ctrl] y [V]
[Ctrl], [⇧] y [V]
[Ctrl], [Alt], [⇧] y [V]
[⇧] y [3]
[⇧] y [ ], {número o signo} y { [⇥] o [↵] }
[⇧] y [^], {número o signo} y { [Esp], [⇥] o [↵] }
[Alt] y [↓]
[Ctrl] y [M]

#### Abreviatura

([Ctrl]+[Z])
([Ctrl]+[C])
([Ctrl]+[V])
([Ctrl]+[Alt]+[V])
([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V])
([⇧]+[3])
([ ]+n.º+[↵])
([⇧]+[^]+n.º+[↵])
([Alt]+[↓])
([Ctrl]+[M])

#### Ratón

Seleccionar	Pulsar dos veces (doble clic)
-------------	-------------------------------

#### Teclado y ratón

Seguir enlace (en hoja cálculo) [Ctrl] y pulsar en el enlace, o hacer doble clic en el enlace.


### ● Datos

Para borrar los datos, elegir una de estas opciones:

- **Datos, instrucciones y enunciado:**
  1. Pulsar en el menú: Editar → Seleccionar → Seleccionar celdas desprotegidas
  2. Presionar la tecla [Supr].
- **Todos los datos:**
  1. Pulsar en cualquier celda de datos: .
  2. Pulsar en el botón **Borrar datos**.

3. En el diálogo «¿Borrar los datos de esta hoja?», pulsar el botón **Aceptar**.
- **Solo algunos datos.**
  1. Seleccionar con el ratón un área en la que se encuentren los datos que se desean borrar.
  2. Pulsar en el botón **Borrar datos**.
  3. En el diálogo «¿Borrar los datos en el intervalo seleccionado?», pulsar el botón **Aceptar**.

Para elegir una opción seguir estos pasos:

1. Pulsar en la celda:  .
2. Pulsar en la flecha  para ver la lista desplegable.
3. Desplazarse por la lista y elegir una opción.

Para anotar una cantidad:

Pulsar en la celda:  , y escribir en ella la cantidad.

Si el formato en el que se muestra un valor no es el adecuado (por ejemplo 1,00E-01), pulsar en la celda y presionar a la vez las teclas [Ctrl] y [M] para limpiar el formato (se verá 0,1).

Para poner un valor en notación científica, elegir una de estas opciones:

- Escribir el número en formato científico 0,0E-0 de la hoja de cálculo.
- Escribir el número en formato habitual 0,0·10<sup>-0</sup>.
- Seleccionar el valor en otro documento, copiarlo ([Ctrl]+[C]) y pegarlo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]).

Ejemplos de escritura en formato científico:

	Escribir:	En la celda aparecerá:
Hoja de cálculo:	3E-9	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">3,00E-09</span>
Formato habitual:	3,00[↕]310[↕][^]-[Esp][⌫][↕][^]9[←]	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px 10px;">3,00·10<sup>-9</sup></span>

(Después del signo -, pulsar el espaciador [Esp]. Pulsar la tecla [⌫] para borrar el espacio).

Si ese número ya estaba en un documento, se puede copiar y pegar siguiendo estos pasos:

1. Seleccionarlo: pulsar al principio del número y arrastrar el ratón hasta el final o doble clic
2. Copiarlo: menú: Editar → Copiar o [Ctrl]+[C]
3. Pulsar en la celda:  .
4. Pegarlo: menú: Editar → Pegado especial → Pegar texto sin formato o [Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]

### ● Cifras significativas y formato numérico

En el botón **Cifras significativas** se puede ajustar el formato numérico de los resultados:

Número (1 a 6) de cifras significativas.

Número umbral (1 a 6) de dígitos para notación decimal.

- decimal Si |Número|<1 y la 1.<sup>a</sup> posición decimal es menor o igual que umbral  
o si |Número|>1 y el n.º/n.º de cifras de la parte entera es menor o igual que umbral.
- científica En el resto de los casos.

Símbolo de multiplicar (· o ×) antes de 10<sup>n</sup> en la notación científica.

Esta elección afecta a todas las pestañas.

Los resultados que aparecen en este documento corresponden, en su mayoría, a una elección de 3 cifras significativas.

### ● Cómo pegar el enunciado en la hoja de cálculo

Si el enunciado se copió de la pestaña de ejemplos de la misma hoja, solo necesita pegarlo, pulsado a la vez las teclas [Ctrl] y [V]. Para pegar de otro origen:

1. Pulsar en la celda situada debajo de la etiqueta «Problema» de la hoja de cálculo.
2. Presionar la tecla [Esp] (espaciador).
3. Pegarlo, presionando a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↕] y [V].

En el caso que desapareciese el formato de la celda donde va el enunciado, copie cualquier otro enunciado de la hoja de cálculo y péguelo en ella.

### ● Otros cálculos

En todas las pestañas aparecen unas celdas bajo el epígrafe: **OTROS CÁLCULOS**.

En ellas se pueden escribir fórmulas para hacer cálculos.

Para poner una fórmula en una celda, hay que empezar escribiendo «=» y luego poner símbolos de operaciones («+», «-», «\*» o «/») y pulsar en las celdas con las que operar.

Por ejemplo, para que en la celda A3 se haga la suma entre los números que hay en las celdas A1 y B1:

1. **Pulsar en la celda** en la que quiere escribir la fórmula.
2. **Escribir el signo igual [=]** en la celda. Esto le indica a LibreOffice que escribe una fórmula.
3. Ahora se puede seguir de cualquiera de estas maneras:
  - Pulsar en la celda A1. Pulsar la tecla [=] Pulsar en la celda B1.
  - O escribir la fórmula:  $=A1+B1$   
donde A1 y B1 son las coordenadas de las celdas que quiere sumar.
4. **Presionar la tecla [↵]** para completar la entrada.

La celda mostrará ahora el resultado de la fórmula.

Se pueden usar una variedad de funciones matemáticas para las fórmulas, como SUM para sumar o RAIZ para calcular la raíz cuadrada. Consultar la ayuda de LibreOffice para obtener una lista completa de las funciones disponibles.

Cuando la celda que contiene el dato está en formato científico, como  $6,67 \cdot 10^{-11}$ , se tiene que emplear la función AVALOR, para que lo transforme en un número. Por ejemplo, la fórmula para calcular la velocidad

en la órbita  $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ , si los datos se encuentran en las celdas del cuadro (y teniendo en cuenta que  $r$  es la suma:  $R + h$ ), sería:

$=\text{RAIZ}(\text{AVALOR}(J8) \cdot J2 / (J3 + J6))$

	H	I	I	K
2	Masa	$M =$	$5,97\text{E}+24$	kg
3	Radio	$R =$	$6,37\text{E}+06$	m
4				
5	Masa	$m =$		kg
6	Altura	$h =$	693 000	m
7				
8	Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

La celda donde se escribió la fórmula, por ejemplo H22, presentaría el resultado: 7508,53966 609 457. Para obtener un aspecto más legible, se podría emplear la función NUMFORMA. Si en otra celda, por ejemplo J22, se escribe la función  $=\text{NUMFORMA}(H22)$  lo que se vería en J22 sería:  $7,51 \cdot 10^3$ .

En la pestaña «Introd» hay más información de las funciones exclusivas que puede emplear. Para verlas, hacer doble clic en el enlace [funciones](#) de la hoja de cálculo.

## ● Otros consejos

Hacer una copia de seguridad de la hoja de cálculo.

No pegar ([Ctrl]+[V]) **nunca** en una celda de color naranja.

En vez de eso, pegar sin formato:

menú Editar → Pegado especial → Pegar texto sin formato o [Ctrl], [Alt] y [V].

Si se acaba de pegar en una celda, probar a deshacerlo pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [Z].

Si eso no va, recuperar desde la copia de seguridad o descargarla de nuevo.

Si se cambió el aspecto de una celda que era de color blanco y borde azul , probar a presionar juntas las teclas [Ctrl] y [M].

Si esto no funciona, pulsar en otra celda que esté bien, y copiarla pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C].

Pulsar en la celda que cambió de aspecto y presionar a la vez las teclas [Ctrl], [Alt] y [V], y, en Preconfiguraciones, pulsar en «Formatos solo»

## ● Tipos de problemas

En la página 🔒 Índice, aparecen los enlaces a las hojas con los tipos de problemas que puede resolver.

Para ir a alguno de ellos, mantenga pulsada la tecla [Ctrl] mientras hace clic con el ratón en el Tema que contiene el tipo de problemas deseado, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente.




El nombre de la pestaña de cada tipo de problemas está en la columna de **Pestaña** en la página 🔒 Índice.

Se pueden resolver ejercicios de los siguientes temas:

<b>Bloque</b>	Tema	Pestaña
<b>Gravitación</b>	Satélites	Satelites

	Propiedades de un astro por comparación con otro	2Astros
	Relación entre períodos o radios de órbitas	2Astros
	Masas puntuales	Campos
<b>Electromagnetismo</b>	Cargas puntuales	Campos
	Cálculo de una carga a partir del campo y el potencial en un punto	CalcQdeV
	Péndulo en campo eléctrico	Pendolo_Elec
	Esferas concéntricas	Esferas
	Partícula cargada moviéndose en un campo magnético uniforme	Lorentz
	Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos	Conductores
<b>Vibraciones y ondas</b>	Movimiento armónico simple	MAS
	Péndulo	Pendolo
	Ondas	Ondas
	Dioptrio plano	Dioptrio
<b>Óptica geométrica</b>	Espejos y lentes	Optica
<b>Física moderna</b>	Efecto fotoeléctrico	Fotoelectr
	Energía nuclear	EnerNuclear
	Desintegración radiactiva	Desintegr

### ● Ejemplos

En la columna de la derecha de la página  [Índice](#), aparecen los enlaces a las hojas que contienen copias de los datos de los problemas de los tipos que puede resolver. Si quiere consultarlos, mantenga pulsada la tecla [Ctrl] mientras hace clic con el ratón en el [Tema](#) que contiene el tipo de problemas deseado, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente. Note que las hojas con ejemplos comienzan todas por la letra D, desde  [D\\_Satelites](#) hasta  [D\\_Desintegr](#).

### ◊ Cálculo de coordenadas para figuras regulares

En la pestaña «Coords» se pueden calcular las coordenadas de figuras regulares planas (triángulo equilátero, cuadrado, pentágono o hexágono regular) o las del tetraedro o del octaedro. Debe escribir el valor del lado, radio o apotema para las figuras planas o de la arista o del radio circunscrito en las tridimensionales.

Se puede girar y/o desplazar la figura o situar alguno de los vértices en un punto concreto.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (8) de cifras decimales por otro entre 1 y 12.

1. Calcula las coordenadas de un triángulo equilátero de 80 cm de lado con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y.

[Borre los datos.](#)

Figura:	Triángulo equilátero		
Lado			
	Longitud:		cm
Girar:		° alrededor del eje:	Z
	:		
	x (cm)	y (cm)	z (cm)

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, [elija](#) la opción «Triángulo equilátero», en la celda situada a la derecha de «Figura», elija la opción «Lado», debajo de «Figura», escriba su valor (80) en la celda situada a la derecha de «Longitud», y elija la unidad (cm) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Figura:	Triángulo equilátero		
Lado			
	Longitud:	80	cm

Este será el diagrama, que sitúa el centro del triángulo en el punto (0, 0):

Para cumplir con la petición «con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y», se puede:

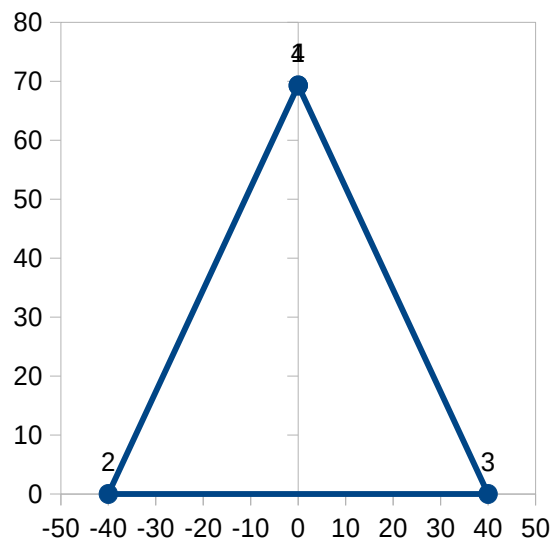
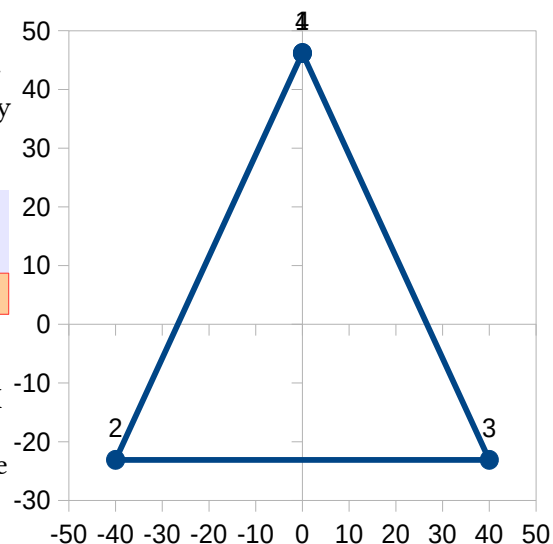
- Desplazar el triángulo hacia arriba hasta que la base quede en el eje X:

Desplazar:			
	x (cm)	y (cm)	z (cm)
		-23,09401077	

(el número -23,09401077 aparece en RESULTADOS como la coordenada «y» de los puntos 2 y 3).

- O bien situar el punto 3 en las coordenadas (40, 0)

Situar 3 en:			
	x (cm)	y (cm)	z (cm)
	40		



Redondear a: 8			
Coordenadas			
Pto.	x (cm)	y (cm)	z (cm)
1	0	69,28203230	0
2	-40	0	0
3	40	0	0

Para emplear las coordenadas calculadas aquí en la pestaña «Campos» puede optar por uno de los siguientes métodos:

- Seleccionar con el ratón las coordenadas calculadas en la pestaña «Coords» y copiarlas (pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]), ir a la pestaña «Campo», presionar sobre la celda situada debajo de x en la zona de «Coordenadas» y:
  - Pegarlas pulsando a la vez las teclas [Ctrl], [↵] y [V] y presionando sobre «Valores solo».
  - O bien presionar sobre el menú: **Editar** → **Pegado especial** → **Pegar solo números**.
- Ir a la pestaña «Campo», presionar sobre la celda (I33) situada a la derecha de «copie esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C], seleccionar con el ratón las celdas debajo de las coordenadas x e y, y:
  - Presionar sobre el menú: **Editar** → **Pegado especial** → **Pegar solo fórmula**.
  - O bien pegarlas pulsando a la vez las teclas [Ctrl], [↵] y [V], marcando «Fórmulas» en la columna en la celda situada debajo de «Pegar» y pulsando en «Aceptar».

