# PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHILLERATO

Ejemplo de uso da hoja de cálculo: «FisicaBachEs.ods»

#### Comienzo

Cuando se ejecute la hoja de cálculo, pulse sobre el botón Activar macros.

Para ir al índice puede elegir una de estas opciones:

- Pulse sobre la pestaña i Índice ubicada en la parte inferior.
- O presione la tecla Ctrl mientras pulsa sobre la celda <u>Índice</u> situada en la parte superior derecha.

Para ver la ayuda puede elegir una de estas opciones:

- Pulse sobre la pestaña 🔒 Ayuda ubicada en la parte inferior.
- O pulse la tecla Ctrl mientras pulsa sobre la celda Ayuda ubicada en la parte superior derecha.

## Teclado y ratón

Teclado y ratón	Pulse a la vez las teclas:	Abreviatura
Copiar	Ctrl y C	(Ctrl+C)
Pegar sin formato (menú)	Ctrl, ♠ y V	$(Ctrl+Alt+\triangle+V)$
Pegar sin formato (rápido)	Ctrl, Alt, ♣ y V	$(Ctrl+Alt+\triangle+V)$
Pegar	Ctrl y V	(Ctrl+V)
Superíndice	$\triangle$ , ^, {número o signo} y {espaciador, $\leftarrow$ o $∅$ }	( <b>△</b> +^+n.°+←)
Subíndice	_, {número o signo} y {espaciador, ≒ o ←}	(_+n.°+←)
Punto multiplicación	<b>♦</b> y 3	<b>(△</b> +3)
Ver opciones	Alt y ↓	$(Alt+\downarrow)$

Borrar a la derecha Supr o Del o Delete Aceptar ← o Intro o Enter

#### Datos

Para borrar todos los datos puede elegir una de estas opciones:

- Pulse sobre el botón Borrar datos y después sobre el botón Aceptar.
- O pulse en el menú: Editar → Seleccionar → Seleccionar celdas desprotegidas, y presione después la tecla Supr.

Para elegir una opción siga estos pasos:

- 1. Pulse sobre la celda:
- 2. Pulse sobre la flecha:
- 3. Elija una opción.

Para anotar una cantidad:

Pulse sobre la celda: , y escriba en ella el dato.

Para poner un valor en notación científica puede elegir una de estas opciones:

- Escriba el número en formato científico 0,0E-0 de la hoja de cálculo.
- O escriba el número en formato habitual 0,0·10⁻⁰.
- O seleccione el valor en otro documento, cópielo (Ctrl+C) y péguelo (Ctrl+Alt+△+V).

Ejemplos de escritura en formato científico:

Escriba: En la celda aparecerá: Hoja de cálculo: 3E-9 3,00E-09 Formato habitual:  $3,00 \triangle 310 \triangle ^- \triangle ^0$   $3,00\cdot 10^{-9}$ 

(Después del signo – pulse el espaciador ( ). Pulse ∞ para borrarlo)

Si ese número ya estaba en un documento, puede copiar y pegar siguiendo estos pasos:

1. Selecciónelo: pulse al principio del número y arrastre el ratón hasta el final o doble clic

2. Cópielo: menú: Editar → Copiar

o Ctrl+C

3. Pulse sobre la celda:

4. Péguelo: menú: Editar  $\rightarrow$  Pegado especial  $\rightarrow$  Pegar texto sin formato

o Ctrl+Alt+**△**+V

# • Como pegar el enunciado en la hoja de cálculo

Si el enunciado se copió de la pestaña de ejemplos de la misma hoja, solo necesita pegarlo, pulsado a la vez las teclas Ctrl y V. Para pegar de otro origen:

Haga doble clic en la hoja de cálculo en la celda situada debajo de la etiqueta «Problema». Selecciónela:

- Pulsado a la vez las teclas Ctrl y E.
- O bien, en el menú: Editar → Seleccionar todo

Péguelo, pulsado a la vez las teclas Ctrl, Alt, 4 y V.

En el caso que desapareciese el formato de la celda donde va el enunciado, copie cualquier otro enunciado de la hoja de cálculo y péguelo en ella.

# • Tipos de problemas

En la página in Índice, aparecen los enlaces a las hojas con los tipos de problemas que puede resolver. Para ir a alguno de ellos, mantenga pulsada la tecla Ctrl mientras hace clic con el ratón en el Tema que contiene el tipo de problemas deseado, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente. El nombre de la pestaña de cada tipo de problemas está en la columna de **Pestaña** en la página indice.

#### Otros cálculos

8

En algunas hojas aparece unas celdas bajo el epígrafe: OTROS RESULTADOS.

En ella se pueden escribir fórmulas para hacer cálculos.

Para poner una fórmula en una celda, hay que empezar escribiendo «=» y luego poner símbolos de operaciones («+», «-» «\*» o «/») y hacer clic en las celdas con las que operar.

Por ejemplo, para que la celda A3 haga la suma entre los números qua hay en las celdas A1 y B1:

- 1. **Seleccione la celda** en la que quieres introducir la fórmula.
- 2. Escriba un signo igual (=) en la celda. Esto indica a LibreOffice que lo que sigue es una fórmula.
- 3. Ahora puede seguir de cualquiera de estas maneras:
  - Haga clic en la celda A1. Escriba «+». Haga clic en la celda B1.
  - O, escriba fórmula. Para sumar las dos celdas, escriba "=A1+B1", donde "A1" y "B1" son las coordenadas de las celdas que quiere sumar.
- 4. **Pulse** la tecla Enter (o Intro o ←) para completar la entrada.

La celda mostrará ahora el resultado de la fórmula.

Constante de la gravitación

Recuerde que puede usar una variedad de funciones matemáticas en su fórmula, como SUM para sumar, RAIZ para calcular la raíz cuadrada, y así sucesivamente. Consulte la ayuda de LibreOffice para obtener una lista completa de las funciones disponibles.

Cuando la celda que contiene el dato está en formato científico, como 6,67·10<sup>-11</sup>, tiene que emplear la fun-

ción AVALOR, para que lo transforme en un número. Por ejemplo, la fórmula para calcular  $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ ,

 $6,67 \cdot 10^{-11}$ 

 $N \cdot m^2/kg^2$ 

viendo que los datos se encuentran en las celdas del cuadro (y que r es la suma: R+h), sería: =RAIZ(AVALOR(J8)\*J2/(J3+J6))

Н K 2 5,97E+24 kg M = Masa 3 R =6,37E+06 m Radio 4 5 Masa m = kg 6 Altura h = 693 000 m 7

G =

La celda donde escribiera la fórmula, por ejemplo H22, presentaría el resultado: 7508,53966 609 457. Para obtener un aspecto mejor podría emplear la función: NUMFORMA. Si en otra celda, por ejemplo J22, escribe la función: =NUMFORMA(H22), lo que vería en J22 sería:  $7.51 \cdot 10^3$ .

En la pestaña «Introd» hay más información de las funciones exclusivas que puede emplear. Para verlas haga clic en funciones.

## Ejemplos

En la columna de la derecha de la página infindice, aparecen los enlaces a las hojas que contienen copias de los datos de los problemas de los tipos que puede resolver. Si quiere consultarlos, mantenga pulsada la tecla Ctrl mientras hace clic con el ratón en el Tema que contiene el tipo de problemas deseado, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente. Note que las hojas con ejemplos comienzan todas por la letra D, desde D Satelites hasta D Desintegr.

Se pueden resolver ejercicios de los siguientes temas:

**Gravitación** Satélites

Masas puntuales

**Electromagnetismo** Cargas puntuales

Péndulo en campo eléctrico

Esferas concéntricas

Partícula cargada moviéndose en un campo magnético uniforme

Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos

Vibraciones y ondas Movimiento armónico simple

Péndulo

Ondas

**Óptica geométrica** Espejos y lentes

Física moderna Efecto fotoeléctrico

Energía nuclear

Desintegración radiactiva

## Cálculo de coordenadas para figuras regulares

1. Calcula las coordenadas de un triángulo equilátero de 80 cm de lado con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y.

Borre los datos.

Dorre los datos.				
	Figura:	Triángulo equilátero		
	Lado			
		Longitud:		cm
	Girar:		° alrededor del eje:	Z
		:		
	x (cm)	y (cm)	z (cm)	

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS, elija la opción «Triángulo equilátero», en la celda situada a la derecha de «Figura», elija la opción «Lado», debajo de «Figura», escriba su valor (80) en la celda situada a la derecha de «Longitud», y elija la unidad (cm) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Figura: Triángulo equilátero

Lado

Longitud: 80 cm

Este será el diagrama, que sitúa el centro del triángulo en el punto (0, 0):

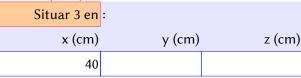
Para cumplir con la petición «con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y», se puede:

• Desplazar el triángulo hacia arriba hasta que

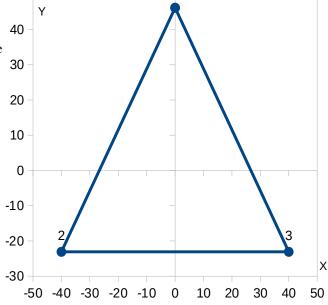
la base quede en el eje X:

Desplazar:

• O bien situar el punto 3 en las coordenadas (40, 0)



Para emplear las coordenadas calculadas aquí en la pestaña «Campos» puede optar por uno de los siguientes métodos:



- Seleccionar con el ratón las coordenadas calculadas en la pestaña «Coords» y copiarlas (pulsando a la vez las teclas Ctrl y C), ir a la pestaña «Campo», presionar sobre la celda situada debajo de x en la zona de «Coordenadas» y:
  - Pegarlas pulsando a la vez las teclas Ctrl, 🏕 y V y presionando sobre «Valores solo».
  - O bien presionar sobre el menú: Editar  $\rightarrow$  Pegado especial  $\rightarrow$  Pegar solo números.
- Ir a la pestaña «Campo», presionar sobre la celda (I33) situada a la derecha de «copie esta celda

  →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas Ctrl y C, seleccionar con el ratón las celdas
  debajo de las coordenadas x e y, y:
  - ∘ Presionar sobre el menú: Editar → Pegado especial → Pegar solo fórmula.
  - o Dien pegarlas pulsando a la vez las teclas Ctrl, ❖ y V, marcando «Fórmulas» en la columna en la celda situada debajo de «Pegar» y presionando sobre «Aceptar».

#### ♦ Satélites

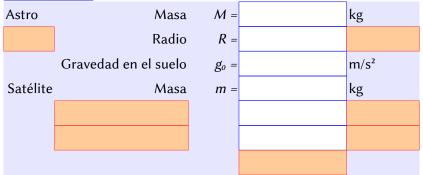
- El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre.
  - a) ¿Cuántas vueltas da a la Tierra cada día?
  - b) ¿Qué velocidad hubo que proporcionarle en el lanzamiento para ponerlo en órbita?

