PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHARELATO

Exemplo de uso da folla de cálculo: «FisicaBachGal.ods»

Comezo

Ao abrir a folla de cálculo, mostrarase unha alerta de seguridade. Prema sobre o botón Activar macros.
Para ir ao índice pode elixir unha destas opcións:

- Prema sobre a pestana Índice situada na parte inferior.
- Pulse a tecla [Ctrl] mentres preme sobre a cela Índice situada na parte superior dereita.

Para ver a axuda pode elixir unha destas opcións:

- Prema sobre a pestana Axuda situada na parte inferior.
- Pulse a tecla [Ctrl] mentres preme sobre a cela Axuda situada na parte superior dereita.

Teclado e rato

Teclas		**Abreviatura**
Aceptar	[↵] ([Intro] o [Enter] ou [Entrar])	[↵]
Borrar á dereita	[Supr] (o [Del] o [Delete])	[Supr]
Borrar á esquerda	[⌫] [←] ou [Backspace])	[⌫]
Espazador	[Esp]	[Esp]
Frecha abaixo	[↓]	[↓]
Maiúscula	[⇧] o ([Shift] ou [Mayús])	[⇧]
Tabulador	[⇆] (o [Tab] ou [tabulador])	[⇆]

Teclas simples		
Aceptar	[↵]	[↵]
Cela seguinte	[⇆]	[⇆]

Combinación de teclas	**Presione a la vez las teclas:**	**Abreviatura**
Cela anterior	[⇧] e [⇆]	
Copiar	[Ctrl] e [C]	([Ctrl]+[C])
Pegar	[Ctrl] e [V]	([Ctrl]+[V])
Pegar sen formato (menú)	[Ctrl], [⇧] e [V]	([Ctrl]+[Alt]+[V])
Pegar sen formato (rápido)	[Ctrl], [Alt], [⇧] e [V]	([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V])
Punto multiplicación	[⇧] e [3]	([⇧]+[3])
Subíndice	[⇧] e [_], {número o signo} e {, [⇆] o [↵]}	([_]+n.º+[↵])
Superíndice	[⇧] e [^], {número o signo} e {[Esp], [⇆] o [↵]}	([⇧]+[^]+n.º+[↵])
Ver opcións	[Alt] e [↓]	([Alt]+[↓])
Limpar formato	[Ctrl] e [M]	([Ctrl]+[M])

Rato	
Seleccionar	Premer dúas veces (dobre clic)

Teclado e rato	
Seguir ligazón (na folla cálculo)	[Ctrl] e premer.

Datos

Para borrar os datos pode elixir unha destas opcións:

- **Datos, instrucións e enunciado**:
  1. Prema sobre o menú: Editar → Seleccionar → Seleccionar celas desprotexidas
  2. Pulse a tecla Supr.
- **Tódolos datos**:
  1. Prema sobre calquera cela de datos: .
  2. Prema sobre o botón Borrar datos

3. No diálogo «Borrar os datos desta folla?», prema sobre o botón Aceptar.

- **Só algúns dos datos**:
  1. Seleccione co rato unha área na que se atopen os datos que desexa borrar.
  2. Prema sobre o botón Borrar datos
  3. No diálogo «Borrar os datos no intervalo seleccionado?», prema sobre o botón Aceptar.

Para elixir unha opción siga estes pasos:

1. Prema sobre a cela: .
2. Prema sobre a frecha para ver la lista despregable.
3. Desprácese pola lista e elixa unha opción.

Para anotar unha cantidade:
Prema sobre unha cela: , e escriba nela a cantidade.
Se non lle gusta o formato no que se mostra o valor (por exemplo 1,00E-01), prema sobre a cela e pulse ao tempo as teclas [Ctrl] e [M] para limpar o formato (verase 0,1).
Para poñer un valor en notación científica pode elixir unha destas opcións:

- Escriba o número en formato científico 0,0E-0 da folla de cálculo.
- Escriba o número en formato habitual $0{,}0\cdot10^{-0}$.
- Seleccione o valor noutro documento, cópieo ([Ctrl]+[C]) e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]).

Exemplos de escritura en formato científico:

	Escriba:	Na cela aparecerá:
Folla de cálculo:	3E-9	3,00E-09
Formato habitual:	3,00[⇧][3]10[⇧]^-[Esp][⌫][⇧]^9[↵]	$3{,}00\cdot10^{-9}$

(Despois do signo – pulse o espazador [Esp]. Pulse a tecla [⌫] para borrar o espazo).
Se ese número xa estaba nun documento, pode copiar e pegar seguindo estes pasos:

1. Selecciónео: prema sobre o principio do número e arrastre o rato ata o final ou dobre clic
2. Cópieo: menú Editar ⟶ Copiar ou [Ctrl]+[C]
3. Prema sobre a cela: .
4. Pégueo: menú Editar ⟶ Pegado especial ⟶ Pegar texto sen formato ou [Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]

● Como pegar o enunciado na folla de cálculo

Se o enunciado foi copiado da pestana de exemplos da mesma folla, só necesita pegalo, premendo ao tempo nas teclas [Ctrl] e [V]. Para pegar doutra orixe:

1. Prema dúas veces (dobre clic) sobre a cela situada baixo a etiqueta «Problema» da folla de cálculo. Selecciónea:
   - Ou pulsando ao tempo as teclas [Ctrl], [⇧] e [Esp]
   - Ou ben, premendo sobre o menú: Editar ⟶ Seleccionar todo
2. Pégueo, premendo ao tempo as teclas [Ctrl], [Alt], [⇧] e [V].

No caso que desaparecese o formato da cela onde vai o enunciado, copie calquera outro enunciado da folla de cálculo e pégueo nela.

● Outros cálculos

En tódalas pestanas aparecen unhas celas baixo o epígrafe: OUTROS CÁLCULOS.
Nelas pódense escribir fórmulas para facer cálculos.
Para poñer unha fórmula nunha cela, hai que empezar escribindo «=» e logo poñer símbolos de operacións («+», «-» «*» ou «/») e premer sobre as celas coas que operar.
Por exemplo, para que a cela A3 faga a suma entre os números qua hai nas celas A1 e B1:

1. **Prema sobre a cela** na que quere escribir a fórmula.
2. **Escriba o signo igual** [=] na cela. Isto lle indica a LibreOffice que escribe unha fórmula.
3. Agora pode seguir de calquera destas maneiras:
   - Prema sobre a cela A1. Pulse a tecla [+]. Prema sobre a cela B1.
   - Ou escriba a fórmula: =A1+B1
     onde A1 e B1 son as coordenadas das celas que quere sumar.
4. **Pulse a tecla** [↵] para completar a entrada.

A cela mostrará agora o resultado da fórmula.

Pode usar unha variedade de funcións matemáticas para as fórmulas, como SUM para sumar ou RAÍZC para calcular a raíz cadrada. Consulte a axuda de LibreOffice para obter unha lista completa das funcións dispoñibles.
Cando a cela que contén o dato está en formato científico, como $6{,}67\cdot10^{-11}$, ten que empregar a función AVALOR, para que o transforme nun número. Por exemplo, a fórmula para calcular a velocidade na órbita $v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$, se os datos se atopan nas celas do cadro (e tendo en conta que r é a suma: $R + h$), sería:

=RAÍZC(AVALOR(J8)*J2/(J3+J6))

	H	I	I	K
2	Masa	M =	5,97E+24	kg
3	Raio	R =	6,37E+06	m
4				
5	Masa	m =		kg
6	Altura	h =	693 000	m
7				
8	Constante da gravitación	G =	$6{,}67\cdot10^{-11}$	N·m²/kg²

A cela onde escribiu a fórmula, por exemplo H22, presentaría o resultado: 7508,53966 609 457. Para obter un aspecto máis lexible podería empregar a función NUMFORMA. Se noutra cela, por exemplo J22, escribe a función =NUMFORMA(H22) o que vería en J22 sería: $7{,}51\cdot10^{3}$.
Na pestana «Introd» ten máis información das funcións exclusivas que pode empregar. Para velas, faga clic en funcións.