## ♦ Satélites

En la pestaña «Satelites» se pueden resolver ejercicios de gravitación de satélites. Se puede calcular:

- Radio o altura, velocidad, período o frecuencia, y energías cinética y potencial de un satélite en distintas unidades.
- Velocidad o energía para alcanzar una altura, ponerlo en órbita o mandarlo al infinito (velocidad de escape).
- Campo gravitatorio, fuerza, gravedad relativa o momento angular en la órbita.
- Masa de un astro central a partir de los datos de uno de sus satélites.

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Debajo de «Astro» puede elegir una de las opciones «Tierra», «Luna» o «Sol» y aparecerán los valores de su masa y su radio. Puede cambiar estos datos.

- El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre.
  - ¿Cuántas vueltas da a la Tierra cada día?
  - ¿Qué velocidad hubo que proporcionarle en el lanzamiento para ponerlo en órbita?
 Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M(T) = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R(T) = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ . (A.B.A.U. extr. 23)  
**Rta.:** a)  $f = 14,6 \text{ día}^{-1}$ ; b)  $v = 8,29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .

[Borre los datos.](#)

Astro	Masa	$M =$		kg
	Radio	$R =$		
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$		m/s <sup>2</sup>
Órbita	Masa satélite	$m =$		kg

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «Astro» puede elegir la opción «Tierra», y aparecerán los valores de su masa y su radio.

Puede cambiar estos datos, bien copiando ([Ctrl]+[C]) en el enunciado y pegando ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribiendo, en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual:

- El valor, en kg, de la masa ( $5,97\text{E}24$  o  $5,97 \cdot 10^{24}$ ) en la celda situada a la derecha de « $M =$ ».
- El valor del radio ( $6,37\text{E}6$  o  $6,37 \cdot 10^6$ ) en la celda situada a la derecha de « $R =$ ».

Debajo de «Masa», elija la opción «Altura», escriba su valor (693) en la celda situada a la derecha de « $h =$ », y elija la unidad (km) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Elija el otro valor ( $6,67 \cdot 10^{-11}$ ) para la constante de la gravitación en la celda situada a la derecha de « $G =$ ».

Astro	Masa	$M =$	5,97E+24	kg
Tierra	Radio	$R =$	6,37E+06	m
Órbita	Masa del satélite	$m =$		kg
	Altura	$h =$	693	km
Constante de la gravitación		$G =$	6,67·10 <sup>-11</sup>	N·m <sup>2</sup> /kg <sup>2</sup>

Si copió y pegó los valores de la masa y el radio, desde el enunciado tal como están escritos, debería ver  $5,97 \times 10^{24}$  en vez de  $5,97\text{E}+24$  y  $6,37 \cdot 10^6$  en vez de  $6,37\text{E}+06$ .

a) En RESULTADOS, elija la opción «Frecuencia» en la celda superior derecha de color naranja (que probablemente contenga «Período») y la opción «día<sup>-1</sup>» para las unidades en la celda de color naranja debajo a la derecha.

b) Elija las opciones «Velocidad» y «ponerlo en órbita», en la línea donde se lee «en el suelo para».

	Radio	km	Velocidad	m/s	Frecuencia	
Órbita	$r =$	7060	7510		14,6	día <sup>-1</sup>
Energía	cinética		potencial		mecánica	J
en la órbita		$2,82 \cdot 10^7$ J/kg	$-5,64 \cdot 10^7$ J/kg			$-2,82 \cdot 10^7$ J/kg
			Tierra	$g_0 =$		9,82 m/s <sup>2</sup>
Velocidad	en el suelo para	ponerlo en órbita	$v(\hat{f}ó) =$			$8,29 \cdot 10^3$ m/s

Las unidades de energía son J/kg porque no se escribió el dato de la masa del satélite. La energía potencial es, en realidad, el potencial a esa altura.

2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de 7,00 km·s<sup>-1</sup>.

a) Calcule la altura a la que orbita.

b) Si en ese momento si le suministra una energía igual a la energía cinética que ya tiene, calcule la que distancia de la Tierra podría llegar.

Datos:  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $R(T) = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a)  $h = 1750 \text{ km}$ ; b)  $r = \infty$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pague ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Para el radio de la Tierra, copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» ( $6,37\text{E}6$ ) o en el habitual ( $6,37 \cdot 10^6$ ), en la celda situada a la derecha de « $R =$ ».

Elija la opción «Velocidad», en la 2.ª celda situada debajo de «Masa», escriba su valor (7) y elija la unidad (km/s) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Astro	Masa	$M =$		kg
	Radio	$R =$	6,37E+06	m
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$	9,81	m/s <sup>2</sup>
Órbita	Masa satélite	$m =$	200	kg
	Velocidad	$v =$	7	km/s

a) Elija la opción «Altura», en lugar de «Radio».

	Altura	
Órbita	$h =$	1750 km

b) Esta hoja no calcula esta cuestión, pero da pistas para resolverla. Compruebe que la energía cinética es opuesta a la energía total.

Energía	cinética	potencial	mecánica	J
en la órbita	$4,90 \cdot 10^9$ J	$-9,80 \cdot 10^9$ J	$-4,90 \cdot 10^9$ J	

En este caso, una energía cinética sumada a su energía mecánica da como resultado 0. Pero 0 es la energía potencial del infinito, porque se toma el infinito como origen de energía potencial. El satélite deberá llegar al infinito.



3. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son:  $M_T/M_L = 79,63$  y  $R_T/R_L = 3,66$ .

a) Calcula la gravedad en la superficie de la Luna.

b) Calcula la velocidad de un satélite girando alrededor de la Luna en una órbita circular de 2300 km de radio.

c) ¿Dónde es mayor el período de un péndulo de longitud  $L$ , en la Tierra o en la Luna?

Datos:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$ ;  $R_L = 1700 \text{ km}$ .

(P.A.U. jun. 10)

**Rta.:** a)  $g_L = 1,65 \text{ m/s}^2$ ; b)  $v = 1,44 \text{ km/s}$ .

Debe ir la pestaña «2Astros» para calcular la gravedad en la superficie de la Luna. En ella, escriba los valores de las relaciones entre las masas de la Tierra y de la Luna, de la relación entre sus los períodos, el rayo de la Luna y la gravedad terrestre.

		1	2	Relación
Magnitud		Luna	Tierra	$A_2 / A_1$
Masa	$M =$			79,63
Radio	$R =$	1700	km	3,66
Gravedad	$g =$		9,8 $\text{m/s}^2$	

En RESULTADOS se mostrarán los valores de la masa, los radios y la gravedad.

	Luna	Tierra	
$M =$	$7,14 \cdot 10^{22}$	$5,68 \cdot 10^{24}$	kg
$R =$		$6,22 \cdot 10^3$	km
$g =$	1,65		$\text{m/s}^2$

b) Vuelva la pestaña «Satelites», escriba el dato (1700) del radio de la Luna y cualquiera de los resultados, por ejemplo el valor de la aceleración (1,65) de la gravedad:

Astro	Masa	$M =$	
Luna	Radio	$R =$	1700 km
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$	9,81 $\text{m/s}^2$
Órbita	Masa satélite	$m =$	kg
	Radio	$r =$	2300 km
	Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

En RESULTADOS se mostrarán los valores de la altura, velocidad y período

	Altura	Velocidad	Período
Órbita $h =$	600 km	1,44 km/s	02:47:19 h:m:s

c) Puede cambiar el valor de la gravedad en la pestaña «Péndulo» y comparar resultados:

P. ej. en el problema (P.A.U. Set. 13), para el valor de  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , el resultado del período es:  $T = 2,84 \text{ s}$ .

Cambiando el valor de  $g$  a:  $g = 1,65 \text{ m/s}^2$ , el nuevo valor del período es  $T = 6,92 \text{ s}$ .

Puede ver más ejemplos en la pestaña «D\_Satelites».

Puede emplear la hoja de cálculo [Satélites \(es\)](#), con la ayuda de [Satélites PAU \(es\)](#) o [Satélites ABAU \(es\)](#), para poder ver más problemas resueltos de este tema.

### ♦ Propiedades de un astro por comparación con otro

En la pestaña «2Astros» se pueden resolver ejercicios de dos satélites que giran alrededor de un mismo astro o de dos planetas para calcular alguna magnitud de uno de ellos sabiendo la relación matemática entre las masas y/o radios de ambos.

Se puede calcular:

- La relación entre los períodos o radios (y aceleraciones) de dos satélites sabiendo la relación entre las magnitudes asociadas a ellas.
- La masa, el radio o el valor de la aceleración en la superficie de un planeta, sabiendo alguna de estas magnitudes en otro y conociendo la relación matemática entre radios y masas.

1. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determina:
  - a) La relación entre los radios de dichas órbitas.
  - b) La relación entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Rta.:** a)  $r_2 / r_1 = 5,2$ ; b)  $a_2 / a_1 = 0,036$ .

[Borre los datos.](#)

	1	2		Relación
Magnitud	Astro 1	Astro 2		

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En las celdas «Astro 1» y «Astro 2» escriba los nombres de los planetas.

Debajo de «Magnitud» elija la opción «Período», y escriba el valor (12) en la celda de color blanco situada a la derecha. Aparecerá la etiqueta « $A_1 / A_2$ » indicando que ese valor corresponde a la relación de períodos entre el primer planeta y el segundo.

	1	2		Relación
Magnitud	Júpiter	Tierra		$A_1 / A_2$
Período $T =$				12

En RESULTADOS se mostrarán los valores de la relación entre los radios de las órbitas, y de la relación entre sus períodos.

	Júpiter	Tierra		Relación
			$r_1 / r_2 =$	5,24
			$a_1 / a_2 =$	0,0364

2.

3. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son:  $M_T/M_L = 79,63$  y  $R_T/R_L = 3,66$ .

a) Calcula la gravedad en la superficie de la Luna.

b) Calcula la velocidad de un satélite girando alrededor de la Luna en una órbita circular de 2300 km de radio.

c) ¿Dónde es mayor el período de un péndulo de longitud  $L$ , en la Tierra o en la Luna?Datos:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$ ;  $R_L = 1700 \text{ km}$ .

(P.A.U. jun. 10)

**Rta.:** a)  $g_L = 1,65 \text{ m/s}^2$ ; b)  $v = 1,44 \text{ km/s}$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

		1	2		Relación
Magnitud		Luna	Tierra		$A_2 / A_1$
Masa	$M =$				79,63
Radio	$R =$	1700		km	3,66
Gravedad	$g =$		9,8	$\text{m/s}^2$	

En RESULTADOS se mostrarán los valores de las masas, radio y gravedad.

	Luna	Tierra	
$M =$	$7,14 \cdot 10^{22}$	$5,68 \cdot 10^{24}$	kg
$R =$		$6,22 \cdot 10^3$	km
$g =$	1,65		$\text{m/s}^2$

b) No se resuelve en esta pestaña. Debe ir a la pestaña «Satelites» y usar el dato del radio de la Luna (1700 km), junto con cualquiera de los resultados, por ejemplo el valor de la aceleración (1,65) de la gravedad:

Astro	Masa	$M =$		
Luna	Radio	$R =$	1700	km
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$	1,65	$\text{m/s}^2$
Órbita	Masa satélite	$m =$		kg
	Radio	$r =$	2300	km
	Constante de la gravitación	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

En RESULTADOS se mostrarán los valores de la altura, velocidad y período.

	Altura	Velocidad	Período
Órbita $h =$	600 km	1,44 km/s	02:47:19 h:m:s

c) Puede cambiar el valor de la gravedad en la pestaña «Péndulo» y comparar resultados:

P. ej. en el problema (P.A.U. Set. 13), para el valor de  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ , el resultado del período es:  $T = 2,84 \text{ s}$ .Cambiando el valor de  $g$  a:  $g = 1,65 \text{ m/s}^2$ , el nuevo valor del período es  $T = 6,92 \text{ s}$ .

### ♦ Masas o cargas puntuales: Masas

En la pestaña «Campos» se pueden resolver ejercicios de sistemas de masas o cargas puntuales. Para los ejercicios de masas puntuales tiene que [elegir](#) la opción «Masa» en la celda de color naranja situada debajo de «Constante».

Se pueden situar seis masas fijas y una masa móvil en uno de dos puntos en los que se puede calcular:

- La intensidad de campo o la fuerza gravitatoria sobre una masa móvil, y el potencial o la energía potencial gravitatoria.
- El trabajo para mover la masa entre dos puntos o la energía cinética o la velocidad con la que llega a uno de los puntos.
- La energía potencial gravitatoria de la disposición de las masas fijas.
- La posición del punto donde se anularía el campo creado por varias masas.
- Un esquema del vector intensidad de campo gravitatorio en cualquiera de los puntos de la masa móvil.

1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:

- El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8).
- Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de  $-1 \cdot 10^{-4} \hat{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , calcula su velocidad en el punto C.

(P.A.U. jun. 14)

**Rta.:** a)  $g_c = 0$ ;  $g_d = -1,6 \times 10^{-10} \hat{j} \text{ m/s}^2$ ;  $V_c = -3,34 \times 10^{-9} \text{ J/kg}$ ;  $V_d = -2,00 \times 10^{-9} \text{ J/kg}$ ; b)  $v = -1,13 \times 10^{-4} \hat{j} \text{ m/s}$ .

[Borre los datos.](#)

Constante	$K = 8,9875500 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' = 1$
Carga	Coordenadas	
$\mu\text{C}$	Pto.	x (m) y (m) z (m)
	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
móvil	A	
	B	
Punto de partida:	S	
Punto de llegada:	T	
Velocidad inicial	$v_0 =$	m/s m = kg
		↑ Masa

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», [elija](#) la opción «Masa».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «G =» puede elegir el otro valor ( $6,67 \cdot 10^{-11}$ ).

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Coordenadas», elija las unidades (m).

En la celda de color naranja situada debajo de «Masa» elija la unidad (kg).

En las celdas situadas debajo de «kg», escriba los valores de las masas (150), y, en las celdas situadas a su derecha, los valores correspondientes de las coordenadas «x» e «y».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «móvil», elija la opción «C», y en la celda de abajo, elija la opción «D».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Punto de partida:», elija la opción «D», para indicar que la masa móvil sale del punto A. Para «Punto de llegada:» elija la opción «C».

Escriba el valor de la masa móvil (2), en la celda situada a la derecha de la etiqueta «móvil», y los valores correspondientes de las coordenadas «x» e «y» para los puntos C y D. (Cuando escriba 6, aparecerá  $6,67 \cdot 10^{-11}$ . Pulse la tecla [Supr] para que quede solo el 6).

En la celda (I15) situada a la derecha de «Velocidad inicial  $v_0$  =» escriba  $-1\text{E-}4$ , o copie el dato en el enunciado del problema (seleccione  $-10^{-4}$  y pulse a la vez las teclas [Ctrl] y [C]) y péguelo en esa celda (clic en la celda I15 y pulse a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↕] y [V]).