Datos:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M(T) = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R(T) = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

(A.B.A.U. extr. 23)

**Rta.:** a)  $f = 14.6 \text{ día}^{-1}$ ; b)  $v = 8.29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .

#### Borre los datos.



Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+&+V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Debajo de «Astro» puede elegir la opción «Tierra», y aparecerán los valores de su masa y su radio. Puede cambiar estos datos, bien copiando (Ctrl+C) en el enunciado y pegando (Ctrl+Alt+&+V) o escribiendo, en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual:

- El valor, en kg, de la masa  $(5,97E24 \text{ o } 5,97\cdot10^{24})$  en la celda situada a la derecha de «M=».
- El valor del radio  $(6.37E6 \text{ o } 6.37 \cdot 10^6)$  en la celda situada a la derecha de «R =».

Debajo de «Masa», elija la opción «Altura», escriba su valor (693) en la celda situada a la derecha de «h=», y elija la unidad (km) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Elija el otro valor  $(6,67\cdot10^{-11})$  para la constante de la gravitación en la celda situada a la derecha de « $G = \infty$ .

Astro	Masa	M =	5,97E+24	kg
Tierra	Radio	<i>R</i> =	6,37E+06	m
Satélite	Masa	m =		kg
	Altura	h =	693	km
Constar	nte de la gravitación	<i>G</i> =	6,67·10-11	N·m²/kg²

Si copió y pegó los valores de la masa y el radio, desde el enunciado tal como están escritos, debería ver  $5.97 \times 10^{24}$  en vez de 5.97E + 24 y  $6.37 \cdot 10^6$  en vez de 6.37E + 06.

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

a) Elija la opción «Frecuencia» debajo de «Cifras significativas» y la opción «día<sup>-1</sup>» para las unidades.

b) Elija las opciones «Velocidad» y «ponerlo en órbita», en la línea donde se lee «en el suelo para».

, ,	•		Radio	km	Velocidad	m/s	Frecuencia
Órbita		r =	7060		7510		14,6 <mark>día<sup>-1</sup></mark>
	Energía		cinética		potencial		mecánica <mark>J</mark>
	en la órbita		2,82·10 <sup>7</sup>	J/kg	$-5,64\cdot10^{7}$	J/kg	$-2,82 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$
					Tierra	$g_0 =$	9,82 m/s <sup>2</sup>
	Velocidad	en	el suelo para	ponerlo	en órbita	v(†ó) =	8,29·10³ m/s

- 2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de 7,00 km·s<sup>-1</sup>.
  - a) Calcula la altura a la que orbita.
  - b) Si en ese momento si le suministra una energía igual a la energía cinética que ya tiene, calcula la que distancia de la Tierra podría llegar.

Datos: 
$$g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$
;  $R(T) = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

(A.B.A.U. extr. 22)

**Rta.:** a) h = 1750 km; b)  $r = \infty$ .

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y péguelo en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Para el radio de la Tierra, copie (Ctrl+C) el valor en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6,37E6) o en el habitual (6,37·106), en la celda situada a la derecha de «R=».

Elija la opción «Velocidad», en la 2.ª celda situada debajo de «Masa», escriba su valor (7) y elija la unidad (km/s) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Astro	Masa	<i>M</i> =		kg
	Radio	R =	6,37E+06	m
	Gravedad en el suelo	$g_0 =$	9,81	m/s²
Satélite	Masa	<i>m</i> =	200	kg
	Velocidad	<i>v</i> =	7	km/s

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. a) Elija la opción «Altura», en lugar de «Radio».

b) Esta hoja no calcula esta cuestión, pero da pistas para resolverla. Compruebe que la energía cinética es opuesta a la energía total.

Energía	cinética	potencial	mecánica <mark>J</mark>
en la órbita	4,90·10° J	-9,80·10 <sup>9</sup> J	-4,90·10° J

En este caso, una energía cinética sumada a su energía mecánica da como resultado 0. Pero 0 es la energía potencial del infinito, porque se toma el infinito como origen de energía potencial. El satélite deberá llegar al infinito.

- 3. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determine:
  - a) La relación entre los radios de las dichas órbitas.
  - b) La relación entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Rta.:** a)  $r_2 / r_1 = 5.2$ ; b)  $a_2 / a_1 = 0.036$ .

Esta hoja no resuelve este problema.

Pero puede calcular los radios de las órbitas de Júpiter y la Tierra y las aceleraciones de los planetas en ellas.

Luego podrá dividir estos resultados parciales para calcular los resultados en OTROS CÁLCULOS. <u>Borre los datos</u>. Copie (Ctrl+C) el enunciado y <u>péguelo</u> en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+♣+V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y <u>elija</u> las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Elija la opción «Sol» debajo de «Astro», y la opción «Período» en la 2.ª celda situada debajo de «Satélite», escriba su valor (12) y elija la unidad (años) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Astro	Masa	<i>M</i> =	1,9891·10 <sup>30</sup>	kg
Sol	Radio	<i>R</i> =	6,95508·10 <sup>8</sup>	m
Satélite	Masa	<i>m</i> =		
	Período	<i>T</i> =	12	años

a) En RESULTADOS, copie (Ctrl+C) el valor del «Radio» (7,84·10<sup>8</sup>) y péguelo (Ctrl+Alt+�+V) en OTROS CÁLCULOS, en la celda blanca situada a la derecha de «Fórmula:».

En DATOS, cambie el valor 12 del Período por 1. En otra celda blanca de OTROS CÁLCULOS, por ejemplo la última a la derecha de «Fórmula:» (de coordenadas L22):

- 1. Escriba: =avalor(
- 2. Pulse con el ratón en la celda donde copió el primer valor (de coordenadas H22).
- 3. Siga escribiendo: )/avalor(
- 4. Pulse en la celda donde está el valor del radio (1,50·108 km) (de coordenadas H13).
- 5. Pulse Enter (o Intro o  $\leftarrow$ ) en el teclado.

En OTROS CÁLCULOS deberá ver un número equivalente a 5,23:

Etiqueta:	•		
Fórmula:	7,84·10 <sup>8</sup>		5,22666667

En la celda donde aparece ese resultado con la relación entre los radios contiene la fórmula:

=AVALOR(H22)/AVALOR(H13)

que puede verse en la barra de fórmulas de la hoja de cálculo:

L22  $\searrow | f_X \sum_{\bullet} = = \text{AVALOR(H22)/AVALOR(H13)}$ 

Representa el cociente entre el valor del contenido de la celda H22  $(7,84\cdot10^8)$  y el valor del contenido de la celda H13  $(1,50\cdot10^8)$ .

AVALOR es una función exclusiva de esta hoja de cálculo que devuelve el valor numérico de un número escrito con la notación científica «habitual», como 1,50·10<sup>8</sup>.

b) En DATOS, vuelva a escribir 12 en la celda situada a la derecha de «T =».

En RESULTADOS, elija la opción «Campo gravitatorio» en la órbita y copie (Ctrl+C) el valor de «g». (2,16·10<sup>-4</sup>).

En OTROS CÁLCULOS, péguelo (Ctrl+Alt+�+V) en la celda blanca situada a la derecha de «Fórmula:». En DATOS, vuelva a cambiar el valor 12 por 1.

En OTROS CÁLCULOS:

- 1. Pulse en la celda donde escribió la fórmula anterior (de coordenadas L22).
- 2. Pulse la tecla F2 del teclado.
- 3. Verá un rectángulo rojo rodeando el valor del radio (en la celda H13), Pulse en él y arrástrelo hasta que rodee el valor de g (0,00593 en la celda L18).
- 4. Pulse Enter (o Intro o ←) en el teclado.

Deberá ver un número equivalente a 0,0364.

Debera ver an namero equivalente	u 0,050 1.			
Fórmula:	2,16·10 <sup>-4</sup>			0,0364
Ahora la fórmula es distinta. [=AVA	LOR(H22)/AVALO	OR(L18)].		
L22 $\vee$ $f_X \Sigma \bullet = = AVALOF$	R(H22)/AVALOR(L18)			

(Como en este caso, los números no están en notación científica, la fórmula podría haber sido más sencilla: =H22/L18, y podía conseguirse escribiendo en la celda L22: =H22/L18 ).

- 4. La masa del planeta Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,533 veces el radio de la Tierra. Calcule:
  - a) El tiempo que tarda un objeto en llegar a la superficie de Marte si se deja caer desde una altura de 50 m.
  - b) La velocidad de escape de ese objeto desde la superficie del planeta.

Datos:  $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $R(T) = 6.37 \times 10^6 \text{ m}$ .

(A.B.A.U. ord. 21)

**Rta.:** a) t = 5.21 s; b)  $v = 5.01 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .

<u>Borre los datos</u>. Copie (Ctrl+C) el enunciado y <u>péguelo</u> en la celda situada debajo de «Problema». Calcule primero la masa de la Tierra.

En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y <u>elija</u> las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Para el radio de la Tierra, copie (Ctrl+C) el valor en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6,37E6) o en el habitual (6,37·106), en la celda situada a la derecha de «R =».

Astro	Masa	<b>M</b> =		kg
	Radio	<i>R</i> =	6,37E6	m
	Gravedad en el suelo	$g_o =$	9,81	m/s²

Busque en RESULTADOS el valor de la masa de la Tierra y anótelo:

Tierra 
$$M = 5,96 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Para calcular la gravedad en el suelo de Marte y la velocidad de escape haga el siguiente: Escriba en DATOS:

=0,107\*AVALOR("5,96·10<sup>24</sup>") o =0,107\*5,96E24 en la celda situada a la derecha de «
$$M$$
 =» =0,533\*AVALOR("6,37·106") o =0533\*6,37E6 en la celda situada a la derecha de « $R$  =».

Debería ver:

Astro	Masa $M =$	6,38E+23	kg
	Radio R =	3 395 210	m

Anote el valor de go que aparece en RESULTADOS:

Astro 
$$g_0 = 3,69 \text{ m/s}^2$$

Esta hoja no calcula el tiempo que tarda en llegar al suelo. Debe hacerse con la ecuación del MRUA,  $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ . Despejando el tiempo, queda:  $t = \sqrt{(2s/a)}$ .

En OTROS CÁLCULOS, escriba en la celda situada a la derecha de «Fórmula»:

$$=RAIZ(2*50/AVALOR(L16))$$
 o  $=RAIZ(2*50/3,69)$ 

Debería ver en OTROS CÁLCULOS un número semejante a 5,21:

b) En RESULTADOS, elija las opciones «Velocidad» y «alcanzar el infinito» a los dos lados de «en el suelo para».

Velocidad en el suelo para alcanzar el infinito 
$$v(esc.) = 5.01 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Puede ver más ejemplos en la pestaña «D Satelites».