● Outros consellos

Faga unha copia de seguridade da folla de cálculo.
Nunca pegue ([Ctrl]+[V]) nunha cela de cor laranxa.
En vez diso, pegue sen formato:
menú Editar ⟶ Pegado especial ⟶ Pegar texto sen formato ou [Ctrl], [Alt] e [V].
Se xa o fixo, probe a desfacelo pulsando á vez as teclas [Ctrl] e [Z].
Se iso non vai, recupere desde a copia de seguridade ou descárguea de novo.
Se cambiou o aspecto dunha cela que era de cor branca e bordo azul probe a pulsar á vez as teclas [Ctrl] e [M].
Si iso non funciona, prema sobre outra cela que estea ben, e cópiea pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]. Prema sobre a cela que cambiou de aspecto e pulse á vez as teclas [Ctrl], [Alt] e [V], e, en Preconfiguracións, prema sobre «Formatos só»

● Tipos de problemas

Na páxina Índice, aparecen as ligazóns ás follas cos tipos de problemas que pode resolver.
Para ir a algún deles, manteña pulsada a tecla [Ctrl] mentres fai clic co rato no Tema que contén o tipo de problemas desexado, ou faga clic co rato na pestana inferior correspondente.
O nome da pestana de cada tipo de problemas está na columna de **Pestana** na páxina Índice.
Pódense resolver exercicios dos seguintes temas:

Bloque	Tema	Pestana
Gravitación	Satélites	Satelites
	Masas puntuais	Campos
Electromagnetismo	Cargas puntuais	Campos
	Cálculo dunha carga a partir do campo e do potencial nun punto	Equil2QoM
	Equilibrio con 2 ou 3 cargas ou masas	Equil2QoM
	Péndulo en campo eléctrico	Pendulo_Elec
	Esferas concéntricas	Esferas
	Partícula cargada movéndose nun campo magnético uniforme	Lorentz

	Campo e forza magnética entre condutores paralelos	Condutores
Vibracións e ondas	Movemento harmónico simple	MHS
	Péndulo	Pendulo
	Ondas	Ondas
Óptica xeométrica	Espellos e lentes	Optica
Física moderna	Efecto fotoeléctrico	Fotoelectr
	Enerxía nuclear	EnerNuclear
	Desintegración radioactiva	Desintegr

• Exemplos

Na columna da dereita da páxina Índice, aparecen as ligazóns ás follas que conteñen copias dos datos dos problemas dos tipos que pode resolver. Se quere consultalos, manteña pulsada a tecla [Ctrl] mentres fai clic co rato no Tema que contén o tipo de problemas desexado, ou faga clic co rato na pestana inferior correspondente. Note que as follas con exemplos comezan todas pola letra D, dende D_Satelites ata D_Desintegr.

◊ Cálculo de coordenadas para figuras regulares

Na pestana «Coords» pódense calcular as coordenadas de figuras regulares planas (triángulo equilátero, cadrado, pentágono o hexágono regular) e as do tetraedro ou do octaedro. Debe escribir o valor do lado, raio ou apotema para as figuras planas ou o da aresta ou do raio circunscrito nas outras.
Pódese xirar e/ou desprazar a figura ou situar algún dos vértices nun punto concreto.
En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (8) de cifras decimais por outro entre 1 e 12.

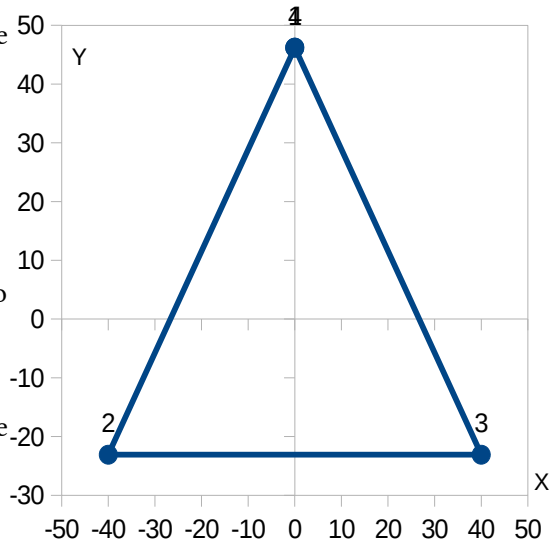
1. Calcula as coordenadas dun triángulo equilátero de 80 cm de lado coa base no eixe X e o vértice superior no eixe Y.

Borre os datos.

Figura:	Triángulo equilátero		
Lado			
	Lonxitude:		cm
Xirar:		° arredor do eixe:	Z
	:		
x (cm)	y (cm)	z (cm)	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, elixa a opción «Triángulo equilátero», na cela situada á dereita de «Figura», elixa a opción «Lado», debaixo de «Figura», escriba o seu valor (80) na cela situada á dereita de «Lonxitude», e elixa a unidade (cm) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.

Figura:	Triángulo equilátero		
Lado			
	Lonxitude:	80	cm



Este será o diagrama, que sitúa o centro do triángulo no punto (0, 0):
Para cumprir coa petición «coa base no eixe X e o vértice superior no eixe Y», o que se pode facer é:

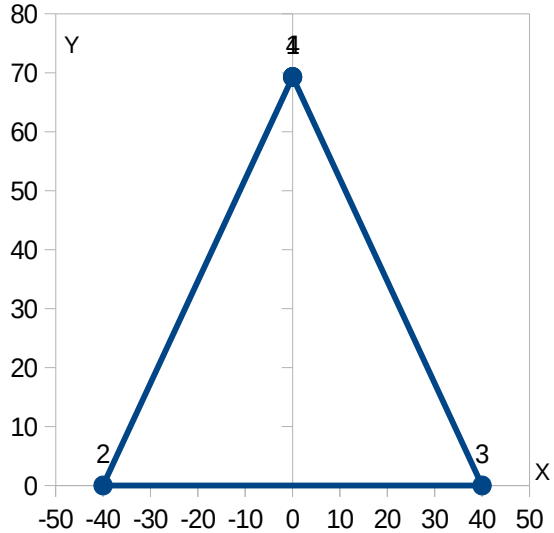
- Desprazar o triángulo cara arriba ata que a base quede no eixe X:

Desprazar:		
x (cm)	y (cm)	z (cm)
	23,09401 077	

(o número −23,09401 077 aparece en RESULTADOS como a coordenada «y» dos puntos 2 e 3).

- Ou ben situar o punto 3 nas coordenadas (40, 0)

Situar 3 en:		
x (cm)	y (cm)	z (cm)
40		



Redondear a: 8

	Coordenadas		
Pto.	x (cm)	y (cm)	z (cm)
1	0	69,28203 230	0
2	−40	0	0
3	40	0	0

Para empregar as coordenadas calculadas aquí na pestana «Campos» pode optar por un dos seguintes métodos:

- Seleccionar co rato as coordenadas calculadas na pestana «Coords» e copialas (pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]), ir á pestana «Campo», premer sobre a cela situada debaixo de x na zona de «Coordenadas» e:
  - Pegalas pulsando ao tempo as teclas [Ctrl], [⇧] e [V] e premendo sobre «Valores só».
  - Ou ben premer sobre o menú: Editar → Pegado especial → Pegar só os números.
- Ir á pestana «Campo», premer sobre a cela (I33) situada á dereita de «copie esta cela →», facendo clic nela e pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C], seleccionar co rato as celas debaixo das coordenadas x e y, e:
  - Premer sobre o menú: Editar → Pegado especial → Pegar só a fórmula.
  - Ou ben pegalas pulsando ao tempo as teclas [Ctrl], [⇧] e [V], marcando «Fórmulas» na columna na cela situada debaixo de «Pegar» e premendo sobre «Aceptar».

◊ Satélites

Na pestana «Satelites» pódense resolver exercicios de gravitación de satélites. Pódese calcular:

- Raio ou altura, velocidade, período ou frecuencia, e enerxías cinética e potencial dun satélite en distintas unidades.
- Velocidade ou enerxía para alcanzar unha altura, poñelo en órbita ou mandalo ao infinito (velocidade de escape).
- Campo gravitacional, forza, gravidade relativa ou momento angular na órbita.
- Masa dun astro central a partir dos datos dun dos seus satélites.

En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Debaixo de «Astro» pode elixir unha das opcións «Terra», «Lúa» ou «Sol» e aparecerán os valores da súa masa e o seu raio. Pode cambiar estes datos.
En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. O Sentinel-1 é un satélite artificial de órbita circular polar da Axencia Espacial Europea dentro do Programa Copérnico destinado á monitorización terrestre e dos océanos. Está situado a 693 km sobre a superficie terrestre.
   a) Cantas voltas dá á Terra cada día?
   b) Que velocidade houbo que proporcionarlle no lanzamento para poñelo en órbita?
   Datos: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N m² kg⁻²; $M(\mathrm{T}) = 5{,}97\times10^{24}$ kg; $R(\mathrm{T}) = 6{,}37\cdot10^{6}$ m. *(A.B.A.U. extr. 23)*
   Rta.: a) $f = 14{,}6$ día⁻¹; b) $v = 8{,}29\cdot10^{3}$ m/s.

Borre os datos.

Astro	Masa	M =		kg
	Raio	R =		
	Gravidade no chan	g_o =		m/s²
Satélite	Masa	m =		kg

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Debaixo de «Astro» pode elixir a opción «Terra», e aparecerán os valores da súa masa e o seu raio.
Pode cambiar estes datos, ben copiando ([Ctrl]+[C]) no enunciado e pegando ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escribindo, en formato científico «folla de cálculo» ou no habitual:

- O valor, en kg, da masa (5,97E24 ou $5{,}97\cdot10^{24}$) na cela situada á dereita de «M =».
- O valor do raio (6,37E6 ou $6{,}37\cdot10^{6}$) na cela situada á dereita de «R =».

Debaixo de «Masa», elixa a opción «Altura», escriba o seu valor (693) na cela situada á dereita de «h =», e elixa a unidade (km) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.
Elixa o outro valor ($6{,}67\cdot10^{-11}$) para a constante da gravitación na cela situada á dereita de «G =».

Astro	Masa	M =	5,97E+24	kg
Terra	Raio	R =	6,37E+06	m
Satélite	Masa	m =		kg
	Altura	h =	693	km
Constante da gravitación		G =	$6{,}67\cdot10^{-11}$	N·m²/kg²

Se copiou e pegou os valores da masa e o raio, dende o enunciado tal como están escritos, debería ver $5{,}97\times10^{24}$ en vez de 5,97E+24 e $6{,}37\cdot10^{6}$ en vez de 6,37E+06.
En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
a) Elixa a opción «Frecuencia» debaixo de «Cifras significativas» e a opción «día⁻¹» para as unidades.

b) Elixa as opcións «Velocidade» e «poñelo en órbita», na liña onde se le «no chan para».