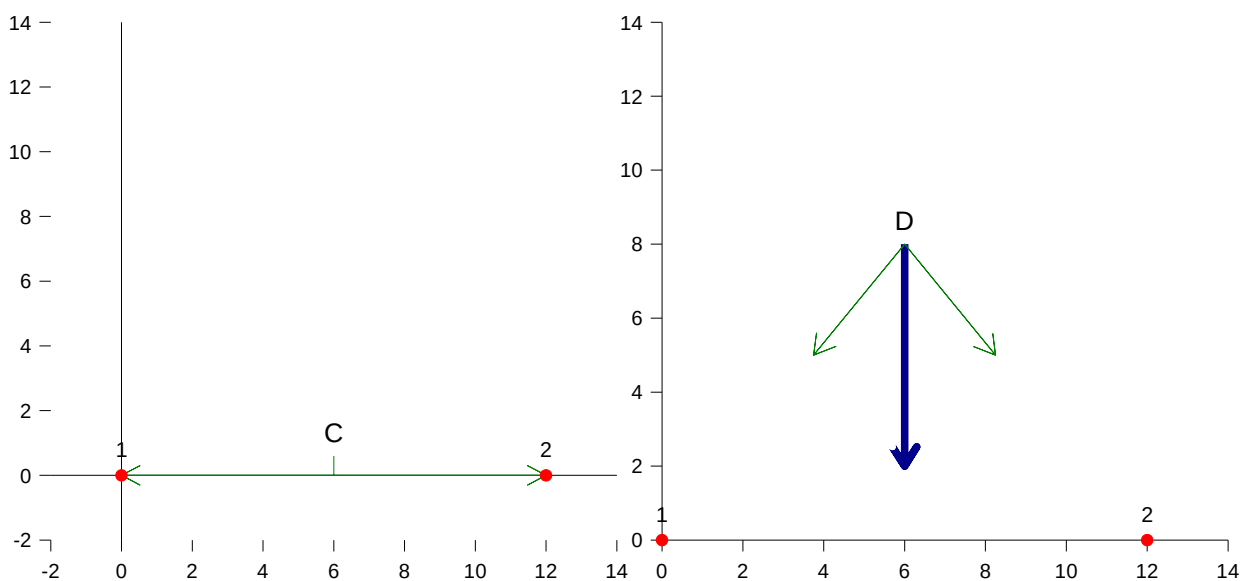
	Constante	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	1
	Masa	Coordenadas	
kg		Pto.	x (m) y (m) z (m)
	150	1	0 0 0
	150	2	12 0 0
		3	
		4	
		5	
		6	
móvil	2	C	6 0 C
		D	6 8 D
Punto de partida:		D	D
Punto de llegada:		C	C
Velocidad inicial	$v_0 = -1 \cdot 10^{-4}$	m/s	kg

Elija la opción «Campo» en la celda de color naranja situada a la izquierda de «resultante», y la opción «Potencial» en la celda de color naranja situada más abajo.

	Campo	$g_x$	$g_y$	
C	0 N/kg	0	0	N/kg
D	$1,60 \cdot 10^{-10}$ N/kg	0	$-1,60 \cdot 10^{-10}$	N/kg
	Potencial	Velocidad final:		
C	$-3,34 \cdot 10^{-9}$ J/kg			$1,13 \cdot 10^{-4}$ m/s
D	0 J/kg			

GRÁFICAS:

Los vectores campo gravitatorio pueden verse en la zona de GRÁFICAS, eligiendo la opción «C» en el primero caso y la opción «D» en el segundo. Los vectores campo, creados por cada una de las masas situadas en los puntos rojos 1 y 2, aparecen en color verde. En el punto D puede verse además el vector campo resultante, en color azul más grueso. El campo resultante en el punto C es nulo y no aparece en la gráfica.



2. Una nave sitúa un objeto de 20 kg de masa entre la Tierra y el Sol en un punto donde la fuerza gravitatoria neta sobre el objeto es nula. Calcula en ese punto:
- La distancia del objeto al centro de la Tierra.
  - La aceleración de la Tierra debida a la fuerza que el objeto ejerce sobre ella.
- DATOS:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M(T) = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $M(S) = 2,00 \times 10^{30} \text{ kg}$ ; distancia Tierra-Sol =  $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$ . (A.B.A.U. ord. 24)
- Rta.:** a)  $r = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m}$ ; b)  $a = 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ m/s}^2$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

Para los datos:

- Seleccione, en el enunciado, el dato ( $5,98 \times 10^{24}$ ) de la masa de la Tierra. cópielo ([Ctrl]+[C]) y péguelo sin formato ([Ctrl], [Alt], [↵] y [V]), en la celda situada debajo de «kg». Siga el mismo procedimiento para la masa del sol (péguela debajo de la masa de la Tierra, a la izquierda del punto 2), y para la coordenada x (péguela a la derecha del punto 2).
- O teclee los valores en las celdas correspondientes. Puede emplear «formato hoja de cálculo» ( $5,98\text{E}24$ ) o «formato científico» ( $5,98 \cdot 10^{24}$ )

Constante	$G =$	$6,67 \cdot 10^{-11}$	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	
Masa	Coordenadas			m
kg	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)
$5,98 \times 10^{24}$	1	0	0	
$2,00 \times 10^{30}$	2	$1,50 \times 10^{11}$	0	

En RESULTADOS se mostrarán los valores de las coordenadas x e y del punto donde se anula el campo.

Campo nulo	en	$2,59 \times 10^8$	0	m
------------	----	--------------------	---	---

Para el apartado b) escriba en **OTROS CÁLCULOS** la fórmula:  $=\text{AVALOR}(I2) \cdot 20 / \text{AVALOR}(I29)^2$

Corresponde a la ecuación:

$$a = G \cdot m / r^2$$

Escriba, si quiere, la etiqueta a(Tierra) para indicar que es la aceleración de la Tierra

Etiqueta:	a (Tierra)
Fórmula:	$1,99\text{E}-26$

### ♦ Masas o cargas puntuales: Cargas

En la pestaña «Campos» se pueden resolver ejercicios de sistemas de masas o cargas puntuales. Para los ejercicios de cargas puntuales tiene que [elegir](#) la opción «Carga» en la celda de color naranja situada debajo de «Constante».

Se pueden situar seis cargas fijas y una carga móvil en uno de dos puntos en los que se puede calcular:

- La intensidad de campo eléctrico o la fuerza electrostática sobre la carga móvil, y lo potencias eléctrico o la energía potencial eléctrica.
- El trabajo para mover la carga entre dos puntos o la energía cinética o la velocidad con la que llega a un de los puntos.
- La energía potencial eléctrica de la disposición de las cargas fijas.
- La posición y el valor de una carga que equilibraría la disposición de las cargas fijas
- Un esquema del vector intensidad de campo eléctrico en uno de los puntos de la carga móvil.

1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0,-1).

a) Calcule el vector campo eléctrico en el punto (0, 1).

b) Se coloca otra carga positiva de 1  $\mu\text{C}$  en el punto (0,1), inicialmente en reposo y de suerte que es libre de moverse. Razone se llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcule la energía cinética que tendrá en ese punto. Las posiciones están en metros.

Datos:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 21)

**Rta.:** a)  $E = -8,67 \text{ j N/C}$ ; b)  $E_c = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ .

[Borre los datos.](#)

Constante	$K =$	8,9875500·10 <sup>9</sup>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' =$	1
Carga	Coordenadas				
$\mu\text{C}$	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	m
móvil	1				
	2				
	3				
	4				
	5				
	6				
	A				
	B				
Punto de partida:	S				
Punto de llegada:	T				
Velocidad inicial	$v_0 =$	m/s	m =		kg
					↑ Masa

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», [elija](#) la opción «Carga».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «K =» elija el otro valor ( $9,00 \cdot 10^9$ ).

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Coordenadas», elija las unidades (m).

En la celda de color naranja situada debajo de «Carga», elija la unidad (nC).

En las celdas situadas debajo de «nC», escriba los valores de las cargas (3, 3, y -6), y, a su derecha, los valores correspondientes de sus coordenadas «x» e «y».

En la celda situada a la derecha de la etiqueta «móvil», escriba el valor de la carga móvil (1000), y en las mismas unidades que el resto de las cargas!, y, a su derecha, los valores de las coordenadas (0 y 1).

En la celda de color naranja situada a la derecha de la etiqueta «Punto de partida:», elija la opción «A», para indicar que la carga móvil sale del punto A.

Para el punto de llegada, puede dejar el nombre del punto como se le propone (T) o cambiarlo, pero debe escribir los valores de las coordenadas (0 y 0).

Constante	$K =$	<input type="text" value="9,00·10&lt;sup&gt;9&lt;/sup&gt;"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
Carga	Coordenadas				
nC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	m
<input type="text" value="3"/>	1	<input type="text" value="2"/>	<input type="text" value="0"/>		
<input type="text" value="3"/>	2	<input type="text" value="-2"/>	<input type="text" value="0"/>		
<input type="text" value="-6"/>	3	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="-1"/>		
	4				
	5				
	6				
móvil	<input type="text" value="1000"/>	A	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="1"/>	
		B			
Punto de partida:	A				A
Punto de llegada:	T	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="0"/>		
Velocidad inicial	$v_0 =$	<input type="text"/>	m/s	$m =$	<input type="text"/>
					kg
					↑ Masa

En RESULTADOS elija la opción «Campo» en la celda de color naranja situada a la izquierda de «resultante», y la opción «Potencial» en la celda de color naranja situada más abajo.

	<b>Campo</b>	resultante	
	$ E $	$E_x$	$E_y$
A	8,67 N/C	0	-8,67
T			
	<b>Potencial</b>		
A	-2,85 V		
T			
	Trabajo del campo desde A hasta T:	<input type="text" value="2,41·10&lt;sup&gt;-5&lt;/sup&gt;"/>	J
	Energía potencial de las cargas fijas:	<input type="text" value="-1,25·10&lt;sup&gt;-7&lt;/sup&gt;"/>	J

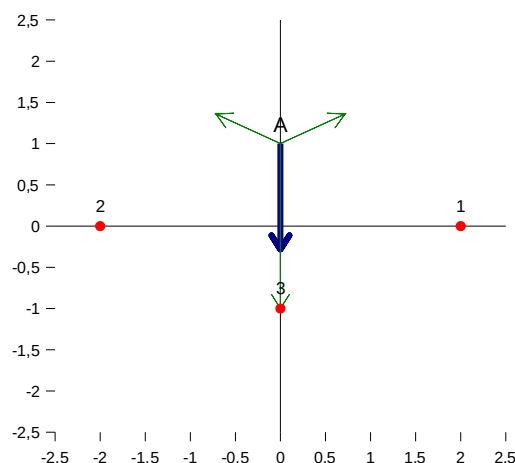
En GRÁFICAS aparece un diagrama con los vectores campo eléctrico, en color verde, creados por cada una de las cargas situadas en los puntos rojos 1, 2 y 3, y el vector campo resultante en el punto A, en color azul más grueso.

A la vista de la dirección y sentido del campo eléctrico y, teniendo en cuenta que la carga móvil es positiva, parece lógico pensar que pasará por el origen de coordenadas. Deduciendo que en todos los puntos de la parte positiva del eje Y, la dirección y sentido del vector campo no varían, se puede asegurar que la carga pasará por el origen.

Puesto que cuando la carga se desplaza desde A hasta el origen, el trabajo de la fuerza del campo es positivo, la carga adquiere una energía cinética igual a ese trabajo:

$$\Delta E_c = W = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Si partió del reposo, esa será la energía cinética que tendrá.





2. Tres cargas de  $-2$ ,  $1$  y  $1 \mu\text{C}$  están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan  $1 \text{ m}$  del centro del mismo.
- Calcula el trabajo necesario para llevar otra carga de  $1 \mu\text{C}$  desde el infinito al centro del triángulo.
  - ¿Qué fuerza sufrirá la carga una vez que esté situada en el centro del triángulo?
  - Razona si en alguno punto de los lados del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.
- Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$  (P.A.U. jun. 16)
- Rta.:** a)  $W = 0$ ; b)  $F = 0,0270$  hacia la carga negativa.

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

Se pueden calcular las coordenadas en la pestaña «Coords» atendiendo las instrucciones siguientes:

Pulse en la pestaña «Coords» y **elija** la opción «Triángulo equilátero» y «Radio», escriba el valor del radio (1) y elija a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Figura:	Triángulo equilátero
Radio	
Longitud:	1 m

Si en RESULTADOS mantiene «Redondear a 8 cifras decimales», verá:

			Redondear a:	8
	Coordenadas			cifras decimales
Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
1	0	1	0	
2	-0,86602 540	-0,5	0	
3	0,86602 540	-0,5	0	

Vuelva a la pestaña «Campos» y copie la celda situada a la derecha de «copie esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]. Seleccione con el ratón las celdas debajo de las coordenadas «x» e «y» para los tres puntos. Elija en el menú: **Editar → Pegado especial → Pegar solo fórmula**. Escriba los valores de las cargas fijas ( $-2$ ,  $1$ , y  $1$ ) en las celdas situadas debajo de « $\mu\text{C}$ ».

Escriba el valor de la carga móvil (1) en la celda situada a la derecha de etiqueta «móvil». Escriba, en las celdas a su derecha, los valores de las coordenadas de la carga móvil, que son las del centro del triángulo (0 y 0).

Elija la opción « $\infty$ » en la celda de color naranja a la derecha de «Punto de partida:», y la opción «A» en la celda de color naranja a la derecha de «Punto de llegada:»

	Constante	$K = 9,00 \cdot 10^9$	$\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$\epsilon' = 1$	
	Carga	Coordenadas			
	$\mu\text{C}$	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)
	-2	1	0	1	
	1	2	-0,86602 540	-0,5	
	1	3	0,86602 540	-0,5	
		4			
		5			
		6			
móvil	1	A	0	0	
		B			
	Punto de partida:	$\infty$			$\infty$
	Punto de llegada:	A			A

En RESULTADOS elija la opción «Fuerza»:

	Fuerza resultante			
	F	$F_x$	$F_y$	$F_z$
A	0,0270 N	0	0,0270	0 N

3. Una carga  $q$  de 2 mC está fija en el punto A (0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado  $3\sqrt{3}$  m. Tres cargas iguales  $Q$  están en los vértices y la distancia de cada carga  $Q$  al punto A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:

- El valor de  $Q$ .
- La energía potencial de cada carga  $Q$ .
- La energía puesta en juego para que el triángulo rote  $45^\circ$  alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel.

Dato:  $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 11)

**Rta.:** a)  $Q = -3,46 \text{ mC}$ ; b)  $E_p = 2,08 \times 10^4 \text{ J}$ ; c)  $\Delta E = 0$ .

a) El problema no se resuelve directamente. Se puede calcular el valor de una carga central que equilibraría tres cargas de 1 mC en los vértices.