Puede emplear la hoja de cálculo <u>Satélites (es)</u>, con la ayuda de <u>Satélites PAU (es)</u> o <u>Satélites ABAU (es)</u>, para poder ver problemas resueltos de este tema.

## Masas o cargas puntuales: Masas

En esta hoja puede resolver ejercicios de sistemas de masas o cargas puntuales. Para los ejercicios de masas puntuales tiene que <u>elegir</u> la opción «Masa» en la celda de color naranja situada debajo de «Constante».

- 1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:
  - a) El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8).
  - b) Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de  $-1 \cdot 10^{-4} \, \bar{\mathbf{j}} \, \, \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ , calcula su velocidad en el punto C.

(P.A.U. jun. 14)

**Rta.:** a)  $g_c = 0$ ;  $g_d = -1.6 \times 10^{-10}$  j m/s<sup>2</sup>;  $V_c = -3.34 \times 10^{-9}$  J/kg;  $V_d = -2.00 \times 10^{-9}$  J/kg; b)  $v = -1.13 \times 10^{-4}$  j m/s.

Borre los datos.

	Constante	K =	8,9875500·10° N·1	$n^2 \cdot C^{-2}$	ε' =	1
	Carga		(	Coordenadas		m
	μС	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
		1				
		2				
		3				
		4				
		5				
		6				
nóvil		Α				
		В				
F	Punto de partida:	S			_	
F	Punto de llegada:	Т				
	Velocidad inicial	$V_0 =$	m/	s m =		kg
					↑ Masa	

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado.

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», elija la opción «Masa».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «G =» puede elegir el otro valor (6.67·10<sup>-11</sup>).

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Coordenadas», elija las unidades (m).

En la celda de color naranja situada debajo de «Masa» elija la unidad (kg).

En las celdas situadas debajo de «kg», escriba los valores de las masas (150), y, en las celdas situadas a su derecha, los valores correspondientes de las coordenadas «x» e «y».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «móvil», elija la opción «C», y en la celda de abajo, elija la opción «D».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Punto de partida:», elija la opción «D», para indicar que la masa móvil sale del punto A. Para «Punto de llegada:» elija la opción «C».

Escriba el valor de la masa móvil (2), en la celda situada a la derecha de la etiqueta «móvil», y los valores correspondientes de las coordenadas «x» e «y» para los puntos C y D. (Cuando escriba 6, aparecerá 6,67·10<sup>-11</sup>. Pulse la tecla Supr (o Del o Delete), para que quede solo el 6).

En la celda (I15) situada a la derecha de «Velocidad inicial  $v_0$  =» escriba -1E-4, o copie el dato en el enunciado del problema (seleccione -10<sup>-4</sup> y pulse a la vez las teclas Ctrl y C) y péguelo en esa celda (clic en la celda I15 y pulse a la vez las teclas Ctrl, Alt,  $\Delta$  y V).

, 1	Constante	<i>G</i> =	6,67·10 <sup>-11</sup>	N·m²·kg <sup>-2</sup>		1
	Masa			Coordenadas		m
kg		Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	

	150	1	0	0		
	150	2	12	0		
		3				
		4				
		5				
		6				
móvil	2	С	6	0	С	
		D	6	8	D	
	Punto de partida:	D			D	
	Punto de llegada:	С			С	
	Velocidad inicial	$V_0 =$	-1·10 <sup>-4</sup>	m/s	kg	

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Campo» en la celda de color naranja situada a la izquierda de «resultante», y la opción «Potencial» en la celda de color naranja situada más abajo.

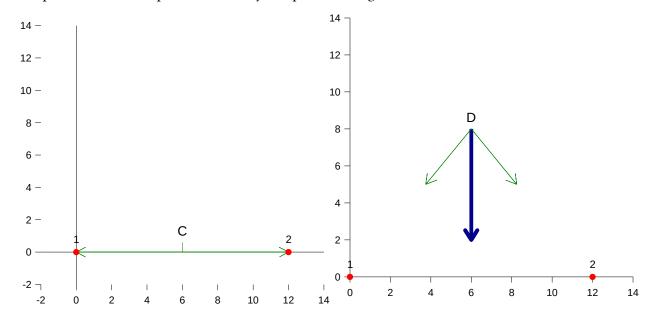
		J	J		
	Campo	resultante		Cif	ras significativas: 3
	g		$g_{x}$	$g_y$	
C	0	N/kg	0	0	N/kg
D	1,60.10-10	N/kg	0	$-1,60\cdot10^{-10}$	N/kg
	Potencial				
C	$-3,34\cdot10^{-9}$	J/kg		Velocidad final:	$1,13 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$
D	0	J/kg			

Los vectores campo gravitatorio pueden verse en la zona de GRÁFICAS, eligiendo la opción «C» en el primero caso y la opción «D» en el segundo.

Los vectores campo, creados por cada una de las masas situadas en los puntos rojos 1 y 2, aparecen en color verde.

En el punto D puede verse además el vector campo resultante, en color azul más grueso.

El campo resultante en el punto C es nulo y no aparece en la gráfica.



## Masas o cargas puntuales: Cargas

En esta hoja puede resolver ejercicios de sistemas de masas o cargas puntuales. Para los ejercicios de cargas puntuales tiene que elegir la opción «Carga» en la celda de color naranja situada debajo de «Constante».

- 1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0,-1).
  - a) Calcule el vector campo eléctrico en el punto (0, 1).
  - b) Se coloca otra carga positiva de 1  $\mu$ C en el punto (0,1), inicialmente en reposo y de suerte que es libre de moverse. Razone se llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcule la energía cinética que tendrá en ese punto. Las posiciones están en metros.

Datos:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ . **Rta.:** a) E = -8,67 j N/C; b)  $E_c = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J.}$  (A.B.A.U. ord. 21)

#### Borre los datos.

orre re	os uatos.					
	Constante	K =	8,9875500·10°	N·m²·C⁻²	ε' =	1
	Carga			Coordenadas		m
	μС	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
		1				
		2				
		3				
		4				
		5				
		6				
nóvil		Α				
		В				
ı	Punto de partida:	S				
1	Punto de llegada:	Т				
	Velocidad inicial	<i>v</i> <sub>0</sub> =		m/s m =		kg
		l			↑ Masa	

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado.

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», elija la opción «Carga».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «K =» elija el otro valor (9,0·10°).

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Coordenadas», elija las unidades (m).

En la celda de color naranja situada debajo de «Carga», elija la unidad (nC).

En las celdas situadas debajo de «nC», escriba los valores de las cargas (3, 3, y - 6), y, a su derecha, los valores correspondientes de sus coordenadas «x» e «y».

En la celda situada a la derecha de la etiqueta «móvil», escriba el valor de la carga móvil (1000), ¡en las mismas unidades que el resto de las cargas!, y, a su derecha, los valores correspondientes de las coordenadas (0 y 1).

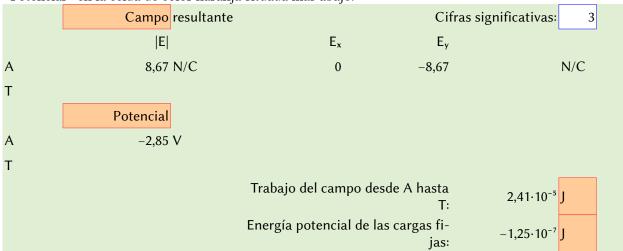
En la celda de color naranja situada a la derecha de la etiqueta «Punto de partida:», elija la opción «A», para indicar que la carga móvil sale del punto A.

Para el punto de llegada, puede dejar el nombre del punto como se le propone (T) o cambiarlo, pero debe escribir los valores de las coordenadas (0 y 0).

1 100 ( 010100 000 100		(0)				
Constante	<i>K</i> =	9,0.109	$N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$	ε' =	1	
Carga			Coordenadas		m	
nC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)		
3	1	2	0			

	3	2	-2	0			
	-6	3	0	-1			
		4					
		5					
		6					
móvil	1000	Α	0	1			
		В					
	Punto de partida:	Α				Α	
	Punto de llegada:	T	0	0			
	Velocidad inicial	$V_0 =$		m/s m =			kg
					↑ Masa		

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Campo» en la celda de color naranja situada a la izquierda de «resultante», y la opción «Potencial» en la celda de color naranja situada más abajo.



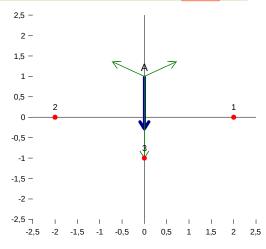
En GRÁFICAS aparece un diagrama con los vectores campo eléctrico, en color verde, creados por cada una de las cargas situadas en los puntos rojos 1, 2 y 3, y el vector campo resultante en el punto A, en color azul más grueso.

A la vista de la dirección y sentido del campo eléctrico y, teniendo en cuenta que la carga móvil es positiva, parece lógico pensar que pasará por el origen de coordenadas. Deduciendo que en todos los puntos de la parte positiva del eje Y, la dirección y sentido del vector campo no varían, se puede asegurar que la carga pasará por el origen.

Puesto que cuando la carga se desplaza desde A hasta el origen, el trabajo de la fuerza del campo es positivo, la carga adquiere una energía cinética igual a ese trabajo:

$$\Delta E_c = W = 2.41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Si partió del reposo, esa será la energía cinética que tendrá.



- 2. Tres cargas de -2, 1 y 1  $\mu$ C están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m del centro del incluso.
  - a) Calcula el trabajo necesario para llevar otra carga de 1 μC desde el infinito al centro del triángulo.
  - b) ¿Qué fuerza sufrirá la carga una vez que esté situada en el centro del triángulo?
  - c) Razona si en alguno punto de los lados del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.

Dato:  $K = 9.10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^2$  (P.A.U. jun. 16)

**Rta.:** a) W = 0; b) F = 0.0270 hacia la carga negativa.

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y <u>péguelo</u> en la celda situada debajo de «Problema». Puede calcular las coordenadas en la pestaña «Coords» atendiendo las instrucciones siguientes: Pulse en la pestaña «Coords» y <u>elija</u> la opción «Triángulo equilátero» y «Radio», escriba el valor del radio (1) y elija a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Figura:	Triángulo equilátero		
Radio			
	Longitud:	1	m

Si en RESULTADOS mantiene «Redondear a 8 cifras decimales», verá:

			,	
			Redondear la:	8 cifras decimales
	C	oordenadas		
Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
1	0	1	0	
2	-0,86602540	-0,5	0	
3	0,86602540	-0,5	0	

Vuelva a la pestaña «Campos» y copie la celda situada a la derecha de «copie esta celda  $\rightarrow$ », haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas Ctrl y C. Seleccione con el ratón las celdas debajo de las coordenadas «x» e «y» para los tres puntos. Elija en el menú: Editar  $\rightarrow$  Pegado especial  $\rightarrow$  Pegar solo fórmula. Escriba los valores de las cargas fijas (-2, 1, y 1) en las celdas situadas debajo de « $\mu$ C».