		Raio	km	Velocidade	m/s	Frecuencia	
Órbita	r =	7060		7510		14,6	día^{-1}
Enerxía		cinética		potencial		mecánica	J
na órbita		$2{,}82\cdot10^7$ J/kg		$-5{,}64\cdot10^7$ J/kg		$-2{,}82\cdot10^7$ J/kg	
				Terra	g_0 =	9,82 m/s²	
Velocidade		no chan para		poñelo en órbita	v(↑ó) =	$8{,}29\cdot10^3$ m/s	

As unidades de enerxía son J/kg porque non se escribiu o dato da masa do satélite. A enerxía potencial é, en realidade, o potencial a esa altura.

2. Un satélite artificial ten unha masa de 200 kg e unha velocidade constante de 7,00 km·s^{-1}.
   a) Calcula a altura á que orbita.
   b) Se nese momento se lle fornece unha enerxía igual á enerxía cinética que xa ten, calcula a que distancia da Terra podería chegar.
   Datos: g = 9,81 m·s^{-2}; R(T) = $6{,}37\cdot10^6$ m. *(A.B.A.U. extr. 22)*
   Rta.: a) h = 1750 km; b) $r = \infty$.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Para o raio da Terra, copie ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (6,37E6) ou no habitual ($6{,}37\cdot10^6$), na cela situada á dereita de «R =».
Elixa a opción «Velocidade», na 2.ª cela situada debaixo de «Masa», escriba o seu valor (7) e elixa a unidade (km/s) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.

Astro	Masa	M =		kg
	Raio	R =	6,37E+06	m
	Gravidade no chan	g_0 =	9,81	m/s²
Satélite	Masa	m =	200	kg
	Velocidade	v =	7	km/s

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
a) Elixa a opción «Altura», en lugar de «Raio».

		Altura	km
Órbita	h =	1750	

b) Esta folla non calcula esta cuestión, pero dá pistas para resolvela. Comprobe que a enerxía cinética é oposta á enerxía total.

Enerxía	cinética	potencial	mecánica	J
na órbita	$4{,}90\cdot10^9$ J	$-9{,}80\cdot10^9$ J	$-4{,}90\cdot10^9$ J	

Neste caso, unha enerxía cinética sumada a súa enerxía mecánica dá como resultado 0. Pero 0 é a enerxía potencial do infinito, porque se toma o infinito como orixe de enerxía potencial. O satélite deberá chegar ao infinito.

3. O período de Xúpiter na súa órbita arredor do Sol é aproximadamente 12 veces maior que o da Terra na súa correspondente órbita. Considerando circulares as órbitas dos dous planetas, determine:
   a) A relación entre os raios das devanditas órbitas.
   b) A relación entre as aceleracións dos dous planetas nas súas respectivas órbitas.
   (A.B.A.U. ord. 22)
   Rta.: a) r_2 / r_1 = 5,2; b) a_2 / a_1 = 0,036.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».

Escriba na cela de cor laranxa situada á dereita de «Astro» a palabra Xúpiter. Recibirá un aviso: «Sen datos» (A pestana só ten os datos da Terra, a Lúa e o Sol). Pulse o botón Aceptar.
Na cela contigua de cor laranxa, elixa «Terra».
Na última cela da columna encabezada pola etiqueta «Relación», escriba 12. Na primeira cela da esquerda desta fila, elixa a opción «Período».

					Relación
Astro		Xúpiter	Terra	Astro 2	A_1 / A_2
Masa M =					
Raio R =					
Gravidade no chan	g_0 =				
Satélite Masa	m =	1	kg		
Período	T =				12

En RESULTADOS, elixa na cela de cor laranxa, situada á dereita de «Relación entre», a opción «raios».

Relación entre	raios	r_1 / r_2 =	5,24

Para o apartado b), substitúa «raios» por «aceleracións»:

Relación entre	aceleracións	a_1 / a_2 =	0,0364

4. A masa do planeta Marte é 0,107 veces a masa da Terra e o seu raio é 0,533 veces o raio da Terra. Calcule:
   a) O tempo que tarda un obxecto en chegar á superficie de Marte se se deixa caer desde unha altura de 50 m.
   b) A velocidade de escape dese obxecto desde a superficie do planeta.
   Datos: g = 9,81 m·s^{-2}; R(T) = 6,37×10^6 m. *(A.B.A.U. ord. 21)*
   Rta.: a) t = 5,21 s; b) v = 5,01·10^3 m/s.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
Calcule primeiro a masa da Terra.
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Para o raio da Terra, copie ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (6,37E6) ou no habitual (6,37·10^6), na cela situada á dereita de «R =».

Astro	Masa	M =		kg
	Raio	R =	6,37E6	m
Gravidade no chan		g_0 =	9,81	m/s²

Busque en RESULTADOS o valor da masa da Terra e anóteo:

Terra	M =	5,96·10^{24} kg

Para calcular a gravidade no chan de Marte e a velocidade de escape faga o seguinte:
Escriba en DATOS:

=0,107*AVALOR("5,96·10^{24}") ou =0,107*5,96E24 na cela situada á dereita de «M =»
=0,533*AVALOR("6,37·10^6") ou =0533*6,37E6 na cela situada á dereita de «R =».

Debería ver:

Astro	Masa	M =	6,38E+23	kg
	Radio	R =	3 395 210	m

Anote o valor de g_0 que aparece en RESULTADOS:

Astro	g_0 =	3,69 m/s²

Esta folla non calcula o tempo que tarda en chegar ao chan. Debe facerse coa ecuación do MRUA,

$s = v_0\ t + ½\ a\ t^2$. Despexando o tempo, queda: $t = \sqrt{(2\ s\ /\ a)}$.
En OUTROS CÁLCULOS, escriba na cela situada á dereita de «Fórmula»:
=RAÍZC(2*50/AVALOR(L16)) ou =RAÍZC(2*50/3,69)
Debería ver en OUTROS CÁLCULOS un número semellante a 5,21:

Fórmula:	5,21

b) En RESULTADOS elixa as opcións «Velocidade» e «alcanzar o infinito» aos dous lados de «no chan para».

Velocidade	no chan para	alcanzar o infinito	*v(esc.)* = 5,01·10³ m/s

Pode ver máis exemplos na pestana «D_Satelites».
Pode empregar a folla de cálculo Satélites (gal), coa axuda de Satélites PAU (gal) ou Satélites ABAU (gal), para poder ver máis problemas resoltos deste tema.

◊ Masas ou cargas puntuais: Masas

Na pestana «Campos» pódense resolver exercicios de sistemas de masas ou cargas puntuais. Para os exercicios de masas puntuais ten que elixir a opción «Masa» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Constante».

Pódense situar ata seis masas fixas e unha masa móbil en un de dous puntos nos que pode calcular:

- A intensidade de campo ou a forza gravitacional sobre unha masa móbil, e o potencial ou a enerxía potencial gravitacional.
- O traballo para mover a masa entre dous puntos ou a enerxía cinética ou a velocidade coa que chega a un dos puntos.
- A enerxía potencial gravitacional da disposición das masas fixas.
- Un esquema do vector intensidade de campo gravitacional en calquera dos puntos da masa móbil.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Dúas masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) e B(12, 0) metros. Calcula:
   a) O vector campo e o potencial gravitacional en C(6, 0) e D(6, 8).
   b) Se unha masa de 2 kg posúe no punto D unha velocidade de $-1\cdot10^{-4}\ \bar{\mathbf{j}}$ m·s^{-1}, calcula a súa velocidade no punto C.

(P.A.U. xuño 14)

Rta.: a) $g_c = 0$; $g_d = -1{,}6\times10^{-10}$ j m/s^2; $V_c = -3{,}34\times10^{-9}$ J/kg; $V_d = -2{,}00\times10^{-9}$ J/kg; b) $v = -1{,}13\times10^{-4}$ j m/s.

Borre os datos.

	Constante	K =	8,9875500·10^9	N·m^2·C^{-2}	ε' =	1
	Carga	Coordenadas				m
	μC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
		1				
		2				
		3				
		4				
		5				
		6				
móbil		A				
		B				
	Punto de partida:	S				
	Punto de chegada:	T				
	Velocidade inicial	v_0 =		m/s	m =	kg
					↑ Masa	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónea na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, na cela situada debaixo de «Constante», elixa a opción «Masa».
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «G =» pode elixir o outro valor (6,67·10^{-11}).
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Coordenadas», elixa as unidades (m).
Na cela de cor laranxa situada debaixo de «Masa» elixa a unidade (kg).
Nas celas situadas debaixo de «kg», escriba os valores das masas (150), e, nas celas situadas a súa dereita, os valores correspondentes das coordenadas «x» e «y».
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «móbil», elixa a opción «C», e na cela de abaixo, elixa a opción«D».
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Punto de partida:», elixa a opción «D», para indicar que a masa móbil sae do punto A. Para «Punto de chegada:» elixa a opción «C».
Escriba o valor da masa móbil (2), na cela situada á dereita da etiqueta «móbil», e os valores correspondentes das coordenadas «x» e «y» para os puntos C e D. (Cando escriba 6, aparecerá 6,67·10^{-11}. Pulse a tecla [Supr] para que quede só o 6).