[Borre los datos](#). Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [péguelo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

Se pueden calcular las coordenadas en la pestaña «Coords» atendiendo a las instrucciones siguientes:

Pulse en la pestaña «Coords» y [elija](#) las opciones «Triángulo equilátero» y «Lado», escriba  $=3*\text{RAIZ}(3)$  en la celda situada a la derecha de «Longitud» y elija a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Figura:	Triángulo equilátero
Lado	
Longitud:	5,1961 524 227 m

Si en RESULTADOS mantiene «Redondear a 8 cifras decimales», verá:

Pto.	x (cm)	y (cm)
1	0	3
2	-2,59807 621	-1,5
3	2,59807 621	-1,5

Haga doble clic en el enlace [Campos](#) para regresar, y copie la celda situada a la derecha de «copie esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]. Seleccione con el ratón las celdas debajo de las coordenadas «x» e «y» para los tres puntos. Elija en el menú:

Editar → Pegado especial → Pegar solo fórmula.

Escriba «1» para cada uno de los valores de las cargas fijas, en las celdas situadas debajo de «mC».

Carga	Coordenadas		
mC	Pto.	x (m)	y (m)
1	1	0	3
1	2	-2,59807 621	-1,5
1	3	2,59807 621	-1,5

Si la opción era menor de 6 cifras significativas, haga clic el botón [Cifras significativas](#) y elija 6 a la derecha de «Cifras significativas», para tener mayor precisión.

Busque, en RESULTADOS, el valor de la carga que equilibra las cargas fijas.

Carga que equilibra las cargas fijas:	-0,577350 mC
---------------------------------------	--------------

La carga en el centro que equilibra tres cargas de 1 mC, situadas en los vértices, vale  $q = -0,57735 \text{ mC}$ .

Este equilibrio se mantendrá si se multiplican todas las cargas por el mismo número. Para que la carga en el centro sea de 2 mC, habrá que multiplicar su valor actual (-0,57735) por el factor  $2/(-0,57735)$ .

Este será el factor por el que habría que multiplicar las cargas en los vértices, que son de 1 mC.

Por lo tanto, las cargas en los vértices que equilibrarían una carga de 2 mC del centro valdrían:

$$Q = 2/(-0,57735) = -2/0,57735 \text{ mC}.$$

En DATOS, escriba la fórmula:  $=-2/0,57735$  en vez del valor de la carga, en la celda situada debajo de «mC».

mC	Pto.	x (m)	y (m)
$=-2/0,57735$	1	0	3

Es posible que aparezca: ##### en la celda. No se preocupe. Haga clic en la barra de herramientas en el icono .00x, varias veces para ir reduciendo la cantidad de decimales visibles, hasta que aparezca el resultado: -3,461 032 303.

Puede copiar esta celda (G5) en las dos de abajo o escribir en cada una de ellas =, hacer clic en esta celda (G5) y presionar la tecla [↵].

En RESULTADOS verá ahora:

Carga que equilibra las cargas fijas: 2,00000 mC

b) Para este apartado, escriba 2, en el valor de la carga del punto 4, y 0, en las coordenadas x e y.

En la celda situada a la derecha de «móvil»:

- Presione la tecla [=] y haga clic en la celda que contiene el valor de la carga de la que quiere averiguar la energía potencial, y presione la tecla [↵]. En la celda situada a la derecha de «móvil» aparecerá el valor de la carga y el cursor se situará en la celda de la coordenada x. Realice el mismo proceso para las coordenada x e y.
- O escriba el valor de la carga y el de sus coordenadas en las celdas de la derecha.

	Carga	Coordenadas	
	mC	Pto.	y (m)
	-3,464103	1	0
	-3,464103	2	-2,59807 621
	-3,464103	3	2,59807 621
	2	4	0
		5	
		6	
móvil	-3,464103	A	0

En RESULTADOS, elija la opción «E. potencial»:

E. potencial

A 2,07846·10<sup>4</sup> J

c) En RESULTADOS, fíjese en el valor de la «Energía potencial de las cargas fijas:». Vale 0 J.

Vaya ahora a la pestaña «Coords.» y haga girar el triángulo 45° alrededor del eje Z.

Girar: 45° alrededor del eje:

Z

Las coordenadas cambiaron. Vuelva la pestaña «Campo», compruebe que las coordenadas son las nuevas, y compruebe que la energía es a misma: 0 J.



En el punto	A	-120	-80	i
-------------	---	------	-----	---

En RESULTADOS, elija, debajo de la etiqueta «Trabajo de la fuerza», las opciones: «del campo» y «B→A».

	x	y	
Posición del punto A:	1,50	0	m
Carga en M	Q =	-2,00·10 <sup>-8</sup>	C
Trabajo de la fuerza			
del campo	de	B → A	-9,02·10 <sup>-18</sup> J

En las celdas de color naranja, puede cambiar las unidades tanto de la carga como del trabajo.

2. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga  $q_1 = 7,11$  nC, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga  $q_2 = 3,0$  nC. Calcula:

- La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).
- El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).
- Indica el signo y el valor de la carga  $q_3$  que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.

Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ . Las coordenadas están expresadas en metros.

(A.B.A.U. ord. 19)

Rta.: a)  $\vec{E} = (4 \hat{i} + 3 \hat{j}) \text{ N/C}$ ; b)  $V = 25 \text{ V}$ ; c)  $q_3 = -13,9 \text{ nC}$ .

Para resolver este problema tiene que usar dos pestañas distintas. La pestaña «Campos» para los apartados a) y b), y la pestaña «CalcQdeV» para el apartado c).

Apartados a) y b). Vaya a la pestaña «Campos» y [borre los datos](#).

Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [péguelo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

a)	b)	Constante	K =	9·10 <sup>9</sup>	N·m <sup>2</sup> ·C <sup>-2</sup>	ε' =	1
		Carga	Coordenadas				
		nC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	m
		7,11	1	0	3		
		3	2	4	0		

- a) En RESULTADOS, elija «Campo» a la izquierda de «resultante»

	Campo resultante
	E
A	5,00 N/C
	E <sub>x</sub>
	E <sub>y</sub>
	N/C

- b) En RESULTADOS, elija «Potencial» más abajo:

	Potencial
A	25,0 V

Apartado c). Vaya a la pestaña «CalcQdeV» y [borre los datos](#).

Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [péguelo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

	Constante	K =	9,00·10 <sup>9</sup>	N·m <sup>2</sup> ·C <sup>-2</sup>	ε' =	1
--	-----------	-----	----------------------	-----------------------------------	------	---

Carga	nC	x	y
7,11	M	0	3 m
3	N	4	0
Equilibrio en	A	4	3
Q móvil	Punto		
	B	0	0
En el punto	A	Potencial (V)	Campo (N/C) $u$
		0	i

Es necesario que escriba todos los valores, aunque sean cero.

b) En RESULTADOS se mostrará el valor de la carga.

Carga en B	$Q =$	-13,9	nC
------------	-------	-------	----

Puede comprobar este resultado volviendo a la pestaña «Campos» y escribiendo, o copiando, el valor obtenido y escribiendo las coordenadas en la fila correspondiente a la carga 3.

Escriba también las coordenadas para el punto de equilibrio, a la derecha de la etiqueta de la letra (A) que identifica el punto en la fila con la etiqueta «móvil».

móvil	-13,9	3	0	0	
		A	4	3	

El resultado del potencial no parece ser 0.

Potencial
A -0,0225 V

Pero es debido a que el número de cifras significativas no es suficiente.

Haga clic el botón **Cifras significativas** y elija 6 a la derecha de «Cifras significativas». El valor de  $Q$  se ve como:

Carga en B	$Q =$	-13,8875	nC
------------	-------	----------	----

Poniendo este valor en la pestaña «Campos»:

-13,8875	3	0	0	
----------	---	---	---	--

El resultado ahora sí es 0.

### ◊ Péndulo en un campo eléctrico

En la pestaña «Péndulo Elec» se pueden resolver ejercicios de un péndulo con carga en un campo eléctrico vertical u horizontal. Se puede calcular:

- Ángulo con la vertical, tensión del hilo, velocidad en el punto más bajo, período o frecuencia.
- Campo necesario para desviarlo un ángulo.
- Valor de la carga.

- En una región del espacio en la que hay un campo eléctrico de intensidad  $\vec{E} = 6 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N C}^{-1}$  cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de  $8 \mu\text{C}$  y tiene una masa de 4 g. Calcula:

a) El ángulo que forma el hilo con la vertical.

b) La velocidad de la esfera cuando pasa por la vertical al desaparecer el campo eléctrico.

Dato:  $\vec{g} = -9,8 \vec{j} \text{ m s}^{-2}$ .

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a)  $\alpha = 50,8^\circ$ ; b)  $v = 1,20 \text{ m/s}$ .

[Borre los datos.](#)

Sentido del campo eléctrico	→	
Distancia entre placas	$d =$	
Masa oscilante	$m =$	
Carga	$q =$	
Longitud del hilo		
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,81 m/s <sup>2</sup>

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Sentido del campo eléctrico», elija la opción «→», y en la que se encuentra debajo de ella, elija la opción «Intensidad de campo eléctrico».

Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6E3) o en el habitual ( $6 \cdot 10^3$ ), en la celda situada a la derecha de « $E =$ ».

Elija el valor de la aceleración de la gravedad (9,8) en la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ ».

Sentido del campo eléctrico	→	
Intensidad de campo eléctrico	$E = 6 \cdot 10^3$	N/C
Distancia entre placas	$d =$	
Masa oscilante	$m =$	4 g
Carga	$q =$	8 $\mu\text{C}$
Longitud del hilo	$L =$	20 cm
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,8 m/s <sup>2</sup>

En RESULTADOS, elija la opción «Velocidad máxima» en la celda de color naranja.

Ángulo con la vertical	$\varphi =$	50,8 °
Tensión del hilo	$T =$	0,0620 N
Velocidad máxima	$v =$	1,20 m/s

2. Un péndulo está constituido por una pequeña esfera metálica de masa  $m = 1 \text{ g}$  y dimensiones despreciables, y un hilo inextensible de 150 cm de ancho y sin peso apreciable. Si la esfera tiene una carga positiva  $q$  y el péndulo se sitúa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad  $E = 10^5 \text{ N/C}$ . Calcula:

- El valor de la carga  $q$  de la esfera sabiendo que cuando el campo es paralelo al eje  $X$  se alcanza la posición de equilibrio para un ángulo de  $30^\circ$  del hilo con la vertical.
- El período de oscilación del péndulo cuando el campo eléctrico es perpendicular al eje  $X$  y está dirigido de abajo arriba.

Toma  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

**Rta.:** a)  $q = 57,7 \text{ nC}$ ; b)  $T = 3,74 \text{ s}$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Sentido del campo eléctrico», elija la opción «→», y en la que se encuentra debajo de ella, elija la opción «Intensidad de campo eléctrico». Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (1E5) o en el habitual ( $1\cdot 10^5$ ), en la celda situada a la derecha de « $E =$ ».

Elija el valor de la aceleración de la gravedad (10) en la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ ».

Sentido del campo eléctrico	→	
Intensidad de campo eléctrico	$E = 1\cdot 10^5$	N/C
Distancia entre placas	$d =$	
Masa oscilante	$m =$	1 g
Carga	$q =$	
Longitud del hilo	$L =$	150 cm
Ángulo	$\varphi =$	30 °
Aceleración de la gravedad	$g =$	10 m/s <sup>2</sup>

En RESULTADOS se mostrará el valor de la carga eléctrica.

Carga eléctrica	$q =$	$5,77\cdot 10^{-8} \text{ C}$
-----------------	-------	-------------------------------

b) Copie ([Ctrl]+[C]) el resultado, seleccionándolo con el ratón y presionando al tiempo las teclas [Ctrl] y [C]. En DATOS, cambie el «Sentido del campo eléctrico» a «↑». Pulse en la celda situada a la derecha de « $q =$ » y presione a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↕] y [V]. Elija las unidades (C) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Carga	$q =$	$5,77\cdot 10^{-8}$	C
Longitud del hilo	$L =$	150	cm

En RESULTADOS aparecerá un aviso de que el ángulo ( $30^\circ$ ) es demasiado grande para suponer M.A.S.

$\varphi = 30^\circ > 15^\circ!$		
Período	$T =$	3,81 s

La hoja da un resultado aproximado multiplicando el período de un M.A.S. ( $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ ) por el factor:  $-\ln(\cos(\varphi/2))/(1-\cos(\varphi/2))^{1/2}$ .

Borre «Ángulo», su valor y sus unidades.

Longitud del hilo	$L =$	150	cm

Ahora el resultado es:

Período	$T =$	3,74 s
---------	-------	--------



### ♦ Esferas concéntricas

En la pestaña «Esferas» se pueden resolver ejercicios de dos esferas concéntricas con carga eléctrica. Se puede calcular:

- Campo y potencial eléctrico en tres puntos.
- Diferencia de potencial entre las esferas.

Se muestran también dos gráficas con la variación del campo eléctrico y del potencial con la distancia.

1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de  $+8 \mu\text{C}$  en equilibrio eléctrico. Calcula cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:

- El módulo de la intensidad del campo eléctrico.
- El potencial eléctrico.
- Representa las magnitudes anteriores en función de la distancia al centro de la esfera.

Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord.18)

**Rta.:** a)  $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = 0$ ;  $|\vec{E}_3| = 2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$ ; b)  $V_1 = V_2 = 1,80 \cdot 10^6 \text{ V}$ ;  $V_3 = 1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$ .

[Borre los datos.](#)

Constante	$K =$	<input type="text" value="8,9875500·10&lt;sup&gt;9&lt;/sup&gt;"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$	$\epsilon' =$	<input type="text" value="1"/>
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	$Q =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Radio de la esfera	$R =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Distancia al centro del punto	$r =$	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text" value="cm"/>
		A	B		C

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En la celda situada a la derecha de « $K$ » [elija](#) el otro valor ( $9,00 \cdot 10^9$ ).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Constante	$K =$	<input type="text" value="9,00·10&lt;sup&gt;9&lt;/sup&gt;"/>	$\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$	$\epsilon' =$	<input type="text"/>
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	$Q =$	<input type="text"/>	<input type="text" value="8"/>		<input type="text" value="μC"/>
Radio de la esfera	$R =$	<input type="text"/>	<input type="text" value="4"/>		<input type="text" value="cm"/>
Distancia al centro del punto	$r =$	<input type="text" value="0"/>	<input type="text" value="2"/>		<input type="text" value="6 cm"/>
		A	B		C

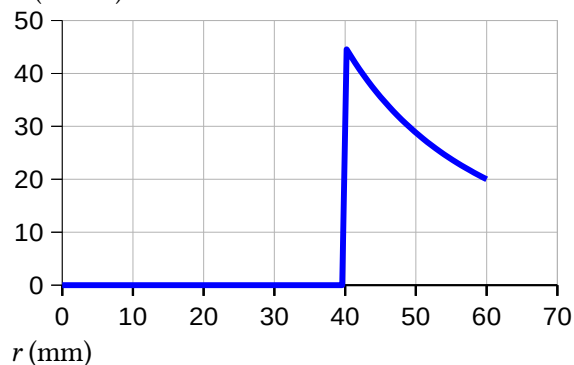
En RESULTADOS se mostrarán los valores del campo y del potencial eléctrico en cada uno de los puntos.