Escriba el valor de la carga móvil (1) en la celda situada a la derecha de etiqueta «móvil». Escriba, en las celdas a su derecha, los valores de las coordenadas de la carga móvil, que son las del centro del triángulo (0 y 0).

Elija la opción «∞» en la celda de color naranja a la derecha de «Punto de partida:», y la opción «A» en la celda de color naranja a la derecha de «Punto de llegada:»

	Constante	<i>K</i> =	9,0.109	$N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$	ε' =	1
	Carga			Coordenadas		
	μС	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
	-2	1	0	1		
	1	2	-0,86602540	-0,5		
	1	3	0,86602540	-0,5		
		4				
		5				
		6				
móvil	1	Α	0	0		
		В				
	Punto de partida:	$\infty$				$\infty$
	Punto de llegada:	Α				Α

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Fuerza»:

,	Fuerza	resultante		Cifras sign	ificativas: 3
	F		$F_{x}$	$F_y$	$F_z$
Α	0,0270	N	0	0,0270	0 N

- 3. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A (0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado  $3\sqrt{3}$  m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada carga Q al punto A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:
  - a) El valor de Q.
  - b) La energía potencial de cada carga *Q*.
  - c) La energía puesta en juego para que el triángulo rote 45° alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel.

Dato:  $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 11)

**Rta.:** a) Q = -3.46 mC; b)  $E_p = 2.08 \times 10^4$  J; c)  $\Delta E = 0$ .

a) El problema no se resuelve directamente. Se puede calcular el valor de una carga central que equilibraría tres cargas de 1 mC en los vértices.

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y péguelo en la celda situada debajo de «Problema». Puede calcular las coordenadas en la pestaña «Coords» atendiendo a las instrucciones siguientes: Pulse en la pestaña «Coords» y elija las opciones «Triángulo equilátero» y «Lado», escriba =3\*RAIZ(3) en la celda situada a la derecha de «Longitud» y elija a la unidad (m) en la celda de color na-

ranja situada a su derecha.

Figura: Triángulo equilátero

Lado

Longitud: 5,1961 524 227 m

Si en RESULTADOS mantiene «Redondear a 8 cifras decimales», verá:

y (cm)	x (cm)	Pto.
3	0	1
-1,5	-2,59807621	2
-1,5	2,59807 621	3

Vuelva a la pestaña «Campos» y copie la celda situada a la derecha de «copie esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas Ctrl y C. Seleccione con el ratón las celdas debajo de las coordenadas «x» e «y» para los tres puntos. Elija en el menú: Editar → Pegado especial → Pegar solo fórmula. Escriba «1» para cada uno de los valores de las cargas fijas, en las celdas situadas debajo de «mC».

Carga			Coordenadas
mC	Pto.	x (m)	y (m)
1	1	0	3
1	2	-2,59807 621	-1,5
1	3	2,59807 621	-1,5

En RESULTADOS, escriba 6 en la celda situada a la derecha de «Cifras significativas», para tener mayor precisión.

Campo resultante Cifras significativas: 6

Busque el valor de la carga que equilibra las cargas fijas.

Carga que equilibra las cargas fijas: -0,577350 mC

La carga en el centro que equilibra tres cargas de 1 mC, situadas en los vértices, vale q = -0.57735 mC. Este equilibrio se mantendrá si se multiplican todas las cargas por el mismo número. Para que la carga en el centro sea de 2 mC, habrá que multiplicar su valor actual (-0.57735) por el factor 2/(-0.57735). Este será el factor por el que habría que multiplicar las cargas en los vértices, que son de 1 mC. Por lo tanto, las cargas en los vértices que equilibrarían una carga de 2 mC del centro valdrían: Q = 2/(-0.57735) = -2/0.57735 mC.

En DATOS, escriba la fórmula: =-2/0,57735 en vez del valor de la carga, en la celda situada debajo de «mC».

mC	Pto.	x (m)	y (m)
=-2/0,57735	1	0	3

Puede copiar esta celda (G5) en las dos de abajo o escribir en cada una de ellas = y hacer clic en esta celda (G5).

En RESULTADOS verá ahora:

Carga que equilibra las cargas fijas:

2,00000 mC

b) Para este apartado, escriba 2, en el valor de la carga del punto 4, y 0, en las coordenadas x e y. Escriba el valor de la carga 1 (o 2 o 3) en la celda situada a la derecha de «móvil», y el valor de sus coordenadas en las celdas de la derecha.

	Carga			Coordenadas
	mC	Pto.	x (m)	y (m)
	-3,464103	1	0	3
	-3,464103	2	-2,59807 621	-1,5
	-3,464103	3	2,59807 621	-1,5
	2	4	0	0
		5		
		6		
móvil	-3,464103	Α	0	3

En RESULTADOS elija la opción «E. potencial»:

E. potencial
A 2,07846·10<sup>4</sup> J

c) En RESULTADOS, fíjese en el valor de la «Energía potencial de las cargas fijas:». Vale 0 J.

Vaya ahora a la pestaña «Coords.» y haga girar el triángulo 45° alrededor del eje Z.

Girar: 45 ° alrededor del eje: Z

Las coordenadas cambiaron. Vuelva la pestaña «Campo», compruebe que las coordenadas son las nuevas, y compruebe que la energía es a misma: 0 J.

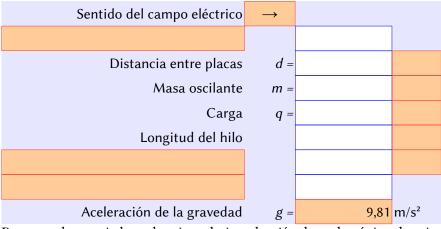
## Péndulo en un campo eléctrico

- 1. En una región del espacio en la que hay un campo eléctrico de intensidad  $\overline{\textbf{\textit{E}}}$  =  $6\cdot 10^3$   $\overline{\textbf{\textit{i}}}$  N C<sup>-1</sup> cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de 8  $\mu$ C y tiene una masa de 4 g. Calcula:
  - a) El ángulo que forma el hilo con la vertical.
  - b) La velocidad de la esfera cuando pasa por la vertical al desaparecer el campo eléctrico.

Dato:  $\overline{\mathbf{g}} = -9.8 \, \overline{\mathbf{j}} \, \text{m s}^{-2}$ . (A.B.A.U. extr. 23)

**Rta.:** a)  $\alpha = 50.8^{\circ}$ ; b)  $\nu = 1.20$  m/s.

#### Borre los datos.



Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+♣+V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. En la celda de color naranja situada a la derecha de «Sentido del campo eléctrico», elija la opción «→», y en la que se encuentra debajo de ella, elija la opción «Intensidad de campo eléctrico». Copie (Ctrl+C) el valor en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+♣+V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6E3) o en el habitual (6·10³), en la celda situada a la derecha de «E =».

Elija el valor de la aceleración de la gravedad (9,8) en la celda de color naranja situada a la derecha de «g=».

Sentido del campo eléctrico	$\rightarrow$		
Intensidad de campo eléctrico	E =	6·10³	N/C
Distancia entre placas	<i>d</i> =		
Masa oscilante	<i>m</i> =	4	g
Carga	<i>q</i> =	8	μС
Longitud del hilo	L =	20	cm
Aceleración de la gravedad	g =	9,8	m/s²
P PROTECTION 1 1: 1 /		. 11 .1 /a\ 1	

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Velocidad máxima» en la celda de color naranja.

J	Ángulo con la vertical	φ =	50,8 °
	Tensión del hilo	<i>T</i> =	0,0620 N
	Velocidad máxima	<i>v</i> =	1,20 m/s

- 2. Un péndulo está constituido por una pequeña esfera metálica de masa m=1 g y dimensiones despreciables, y un hilo inextensible de 150 cm de ancho y sin peso apreciable. Si la esfera tiene una carga positiva q y el péndulo se sitúa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad  $E=10^5$  N/C. Calcula:
  - a) El valor de la carga q de la esfera sabiendo que cuando el campo es paralelo al eje X se alcanza la posición de equilibrio para un ángulo de  $30^{\circ}$  del hilo con la vertical.
  - b) El período de oscilación del péndulo cuando el campo eléctrico es perpendicular al eje *X* y está dirigido de abajo arriba.

Toma  $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

**Rta.:** a) q = 57.7 nC; b) T = 3.74 s.

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y péguelo en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+♣+V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. En la celda de color naranja situada a la derecha de «Sentido del campo eléctrico», elija la opción «→», y en la que se encuentra debajo de ella, elija la opción «Intensidad de campo eléctrico». Copie (Ctrl+C) el valor en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+♣+V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (1E5) o

Elija el valor de la aceleración de la gravedad (10) en la celda de color naranja situada a la derecha de « g=».

Ţ.			
Sentido del campo eléctrico	$\rightarrow$		
Intensidad de campo eléctrico	E =	1·10 <sup>5</sup>	N/C
Distancia entre placas	<i>d</i> =		
Masa oscilante	<i>m</i> =	1	g
Carga	<i>q</i> =		
Longitud del hilo	L =	150	cm
Ángulo	φ =	30	o
Aceleración de la gravedad	g =	10	m/s²

en el habitual ( $1 \cdot 10^5$ ), en la celda situada a la derecha de «E =».

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Carga eléctrica  $q = 5,77 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ 

b) Copie (Ctrl+C) el resultado, seleccionándolo con el ratón y presionando al tiempo las teclas Ctrl y C. En DATOS cambie el «Sentido del campo eléctrico» a « $\uparrow$ ». Pulse en la celda situada a la derecha de «q =» y pulse a la vez las teclas Ctrl, Alt,  $\spadesuit$  y V. Elija las unidades (C) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Carga	<i>q</i> =	5,77·10 <sup>-8</sup>	С
Longitud del hilo	L =	150	cm

En RESULTADOS verá un aviso de que el ángulo (30°) es demasiado grande para suponer M.A.S.

$$\varphi = 30^{\circ} > 15^{\circ}!$$
Período  $T = 3.81 \text{ s}$ 

La hoja da la un resultado aproximado multiplicando el período de un M.A.S.  $(T = 2 \pi \sqrt{L/g})$  por el factor:  $-\ln(\cos(\varphi/2))/(1-\cos(\varphi/2))^1$ .

Borre «Ángulo», su valor y sus unidades.