Na cela (I15) situada á dereita de «Velocidade inicial v_0 =» escriba −1E-4, ou copie o dato no enunciado do problema (seleccione -10^{-4} e prema ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]) e pégueo nesa cela (clic na cela I15 e prema ao tempo as teclas [Ctrl], [Alt], [⇧] e [V]).

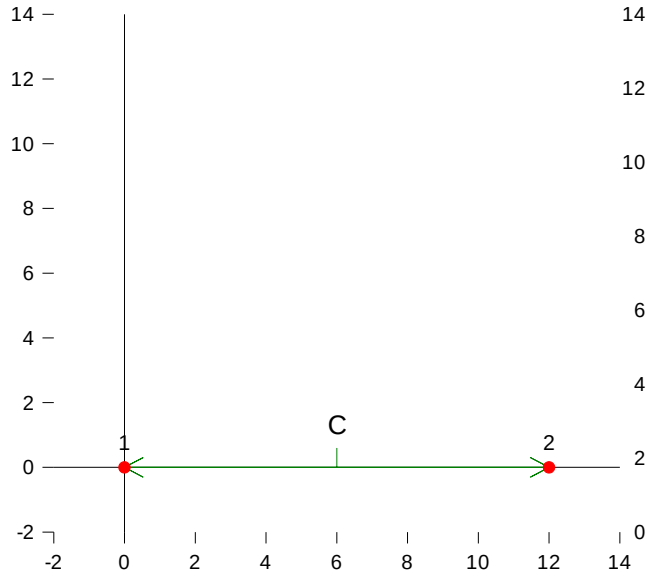
	Constante	G =	$6{,}67\cdot10^{-11}$	$N\cdot m^2\cdot kg^{-2}$		1
	Masa	Coordenadas				m
kg		Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
	150	1	0	0		
	150	2	12	0		
		3				
		4				
		5				
		6				
móbil	2	C	6	0		C
		D	6	8		D
	Punto de partida:	D				D
	Punto de chegada:	C				C
	Velocidade inicial	v_0 =	$-1\cdot10^{-4}$	m/s		kg

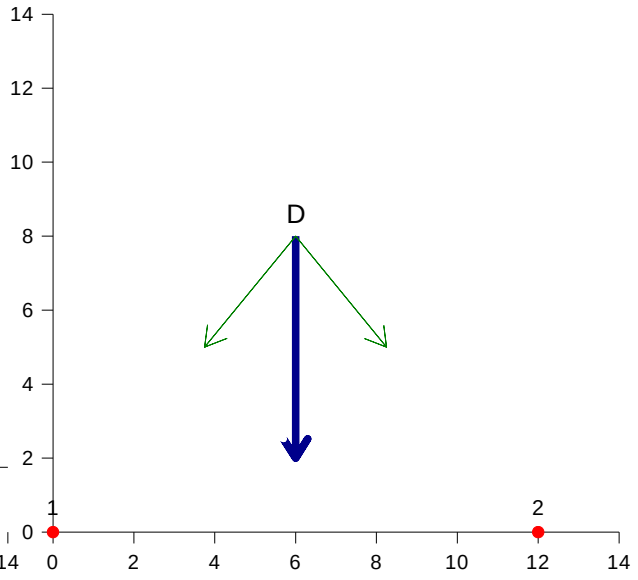
En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6. Elixa a opción «Campo» na cela de cor laranxa situada á esquerda de «resultante», e a opción «Potencial» na cela de cor laranxa situada máis abaixo.

	Campo resultante			Cifras significativas:	3
	|g|	g_x	g_y		
C	0 N/kg	0	0		N/kg
D	$1{,}60\cdot10^{-10}$ N/kg	0	$-1{,}60\cdot10^{-10}$		N/kg
	Potencial				
C	$-3{,}34\cdot10^{-9}$ J/kg		Velocidade final:	$1{,}13\cdot10^{-4}$ m/s	
D	0 J/kg				

GRÁFICAS

Os vectores campo gravitacional poden verse na zona de GRÁFICAS, elixindo a opción «C» no primeiro caso e a opción «D» no segundo. Os vectores campo, creados por cada unha das masas situadas nos puntos vermellos 1 e 2, aparecen en cor verde. No punto D pode verse ademais o vector campo resultante, en cor azul máis groso. O campo resultante no punto C é nulo e non aparece na gráfica.





◊ Masas ou cargas puntuais: Cargas

Na pestana «Campos» pódense resolver exercicios de sistemas de masas ou cargas puntuais. Para os exercicios de cargas puntuais ten que elixir a opción «Carga» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Constante».

Pódense situar ata seis cargas fixas e unha carga móbil en un de dous puntos nos que se pode calcular:

- A intensidade de campo eléctrico ou a forza electrostática sobre a carga móbil, e o potencias eléctrico ou a enerxía potencial eléctrica.
- O traballo para mover a carga entre dous puntos ou a enerxía cinética ou a velocidade coa que chega a un dos puntos.
- A enerxía potencial eléctrica da disposición das cargas fixas.
- A posición e o valor dunha carga que equilibraría a disposición das cargas fixas, se fose o caso.
- Un esquema do vector intensidade de campo eléctrico en calquera dos puntos da carga móbil.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Dúas cargas eléctricas positivas de 3 nC cada unha están fixas nas posicións (2, 0) e (−2, 0) e unha carga negativa de −6 nC está fixa na posición (0,-1).
   a) Calcule o vector campo eléctrico no punto (0, 1).
   b) Colócase outra carga positiva de 1 μC no punto (0,1), inicialmente en repouso e de xeito que é libre de moverse. Razoe se chegará ata a orixe de coordenadas e, en caso afirmativo, calcule a enerxía cinética que terá nese punto. As posicións están en metros.

   Datos: $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. ord. 21)*

   Rta.: a) $E = -8{,}67$ j N/C; b) $E_c = 2{,}41\cdot10^{-5}$ J.

Borre os datos.

	Constante	K =	8,9875500·10⁹	N·m²·C⁻²	ε' =	1
	Carga	Coordenadas				m
	μC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
		1				
		2				
		3				
		4				
		5				
		6				
móbil		A				
		B				
	Punto de partida:	S				
	Punto de chegada:	T				
	Velocidade inicial	v_0 =		m/s	m =	kg
					↑ Masa	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónea na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, na cela situada debaixo de «Constante», elixa a opción «Carga».
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «K =» elixa o outro valor (9,0·10⁹).
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Coordenadas», elixa as unidades (m).
Na cela de cor laranxa situada debaixo de «Carga», elixa a unidade (nC).
Nas celas situadas debaixo de «nC», escriba os valores das cargas (3, 3, e −6), e, a súa dereita, os valores correspondentes das súas coordenadas «x» e «y».
Na cela situada á dereita da etiqueta «móbil», escriba o valor da carga móbil (1000), nas mesmas unidades que o resto das cargas!, e, á súa dereita, os valores das coordenadas (0 e 1).
Na cela de cor laranxa situada á dereita da etiqueta «Punto de partida:», elixa a opción «A», para indicar que a carga móbil sae do punto A.

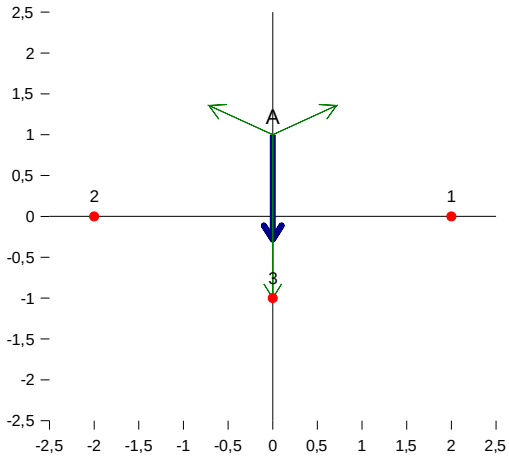
Para o punto de chegada, pode deixar o nome do punto como se lle propón (T) ou cambialo, pero debe escribir os valores das coordenadas (0 e 0).

	Constante	K =	$9{,}0\cdot10^{9}$	$N\cdot m^2\cdot C^{-2}$		ε' =	1
	Carga	Coordenadas					m
	nC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)		
	3	1	2	0			
	3	2	−2	0			
	−6	3	0	−1			
		4					
		5					
		6					
móbil	1000	A	0	1			
		B					
Punto de partida:		A				A	
Punto de chegada:		T	0	0			
Velocidade inicial		v_0 =		m/s	m =		kg
					↑ Masa		

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6. Elixa a opción «Campo» na cela de cor laranxa situada á esquerda de «resultante», e a opción «Potencial» na cela de cor laranxa situada máis abaixo.

	Campo resultante			Cifras significativas:	3
	|E|	E_x	E_y		
A	8,67 N/C	0	−8,67	N/C	
T					
	Potencial				
A	−2,85 V				
T					
			Traballo do campo desde A ata T:	$2{,}41\cdot10^{-5}$	J
			Enerxía potencial das cargas fixas:	$-1{,}25\cdot10^{-7}$	J

En GRÁFICAS aparece un diagrama cos vectores campo eléctrico, en cor verde, creados por cada unha das cargas situadas nos puntos vermellos 1, 2 e 3, e o vector campo resultante no punto A, en cor azul máis groso.