Punto	A	B	C
Distancia	0	2	6 cm
Campo	0	0	$2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$
Potencial	$1,80 \cdot 10^6$	$1,80 \cdot 10^6$	$1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$

GRÁFICAS:

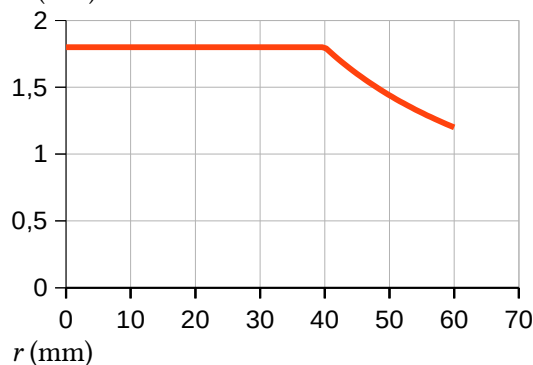
Valor del campo eléctrico con la distancia

$E \text{ (MN/C)}$



Potencial electrostático con la distancia

$V \text{ (MV)}$



2. Dos conductores esféricos concéntricos, huecos, tienen de radios 4 y 8 cm, respectivamente. La esfera interior tiene una carga de 24 nC y la exterior 40 nC. Determina:
- Los campos eléctricos en los puntos que distan del centro de las esferas 1, 5 y 10 cm.
  - Los potenciales eléctricos en los puntos que distan del centro de las esferas 1, 5 y 10 cm.
  - La diferencia de potencial entre los conductores
- Rta.:** a)  $E_i = 0$ ;  $E_5 = 86,4 \text{ kN/C}$ ;  $E_{10} = 57,6 \text{ kN/C}$ ; b)  $V_1 = 9,90 \text{ kV}$ ;  $V_5 = 8,82 \text{ kV}$ ;  $V_{10} = 5,76 \text{ kV}$ ; c)  $\Delta V = 2,7 \text{ kV}$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situada a la derecha.

Elija el otro valor ( $9,00 \cdot 10^9$ ) de la constante en la celda de color naranja situadas a su derecha de « $K$ ».

Escriba los valores (4 y 8) de los radios en las celdas situadas a la derecha de « $R$ ». Elija la unidad (cm) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Escriba los valores (24 y 40) de las cargas en las celdas situadas a la derecha de « $Q$ ». Elija la unidad (nC) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Escriba los valores (1, 5 y 10) de las distancias de los puntos al centro de las esferas, en las celdas situadas a la derecha de « $r$ ».

Las distancias deben escribirse en orden creciente.

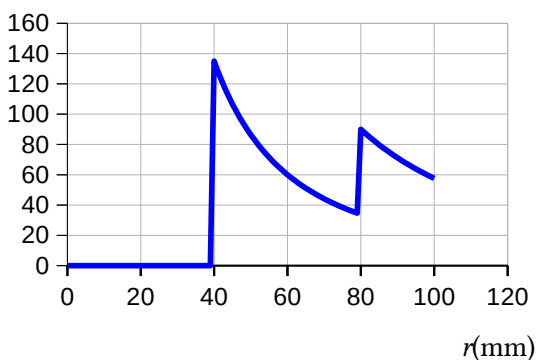
Constante	$K =$	9,00·10 <sup>9</sup>	N·m <sup>2</sup> /C <sup>2</sup>	$\epsilon' =$	1
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	$Q =$	24	40		nC
Radio de la esfera	$R =$	4	8		cm
Distancia al centro del punto	$r =$	1	5	10	cm
		A	B	C	

En RESULTADOS se mostrarán los valores del campo y del potencial eléctrico en cada uno de los puntos y la diferencia de potencial entre las esferas.

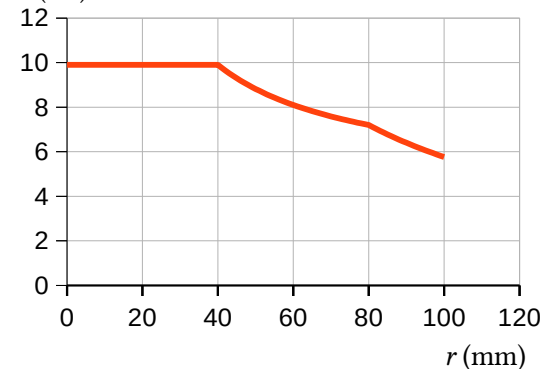
Punto	A	B	C
Distancia	1	5	10 cm
Campo	0	$8,64 \cdot 10^4$	$5,76 \cdot 10^4 \text{ N/C}$
Potencial	$9,90 \cdot 10^3$	$8,82 \cdot 10^3$	$5,76 \cdot 10^3 \text{ V}$
Diferencia de potencial ( $V_{\text{int}} - V_{\text{ext}} =$			$2,70 \cdot 10^3 \text{ V}$

GRÁFICAS:

Valor del campo eléctrico con la distancia  
 $E \text{ (kN/C)}$



Potencial electrostático con la distancia  
 $V \text{ (kV)}$



### ♦ Partículas cargadas en un campo magnético

En la pestaña «Lorentz» se pueden resolver ejercicios de partículas cargadas en el interior de un campo magnético. Se puede calcular:

- Fuerza magnética, rayo de la trayectoria, velocidad lineal y #angular, período o frecuencia,
- Si la partícula es un ion monoatómico, comprueba si la masa calculada de la partícula se desvía más del 5 % de su valor.
- Campo eléctrico que anula la fuerza magnética.

1. Uno protón con una energía cinética de  $4,0 \cdot 10^{-15}$  J penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 40 mT. Calcula:

a) El módulo de la fuerza a la que está sometido el protón dentro del campo.

b) El tipo de movimiento realizado por protón, la trayectoria que describe y el radio de esta.

Datos:  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$  kg.

(A.B.A.U. extr. 22)

**Rta.:** a)  $F = 1,40 \cdot 10^{-14}$  N; b)  $R = 0,571$  m.

[Borre los datos.](#)

Partícula	Carga	$q =$		
	Masa	$m =$		
				<b>clic</b>
	Ángulo entre v y B	$\varphi =$	90°	
	Radio de la circunferencia	$R =$		
	Campo magnético	$B =$		
	Tiempo	$t =$		1 s
(para calcular el número de vueltas)				

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda de color naranja situada debajo de «Partícula» puede [elegir](#) la opción «Protón». Si lo hace, aparecerán los valores de su carga y masa. Puede cambiarlos, o copiando ([Ctrl]+[C]) el enunciado y pegando ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) o escribirlos en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual:

- El valor de la carga ( $1,6\text{E-}19$  o  $1,6 \cdot 10^{-19}$ ), en la celda situada a la derecha de « $q =$ ».
- El valor de la masa ( $1,67\text{E-}27$  o  $1,67 \cdot 10^{-27}$ ), en la celda situada a la derecha de « $m =$ ».

Elija las unidades (C y kg) en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «kg», donde se ve «**clic**», elija la opción «J». Aparecerá la etiqueta «Energía cinética». Copie ([Ctrl]+[C]) el valor de la energía cinética en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» ( $4\text{E-}15$ ) o en el habitual ( $4 \cdot 10^{-15}$ ), en la celda a la derecha de « $E =$ ».

Escriba el valor del campo magnético (0,04) en la celda situada a la derecha de « $B =$ ».

Partícula	Carga	$q =$	1,6E-19	C
	Masa	$m =$	1,67E-27	kg
	Energía cinética	$E =$	4E-15	J
	Ángulo entre v y B	$\varphi =$	90°	
	Radio de la circunferencia	$R =$		
	Campo magnético	$B =$	0,04	T
	Tiempo	$t =$		
(para calcular el número de vueltas)				

Si copió y pegó los valores de carga y masa, desde el enunciado tal como están escritos, debería ver:

	Carga	$q =$	1,6·10 <sup>-19</sup>	C
	Masa	$m =$	1,67×10 <sup>-27</sup>	kg

- a) En RESULTADOS elija la opción «Fuerza magnética» en la celda de color naranja situada debajo de «Radio de la trayectoria circular».

Radio de la trayectoria circular	$R =$	0,571	m
Fuerza magnética	$F =$	1,40·10 <sup>-14</sup>	N

2. Una partícula de masa 8 ng y carga eléctrica  $-2\text{ }\mu\text{C}$  entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético  $\vec{B} = 3\text{ }\hat{j}\text{ T}$ , con una velocidad  $\vec{v} = 6\text{ }\hat{i}\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ . Calcula:
- La velocidad angular con que se mueve.
  - La intensidad de campo eléctrico (vector) que se debe aplicar para que la partícula siga una trayectoria rectilínea.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Rta.:** a)  $\omega = 7,5\cdot 10^5\text{ rad/s}$ ; b)  $\vec{E} = -1,80\cdot 10^4\text{ }\hat{k}\text{ N/C}$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Debajo de «ng», donde se ve «**clie**», elija la opción «m/s». Aparecerá la etiqueta «Velocidad». Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y **péguelo** ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6E3) o en el habitual (6000 o  $6\cdot 10^3$ ) en la celda situada a la derecha de «v=».

Partícula	Carga	$q =$	-2 $\mu\text{C}$
	Masa	$m =$	8 ng
	Velocidad	$v =$	6000 m/s
	Ángulo entre v y B	$\varphi =$	90 °
	Radio de la circunferencia	$R =$	
	Campo magnético	$B =$	3 T
	Tiempo	$t =$	
(para calcular el número de vueltas)			

- a) En RESULTADOS elija la opción «Velocidad angular» en la celda de color naranja situada encima de «Intensidad de campo eléctrico».

Velocidad angular	$\omega =$	$7,50\cdot 10^5\text{ rad/s}$
Intensidad de campo eléctrico que anula la desviación	$E =$	$1,80\cdot 10^4\text{ N/C}$

### ◊ Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos

En la pestaña «Conductores» se pueden resolver ejercicios de campos magnéticos producidos por dos conductores paralelos y la fuerza sobre un tercer conductor paralelo. Se puede calcular:

- Valor del campo magnético resultante en un punto.
- Fuerza magnética por unidad de longitud entre ambos conductores.
- Fuerza magnética sobre un tramo de un tercer conductor paralelo a ambos..
- Intensidad que circula por uno de los conductores sabiendo la relación entre las intensidades y la fuerza por unidad de longitud entre ellos.

1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:
  - a) La fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente, indicando la dirección y el sentido de esta.
  - b) El vector campo magnético en el punto medio de la distancia que separa los conductores.

DATO:  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ . (A.B.A.U. ord. 23)

**Rta.:** a)  $F/l = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$ ; b)  $\vec{B} = -1,20 \cdot 10^{-5} \hat{j} \text{ T}$ .

[Borre los datos.](#)

Intensidad en el conductor 1	$I_1 =$	<input type="text"/>	A	+
Relación entre intensidades	$I_2/I_1 =$	<input type="text"/>		<input type="text"/>
Separación entre conductores	$s =$	<input type="text"/>	cm	
		<input type="text"/>		<input type="text"/>
Distancia del punto P al conductor 1	$d_1 =$	<input type="text"/>	cm	
Distancia del punto P al conductor 2	$d_2 =$	<input type="text"/>	cm	
Intensidad en el conductor 3	$I_3 =$	<input type="text"/>	A	
Longitud del conductor 3	$L_3 =$	<input type="text"/>	1 m	

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda situada a la derecha de «Sentido» elija la opción «-», que indica sentido contrario.

Intensidad en el conductor 1	$I_1 =$	<input type="text"/>	12 A	+
Intensidad en el conductor 2	$I_2 =$	<input type="text"/>	12 A	Sentido -
Separación entre conductores	$s =$	<input type="text"/>	80 cm	
		<input type="text"/>		<input type="text"/>
Distancia del punto P al conductor 1	$d_1 =$	<input type="text"/>	40 cm	
Distancia del punto P al conductor 2	$d_2 =$	<input type="text"/>	40 cm	
Intensidad en el conductor 3	$I_3 =$	<input type="text"/>	A	
Longitud del conductor 3	$L_3 =$	<input type="text"/>	1 m	

En RESULTADOS se mostrarán los valores de de los campos magnéticos creados por cada conductor en ese punto y el campo magnético resultante. (Y la fuerza entre conductores).

Campo magnético en el punto P

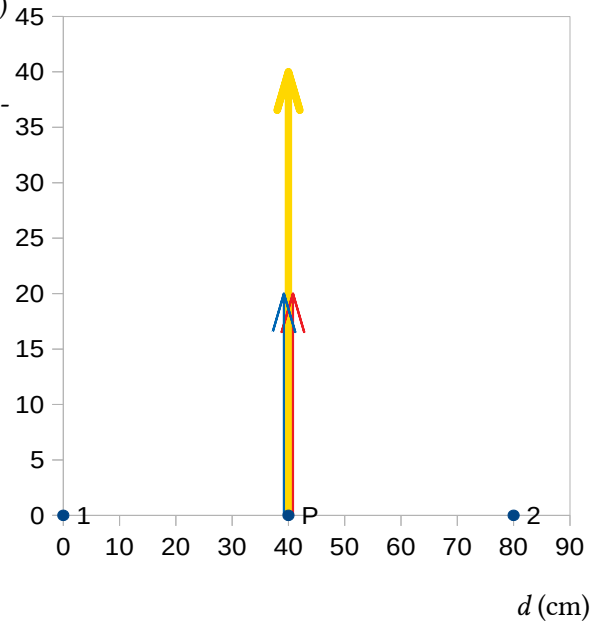
debido al conductor 1	$B_1 =$	<input type="text"/>	6,00 $\mu\text{T}$
debido al conductor 2	$B_2 =$	<input type="text"/>	6,00 $\mu\text{T}$
resultante	$B =$	<input type="text"/>	12,0 $\mu\text{T}$

Fuerza entre los conductores 1 y 2  $F_{12} = 3,60 \times 10^{-5} \text{ N/m}$   $\leftarrow \circ \rightarrow$

GRÁFICA:

$B (\times 10^{-6} \text{ T})$

Las flechas de colores azul y rojo representan los vectores campo magnético creados por los conductores 1 y 2. La flecha más gruesa de color dorado representa el campo magnético resultante.



2. a) Indica cuál es el módulo, dirección y sentido del campo magnético creado por un hilo conductor recto recorrido por una corriente y realiza un esquema que ilustre las características de dicho campo. Considérese ahora que dos hilos conductores rectos y paralelos de gran longitud transportan su respectiva corriente eléctrica.
- b) Sabiendo que la intensidad de una de las corrientes es el doble que la de la otra corriente y que, estando separados 10 cm, se atraen con una fuerza por unidad de longitud de  $4,8 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ , calcula las intensidades que circulan por los hilos.
- c) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto situado entre los dos hilos, a 3 cm del que transporta menos corriente?