0 ,				
	Longitud del hilo	L =	150	cm
Ahora el resultado es:				
	Período	<i>T</i> =	3,74	S

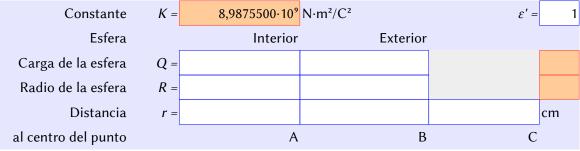
1 Oscilaciones en el lineales. Lana fórmula (Lima)

#### ♦ Esferas concéntricas

- 1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de  $+8~\mu C$  en equilibrio eléctrico. Calcula cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:
  - a) El módulo de la intensidad del campo eléctrico.
  - b) El potencial eléctrico.
  - c) Representa las magnitudes anteriores en función de la distancia al centro de la esfera.

Dato:  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ . **Rta.**: a)  $|\overline{E_1}| = |\overline{E_2}| = 0$ ;  $|\overline{E_3}| = 2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$ ; b)  $V_1 = V_2 = 1,80 \cdot 10^6 \text{ V}$ ;  $V_3 = 1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$ . (A.B.A.U. ord.18)

## Borre los datos.



Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En la celda situada a la derecha de «K =» elija el otro valor (9,0·10°).

En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

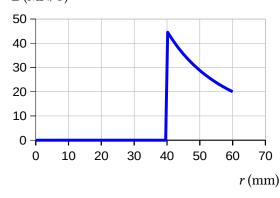
1 , ,	<del></del>		J		
Constante	K =	9,0·10°	$N \cdot m^2 / C^2$	arepsilon'=	
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	<i>Q</i> =		8		μС
Radio de la esfera	<i>R</i> =		4		cm
Distancia	<i>r</i> =	0	2	6	cm
al centro del punto		Α	В	C	

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

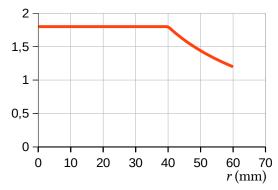
Punto	A	В	C
Distancia	0	2	6 cm
Campo	0	0	2,00·10 <sup>7</sup> N/C
Potencial	1,80·10 <sup>6</sup>	1,80·10 <sup>6</sup>	1,20·10 <sup>6</sup> V

## **GRÁFICAS**

Valor del campo eléctrico con la distancia *E* (MN/C)



Potencial electrostático con la distancia V(MV)



- 2. Dos conductores esféricos concéntricos, huecos, tienen de radios 4 y 8 cm, respectivamente. La esfera interior tiene una carga de 24 nC y la exterior 40 nC. Determina:
  - a) Los campos eléctricos en los puntos que distan del centro de las esferas 1, 5 y 10 cm.
  - b) Los potenciales eléctricos en los puntos que distan del centro de las esferas 1, 5 y 10 cm.
  - c) La diferencia de potencial entre los conductores

**Rta.:** a)  $E_1 = 0$ ;  $E_5 = 86.4$  kN/C;  $E_{10} = 57.6$  kN/C; b)  $V_1 = 9.90$  kV;  $V_5 = 8.82$  kV;  $V_{10} = 5.76$  kV; c)  $\Delta V = 2.7$  kV.

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y <u>péguelo</u> en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+�+V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y <u>elija</u> las unidades en las celdas de color naranja situada a la derecha.

Elija el otro valor  $(9,0.10^9)$  de la constante en la celda de color naranja situadas a su derecha de «K =».

Escriba los valores (4 y 8) de los radios en las celdas situadas a la derecha de «R =». Elija la unidad (cm) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Escriba los valores (24 y 40) de las cargas en las celdas situadas a la derecha de «Q =». Elija la unidad (nC) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Escriba los valores (1, 5 y 10) de las distancias de los puntos al centro de las esferas, en las celdas situadas a la derecha de  $\alpha r = \infty$ .

Las distancias deben escribirse en orden creciente.

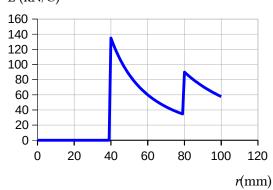
Constante	K =	9,0·10°	$N \cdot m^2/C^2$	$\varepsilon' =$	1
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	<i>Q</i> =	24	40		nC
Radio de la esfera	R =	4	8		cm
Distancia	r =	1	5	10	cm
al centro del punto		A	В	С	

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

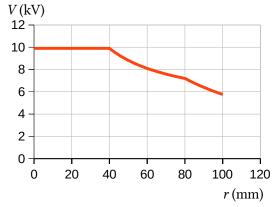
Punto	Α	В	С
Distancia	1	5	10 cm
Campo	0	8,64·10 <sup>4</sup>	5,76·10 <sup>4</sup> N/C
Potencial	$9,90 \cdot 10^{3}$	$8,82 \cdot 10^{3}$	5,76·10³ V
Diferencia de potencial $(V_{int} - V_{ext}) =$			2,70·10³ V

#### **GRÁFICAS:**

Valor del campo eléctrico con la distancia E(kN/C)



Potencial electrostático con la distancia



## Partículas cargadas en un campo magnético

- 1. Uno protón con una energía cinética de 4,0·10<sup>-15</sup> J penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 40 mT. Calcula:
  - a) El módulo de la fuerza a la que está sometido el protón dentro del campo.
  - b) El tipo de movimiento realizado por protón, la trayectoria que describe y el radio de esta.

Datos:  $q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ . **Rta.:** a)  $F = 1.40 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ ; b) R = 0.571 m. (A.B.A.U. extr. 22)

Borre los datos.

Partícula	Carga	<i>q</i> =				
	Masa	m =				
				clic		
	Ángulo entre v y B	φ =	90	0		
	Radio de la circunferencia	<i>R</i> =				
	Campo magnético	<i>B</i> =		Т		
	Tiempo	<i>t</i> =		1 s		
	(para calcular el número de vueltas)					

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS, en la celda de color naranja situada debajo de «Partícula» puede elegir la opción «Protón». Si lo hace, aparecerán los valores de su carga y masa. Puede cambiarlos, bien copiando (Ctrl+C) en el enunciado y pegando (Ctrl+Alt+♣+V) o escribirlos en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual:

- El valor de la carga (1,6E-19 o 1,6·10<sup>-19</sup>), en la celda situada a la derecha de «q =».
- El valor de la masa (1,67E-27 o 1,67· $10^{-27}$ ), en la celda situada a la derecha de «m =».

Elija las unidades (C y kg) en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «kg», donde se ve «clic», elija la opción «J». Aparecerá la etiqueta «Energía cinética». Copie (Ctrl+C) el valor de la energía cinética en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (4E-15) o en el habitual (4·10<sup>-15</sup>), en la celda situada a la derecha de «E =». Escriba el valor del campo magnético (0,04) en la celda situada a la derecha de «B =».

Partícula	Carga	<i>q</i> =	1,6E-19	С		
	Masa	m =	1,67E-27	kg		
	Energía cinética	E =	4E-15	J		
	Ángulo entre v y B	φ =	90	٥		
	Radio de la circunferencia	<i>R</i> =				
	Campo magnético	В =	0,04	Т		
	Tiempo	<i>t</i> =				
(para calcular el número de vueltas)						

Si copió y pegó los valores de carga y masa, desde el enunciado tal como están escritos, debería ver:

Carga	<i>q</i> =	1,6·10 <sup>-19</sup>	С
Masa	m =	1,67×10 <sup>-27</sup>	kg

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Fuerza magnética» en la celda de color naranja situada debajo de «Radio de la trayectoria circular».

Radio de la trayectoria circular	<i>R</i> =	0,571 <mark>m</mark>	
Fuerza magnética	F =	1,40·10 <sup>-14</sup> N	

- 2. Una partícula de masa 8 ng y carga eléctrica  $-2 \mu C$  entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético  $\overline{B} = 3 \overline{\mathbf{j}}$  T, con una velocidad  $\overline{\mathbf{v}} = 6 \overline{\mathbf{i}}$  km·s<sup>-1</sup>. Calcula:
  - a) La velocidad angular con que se mueve.
  - b) La intensidad de campo eléctrico (vector) que se debe aplicar para que la partícula siga una trayectoria rectilínea.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Rta.:** a)  $\omega = 7.5 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$ ; b)  $\overline{E} = -1.80 \cdot 10^4 \overline{k} \text{ N/C}$ .

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y péguelo en la celda situada debajo de «Problema».

Partícula	Carga	<i>q</i> =				
	Masa	m =				
	Ángulo entre v y B	φ =	90	o		
Rac	lio de la circunferencia	<i>R</i> =				
	Campo magnético	<i>B</i> =		Т		
	Tiempo	t =				
(para calcular el número de vueltas)						

En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y <u>elija</u> las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Debajo de «ng», donde se ve «clic», elija la opción «m/s». Aparecerá la etiqueta «Velocidad». Copie (Ctrl+C) el valor en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6E3) o en el habitual (6000 o 6·10³) en la celda situada a la derecha de « $\nu$ =».

Partícula	Carga	<i>q</i> =	-2	μС		
	Masa	m =	8	ng		
	Velocidad	ν =	6000	m/s		
	Ángulo entre v y B	φ =	90	0		
Rac	lio de la circunferencia	<i>R</i> =				
	Campo magnético	<i>B</i> =	3	Т		
Tiempo t =						
(para calcular el número de vueltas)						

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. a) Elija la opción «Velocidad angular» en la celda de color naranja situada debajo de «Radio de la trayectoria circular».

	Velocidad angular	ω =	7,50·10 <sup>5</sup> rad/s	
b) Elija la	a opción «Intensidad de campo el	éctrico» en lı	ıgar de «Velocidad angular»	».
	Intensidad de campo eléctrico	E =	1,80·10 <sup>4</sup> N/C	
	que anula la desviación			

## Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos

- 1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:
  - a) La fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente, indicando la dirección y el sentido de esta.
  - b) El vector campo magnético en el punto medio de la distancia que separa los conductores.

DATO:  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ .

(A.B.A.U. ord. 23)

**Rta.:** a)  $F/l = 3.6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$ ; b)  $\overline{B} = -1.20 \cdot 10^{-5} \overline{\mathbf{j}} \text{ T.}$ 

#### Borre los datos.

Intensidad en el conductor 1  $I_1 =$ Intensidad en el conductor 2 Α Sentido 12 = *d* = Separación entre conductores Distancia del punto P al conductor 1  $d_1 =$ m Distancia del punto P al conductor 2  $d_2 =$ m Intensidad en el conductor 3 A  $I_3 =$ Longitud del conductor 3  $L_3 =$ 1 m

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+&+V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. En la celda situada a la derecha de «Sentido» elija la opción «-», que indica sentido contrario.