Á vista da dirección e sentido do campo eléctrico e, tendo en conta que a carga móbil é positiva, parece lóxico pensar que pasará pola orixe de coordenadas. Deducindo que en tódolos puntos da parte positiva do eixe Y, a dirección e sentido do vector campo non varían, pódese asegurar que a carga pasará pola orixe.

Posto que cando a carga se despraza desde A ata a orixe, o traballo da forza do campo é positivo, a carga adquire unha enerxía cinética igual a ese traballo:

$$\Delta E_c = W = 2{,}41\cdot10^{-5}\ \text{J}$$

Se partiu do repouso, esa será a enerxía cinética que terá.

2. Tres cargas de −2, 1 e 1 μC están situadas nos vértices dun triángulo equilátero e distan 1 m do centro do mesmo.
   a) Calcula o traballo necesario para levar outra carga de 1 μC desde o infinito ao centro do triángulo.
   b) Que forza sufrirá a carga unha vez que estea situada no centro do triángulo?
   c) Razoa se nalgún punto dos lados do triángulo pode existir un campo electrostático nulo.
   Dato: $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C² *(P.A.U. xuño 16)*
   Rta.: a) $W = 0$; b) $F = 0{,}0270$ cara á carga negativa.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
Pódense calcular as coordenadas na pestana «Coords» atendendo ás instrucións seguintes:
Prema sobre a pestana «Coords» e elixa a opción «Triángulo equilátero» e «Raio», escriba o valor do raio (1) e elixa á unidade (m) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.

	Figura:	Triángulo equilátero	
Raio			
	Lonxitude:	1	m

Se en RESULTADOS mantén «Redondear a 8 cifras decimais», verá:

			Redondear a:	8
	Coordenadas		cifras decimais	
Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
1	0	1	0	
2	−0,86602 540	−0,5	0	
3	0,86602 540	−0,5	0	

Volva á pestana «Campos» e copie a cela situada á dereita de «copie esta cela →», facendo clic nela e pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]. Seleccione co rato as celas debaixo das coordenadas «x» e «y» para os tres puntos. Elixa no menú: Editar → Pegado especial → Pegar só a fórmula.
Escriba os valores das cargas fixas (−2, 1, e 1) nas celas situadas debaixo de «μC».
Escriba o valor da carga móbil (1) na cela situada á dereita de etiqueta «móbil». Escriba, nas celas a súa dereita, os valores das coordenadas da carga móbil, que son as do centro do triángulo (0 e 0).
Elixa a opción «∞» na cela de cor laranxa á dereita de «Punto de partida:», e a opción «A» na cela de cor laranxa á dereita de «Punto de chegada:»

	Constante	K =	9,0·10⁹	N·m²·C⁻²	ε' =	1
	Carga		Coordenadas			
	μC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
	−2	1	0	1		
	1	2	−0,86602 540	−0,5		
	1	3	0,86602 540	−0,5		
		4				
		5				
		6				
móbil	1	A	0	0		
		B				
	Punto de partida:	∞				∞
	Punto de chegada:	A				A

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
Elixa a opción «Forza»:

	Forza resultante			Cifras significativas:	3
	|F|	F_x	F_y	F_z	
A	0,0270 N	0	0,0270	0 N	

3. Unha carga q de 2 mC está fixa no punto A (0, 0), que é o centro dun triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguais Q están nos vértices e a distancia de cada carga Q ao punto A é 3 m. O conxunto está en equilibrio electrostático. Calcula:
   a) O valor de Q.
   b) A enerxía potencial de cada carga Q.
   c) A enerxía posta en xogo para que o triángulo rote 45° arredor dun eixe que pasa por A e é perpendicular ao plano do papel.

   Dato: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻² *(P.A.U. xuño 11)*

   Rta.: a) $Q = -3{,}46$ mC; b) $E_p = 2{,}08\times10^4$ J; c) $\Delta E = 0$.

a) O problema non se resolve directamente. Pódese calcular o valor dunha carga central que equilibraría tres cargas de 1 mC nos vértices.
Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
Pódense calcular as coordenadas na pestana «Coords» atendendo ás instrucións seguintes:
Prema sobre a pestana «Coords» e elixa as opcións «Triángulo equilátero» e «Lado», escriba =3*RAÍZC(3) na cela situada á dereita de «Lonxitude» e elixa á unidade (m)na cela de cor laranxa situada a súa dereita.

Figura:	Triángulo equilátero		
Lado			
	Lonxitude:	5,1961 524 227	m

Se en RESULTADOS mantén «Redondear a 8 cifras decimais», verá:

Pto.	x (cm)	y (cm)
1	0	3
2	−2,59807 621	−1,5
3	2,59807 621	−1,5

Volva a pestana «Campos» e copie a cela situada á dereita de «copie esta cela →», facendo clic nela e pulsando ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]. Seleccione co rato as celas debaixo das coordenadas «x» e «y» para os tres puntos. Elixa no menú: Editar → Pegado especial → Pegar só a fórmula.
Escriba «1» para cada un dos valores das cargas fixas, nas celas situadas debaixo de «mC».

Carga		Coordenadas	
mC	Pto.	x (m)	y (m)
1	1	0	3
1	2	−2,59807 621	−1,5
1	3	2,59807 621	−1,5

En RESULTADOS, escriba 6 na cela situada á dereita de «Cifras significativas», para ter maior precisión.

Campo	resultante	Cifras significativas:	6

Busque o valor da carga que equilibra as cargas fixas.

Carga que equilibra as cargas fixas:	−0,577350 mC

A carga no centro que equilibra tres cargas de 1 mC, situadas nos vértices, vale $q = -0{,}57735$ mC.
Este equilibrio manterase se se multiplican tódalas cargas polo mesmo número. Para que a carga no centro sexa de 2 mC, haberá que multiplicar o seu valor actual (−0,57735) polo factor 2/(−0,57735).
Este será o factor polo que habería que multiplicar as cargas nos vértices, que son de 1 mC.
Polo tanto, as cargas nos vértices que equilibrarían unha carga de 2 mC do centro valerían:
$Q = 2/(-0{,}57735) = -2/0{,}57735$ mC.
En DATOS, escriba a fórmula: =−2/0,57735 en vez do valor da carga, na cela situada debaixo de «mC».

mC	Pto.	x (m)	y (m)
=-2/0,57735	1	0	3

Pode copiar esta cela (G5) nas dúas de abaixo ou escribir en cada unha delas =, facer clic nesta cela (G5) e pulsar a tecla [↵].
En RESULTADOS verá agora:

Carga que equilibra as cargas fixas:	2,00000 mC

b) Para este apartado, escriba 2, no valor da carga do punto 4, e 0, nas coordenadas x e y.

Escriba o valor da carga 1 (ou 2 ou 3) na cela situada á dereita de «móbil», e o valor das súas coordenadas nas celas da dereita.

	Carga		Coordenadas	
	mC	Pto.	x (m)	y (m)
	−3,464103	1	0	3
	−3,464103	2	−2,59807 621	−1,5
	−3,464103	3	2,59807 621	−1,5
	2	4	0	0
		5		
		6		
móbil	−3,464103	A	0	3

En RESULTADOS, elixa a opción «E. potencial»:

	E. potencial
A	$2{,}07846 \cdot 10^4$ J

c) En RESULTADOS, fíxese no valor da «Enerxía potencial das cargas fixas:». Vale 0 J.
Vaia agora á pestana «Coords.» e faga xirar o triángulo 45° arredor do eixe Z.

Xirar:	45	° arredor do eixe:	Z

As coordenadas cambiaron. Volva a pestana «Campo», comprobe que as coordenadas son as novas, e comprobe que a enerxía é a mesma: 0 J.

◊ Equilibrio 2 o 3 cargas ou masas

Na pestana «Equil2MoQ» pódense resolver exercicios para calcular:

- As coordenadas dun punto, situado entre dúas masas ou cargas eléctricas, nos que o campo ou o potencial é nulo.
- O valor da carga ou masa que, situada nun punto, neutraliza o potencial ou o campo producido por unha ou dúas cargas ou masas noutro punto determinado,
- O valor da carga ou masa que crea un campo, e a distancia á que se atopa o punto dela, dados os valores do potencial e do campo nese punto,

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Unha nave sitúa un obxecto de 20 kg de masa entre a Terra e o Sol nun punto onde a forza gravitacional neta sobre o obxecto é nula. Calcula nese punto:
   a) A distancia do obxecto ao centro da Terra.
   b) A aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela.
   DATOS: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N·m²·kg⁻²; $M(\text{T}) = 5{,}98\times10^{24}$ kg; $M(\text{S}) = 2{,}00\times10^{30}$ kg;
   distancia Terra-Sol = $1{,}50\times10^{11}$ m. *(A.B.A.U. ord. 24)*
   Rta.: a) $r = 2{,}59\cdot10^{8}$ m; b) $a = 1{,}99\cdot10^{-26}$ m/s².

Borre os datos.