Dato:  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 15)

**Rta.:** b)  $I_1 = 3,46 \text{ A}$ ;  $I_2 = 6,93 \text{ A}$ ; c)  $B = 3,3 \mu\text{T}$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Intensidad en el conductor 1	$I_1 =$		Sentido	+
Relación entre intensidades	$I_2/I_1 =$	2		
Separación entre conductores	$s =$	10 cm		
Fuerza entre conductores 1 e 2	$F_{12} =$	$4,8 \cdot 10^{-5}$	N/m	$\circ \rightarrow \leftarrow \circ$
Distancia del punto P al conductor 1	$d_1 =$	3 cm		
Distancia del punto P al conductor 2	$d_2 =$	7 cm		

En RESULTADOS se mostrarán los valores de los campos magnéticos creados por cada conductor en ese punto, el campo magnético resultante y las intensidades en cada uno de ellos.

Se puede elegir la unidad de campo magnético en la celda de color naranja de la derecha.

Campo magnético en el punto P			
debido al conductor 1	$B_1 =$	23,1	$\mu\text{T}$
debido al conductor 2	$B_2 =$	19,8	$\mu\text{T}$
resultante	$B =$	3,30	$\mu\text{T}$
Intensidad en el conductor 1	$I_1 =$	3,46	A
Intensidad en el conductor 2	$I_2 =$	6,93	A



### ♦ Movimiento armónico simple

En la pestaña «MAS» se pueden resolver ejercicios de péndulo. Se puede calcular:

- El valor de la constante elástica al colgar del resorte una masa, dado el alargamiento.
- Las ecuaciones de elongación, velocidad, aceleración y fuerza en función del tiempo a partir de la amplitud, período o frecuencia, constante elástica, frecuencia angular e incluso a partir de la energía mecánica y la fuerza máxima.
- Los valores de la elongación, velocidad, aceleración, fuerza, energía cinética y potencial en un punto o instante determinados y sus valores máximos.
- Una gráfica de la variación de las energías cinética y potencial con la elongación.

1. La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simple es  $6,0 \cdot 10^{-3}$  J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N.
  - a) Escribe la ecuación de la elongación en función del tiempo, si en el instante inicial se encuentra en el punto de máxima elongación positiva.
  - b) Calcula en el instante  $T/4$  la energía cinética y la energía potencial.
  - c) Halla la frecuencia con la que oscilaría si se duplica su masa.

(P.A.U. Set. 16)

**Rta.:** a)  $x = 0,0400 \cos(3,87 t)$  (m); b)  $E_p = 0$ ;  $E_c = 6,0 \cdot 10^{-3}$  J; c)  $f' = 0,436$  Hz.

[Borre los datos.](#)

Ecuación	$x = A$	sen	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$					
Amplitud	$A =$					
				Tiempo	Posición	Velocidad
Fase inicial	$\varphi_0 =$			(s)	(m)	(m/s)
						inicial
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,81	m/s <sup>2</sup>			

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Elija la opción «cos» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Ecuación», y las opciones «Energía mecánica» y «Fuerza máxima» en las celdas de color naranja situadas debajo de «Fase inicial».

Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» ( $6E-3$ ) o en el habitual ( $6,0 \cdot 10^{-3}$ ), en la celda situada a la derecha de «E =».

Escriba 0,3 en la celda situada a la derecha de «F =».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «g =» puede elegir otro valor.

Escriba el valor (0,5) de la masa en la celda situada a la derecha de «m =» y elija a la unidad (kg) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Ecuación	$x = A$	cos	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$	0,5	kg			
Amplitud	$A =$					
Constante elástica	$k =$		N/m	Tiempo	Posición	Velocidad
Fase inicial	$\varphi_0 =$			(s)	(m)	(m/s)
Energía mecánica	$E =$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	J			inicial
Fuerza máxima	$F =$	0,3	N			
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,81	m/s <sup>2</sup>			

En RESULTADOS elija la opción «Elongación» en la celda situada debajo de «Ecuación».

Ecuación	
Elongación	$x = 0,0400 \cos(3,87 t)$ (m)



Frecuencia	$f =$	0,616 Hz	Velocidad	E. potencial
	Posición		m/s	J
		m		
Máxima		0,0400	0,110	0,00600

Si no está seguro de cuál debe ser la fase inicial, fíjese en el valor (0,04) de la amplitud (posición máxima) eligiendo «Máxima» en la última fila de resultados. Escriba su valor en la posición inicial.

Tiempo (s)	Posición (m)	Velocidad (m/s)	
0	0,04		inicial

b) Mire en RESULTADOS el valor del período:

Período	$T =$	1,62 s
---------	-------	--------

Escriba en la segunda fila de los DATOS la fórmula:

=H14/4 o.

1. Escriba =
2. Pulse en la celda que contiene el valor del Período.
3. Siga escribiendo /4
4. Presione la tecla [↵]

Tiempo (s)	Posición (m)	Velocidad (m/s)	
0	0,04		inicial
0,41			

H14 es la celda que contiene el valor del período.

Esta fórmula hace la división:  $1,62 / 4 = 0,405$

c) Cambie en los DATOS el valor de la masa:

Masa oscilante	$m =$	1 kg
----------------	-------	------

En RESULTADOS elija la opción «Frecuencia» en lugar de «Período».

Frecuencia	$f =$	0,436 Hz
------------	-------	----------

2. Se cuelga un cuerpo de 10 kg de masa de un resorte y se alarga 2,0 cm. Después se le añaden otros 10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3,0 cm.

- Calcule la constante elástica del resorte y la frecuencia del movimiento.
- Escriba, en función del tiempo, las ecuaciones de la elongación, velocidad, aceleración y fuerza.
- Calcule la energía cinética y la energía potencial elástica a los 2 s de empezar a oscilar.

Dato:  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

(P.A.U. set. 14)

**Rta.:** a)  $k = 4,90 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ ;  $f = 2,49 \text{ Hz}$ ; b)  $x = 0,0300 \cos(15,7 t) \text{ [m]}$ ;  $v = -0,470 \sin(15,7 t) \text{ [m/s]}$ ;  $a = -7,35 \cos(15,7 t) \text{ [m/s}^2\text{]}$ ;  $F = -147 \cos(15,7 t) \text{ [N]}$ ; c)  $E_c = 0,0270 \text{ J}$ ;  $E_p = 2,18 \text{ J}$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Fíjese que los datos de la masa oscilante y la amplitud son diferentes de los del alargamiento al colgar una masa de 10 kg.

Debe poner 3 en la celda situada debajo de Posición en la línea correspondiente a «inicial».

Si en la expresión de «Ecuación» elige la opción «cos», las ecuaciones tienen fase inicial nula.

Ecuación	$x = A \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$	20 kg		
Amplitud	$A =$	3 cm		
			Tiempo (s)	Posición (cm)
Fase inicial	$\varphi_0 =$			Velocidad (m/s)
Alargamiento producido	$\Delta x =$	2 cm	0	3
al colgar una masa	$m =$	10 kg	2	
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,8 m/s <sup>2</sup>		

- a) En RESULTADOS elija la opción «Constante elástica» en la celda de color naranja situada debajo de «Elongación».

Constante elástica	$k =$	$4,90 \cdot 10^3 \text{ N/m}$
--------------------	-------	-------------------------------

Cambie la opción «Constante elástica» por «Frecuencia».

Frecuencia	$f =$	$2,49 \text{ Hz}$
------------	-------	-------------------

b) Elija la opción «Elongación» en la celda de color naranja situada debajo de «Ecuación».

Ecuación
----------

Elongación	$x = 0,0300 \cos(15,7 t) \text{ (m)}$	
------------	---------------------------------------	--

Cambie la opción «Elongación» por «Velocidad».

Velocidad	$v = -0,470 \sin(15,7 t) \text{ (m/s)}$	
-----------	---	--

Cambie la opción «Velocidad» por «Aceleración».

Aceleración	$la = -7,35 \cos(15,7 t) \text{ (m/s}^2\text{)}$	
-------------	--	--

Cambie la opción «Aceleración» por «Fuerza».

Fuerza	$F = -147 \cos(15,7 t) \text{ N}$	
--------	-----------------------------------	--

Si elige « $\pi$ » en la celda de color naranja situada a la derecha, las expresiones se muestran en función de  $\pi$ .

Elongación	$x = 0,0300 \cos(5 \pi t) \text{ (m)}$	$\pi$
------------	--	-------

c) En DATOS, escriba 2 en la celda situada debajo de 0, correspondiente a «Tiempo»

En RESULTADOS, elija la opción «E. cinética» en la celda de color naranja situada debajo de «Energía».

	Posición	Velocidad	E. cinética
	cm	m/s	J
En t=2 s	2,98	0,0520	0,0270
Máxima	3,00	0,470	2,21

El ejercicio estaba pensado para que  $E_c = 0$ , si la frecuencia fuera exactamente 2,5 Hz.

En cuyo caso  $T = 0,4 \text{ s}$  y  $x = 3 \text{ cm}$ , pero no es así.

Cambie la opción «E. cinética» por «E. potencial».

El valor que se obtiene es  $E_p = 2,18 \text{ J}$ , es ligeramente inferior al valor máximo.

### ♦ Péndulo

En la pestaña «Péndulo» se pueden resolver ejercicios de movimiento armónico simple. Se puede calcular:

- La ecuación de movimiento.
- La frecuencia o el período a partir de su longitud y viceversa.
- Los valores de la velocidad o altura máximos.

1. Un péndulo simple de longitud  $l = 2,5$  m, se desvía del equilibrio hasta un punto a  $0,03$  m de altura y se suelta. Calcula:

- La velocidad máxima.
- El período.
- La amplitud del movimiento armónico simple descrito por péndulo.

Dato  $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 11)

**Rta.:** a)  $v_m = 0,77 \text{ m/s}$ ; b)  $T = 3,2 \text{ s}$ ; c)  $A = 0,39 \text{ m}$ .

[Borre los datos.](#)

Longitud del hilo	$L =$	
Fase inicial	$\theta_o =$	$\pi/2 \text{ rad}$
Aceleración de la gravedad	$g =$	$9,81 \text{ m/s}^2$

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En DATOS, escriba el valor (2,5) de la longitud del hilo en la celda situada a la derecha de « $L =$ » y elija la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Debajo de ella elija la opción «Altura máx.», escriba su valor (0,03) en la celda situada a la derecha de « $h_m =$ » y elija a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ » elija el valor 9,8.

Longitud del hilo	$L =$	2,5 m
Altura máx.	$h_m =$	0,03 m
Fase inicial	$\theta_o =$	$\pi/2 \text{ rad}$
Aceleración de la gravedad	$g =$	9,8 m/s <sup>2</sup>

En RESULTADOS elija la opción «Período» debajo de la ecuación, y «Velocidad máxima» en la última fila.

La ecuación se expresa en las mismas unidades que elija para la «Amplitud». Si elige la opción «m» verá:

Ecuación		
$s = 0,388 \sin(1,98 t + 1,57) \text{ (m)}$		
Período	$T =$	3,17 s
Amplitud	$A =$	0,388 m
Velocidad máxima	$v_m =$	0,767 m/s

## ♦ Ondas

En la pestaña «Ondas» se pueden resolver ejercicios de ondas. Se puede calcular:

- El valor de la velocidad de propagación, la longitud de onda o la frecuencia (o período) a partir de los otros dos atributos.
- Las ecuaciones de elongación, velocidad y aceleración en función de la posición y del tiempo a partir de la amplitud, período, frecuencia o pulsación, longitud de onda o número de onda.
- Los valores de la elongación, velocidad y aceleración en un punto o instante determinados y sus valores máximos.
- La distancia mínima entre dos puntos conociendo la diferencia de fase y viceversa.
- Una gráfica de la elongación de cada punto en un determinado instante o de un punto en función del tiempo.

1. Una onda se propaga en el sentido positivo del eje  $X$  con una velocidad de  $20 \text{ m s}^{-1}$ , una amplitud de  $0,02 \text{ m}$  y una frecuencia de  $10 \text{ Hz}$ . Determina:

- El período y la longitud de onda.
- La expresión matemática de la onda si en  $t = 0 \text{ s}$  la partícula situada en el origen está en la posición de máxima elongación positiva.

(A.B.A.U. extr. 23)

**Rta.:** a)  $T = 0,100 \text{ s}$ ;  $\lambda = 2,00 \text{ m}$ ; b)  $y = 0,0200 \sin(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$ .

[Borre los datos.](#)

Ecuación	$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \phi_0)$
Amplitud	$A =$		
en el instante	$t =$	s	
Elongación inicial	$y_0 =$	m	
Diferencia de fase	$\Delta\phi =$	rad	

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada a la derecha de «Ecuación» puede elegir entre «sen» y «cos». Por defecto es «sen».

Escriba el valor (0,02) de la amplitud en la celda situada a la derecha de « $A =$ » y [elija](#) a la unidad (m).

Debajo de «Amplitud» elija la opción «Frecuencia», y escriba su valor (10) en la celda situada a la derecha de « $f =$ ».

Debajo de ella, elija la opción «Velocidad de propagación» y escriba su valor (20) en la celda situada a la derecha de « $v =$ ».

Para el apartado b) escriba 0 en la celda situada a la derecha de «en el instante  $t =$ », y 0,02 en la celda situada a la derecha de «Elongación inicial  $y_0 =$ ».

Ecuación	$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \phi_0)$
Amplitud	$A =$	0,02 m	
Frecuencia	$f =$	10 Hz	
Velocidad de propagación	$v =$	20 m/s	
en el instante	$t =$	0 s	
Elongación inicial	$y_0 =$	0,02 m	
Diferencia de fase	$\Delta\phi =$	rad	

a) En RESULTADOS elija las opciones «Período» y «Longitud de onda» en las celdas de color naranja debajo de «Atributos».

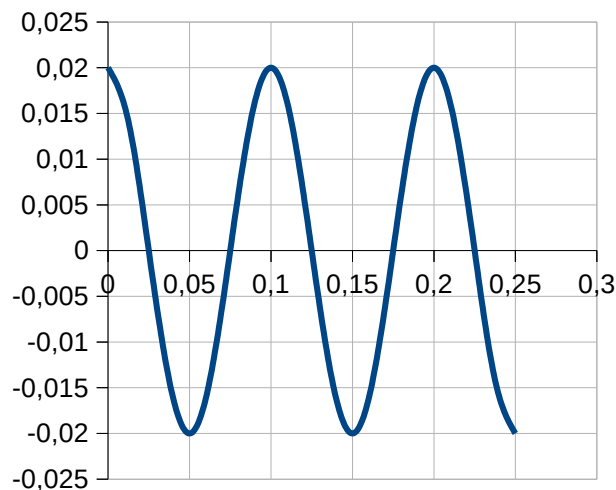
b) Elija «general», en la celda situada a la derecha de «Ecuación» y «Elongación» debajo de ella. Para que aparezca  $\pi$  en la expresión de la elongación, elija la opción « $\pi$ » en la celda de color naranja situada a la derecha de la celda de color blanco de la línea que contiene «Ecuación».