Intensidad en el conductor 1 I, = 12 A Intensidad en el conductor 2 12 A Sentido Separación entre conductores *d* = 80 cm Distancia del punto P al conductor 1  $d_1 =$ 40 cm Distancia del punto P al conductor 2  $d_2 =$ 40 cm Intensidad en el conductor 3  $I_3 =$ Α Longitud del conductor 3  $L_3 =$ 1 m

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Campo magnético en el punto P

Cifras significativas: 3

debido al conductor 1  $B_1 = 6,00 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ debido al conductor 2  $B_2 = +6,00 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ resultante  $B_p = 1,20 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ Fuerza entre los conductores 1 y 2  $F_{12} = 3,60 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$ 

**GRÁFICAS:** 

B (×10<sup>-6</sup> T)

12

10

8

6

4

2

0 10 20 30 40 50 60 70 80 90

d (cm)

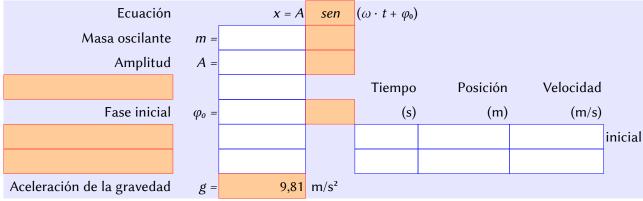
## Movimiento armónico simple

- 1. La energía total de un cuerpo de masa 0.5 kg que realiza un movimiento armónico simple es  $6.0\cdot10^{-3}$  J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0.3 N.
  - a) Escribe la ecuación de la elongación en función del tiempo, si en el instante inicial se encuentra en el punto de máxima elongación positiva.
  - b) Calcula en el instante T/4 la energía cinética y la energía potencial.
  - c) Halla la frecuencia con la que oscilaría si se duplica su masa.

(P.A.U. Set. 16)

**Rta.**: a)  $x = 0.0400 \cos(3.87 \ t)$  (m); b)  $E_p = 0$ ;  $E_c = 6.0 \cdot 10^{-3} \ \text{J}$ ; c)  $f' = 0.436 \ \text{Hz}$ .

#### Borre los datos.



Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado.

En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y <u>elija</u> las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

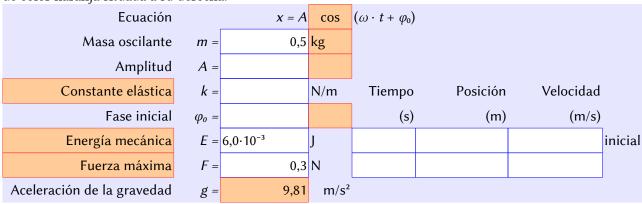
Elija la opción «cos» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Ecuación», y las opciones «Energía mecánica» y «Fuerza máxima» En las celdas de color naranja situadas debajo de «Fase inicial».

Copie (Ctrl+C) el valor en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6E-3) o en el habitual (6,0·10<sup>-3</sup>), en la celda situada a la derecha de «E =».

Escriba 0,3 en la celda situada a la derecha de «F =».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «g =» puede elegir otro valor.

Escriba el valor (0,5) de la masa en la celda situada a la derecha de «m =» y elija a la unidad (kg) en la celda de color naranja situada a su derecha.



En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Elongación» en la celda situada debajo de «Ecuación».

Ecuación				Cif	ras significativas
Elongación	x = 0.040	00 cos(3,87 t) (m)			
Frecuencia	f =	0,616 Hz			
		Posición	Velocidad		E. potencial
		m	m/s		J

Máxima 0,110 0.0400 0,00600 Si no está seguro de cuál debe ser la fase inicial, fíjese en el Velocidad valor (0,04) de la amplitud (posición máxima) eligiendo Tiempo Posición «Máxima» en la última fila de resultados. (s) (m) (m/s)Escriba su valor en la posición inicial. 0 0.04 inicial b) Mire en RESULTADOS el valor del período: Período T =1,62 s Escriba en la segunda fila de los DATOS la fórmula: =H14/4 o. Tiempo Posición Velocidad 1. Escriba (m) (m/s)(s) 2. Pulse en la celda que contiene el valor del Período. 0 inicial 0.04 3. Siga escribiendo 4. Premura a tecla ← (o Intro o Enter) 0,41 H14 es la celda que contiene el valor del período. Esta fórmula hace la división: 1,62 / 4 = 0,405 c) Cambie en los DATOS el valor de la masa: Masa oscilante *m* = 1 kg En RESULTADOS elija la opción «Frecuencia» en lugar de «Período». Frecuencia f =0,436 Hz

- 2. Se cuelga un cuerpo de 10 kg de masa de un resorte y se alarga 2,0 cm. Después se le añaden otros 10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3.0 cm.
  - a) Calcula la constante elástica del resorte y la frecuencia del movimiento.
  - b) Escribe, en función del tiempo, las ecuaciones de la elongación, velocidad, aceleración y fuerza.
  - c) Calcula la energía cinética y la energía potencial elástica a los 2 s de empezar a oscilar. Dato:  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ . (P.A.U. set.

**Rta.**: a)  $k = 4,90 \cdot 10^3$  N/m; f = 2,49 Hz; b)  $x = 0,0300 \cos(15,7 t)$  [m];  $v = -0,470 \sin(15,7 t)$  m/s];  $a = -7,35 \cos(15,7 t)$  [m/s²];  $F = -147 \cos(15,7 t)$  [N]; c)  $E_c = 0,0270$  J;  $E_p = 2,18$  J.

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y péguelo en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+&+V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Fíjese que los datos de la masa oscilante y la amplitud son diferentes de los del alargamiento al colgar una masa de 10 kg.

Debe poner 3 en la celda situada debajo de Posición en la línea correspondiente a «inicial». Si en la expresión de «Ecuación» elige la opción «cos», las ecuaciones tienen fase inicial nula.

Ecuación		x = A	cos	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	<i>m</i> =	20	kg				
Amplitud	<i>A</i> =	3	cm				
				Tiempo	Posición	Velocidad	
Fase inicial	$\varphi_o =$			(s)	(cm)	(m/s)	
Alargamiento producido	$\Delta x =$	2	cm	0	3		inicial
al colgar una masa	m =	10	kg	2			
Aceleración de la gravedad	g =	9,8	m/s²				

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

a) Elija la opción «Constante elástica» en la celda de color naranja situada debajo de «Elongación».

Constante elástica

*k* =

4,90·10<sup>3</sup> N/m

Cambie la opción «Constante elástica» por «Frecuencia».

Frecuencia

f =

2,49 Hz

b) Elija la opción «Elongación» en la celda de color naranja situada debajo de «Ecuación».

b) Enja la opcion «Elongacion» en la celda de color naranja situada debajo de «Ecuacion».								
Ecuación	Cifras significativas:	3						
Elongación	$x = 0.0300 \cos(15.7 t) (m)$							
Cambie la opción «Elongación» por «Velocidad».								
Velocidad	v = -0.470  sen(15.7  t)  (m/s)							
Cambie la opción «Velocidad	» por «Aceleración».							
Aceleración	$la = -7.35 \cos(15.7 t) (m/s^2)$							
Cambie la opción «Aceleración» por «Fuerza».								
Fuerza	$F = -147 \cos(15.7 t) N$							
Ci alima dabaia dal myma	no do sifuo a significativos los armussiones as musestnon an función de -							

Si elige « $\pi$ » debajo del número de cifras significativas, las expresiones se muestran en función de  $\pi$ .

Elongación

 $x = 0.0300 \cos(5 \pi t)$  (m)

π

c) En DATOS, escriba 2 en la celda situada debajo de 0, correspondiente a «Tiempo»

En RESULTADOS, elija la opción «E. cinética» en la celda de color naranja situada debajo de «Energía».

	Posición	Velocidad	E. cinética
	cm	m/s	J
En t=2 s	2,98	0,0520	0,0270
Máxima	3,00	0,470	2,21

El ejercicio estaba pensado para que  $E_c$  = 0, si la frecuencia fuera exactamente 2,5 Hz.

En cuyo caso T = 0.4 s y x = 3 cm, pero no es así.

Cambie la opción «E. cinética» por «E. potencial».

El valor que se obtiene es  $E_{\rm p}$  = 2,18 J, es ligeramente inferior al valor máximo.

#### ♦ Péndulo

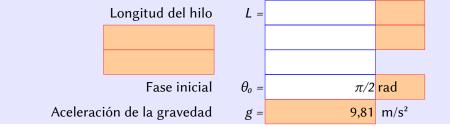
- 1. Uno péndulo simple de longitud l = 2,5 m, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcula:
  - a) La velocidad máxima.
  - b) El período.
  - c) La amplitud del movimiento armónico simple descrito por péndulo.

Dato  $g = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

(P.A.U. jun. 11)

**Rta.:** a)  $v_m = 0.77 \text{ m/s}$ ; b) T = 3.2 s; c) A = 0.39 m.

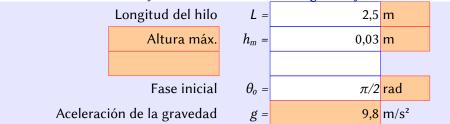
#### Borre los datos.



Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+ $\Delta$ +V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. En DATOS, escriba el valor (2,5) de la longitud del hilo en la celda situada a la derecha de «L =» y elija la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

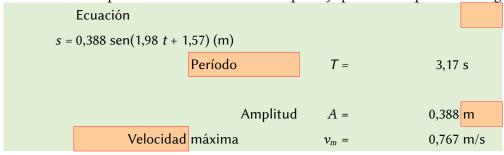
Debajo de ella elija la opción «Altura máx.», escriba su valor (0,03) en la celda situada a la derecha de «  $h_m$  =» y elija a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de «g =» elija el valor 9,8.



En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Período» debajo de la ecuación, y «Velocidad máxima» en la última fila.

La ecuación se expresa en las mismas unidades que elija para la «Amplitud». Si elige la opción «m» verá:



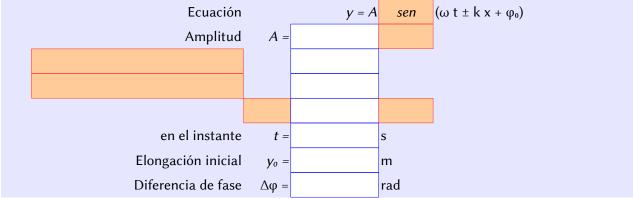
#### ♦ Ondas

- 1. Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s<sup>-1</sup>, una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determina:
  - a) El período y la longitud de onda.
  - b) La expresión matemática de la onda si en t = 0 s la partícula situada en el origen está en la posición de máxima elongación positiva.

(A.B.A.U. extr. 23)

**Rta.:** a) T = 0.100 s;  $\lambda = 2.00 \text{ m}$ ; b)  $y = 0.0200 \text{ sen}(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$ .

#### Borre los datos.



Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y <u>pegue el enunciado</u>. En DATOS, en la celda situada a la derecha de «Ecuación» puede elegir entre «sen» y «cos». Por defecto es «sen».