	Constante	K =	9,00·10⁹ N·m²·C⁻²	ε' =	1
Carga	C		x	y	
	M				m
	N				
Equilibrio en	A				
Q móbil	Punto				
			Potencial (V)	Campo (N/C)	$\boldsymbol{u}$
No punto	A				**i**

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, na cela situada debaixo de «Constante», elixa a opción «Masa».
Pode elixir na cela contigua a opción «kg», pero non é necesario, por ser a opción por defecto.
Na cela (F5) situada debaixo de «Masa» escriba 5,98E24, ou copie o dato no enunciado do problema (seleccione $5{,}98\times10^{24}$ e pulse á vez as teclas [Ctrl] e [C]) e pégueo nesa cela (clic na cela F5 e pulse á vez as teclas [Ctrl], [Alt], [⇧] e [V]).
Siga o mesmo procedemento para pór a masa do Sol na cela de abaixo (F6).
Nas celas de cor branca situadas á dereita de «M», escriba os valores das coordenadas «x» e «y» (0 e 0). A súa dereita, pode elixir as unidades (m), aínda que non é necesario, por ser a opción por defecto.
Na cela (I6) de cor branca, situada á dereita de «N», escriba 1,5E11, ou copie o dato no enunciado do problema (seleccione $1{,}50\times10^{11}$ e pulse á vez as teclas [Ctrl] e [C]) e pégueo nesa cela (clic na cela I6 e pulse á vez as teclas [Ctrl], [Alt], [⇧] e [V]).
Na cela situada debaixo de «M móbil» escriba o valor (20) da masa situada no punto de equilibrio.
Na última cela (K11) de cor branca, situada debaixo de «Campo (N/kg)», escriba 0, para indicar que o campo e, por tanto, a forza gravitacional, anúlanse nese punto.
Non é necesario que cambie o vector unitario (por defecto $\bar{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixo X).
Pode asignarlle ao punto de equilibrio outra letra distinta (A-D, G-I) na cela de cor laranxa situada á dereita de «No punto».

	Constante	G =	$6{,}67\cdot10^{-11}$	N·m²·kg⁻²	

Masa	kg	x	y	
$5{,}98\times10^{24}$	M	0	0	m
$2{,}00\times10^{30}$	N	$1{,}50\times10^{11}$	0	
Equilibrio en	A			
M móbil	Punto			
20				
		Potencial (J/kg)	Campo (N/kg)	***u***
No punto	A		0	**i**

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

	x	y	
Posición do punto A:	$2{,}59\cdot10^{8}$	0	m

b) A aceleración da Terra debida á forza que o obxecto exerce sobre ela, non a calcula esta pestana.
Ten que escribir unha fórmula nunha das celas de OUTROS CÁLCULOS, situada á dereita de «Fórmula:».
A fórmula máis completa sería:
=NUMFORMA(AVALOR(I2)*F9/(AVALOR(I5)-AVALOR(J16))^2 + (AVALOR(K5)-AVALOR(K16))^2)
que corresponde a: $G \cdot m / ((x(\mathrm{M}) - x(\mathrm{A}))^2 + (y(\mathrm{M}) - y(\mathrm{A}))^2)$
Aínda que con estes datos, nos que case todas as coordenadas valen 0, sería suficiente con:
=NUMFORMA(AVALOR(I2)*F10/AVALOR(J16)^2
Para que esta fórmula mostre o resultado correcto, é necesario que seleccione un dos dous valores da constante G. Non é suficiente con que se vexa o valor de G na folla.
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «G =» elixa un valor.

2. Nun punto de coordenadas (0, 3) está situada unha carga q_1 = 7,11 nC, e no punto de coordenadas (4, 0) está situada outra carga q_2 = 3,0 nC. Calcula:
   a) A expresión vectorial da intensidade do campo eléctrico no punto (4, 3).
   b) O valor do potencial eléctrico no punto (4, 3).
   c) Indica o signo e o valor da carga q_3 que hai que situar na orixe para que o potencial eléctrico no punto (4, 3) se anule.

   Dato: $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻². As coordenadas están expresada en metros. *(A.B.A.U. ord. 19)*
   Rta.: a) $\vec{E} = (4\,\vec{i} + 3\,\vec{j})$ N/C; b) V = 25 V; c) q_3 = −13,9 nC.

Para resolver este problema ten que usar dúas pestanas distintas. A pestana «Campos» para os apartados a) e b), e a pestana «Equil2MoQ» para o apartado c).
Apartados a) e b). Vaia á pestana «Campos» e borre os datos.
Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS, escriba os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.

a) b)

Constante	K =	$9\cdot10^9$	N·m²·C⁻²	ε' =	1

Carga	Coordenadas				m
nC	Pto.	x (m)	y (m)	z (m)	
7,11	1	0	3		
3	2	4	0		

a) En RESULTADOS, elixa «Campo» á esquerda de «resultante»

	Campo resultante			Cifras significativas: 3
	|E|	E_x	E_y	
A	5,00 N/C	4,00	3,00	N/C

b) En RESULTADOS, elixa «Potencial» más abaixo:

	Potencial
A	25,0 V

Apartado c). Vaia á pestana «Equil2MoQ» e borre os datos.
Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS, escriba os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.

	Constante	K =	$9{,}00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²	ε' =	1
Carga	nC		x	y	
7,11	M		0	3	m
3	N		4	0	
Equilibrio en	A		4	3	
Q móbil	Punto				
	B		0	0	
			Potencial (V)	Campo (N/C)	***u***
No punto	A		0		**i**

É necesario que escriba todos os valores, aínda que sexan cero.
b) En RESULTADOS, con 3 cifras significativas, verá:

Carga en B	Q =	−13,9	nC

Pode comprobar este resultado volvendo á pestana «Campos» e escribindo, ou copiando, o valor obtido, e escribindo as coordenadas na fila correspondente á carga 3.
Escriba tamén as coordenadas para o punto de equilibrio, á dereita da etiqueta da letra (A) que identifica o punto na fila coa etiqueta «móbil».

	−13,9	3	0	0	
móbil		A	4	3	

O resultado do potencial non parece ser 0.

	Potencial
A	−0,0225 V

Pero é debido a que o número de cifras significativas non é suficiente. Se, na pestana «Equil2MoQ», escribe 6 á dereita de «Cifras significativas», o resultado agora é −13,8875 nC:

			Cifras significativas: 6
Carga en B	Q =	−13,8875	nC

Poñendo este valor na pestana «Campos»:

	−13,8875	3	0	0	

3. Unha carga eléctrica puntual de valor Q ocupa a posición (0,0) do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixo X o potencial eléctrico é $V = -120$ V e o campo eléctrico é $\vec{E} = -80\ \vec{\mathbf{i}}$ N /C. Se as coordenadas están dadas en metros, calcula:
   a) A posición do punto A e o valor de Q.
   b) O traballo que realiza a forza eléctrica do campo para levar un electrón desde o punto B (2,2) ata o punto A.

   DATOS: $K = 9\times10^9$ N·m²·C⁻²; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. ord. 24)*

   Rta.: a) $\vec{r}_A$ =(1,50, 0) m; $Q = -20{,}0$ nC; b) $W_{B\to A} = -9{,}02\cdot10^{-18}$ J.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
Na cela (F9) situada debaixo de «Q móbil» escriba −1,6E-19, ou copie o dato no enunciado do problema (seleccione $1{,}6\times10^{-19}$ e pulse á vez as teclas [Ctrl] e [C]) e pégueo nesa cela (clic na cela F9 e pulse á vez as teclas [Ctrl], [Alt], [⇧] e [V]). Faga clic ao principio do número, escriba o signo «-» e pulse a tecla [↵].

	Constante	K =	9,00·10⁹	N·m²·C⁻²	ε' = 1
Carga	C		x	y	
	M		0	0	m
	N				
	A				
Q móbil	Punto				
$-1{,}6\times10^{-19}$	B		2	2	
			Potencial (V)	Campo (N/C)	$\vec{u}$
No punto	A		−120	−80	$\vec{\mathbf{i}}$

En RESULTADOS, elixa, debaixo da etiqueta «Traballo da forza», as opcións: «do campo» e «B ⟶ A».
Con 3 cifras significativas, móstrase:

		x	y	
Posición do punto A:		1,50	0	m
Carga en M		Q =	$-2{,}00\cdot10^{-8}$	C
Traballo da forza				
do campo	de	B ⟶ A	$-9{,}02\cdot10^{-18}$	J

Nas celas de cor laranxa, pode cambiar as unidades tanto da carga como do traballo.

◊ Péndulo nun campo eléctrico

Na pestana «Pendulo_Elec» pódense resolver exercicios dun péndulo con carga nun campo eléctrico vertical ou horizontal. Pódese calcular:

- Ángulo coa vertical, tensión do fío, velocidade no punto máis baixo, período ou frecuencia.
- Campo necesario para desvialo un ángulo.
- Valor da carga.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Nunha rexión do espazo na que hai un campo eléctrico de intensidade $\vec{E} = 6\cdot10^3\ \vec{i}$ N C^{-1} colga, dun fío de 20 cm de lonxitude, unha esfera metálica que posúe unha carga eléctrica de 8 μC e ten unha masa de 4 g. Calcula:
   a) O ángulo que forma o fío coa vertical.
   b) A velocidade da esfera cando pasa pola vertical ao desaparecer o campo eléctrico.
   Dato: $\vec{g} = -9{,}8\ \vec{j}$ m s^{-2}. *(A.B.A.U. extr. 23)*
   Rta.: a) $\alpha = 50{,}8°$; b) $v = 1{,}20$ m/s.

Borre os datos.