Ecuación	general		$\pi$
Elongación	$y = 0,0200 \sin(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$		
Valor			
Atributos			
Período	$T =$	0,100 s	
Longitud de onda	$\lambda =$	2,00 m	

GRÁFICA:

También puede ver una gráfica de la elongación de un punto en  $x = 0$ , entre 0 y 0,25 s:

Posición (cm)		mín.	máx.
0	Tiempo (s)	0	0,25



2. La expresión matemática de una onda armónico transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje  $x$  es:  $y = 0,5 \sin [2\pi (3t - x)]$  (unidades en el SI). Determina:
- Los valores de la longitud de onda, velocidad de propagación, velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.
  - La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que en un mismo instante vibran desfasados  $2\pi$  radianes.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Rta.:** a)  $\lambda = 1 \text{ m}$ ;  $v_p = 3,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ;  $v_m = 9,42 \text{ m/s}$ ;  $a_m = 177 \text{ m/s}^2$ ; b)  $\Delta x = \lambda = 1 \text{ m}$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Como la ecuación es  $y = 0,5 \sin [2\pi (3t - x)]$ , comparada con  $y = \sin[2\pi(t/T - x/\lambda)]$ , se puede deducir que:  $1/T = f = 3 \text{ Hz}$  y  $1/\lambda = 1 \text{ m}^{-1}$ .

En la celda correspondiente a «Diferencia de fase», situada a la derecha de « $\Delta\varphi =$ » puede escribir 2 :pi, o  $=2*\text{PI}()$ .

Ecuación		$y = A$	sen	$(\omega t \pm kx + \varphi_0)$
Amplitud	$A =$	0,5	m	
Frecuencia	$f =$	3	Hz	
Número de onda $1/\lambda$	$n =$	1	$\text{m}^{-1}$	
en el instante	$t =$		s	
Elongación inicial	$y_0 =$		m	
Diferencia de fase	$\Delta\varphi =$	2 $\pi$	rad	

Puede comprobar que la elección de los atributos es la correcta en RESULTADOS, eligiendo la opción «Elongación» en la celda situada debajo de «Ecuación» y la opción « $\pi$ » en la celda de color naranja situada a la derecha de «general» y escribiendo 2 en la celda situada a su izquierda.

Ecuación	general	2 $\pi$
Elongación	$y = 0,500 \sin 2\pi(3t - x) \text{ (m)}$	

a) En RESULTADOS elija la opción «Velocidad» en la celda situada debajo de «Valor», y la opción «Longitud de onda» en la segunda celda debajo de «Atributos».

Valor	Máximo
Velocidad	$v_m = 9,42 \text{ m/s}$
Atributos	
Longitud de onda	$\lambda = 1,00 \text{ m}$
Velocidad de propagación	$v = 3,00 \text{ m/s}$

Cambie la opción «Velocidad» por «Aceleración», par ver la aceleración máxima.

Aceleración	$a_m = 178 \text{ m/s}^2$
-------------	---------------------------

b) Fíjese en la última línea de RESULTADOS:

Distancia entre puntos	$\Delta x = 1,00 \text{ m si}$	$\Delta\varphi = 6,28 \text{ rad}$	
------------------------	--------------------------------	------------------------------------	--

Puede elegir la opción « $\pi$ » en la celda de color naranja de la derecha.

Distancia entre puntos	$\Delta x = 1,00 \text{ m si}$	$\Delta\varphi = 2 \pi \text{ rad}$	$\pi$
------------------------	--------------------------------	-------------------------------------	-------

### ◊ Espejos y lentes

En la pestaña «Optica» se pueden resolver ejercicios de espejos y lentes. Se puede calcular:

- La posición y tamaño de la imagen de un objeto producida por un espejo o una lente.
- Un esquema con las posiciones y tamaños del objeto y su imagen.

1. Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm.
  - a) Determina la posición y el tamaño de la imagen.
  - b) Dibuja un esquema (marcha de rayos) con la posición del objeto, la lente y la imagen.

(A.B.A.U. extr. 23)

**Rta.:** a)  $s' = -7,5$  cm;  $y' = 1,5$  cm.

Borre los datos.

Lente	convergente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco			
Objeto			
Imagen			

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado.

En DATOS, elija la opción «Lente» en la primera celda de color naranja.

Elija la opción «Foco» en la celda de color naranja debajo de ella.

Escriba el valor de la posición del foco, con signo «-» (-20), en la celda situada a la derecha de «Foco». La etiqueta de la lente cambia a «divergente».

Escriba en la celda situada a la derecha de «Objeto» el valor de la posición del objeto (4), pero le dará un mensaje de que tiene que ser negativa. Ponga el signo «-» (-4).

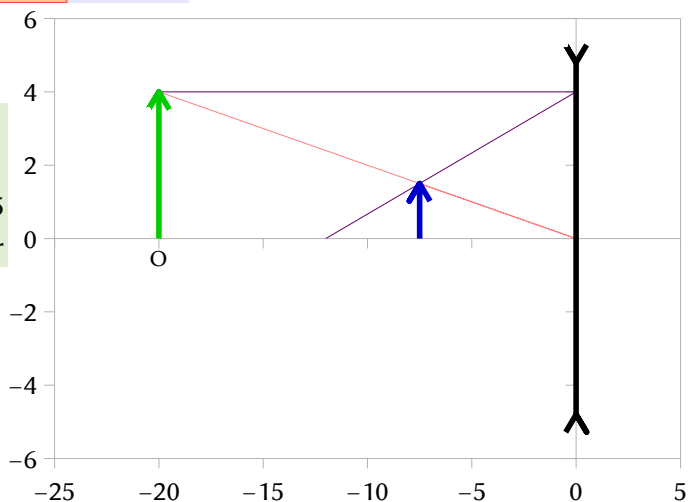
Escriba la altura del objeto en la celda de la derecha.

Lente	divergente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	-12		
Objeto	-20	4	
Imagen			

En RESULTADOS se mostrarán los valores de la posición y de la altura de la imagen. (Y el aumento)

	Posición (cm)	Altura (cm)	
<b>Objeto</b>	-20,0	4,00	Aumento
<b>Imagen</b>	-7,50	1,50	0,375
<b>Imagen</b>	Virtual	Derecha	Menor

GRÁFICA:



2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:
- La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de  $R = 15$  cm.
  - La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo.
- Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

(P.A.U. jun. 11)

**Rta.:** a)  $s_e = -11$  cm; b)  $s_l = -11$  cm.

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [péguelo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

**Elija** la opción «cm» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Unidades».

a) Cambie la opción «Lente» por «Espejo».

En la celda de color naranja más abajo elija la opción «Centro (radio)» y escriba 15 en la celda situada a su derecha. Verá que aparece la etiqueta «convexo» a la derecha de «espejo». Para que el espejo sea cóncavo, el radio tiene que ser negativo. Escriba -15 en lugar de 15. Para emplear el dato «doble tamaño», elija la opción «Aumento ↑» en la celda de color naranja situada debajo de «Altura (cm)». Escriba 2 en la celda de color blanco situada encima de ella. Verá en RESULTADOS que la imagen es virtual. Para que sea real, deberá cambiar el signo del aumento y escribir -2.

Espejo cóncavo	Unidades	cm
Posición (cm)	Altura (cm)	
Centro (radio)	-15	
Objeto		1,5
		-2
	Aumento ↑	

En RESULTADOS se mostrarán los valores de la posición del foco, del objeto, de la imagen y su altura.

Posición del foco	-7,50 cm	
Posición (cm)	Altura (cm)	
Objeto	-11,3	1,50 Aumento
Imagen	-22,5	-3,00 -2,00
Imagen	Real	Invertida Mayor

GRÁFICA:

Anote la posición del foco para el apartado b).

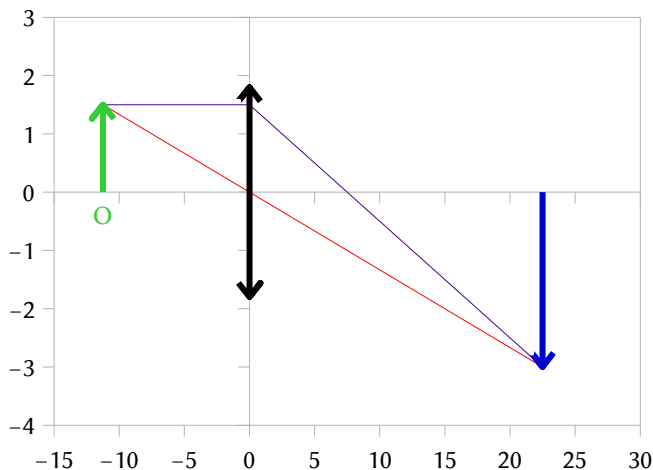
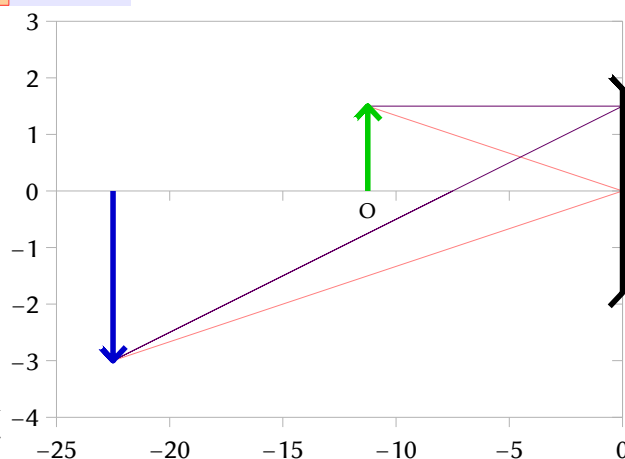
b) Cambie la opción «Espejo» por «Lente», y la opción «Centro (radio)» por «Foco». Escriba 7,5 en la celda situada a su derecha y compruebe que la lente es convergente. (Si escribiera -7,5, la lente sería divergente).

Lente convergente	Unidades	cm
Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	7,5	
Objeto		1,5
		-2
	Aumento ↑	

En RESULTADOS se mostrarán los valores de las posiciones y de las alturas.

Posición (cm)	Altura (cm)	
Objeto	-11,3	1,50 Aumento
Imagen	22,5	-3,00 -2,00
Imagen	Real	Invertida Mayor

GRÁFICA:





### ♦ Dioptrio plano

En la pestaña «Dioptrio» se pueden resolver ejercicios de dioptrio plano. Se puede calcular:

- El ángulo de refracción en un segundo o tercer medio y el ángulo límite.
- La longitud de onda de la onda refractada.
- Un esquema con la trayectoria de los rayos.

- Un rayo de luz de frecuencia  $5 \cdot 10^{14}$  Hz incide con un ángulo de incidencia de  $30^\circ$  sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:
    - Enuncia las leyes de la refracción y dibuja la marcha de los rayos en el aire y en el interior de la lámina de vidrio.
    - Calcula la longitud de onda de la luz en el aire y en el vidrio, y la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina.
    - Halla el ángulo que forma el rayo de luz con la normal cuando emerge de nuevo al aire.
- Dato:  $c = 3,00 \cdot 10^8$  m/s (P.A.U. sep. 14)
- Rta.:** b)  $\lambda(\text{aire}) = 600$  nm;  $\lambda(\text{vidrio}) = 400$  nm;  $L = 10,6$  cm; c)  $\theta_{t2} = 30^\circ$

Borre los datos.

Índice de refracción		Ángulo de incidencia	Espesor
Medios	$n$		

--	--	--

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Elija, en las celdas de color naranja debajo de «Medios» las opciones «Aire» y «Vidrio». Cambie el valor del índice de refracción del vidrio a 1,5 y escriba el valor (30) del ángulo de incidencia.

Escriba el valor (10) del espesor de la lámina a la derecha de la etiqueta «Espesor».

En la última línea, elija «Frecuencia» en la celda de color naranja de la izquierda.

Puede copiar ([Ctrl]+[C]) en el enunciado la frecuencia ( $5 \cdot 10^{14}$ ) y pegarla ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribir, en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual, su valor (5E14 o  $5 \cdot 10^{14}$ ) en la celda de color blanco situada a la derecha de «Frecuencia».

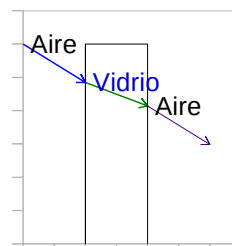
Índice de refracción		Ángulo de incidencia	Espesor
Medios	$n$		
Aire	1		
Vidrio	1,5		
Aire	1		

Frecuencia	$5 \cdot 10^{14}$	Hz
------------	-------------------	----

RESULTADOS y GRÁFICA:

	Ángulo refractado	límite
Aire-Vidrio	19,5°	
Vidrio-Aire	30,0°	41,8°
Longitud recorrida por el rayo en la lámina		10,6 cm
	Aire	Vidrio
Longitud de onda	600	400
		600 nm



### ♦ Efecto fotoeléctrico

En la pestaña «Fotoelectr» se pueden resolver ejercicios de efecto fotoeléctrico. Se puede calcular:

- A partir de la ecuación de Einstein cualquiera de las magnitudes relacionadas con la energía para el cátodo (trabajo de extracción, frecuencia o longitud de onda umbral), los fotones (energía, frecuencia o longitud de onda) o los electrones (energía, velocidad máxima o potencial de frenado).
- Una gráfica para la energía cinética o potencial de frenado de los electrones en función de la frecuencia de los fotones o de la energía o frecuencia de los fotones en función de la energía cinética o potencial de frenado de los electrones

1. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de  $4,8 \cdot 10^{-19}$  J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:

- La velocidad máxima de los electrones emitidos.
- La longitud de onda de la radiación incidente.
- Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.

Datos:  $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg;  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s<sup>-1</sup>;  $c = 3 \cdot 10^8$  m·s<sup>-1</sup>.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a)  $v = 8,4 \cdot 10^5$  m/s; b)  $\lambda = 250$  nm.

[Borre los datos.](#)

Cátodo (Elija una unidad →)	
Fotones (Elija una unidad →)	
Electrones (↑ Elija la magnitud)	

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS [elija](#) la opción «J» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Cátodo». La etiqueta cambiará a «Trabajo de extracción». Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↵])+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (7E14) o en el habitual ( $7,0 \cdot 10^{14}$ ), en la celda situada a la derecha de « $W_0 =$ ».

Elija la opción «Potencial de frenado» en la celda situada encima de «Electrones (↑ Elija la magnitud)». Escriba su valor (2) en la celda situada a la derecha de « $V =$ ».