Escriba el valor (0,02) de la amplitud en la celda situada a la derecha de «A =» y <u>elija</u> a la unidad (m). Debajo de «Amplitud» elija la opción «Frecuencia», y escriba su valor (10) en la celda situada a la derecha de «f =».

Debajo de ella, elija la opción «Velocidad de propagación» y escriba su valor (20) en la celda situada a la derecha de «v=».

Para el apartado b) escriba 0 en la celda situada a la derecha de «en el instante  $t = \infty$ , y 0,02 en la celda situada a la derecha de «Elongación inicial  $y_0 = \infty$ .

 a la del cella de «Eloligación iniciai y				
Ecuación		<i>y</i> = <i>A</i>	sen	$(\omega t \pm k x + \varphi_0)$
Amplitud	<i>A</i> =	0,02	m	
Frecuencia	f=	10	Hz	
Velocidad de propagación	<i>v</i> =	20	m/s	
en el instante	t =	0	s	•
Elongación inicial	<i>y</i> <sub>0</sub> =	0,02	m	
Diferencia de fase	Δφ =		rad	

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija las opciones «Período» y «Longitud de onda» en las celdas de color naranja debajo de «Atributos». b) Elija «general», en la celda situada a la derecha de «Ecuación» y «Elongación» debajo de ella. Para que aparezca  $\pi$  en la expresión de la elongación, elija la opción « $\pi$ » en la celda de color naranja situada debajo del número de cifras significativas.

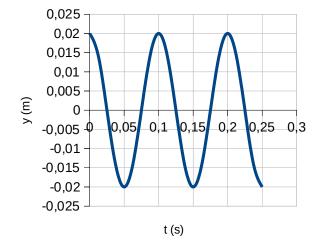
		Cifra	s significativas:	3
Ecuación	general			π
Elongación	y = 0.0200  sen(20.7)	$\tau t - \pi x + \pi/2) (m)$		
Valor				

Atributos		
Período	<i>T</i> =	0,100 s
Longitud de onda	λ =	2,00 m

#### **GRÁFICAS**

También puede ver una gráfica de la elongación de un punto en x = 0, entre 0 y 0,25 s:

Posición (cm)		mín.	máx.
0	Tiempo (s)	0	0,25



- 2. La expresión matemática de una onda armónico transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje x es: y = 0.5 sen  $[2\pi (3t x)]$  (unidades en el SI). Determina:
  - a) Los valores de la longitud de onda, velocidad de propagación, velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.
  - b) La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que en un mismo instante vibran desfasados 2  $\pi$  radianes.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Rta.:** a)  $\lambda = 1$  m;  $v_p = 3{,}00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $v_m = 9{,}42 \text{ m/s}$ ;  $a_m = 177 \text{ m/s}^2$ ; b)  $\Delta x = \lambda = 1 \text{ m}$ .

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y péguelo en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+ $\triangle$ +V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Como la ecuación es y = 0.5 sen  $[2\pi (3t - x)]$ , comparada con  $y = \text{sen}[2\pi (t/T - x/\lambda)]$ , se puede deducir que:  $1/T = f = 3 \text{ Hz y } 1/\lambda = 1 \text{ m}^{-1}$ .

En la celda correspondiente a «Diferencia de fase», situada a la derecha de « $\Delta \varphi$  =» puede escribir 2 :pi:, o =2\*PI().

Ecuación		<i>y</i> = <i>A</i>	sen	$(\omega t \pm k x + \varphi_0)$
Amplitud	<i>A</i> =	0,5	m	
Frecuencia	f=	3	Hz	
Número de onda 1/λ	n =	1	m <sup>-1</sup>	
en el instante	<i>t</i> =		S	
Elongación inicial	<i>y</i> <sub>0</sub> =		m	
Diferencia de fase	$\Delta \phi =$	2 π	rad	

Puede comprobar que la elección de los atributos es la correcta en RESULTADOS, eligiendo la opción «Elongación» en la celda situada debajo de «Ecuación» y la opción « $\pi$ » en la celda situada debajo del número de cifras significativas, y escribiendo 2 en la celda situada a su izquierda.

,	Cifras	s significativas:	3	
Ecuación	general	2	π	

Elongación  $y = 0,500 \text{ sen } 2\pi(3 \text{ t} - x) \text{ (m)}$ 

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. a) Elija la opción «Velocidad» en la celda situada debajo de «Valor», y la opción «Longitud de onda» en la segunda celda debajo de «Atributos».

Valor		Máximo	
Velocidad	$V_m =$	9,42 m/s	
Atributos			
Longitud de onda	λ =	1,00 m	
Velocidad de propagación	<i>v</i> =	3,00 m/s	
	_		

Cambie la opción «Velocidad» por «Aceleración», par ver la aceleración máxima.

Aceleración  $la_m = 178 \text{ m/s}^2$ 

b) Fíjese en la última línea de RESULTADOS.

Distancia entre puntos  $\Delta x = 1,00 \text{ m si}$   $\Delta \varphi = 6,28 \text{ rad}$ 

Puede elegir la opción «π» en la celda de color naranja de la derecha.

Distancia entre puntos  $\Delta x = 1,00 \text{ m si}$   $\Delta \varphi = 2 \pi \text{ rad}$ 

## ♦ Espejos y lentes

- 1. Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm.
  - a) Determina la posición y el tamaño de la imagen.
  - b) Dibuja un esquema (marcha de rayos) con la posición del objeto, la lente y la imagen.

(A.B.A.U. extr. 23)

**Rta.:** a) s' = -7.5 cm; y' = 1.5 cm.

Borre los datos.

Lente	convergente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco			
Objeto			
Imagen			

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado.

En DATOS, elija la opción «Lente» en la primera celda de color naranja.

Elija la opción «Foco» en la celda de color naranja debajo de ella.

Escriba el valor de la posición del foco, con signo «-» (-20), en la celda situada a la derecha de «Foco». A etiqueta de la lente cambia la «divergente».

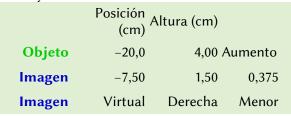
Escriba en la celda situada a la derecha de «Objeto» el valor de la posición del objeto (4), pero le dará un mensaje de que tiene que ser negativa. Ponga el signo «-» (-4).

6

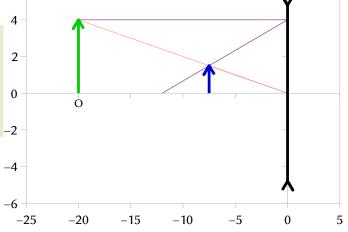
Escriba la altura del objeto en la celda de la derecha.

Lente	divergente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	-12		
Objeto	-20	4	
Imagen			

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.



También podrá ver un diagrama de rayos como el de la derecha.



- 2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:
  - a) La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de R = 15 cm.
  - b) La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo. Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

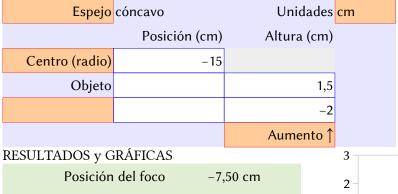
(P.A.U. jun. 11)

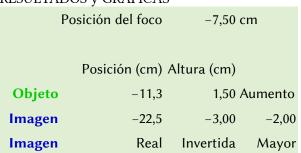
**Rta.:** a)  $s_e = -11$  cm; b)  $s_l = -11$  cm.

<u>Borre los datos</u>. Copie (Ctrl+C) el enunciado y <u>péguelo</u> en la celda situada debajo de «Problema». <u>Elija</u> la opción «cm» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Unidades».

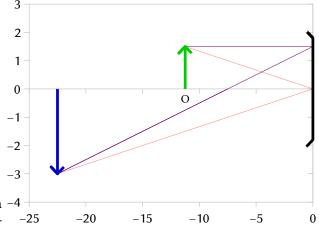
a) Cambie la opción «Lente» por «Espejo».

En la celda de color naranja más abajo elija la opción «Centro (radio)» y escriba 15 en la celda situada a su derecha. Verá que aparece la etiqueta «convexo» a la derecha de «espejo». Para que el espejo sea cóncavo, el radio tiene que ser negativo. Escriba −15 en lugar de 15. Para emplear el dato «doble tamaño», elija la opción «Aumento ↑» en la celda de color naranja situada debajo de «Altura (cm)». Escriba 2 en la celda de color blanco situada encima de ella. Verá en RESULTADOS que la imagen es virtual. Para que sea real, deberá cambiar el signo del aumento y escribir −2.





Anote la posición del foco para el apartado b).

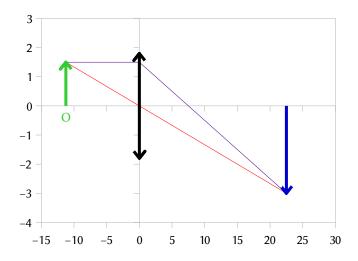


b) Cambie la opción «Espejo» por «Lente», y la opción -4 «Centro (radio)» por «Foco». Escriba 7,5 en la celda si- -25 -20 -15 -10 -5 tuada a su derecha y compruebe que la lente y convergente. (Si escribiera -7,5, la lente sería divergente).

Lente	convergente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	7,5		
Objeto		1,5	
		-2	
		Aumento ↑	

RESULTADOS y GRÁFICAS

Posición (cm) Altura (cm)						
Objeto	-11,3	1,50 A	Numento			
Imagen	22,5	-3,00	-2,00			
Imagen	Real	Invertida	Mayor			



#### ♦ Efecto fotoeléctrico

- 1. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de 4,8·10<sup>-19</sup> J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:
  - a) La velocidad máxima de los electrones emitidos.
  - b) La longitud de onda de la radiación incidente.
  - c) Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.

Datos:  $|q_e| = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $h = 6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}^{-1}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . (A.B.A.U. extr. 19) **Rta.:** a)  $v = 8.4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ; b)  $\lambda = 250 \text{ nm}$ .

#### Borre los datos.

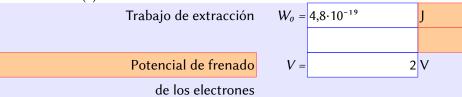
Cátodo (Elija una unidad →)

Fotones (Elija una unidad →)

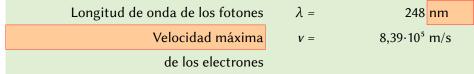
Electrones (↑ Elija la magnitud)

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS elija la opción «J» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Cátodo». La etiqueta cambiará a «Trabajo de extracción». Copie (Ctrl+C) el valor en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+ $\Delta$ +V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (7E14) o en el habitual (7,0·10<sup>14</sup>), en la celda situada a la derecha de « $W_0$ =».

Elija la opción «Potencial de frenado» en la celda situada encima de «Electrones ( $\uparrow$  Elija la magnitud)». Escriba su valor (2) en la celda situada a la derecha de «V =».