Sentido do campo eléctrico	→		
Distancia entre placas	d =		
Masa oscilante	m =		
Carga	q =		
Lonxitude do fío			
Aceleración da gravidade	g =	9,81	m/s²

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Sentido do campo eléctrico», elixa a opción «→», e na que se atopa debaixo dela, elixa a opción «Intensidade de campo eléctrico».
Copie ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (6E3) ou no habitual ($6\cdot10^3$), na cela situada á dereita de «E =».
Elixa o valor da aceleración da gravidade (9,8) na cela de cor laranxa situada á dereita de «g =».

Sentido do campo eléctrico	→		
Intensidade de campo eléctrico	E =	$6\cdot10^3$	N/C
Distancia entre placas	d =		
Masa oscilante	m =	4	g
Carga	q =	8	μC
Lonxitude do fío	L =	20	cm
Aceleración da gravidade	g =	9,8	m/s²

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
Elixa a opción «Velocidade máxima» na cela de cor laranxa.

Ángulo coa vertical	φ =	50,8 °
Tensión do fío	T =	0,0620 N
Velocidade máxima	v =	1,20 m/s

2. Un péndulo está constituído por unha pequena esfera metálica de masa m = 1 g e dimensións desprezables, e un fío inextensible de 150 cm de largo e sen peso apreciable. Se a esfera ten unha carga positiva q e o péndulo se sitúa en una rexión onde existe un campo eléctrico uniforme de intensidade $E = 10^5$ N/C. Calcula:
   a) O valor da carga q da esfera sabendo que cando o campo é paralelo ao eixe X alcánzase a posición de equilibrio para un ángulo de 30° do fío coa vertical.
   b) O período de oscilación do péndulo cando o campo eléctrico é perpendicular ao eixe X e está dirixido de abaixo arriba.

   Toma g = 10 m·s^{-2}.
   Rta.: a) q = 57,7 nC; b) T = 3,74 s.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «Sentido do campo eléctrico», elixa a opción «⟶», e na que se atopa debaixo dela, elixa a opción «Intensidade de campo eléctrico». Copie ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (1E5) ou no habitual (1·10^5), na cela situada á dereita de «E =».
Elixa o valor da aceleración da gravidade (10) na cela de cor laranxa situada á dereita de «g =».

Sentido do campo eléctrico	⟶		
Intensidade de campo eléctrico	E =	1·10^5	N/C
Distancia entre placas	d =		
Masa oscilante	m =	1	g
Carga	q =		
Lonxitude do fío	L =	150	cm
Ángulo	φ =	30	º
Aceleración da gravidade	g =	10	m/s²

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

Carga eléctrica	q =	5,77·10^{-8} C

b) Copie ([Ctrl]+[C]) o resultado, seleccionándoo co rato e premendo ao tempo as teclas [Ctrl] e [C]. En DATOS, cambie o «Sentido do campo eléctrico» a «↑». Prema sobre a cela situada á dereita de «q =» e pulse ao tempo as teclas [Ctrl], [Alt], [⇧] e [V]. Elixa as unidades (C) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.

Carga	q =	5,77·10^{-8}	C
Lonxitude do fío	L =	150	cm

En RESULTADOS verá un aviso de que o ángulo (30°) é demasiado grande para supoñer M.H.S.

φ = 30° > 15°!		
Período	T =	3,81 s

A folla dá un resultado aproximado multiplicando o período dun M.H.S. ($T = 2\,\pi\,\sqrt{L/g}$) polo factor: -ln(cos(φ/2))/(1-cos(φ/2))[1].
Borre «Ángulo», o seu valor e as súas unidades.

Lonxitude do fío	L =	150	cm

Agora o resultado é:

Período	T =	3,74 s

1 Oscilaciones no lineales. La fórmula (Lima)

◊ Esferas concéntricas

Na pestana «Esferas» pódense resolver exercicios de dúas esferas concéntricas con carga eléctrica. Pódese calcular:

- Campo e potencial eléctrico en tres puntos.
- Diferencia de potencial entre as esferas.

Móstranse tamén dúas gráficas coa variación do valor do campo eléctrico e do potencial coa distancia.
En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Unha esfera condutora de raio 4 cm ten unha carga de +8 μC en equilibrio eléctrico. Calcula canto valen en puntos que distan 0, 2 e 6 cm do centro da esfera:
   a) O módulo da intensidade do campo eléctrico.
   b) O potencial eléctrico.
   c) Representa as magnitudes anteriores en función da distancia ao centro da esfera.
   Dato: $K = 9\cdot10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. ord. 18)*
   Rta.: a) $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = 0$; $|\vec{E}_3| = 2{,}00\cdot10^7$ N/C; b) $V_1 = V_2 = 1{,}80\cdot10^6$ V; $V_3 = 1{,}20\cdot10^6$ V.

Borre os datos.

Constante	K =	8,9875500·10⁹	N·m²/C²	ε' =	1
Esfera		Interior	Exterior		
Carga da esfera	Q =				
Raio da esfera	R =				
Distancia	r =				cm
ao centro do punto		A	B	C	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
Na cela situada á dereita de «K =» elixa o outro valor (9,0·10⁹).
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.

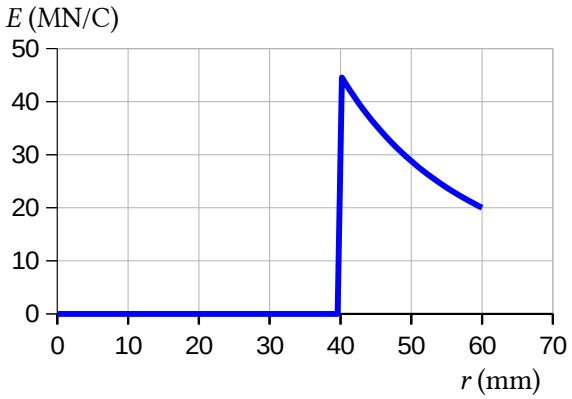
Constante	K =	9,0·10⁹	N·m²/C²	ε' =	
Esfera		Interior	Exterior		
Carga da esfera	Q =		8		μC
Raio da esfera	R =		4		cm
Distancia	r =	0	2	6	cm
ao centro do punto		A	B	C	

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

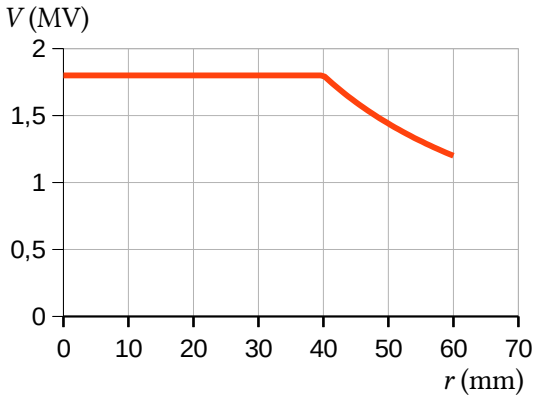
Punto	A	B	C
Distancia	0	2	6 cm
Campo	0	0	2,00·10⁷ N/C
Potencial	1,80·10⁶	1,80·10⁶	1,20·10⁶ V

GRÁFICAS

Valor do campo eléctrico coa distancia



Potencial electrostático coa distancia



2. Dous condutores esféricos concéntricos, ocos, teñen de raios 4 e 8 cm, respectivamente. A esfera interior ten unha carga de 24 nC e a exterior 40 nC. Determina:
   a) Os campos eléctricos nos puntos que distan do centro das esferas 1, 5 e 10 cm.
   b) Os potenciais eléctricos nos puntos que distan do centro das esferas 1, 5 e 10 cm.
   c) A diferenza de potencial entre os condutores

   Rta.: a) $E_1 = 0$; $E_5 = 86{,}4$ kN/C; $E_{10} = 57{,}6$ kN/C; b) $V_1 = 9{,}90$ kV; $V_5 = 8{,}82$ kV; $V_{10} = 5{,}76$ kV; c) $\Delta V = 2{,}7$ kV.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Elixa o outro valor ($9{,}0\cdot10^9$) da constante na cela de cor laranxa situada á dereita de «K =».
Escriba os valores (4 e 8) dos raios nas celas situadas á dereita de «R =». Elixa a unidade (cm) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.
Escriba os valores (24 e 40) das cargas nas celas situadas á dereita de «Q =». Elixa a unidade (nC) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.
Escriba os valores (1, 5 e 10) das distancias dos puntos ao centro das esferas, nas celas situadas á dereita de «r =».
As distancias deben escribirse en orde crecente.