Trabajo de extracción	$W_0 =$	$4,8 \cdot 10^{-19}$	J
Potencial de frenado	$V =$	2	V
de los electrones			

- a) En RESULTADOS elija la opción «Velocidad máxima», en la celda situada encima de «Electrones (↑ Elija la magnitud)»

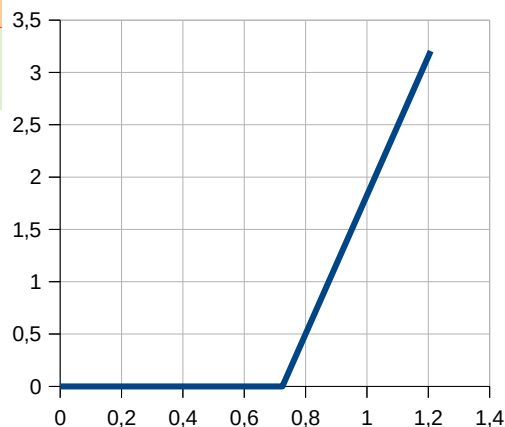
- b) Elija la opción «nm» o «m» en la fila de «Fotones (Elija una unidad →)». La etiqueta cambia:

Longitud de onda de los fotones	$\lambda =$	248	nm
Velocidad máxima	$v =$	$8,39 \cdot 10^5$	m/s
de los electrones			

En GRÁFICAS elija la opción «electrones» en la celda de color naranja situada a la derecha de «de los», «Energía cinética» a la izquierda de «frente a», y «Frecuencia» su derecha.

Energía cinética	frente a	Frecuencia
de los electrones		de los

Si lo desea, escriba el valor de la frecuencia máxima a la derecha de « $f =$ ». El valor máximo prefijado es el doble de la frecuencia umbral.



2. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcula:

- La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de  $1,00 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .
- El potencial de frenado.
- La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por metal con velocidad máxima.

Datos:  $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ;  $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $|q(y)| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ;  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ ;  $m(y) = 9,1 \times 10^{-31}$ .

(A.B.A.U. extr. 18)

**Rta.:** a)  $\lambda = 4,32 \text{ nm}$ ; b)  $V = 284 \text{ V}$ ; c)  $\lambda_d = 72,7 \text{ pm}$ .

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS **elija** la opción «eV» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Cátodo». La etiqueta cambiará a «Trabajo de extracción». Escriba el valor (2,5) en la celda situada a la derecha de « $W_0 =$ ».

Elija la opción «Velocidad máxima» en la celda de color naranja situada encima de «Electrones». Copie ([Ctrl]+[C]) su valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» ( $1\text{E}7$ ) o en el habitual ( $1 \cdot 10^7$ ), en la celda situada a la derecha de « $v =$ ».

Trabajo de extracción	$W_0 =$	2,5	eV
Velocidad máxima de los electrones	$v =$	$1,00 \cdot 10^7$	m/s

b) En RESULTADOS elija la opción «Potencial de frenado», en la celda de color naranja situada encima de «Electrones (↑ Elija la magnitud)»

Longitud de onda de los fotones	$\lambda =$	4,32	nm
Potencial de frenado de los electrones	$V =$	284	V

c) Cambie la opción «Potencial de frenado» por «Longitud de onda de De Broglie».

Longitud de onda de De Broglie	$\lambda_d =$	$7,27 \cdot 10^{-11}$	m
--------------------------------	---------------	-----------------------	---

### ♦ Energía nuclear

En la pestaña «EnerNuclear» se pueden resolver ejercicios de energía nuclear. Se puede calcular:

- La energía de enlace por nucleón.
- La energía liberada en una reacción nuclear.

1. Para el núcleo de uranio,  $^{238}_{92}\text{U}$ , calcula:

- El defecto de masa.
- La energía de enlace nuclear.
- La energía de enlace por nucleón.

Datos:  $m(^{238}_{92}\text{U}) = 238,051 \text{ u}$ ;  $1 \text{ g} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ u}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $m(\text{p}) = 1,007277 \text{ u}$ ;  $m(\text{n}) = 1,008665 \text{ u}$

(A.B.A.U. extr. 18)

**Rta.:** a)  $\Delta m = 1,883 \text{ u} = 3,128 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ; b)  $E_e = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo}$ ; c)  $E_{\text{en}} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$ .

[Borre los datos.](#)

	N.º atómico	Z	N.º másico A
Partícula proyectil			
Núclido diana			
Núclido formado			
2º núclido/partícula			
Masa de la muestra			

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Escriba el valor de la carga (92) en la celda situada a la derecha de «Núclido formado», y de su masa en la celda de la derecha (238,051). Elija la unidad (u) en la celda de color naranja situada a su derecha.

	Carga	(e <sup>+</sup> )	Masa
Partícula proyectil			
Núclido diana			
Núclido formado	92		238,05 u
2º núclido/partícula			
Masa de la muestra			

a) En RESULTADOS elija la opción «u» o «kg», en la celda de color naranja situada a la izquierda de «/átomo».

$92 \text{ }^1_1\text{H} + 146 \text{ }^1_0\text{n} \rightarrow ^{238}_{92}\text{U}$			
Defecto de masa	$\Delta m =$	-1,88	u /átomo

b) Elija ahora «J» o «MeV» en la misma celda.

Energía de enlace	$E_e =$	$-2,81 \cdot 10^{-10}$	J /átomo
-------------------	---------	------------------------	----------

c) Elija la opción «/nucleón» en vez de «/átomo» en la celda de color naranja situada a su derecha.

Energía de enlace	$E_e =$	$-1,18 \cdot 10^{-12}$	J /nucleón
-------------------	---------	------------------------	------------

2. El isótopo del boro  ${}^{10}_5\text{B}$  es bombardeado por una partícula  $\alpha$  y se produce  ${}^{13}_6\text{C}$  y otra partícula.

a) Escribe la reacción nuclear.

b) Calcula la energía liberada por núcleo de boro bombardeado.

c) Calcula la energía liberada si se considera 1 g de boro.

Datos: masa atómica( ${}^{10}_5\text{B}$ ) = 10,0129 u; masa atómica( ${}^{13}_6\text{C}$ ) = 13,0034 u; masa( $\alpha$ ) = 4,0026 u; masa(proton) = 1,0073 u;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s;  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$  mol $^{-1}$ ; 1 u =  $1,66 \cdot 10^{-27}$  kg. (P.A.U. sep. 16)

**Rta.:** a)  ${}^{10}_5\text{B} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$ ; b)  $E = 7,15 \cdot 10^{-13}$  J/átomo; c)  $E_2 = 43,1$  GJ/g.

**Borre los datos.** Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

	Carga	(e <sup>+</sup> )	Masa	
Partícula proyectil		2	4 u	
Núclido diana		5	10,01 u	
Núclido formado		6	13 u	
2º núclido/partícula				
Masa de la muestra			1 g	N. diana

En RESULTADOS aparece un mensaje:

**Faltan datos:  $\Delta Z = -1$ ;  $\Delta A = -1$**

Esto indica que falta una partícula de  $A = 1$  y  $Z = 1$ .

Por tanto, hay que añadir los datos del protón debajo de los de «Núclido formado»

Núclido formado	6	13 u
Partícula emitida	1	1,01 u

a) En RESULTADOS elija la opción «J» o «MeV», en la celda de color naranja situada a la izquierda de «/átomo».

${}^4_2\text{He} + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$			
Energía	$E =$	$-7,16 \cdot 10^{-13}$	J /átomo
Energía de la muestra	$E =$	$4,31 \cdot 10^{10}$	J/g ${}^{10}_5\text{B}$

### ♦ Desintegración radiactiva

En la pestaña «Desintegr» se pueden resolver ejercicios de desintegración radiactiva. Se puede calcular:

- La cantidad de sustancia radiactiva que queda al cabo de un tiempo, y su actividad radiactiva, conocido el dato del período de semidesintegración o la vida media y viceversa.

- El  $^{210}_{82}\text{Pb}$  se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene plomo.
  - Escribe las reacciones nucleares descritas.
  - El período de semidesintegración del  $^{210}_{82}\text{Pb}$  es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de átomos diera elemento y transcurrieron 100 años, calcula el número de núcleos radioactivos que quedan sin desintegrar y la actividad inicial de la muestra.

Dato:  $E_{\text{n la}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta: a)  $^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow ^0_{-1}\text{e} + ^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^0_{-1}\text{e} + ^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^{206}_{82}\text{Pb}$ ; b)  $N = 8,07 \cdot 10^{22}$  núcleos;  $A_0 = 1,78 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$ .

[Borre los datos.](#)

	Cantidad inicial		
Después de...	$\Delta t =$		
Masa atómica	$M =$		g/mol
Tiempo	$t =$		

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, [elija](#) la opción «Período de semidesintegración» en la primera celda de la izquierda de color naranja.

Escriba los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Período de semidesintegración	$T =$	22,3	años
Cantidad inicial	$N_0 =$	3	mol
Después de...	$\Delta t =$		
Masa atómica	$M =$		g/mol
Tiempo	$t =$	100	años

En RESULTADOS elija la opción «átomos» en la celda de color naranja situada a la derecha de «clic →».

	Cantidad	átomos
Inicial	$1,81 \cdot 10^{24}$	
En 100 años	$8,07 \cdot 10^{22}$	

Para la actividad inicial elija la opción «Bq» en lugar de «átomos».

	Actividad	Bq
Inicial	$1,78 \cdot 10^{15}$	

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), y del [traductor de la CIXUG](#).

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM).

Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 03/11/24

## Sumario

### PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHILLERATO

Comienzo.....	1
Teclado y ratón.....	1
Datos.....	1
Cifras significativas y formato numérico.....	2
Cómo pegar el enunciado en la hoja de cálculo.....	2
Otros cálculos.....	2
Otros consejos.....	3
Tipos de problemas.....	3
Ejemplos.....	4
<b>Cálculo de coordenadas para figuras regulares.....</b>	<b>5</b>
1. Calcula las coordenadas de un triángulo equilátero de 80 cm de lado con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y.....	5
<b>Satélites.....</b>	<b>7</b>
1. El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre.....	7
2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de $7,00 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ .....	8
3. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son: $M_T/M_L = 79,63$ y $R_T/R_L = 3,66$ ..	9
<b>Propiedades de un astro por comparación con otro.....</b>	<b>10</b>
1. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determina:.....	10
3. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son: $M_T/M_L = 79,63$ y $R_T/R_L = 3,66$ ..	11
<b>Masas o cargas puntuales: Masas.....</b>	<b>12</b>
1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:.....	12
2. Una nave sitúa un objeto de 20 kg de masa entre la Tierra y el Sol en un punto donde la fuerza gravitatoria neta sobre el objeto es nula. Calcula en ese punto:.....	14
<b>Masas o cargas puntuales: Cargas.....</b>	<b>15</b>
1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0,-1).....	15
2. Tres cargas de -2, 1 y 1 $\mu\text{C}$ están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m del centro del mismo.....	17
3. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A (0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada carga Q al punto A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:.....	18
<b>Cálculo de una carga a partir del campo y del potencial en un punto.....</b>	<b>20</b>
1. Una carga eléctrica puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial eléctrico es $V = -120 \text{ V}$ y el campo eléctrico es $E = -80 \text{ i N/C}$ . Si las coordenadas están dadas en metros, calcula:.....	20
2. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga $q_1 = 7,11 \text{ nC}$ , y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga $q_2 = 3,0 \text{ nC}$ . Calcula:.....	21
<b>Péndulo en un campo eléctrico.....</b>	<b>23</b>
1. En una región del espacio en la que hay un campo eléctrico de intensidad $E = 6\cdot 10^3 \text{ i N C}^{-1}$ cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de 8 $\mu\text{C}$ y tiene una masa de 4 g. Calcula:.....	23
2. Un péndulo está constituido por una pequeña esfera metálica de masa $m = 1 \text{ g}$ y dimensiones despreciables, y un hilo inextensible de 150 cm de ancho y sin peso apreciable. Si la esfera tiene una carga positiva q y el péndulo se sitúa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10^5 \text{ N/C}$ . Calcula:.....	24
<b>Esferas concéntricas.....</b>	<b>25</b>
1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de +8 $\mu\text{C}$ en equilibrio eléctrico. Calcula cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:.....	25

2. Dos conductores esféricos concéntricos, huecos, tienen de radios 4 y 8 cm, respectivamente. La esfera interior tiene una carga de 24 nC y la exterior 40 nC. Determina:.....	26
<b>Partículas cargadas en un campo magnético.....</b>	<b>27</b>
1. Uno protón con una energía cinética de $4,0 \cdot 10^{-15}$ J penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 40 mT. Calcula:.....	27
2. Una partícula de masa 8 ng y carga eléctrica $-2 \mu\text{C}$ entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético $B = 3 \text{ j T}$ , con una velocidad $v = 6 \text{ i km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Calcula:.....	28
<b>Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos.....</b>	<b>29</b>
1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:.....	29
2. a) Indica cuál es el módulo, dirección y sentido del campo magnético creado por un hilo conductor recto recorrido por una corriente y realiza un esquema que ilustre las características de dicho campo. Considérese ahora que dos hilos conductores rectos y paralelos de gran longitud transportan su respectiva corriente eléctrica. b) Sabiendo que la intensidad de una de las corrientes es el doble que la de la otra corriente y que, estando separados 10 cm, se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $4,8 \cdot 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ , calcula las intensidades que circulan por los hilos. c) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto situado entre los dos hilos, a 3 cm del que transporta menos corriente?.....	30
<b>Movimiento armónico simple.....</b>	<b>32</b>
1. La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simple es $6,0 \cdot 10^{-3}$ J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N.....	32
2. Se cuelga un cuerpo de 10 kg de masa de un resorte y se alarga 2,0 cm. Después se le añaden otros 10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3,0 cm.....	33
<b>Péndulo.....</b>	<b>35</b>
1. Un péndulo simple de longitud $l = 2,5 \text{ m}$ , se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcula:.....	35
<b>Ondas.....</b>	<b>36</b>
1. Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de $20 \text{ m s}^{-1}$ , una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determina:.....	36
2. La expresión matemática de una onda armónico transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje x es: $y = 0,5 \text{ sen } [2\pi (3t - x)]$ (unidades en el SI). Determina:.....	38
<b>Espejos y lentes.....</b>	<b>39</b>
1. Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm.....	39
2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:..	40
<b>Dioptrio plano.....</b>	<b>41</b>
1. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide con un ángulo de incidencia de $30^\circ$ sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:.....	41
<b>Efecto fotoeléctrico.....</b>	<b>42</b>
1. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:.....	42
2. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcula:.....	43
<b>Energía nuclear.....</b>	<b>44</b>
1. Para el núcleo de uranio, $^{238}_{92}\text{U}$ , calcula:.....	44
2. El isótopo del boro $^{10}_5\text{B}$ es bombardeado por una partícula $\alpha$ y se produce $^{13}_6\text{C}$ y otra partícula.....	45
<b>Desintegración radiactiva.....</b>	<b>46</b>
1. El $^{21}_{82}\text{Pb}$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene plomo.....	46