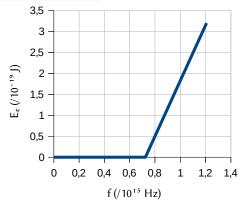
En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. a) Elija la opción «Velocidad máxima», en la celda situada encima de «Electrones (↑ Elija la magnitud)» b) Elija la opción «nm» o «m» en la fila de «Fotones (Elija una unidad →)». La etiqueta cambia:



En GRÁFICAS elija la opción «electrones» en la celda de color naranja situada a la derecha de «de los», «Energía cinética» a la izquierda de «frente a», y «Frecuencia» su derecha.

Energía cinética		frente a	Frecuencia
de los	electrones		de los fotones

Si lo desea, escriba el valor de la frecuencia máxima a la derecha de «f=». El valor máximo preestablecido es el doble de la frecuencia umbral.



- 2. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcula:
  - a) La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de  $1,00\cdot10^7$  m·s<sup>-1</sup>.
  - b) El potencial de frenado.
  - c) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por metal con velocidad máxima.

Datos: 
$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J·s}$$
;  $c = 3 \times 10^8 \text{ m·s}^{-1}$ ;  $|q(y)| = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; 1 nm =  $10^{-9}$  m;  $m(y) = 9.1 \times 10^{-31}$ . (A.B.A.U. extr. 18)

**Rta.:** a) 
$$\lambda = 4{,}32 \text{ nm}$$
; b)  $V = 284 \text{ V}$ ; c)  $\lambda_d = 72{,}7 \text{ pm}$ .

Borre los datos. Copie (Ctrl+C) el enunciado y péguelo en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS elija la opción «eV» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Cátodo». La etiqueta cambiará a «Trabajo de extracción». Escriba el valor (2,5) en la celda situada a la derecha de « $W_0$  =». Elija la opción «Velocidad máxima» en la celda de color naranja situada encima de «Electrones». Copie (Ctrl+C) su valor en el enunciado y péguelo (Ctrl+Alt+ $\Delta$ +V) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (1E7) o en el habitual (1·10<sup>7</sup>), en la celda situada a la derecha de «v =».

Trabajo de extracción	$W_o =$	2,5	eV
Velocidad máxima	<i>v</i> =	1,00·10 <sup>7</sup>	m/s
de los electrones			

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Potencial de frenado», en la celda de color naranja situada encima de «Electrones († Elija la magnitud)»

Longitud de onda de los fotones	λ =	4,32 <mark>nm</mark>
Potencial de frenado	V =	284 V
de los electrones		

c) Cambie la opción «Potencial de frenado» por «Longitud de onda de De Broglie».

**Longitud de onda de De Broglie**  $\lambda_d = 7,27 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ 

## ♦ Energía nuclear

- 1. Para el núcleo de uranio, 238 U, calcula:
  - a) El defecto de masa.
  - b) La energía de enlace nuclear.
  - c) La energía de enlace por nucleón.

Datos:  $m(^{238}_{92}\text{U}) = 238,051 \text{ u}$ ; 1 g = 6,02·10<sup>23</sup> u;  $c = 3\cdot10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ; m(p) = 1,007277 u; m(n) = 1,008665 u (A.B.A.U. extr. 18)

**Rta.:** a)  $\Delta m = 1,883 \text{ u} = 3,128 \cdot 10^{-27} \text{ kg; b})$   $E_e = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo; c})$   $E_{en} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón.}$ 

#### Borre los datos.

N.º atómico	Z	N.º másico A	
Partícula proyectil			
Núclido diana			
Núclido formado			
2º núclido/partícula			
Masa de la muestra			

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS, escriba o pegue (Ctrl+Alt+&+V) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Escriba el valor de la carga (92) en la celda situada a la derecha de «Núclido formado», y de su masa en la celda de la derecha (238,051). Elija la unidad (u) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Carga	(e+)	Masa		
Partícula proyectil				
Núclido diana				
Núclido formado	92	238,05	u	
2º núclido/partícula				
Masa de la muestra				

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. a) Elija la opción «u» o «kg», en la celda de color naranja situada a la izquierda de «/átomo».

	92 ¦H + 146 ¦n	$\rightarrow 92^{238}$ U	
Defecto de masa	$\Delta m =$	-1,88	u /átomo
b) Elija ahora «J» o «MeV	» en la misma	celda.	
Energía de enlace	$E_e =$	$-2,81\cdot10^{-10}$	J /átomo
\ D1** 1	1	// 1	11 1 1 .

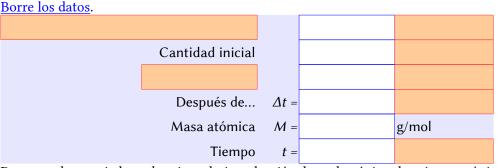
c) Elija la opción «/nucleón» en vez de «/átomo» en la celda de color naranja situada a su derecha.

Energía de enlace  $E_e = -1,18 \cdot 10^{-12}$  J/nucleón

## ♦ Desintegración radioactiva

- 1. El <sup>2</sup>10 Pb se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene chumbo.
  - a) Escribe las reacciones nucleares descritas.
  - b) El período de semidesintegración del <sup>210</sup><sub>82</sub>Pb es de 22,3 años. Sí teníamos inicialmente 3 moles de átomos diera elemento y transcurrieron 100 años, calcula el número de núcleos radioactivos que quedan sin desintegrar y la actividad inicial de la muestra.

Dato:  $E_{\text{n la}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ . (A.B.A.U. ord. 23) Rta: a)  ${}^{21}_{82}{}^{0}\text{Pb} \rightarrow {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{21}_{83}{}^{0}\text{Bi} \rightarrow {}^{0}_{-1}\text{e} + {}^{21}_{84}{}^{0}\text{Po} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{20}_{82}{}^{6}\text{Pb}; b)$   $N = 8,07 \cdot 10^{22} \text{ núcleos};$   $A_{0} = 1,78 \cdot 10^{15} \text{ Bq}.$ 



Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo (Ctrl+C). Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y pegue el enunciado. En DATOS, elija la opción «Período de semidesintegración» en la primera celda de la izquierda de color naranja.

Escriba su valor (22,3) en la celda situada a la derecha de «T=», y elija la unidad (años) En la celda de color naranja situada a su derecha.

Escriba 3 en la celda situada a la derecha de «Cantidad inicial» y elección a unidad (mol) En la celda de color naranja situada a su derecha.

Escriba 100 en la celda de la última fila situada a la derecha de «Tiempo t =» y elija la unidad (años) En la celda de color naranja situada a su derecha.

Período de semidesintegración	<i>T</i> =	22,3	años
Cantidad inicial	N <sub>o</sub> =	3	mol
Después de	$\Delta t =$		
Masa atómica	<i>M</i> =		g/mol
Tiempo	<i>t</i> =	100	años

En RESULTADOS, puede cambiar el número preestablecido (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «átomos» en la celda de color naranja situada a la derecha de «clic $\rightarrow$ ».

	Cantidad	átomos
Inicial	1,81·10 <sup>24</sup>	
En 100 años	8,07·10 <sup>22</sup>	

Para la actividad inicial elija la opción «Bq» en lugar de «átomos».

	Actividad Bq	
Inicial	1,78.1015	

# Sumario

PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHILLERATO	
Comienzo	1
Teclado y ratón	
Datos	
Como pegar el enunciado en la hoja de cálculo	
Tipos de problemas	
Otros cálculos	
Ejemplos	
Cálculo de coordenadas para figuras regulares	
1. Calcula las coordenadas de un triángulo equilátero de 80 cm de lado con la base en el eje X y el vé	
tice superior en el eje Y	
Satélites	.5
1. El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro	
del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693	
km sobre la superficie terrestre	5
2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de 7,00 km⋅s⁻¹	6
3. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de	
Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determin	ne:
4. La masa del planeta Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,533 veces el radio de l	a
Tierra. Calcule:	
Masas o cargas puntuales: Masas	
1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:	
Masas o cargas puntuales: Cargas	
1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una	
carga negativa de −6 nC está fija en la posición (0,-1)	
2. Tres cargas de $-2$ , 1 y 1 $\mu$ C están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m de	
centro del incluso	
3. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A (0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de la	
3√3 m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada carga Q al punto A es 3 m. E	
conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:	
Péndulo en un campo eléctrico	
1. En una región del espacio en la que hay un campo eléctrico de intensidad $E = 6.10^3$ i N $C^{-1}$ cuelga,	ae
un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de 8 μC y tiene una	1.
masa de 4 g. Calcula:	
preciables, y un hilo inextensible de 150 cm de ancho y sin peso apreciable. Si la esfera tiene una cara	
positiva q y el péndulo se sitúa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensida	
E = 10 <sup>5</sup> N/C. Calcula:	
Esferas concéntricas	
1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de +8 μC en equilibrio eléctrico. Calcula cuán	
valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:	
2. Dos conductores esféricos concéntricos, huecos, tienen de radios 4 y 8 cm, respectivamente. La esf	
ra interior tiene una carga de 24 nC y la exterior 40 nC. Determina:	
Partículas cargadas en un campo magnético	
1. Uno protón con una energía cinética de 4,0·10 <sup>-15</sup> J penetra perpendicularmente en un campo magn	
tico uniforme de 40 mT. Calcula:	
2. Una partícula de masa 8 ng y carga eléctrica –2 μC entra en una región del espacio en la que hay u	
campo magnético B = 3 j T, con una velocidad v = 6 i km·s <sup>-1</sup> . Calcula:	
Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos	
1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del	
eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sen	
dos contrarios, calcula:	
Movimiento armónico simple	23

1. La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simpl	
J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N	
2. Se cuelga un cuerpo de 10 kg de masa de un resorte y se alarga 2,0 cm. Después se le aña	
10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una a	nplitud de
3,0 cm	24
Péndulo	26
1. Uno péndulo simple de longitud l = 2,5 m, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 y se suelta. Calcula:	
Ondas	27
1. Una onda se propaga en el sentido positivo del eje $X$ con una velocidad de 20 m s <sup>-1</sup> , una 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determina:	amplitud de
2. La expresión matemática de una onda armónico transversal que se propaga por una cue:	
orientada según el eje x es: y = 0,5 sen $[2\pi (3t - x)]$ (unidades en el SI). Determina:	
Espejos y lentes	
1. Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de consistencia de c	
focal 12 cm	
2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. De	
Efecto fotoeléctrico	
1. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo	
ción es de 4,8·10 <sup>-19</sup> J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:	
2. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcula:	
Energía nuclear	
1. Para el núcleo de uranio, <sup>238</sup> <sub>22</sub> U, calcula:	
Desintegración radioactiva	36
1. El 21 0Pb se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por em	isión de una
partícula alfa, se obtiene chumbo	36