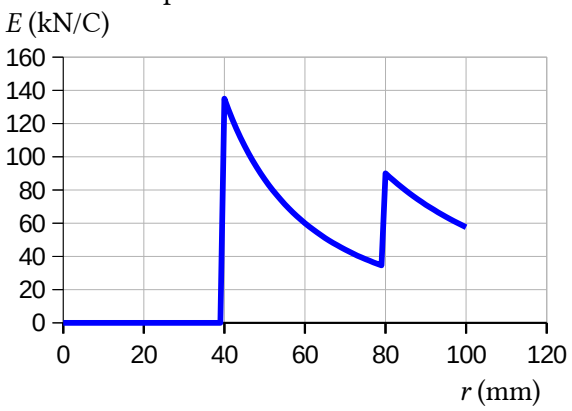
Constante	K =	$9{,}0\cdot10^9$	N·m²/C²		ε' =	1
Esfera		Interior	Exterior			
Carga da esfera	Q =	24	40			nC
Raio da esfera	R =	4	8			cm
Distancia	r =	1	5	10	cm	
ao centro do punto		A	B	C		

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

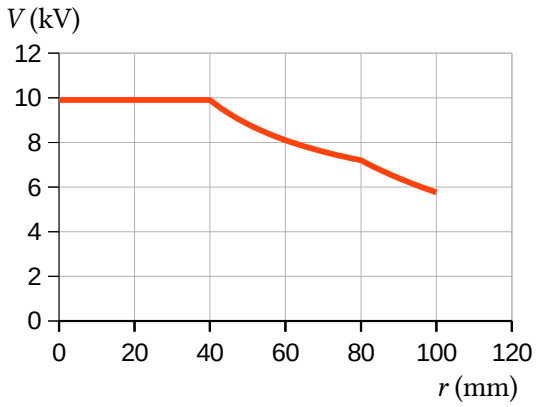
Punto	A	B	C
Distancia	1	5	10 cm
Campo	0	$8{,}64\cdot10^4$	$5{,}76\cdot10^4$ N/C
Potencial	$9{,}90\cdot10^3$	$8{,}82\cdot10^3$	$5{,}76\cdot10^3$ V
	Diferenza de potencial ($V_{int} - V_{ext}$) =		$2{,}70\cdot10^3$ V

GRÁFICAS:

Valor do campo eléctrico coa distancia



Potencial electrostático coa distancia



◊ Partículas cargadas nun campo magnético

Na pestana «Lorentz» pódense resolver exercicios de partículas cargadas no interior dun campo magnético. Pódese calcular:

- Forza magnética, raio da traxectoria, velocidade lineal e angular, período ou frecuencia,
- Campo eléctrico que anula a forza magnética.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Un protón cunha enerxía cinética de $4{,}0\cdot10^{-15}$ J penetra perpendicularmente nun campo magnético uniforme de 40 mT. Calcula:
   a) O módulo da forza á que está sometido o protón dentro do campo.
   b) O tipo de movemento realizado polo protón, a traxectoria que describe e o raio desta.
   Datos: $q_p = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67\times10^{-27}$ kg. *(A.B.A.U. extr. 22)*
   Rta.: a) $F = 1{,}40\cdot10^{-14}$ N; b) R =0,571 m.

Borre os datos.

Partícula	Carga	q =		
	Masa	m =		
				clic
	Ángulo entre v e B	φ =	90	°
	Raio da circunferencia	R =		
	Campo magnético	B =		T
	Tempo	t =		1 s
	(para calcular o número de voltas)			

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, na cela de cor laranxa situada debaixo de «Partícula» pode elixir a opción «Protón». Se o fai, aparecerán os valores da súa carga e masa. Pode cambialos, ou copiando ([Ctrl]+C) o enunciado e pegando ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escribilos en formato científico «folla de cálculo» ou no habitual:

- O valor da carga (1,6E-19 ou $1{,}6\cdot10^{-19}$), na cela situada á dereita de «q =».
- O valor da masa (1,67E-27 ou $1{,}67\cdot10^{-27}$), na cela situada á dereita de «m =».

Elixa as unidades (C e kg) nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.
Debaixo de «kg», onde se ve «clic», elixa a opción «J». Aparecerá a etiqueta «Enerxía cinética». Copie ([Ctrl]+[C]) o valor da enerxía cinética no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (4E-15) ou no habitual ($4\cdot10^{-15}$), na cela situada á dereita de «E =».
Escriba o valor do campo magnético (0,04) na cela situada á dereita de «B =».

Partícula	Carga	q =	1,6E-19	C
	Masa	m =	1,67E-27	kg
	Enerxía cinética	E =	4E-15	J
	Ángulo entre v e B	φ =	90	°
	Raio da circunferencia	R =		
	Campo magnético	B =	0,04	T
	Tempo	t =		
	(para calcular o número de voltas)			

Pero se copiou e pegou os valores de carga e masa, dende o enunciado tal como están escritos, debería ver:

Carga	q =	$1{,}6\cdot10^{-19}$	C
Masa	m =	$1{,}67\times10^{-27}$	kg

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
Elixa a opción «Forza magnética» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Raio da traxectoria circular».

Raio da traxectoria circular	R =	0,571	m
Forza magnética	F =	$1{,}40\cdot10^{-14}$ N	

2. Unha partícula de masa 8 ng e carga eléctrica −2 μC entra nunha rexión do espazo na que hai un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}} = 3\ \overline{\mathbf{j}}$ T, cunha velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}} = 6\ \overline{\mathbf{i}}$ km·s⁻¹. Calcula:
   a) A velocidade angular con que se move.
   b) A intensidade de campo eléctrico (vector) que se debe aplicar para que a partícula siga unha traxectoria rectilínea.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $\omega = 7{,}5\cdot10^5$ rad/s; b) $\overline{\boldsymbol{E}} = -1{,}8\cdot10^4\ \overline{\mathbf{k}}$ N/C.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».

Partícula	Carga	q =		
	Masa	m =		
	Ángulo entre v e B	φ =	90	°
	Raio da circunferencia	R =		
	Campo magnético	B =		T
	Tempo	t =		
	(para calcular o número de voltas)			

En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Debaixo de «ng», onde se ve «clic», elixa a opción «m/s». Aparecerá a etiqueta «Velocidade». Copie ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (6E3) ou no habitual (6000 ou $6\cdot10^3$) na cela situada á dereita de «v =».

Partícula	Carga	q =	−2	μC
	Masa	m =	8	ng
	Velocidade	v =	6000	m/s
	Ángulo entre v e B	φ =	90	°
	Raio da circunferencia	R =		
	Campo magnético	B =	3	T
	Tempo	t =		
	(para calcular o número de voltas)			

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
a) Elixa a opción «Velocidade angular» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Raio da traxectoria circular».

Velocidade angular	ω =	$7{,}50\cdot10^5$ rad/s

b) Elixa a opción «Intensidade de campo eléctrico» en lugar de «Velocidade angular».

Intensidade de campo eléctrico	E =	$1{,}80\cdot10^4$ N/C
que anula a desviación		

◊ Campo e forza magnética entre condutores paralelos

Na pestana «Condutores» pódense resolver exercicios de campos magnéticos producidos por dous condutores paralelos e a forza sobre un terceiro condutor paralelo. Pódese calcular:

- Forza magnética por unidade de lonxitude e valor do campo magnético nun punto
- Intensidade que circula por algún dos condutores.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Dous condutores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados no plano *yz*, na dirección do eixo *z*, separados unha distancia de 80 cm. Se por cada un deles circula unha corrente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:
   a) A forza por unidade de lonxitude que se exercen mutuamente, indicando a dirección e o sentido desta.
   b) O vector campo magnético no punto medio da distancia que separa os condutores.
   DATO: $\mu_0 = 4\ \pi\ 10^{-7}$ T m A^{-1}. *(A.B.A.U. ord. 23)*
   Rta.: a) $F/l = 3{,}6\cdot10^{-5}$ N/m; b) $\overline{\boldsymbol{B}} = -1{,}20\cdot10^{-5}\ \overline{\mathbf{j}}$ T.

Borre os datos.

Intensidade no condutor 1	I_1 =		A		+
Intensidade no condutor 2	I_2 =		A	Sentido	
Separación entre condutores	d =		m		
Distancia do punto P ao condutor 1	d_1 =		m		
Distancia do punto P ao condutor 2	d_2 =		m		
Intensidade no condutor 3	I_3 =		A		
Lonxitude do condutor 3	L_3 =	1	m		

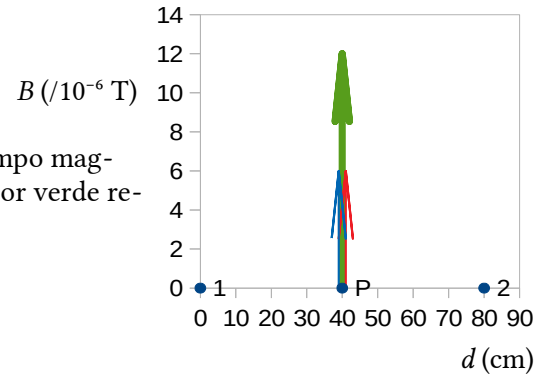
Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónéo na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Na cela situada á dereita de «Sentido» elixa a opción «−», que indica sentido contrario.

Intensidade no condutor 1	I_1 =	12	A		+
Intensidade no condutor 2	I_2 =	12	A	Sentido	−
Separación entre condutores	d =	80	cm		
Distancia do punto P ao condutor 1	d_1 =	40	cm		
Distancia do punto P ao condutor 2	d_2 =	40	cm		
Intensidade no condutor 3	I_3 =		A		
Lonxitude do condutor 3	L_3 =	1	m		

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

Campo magnético no punto P		Cifras significativas: 3
debido ao condutor 1	B_1 =	$6{,}00\cdot10^{-6}$ T
debido ao condutor 2	B_2 =	$+6{,}00\cdot10^{-6}$ T
resultante	B_p =	$1{,}20\cdot10^{-5}$ T
Forza entre os condutores 1 e 2	F_{12} =	$3{,}60\cdot10^{-5}$ N/m

GRÁFICA



As frechas de cores azul e vermello representan os vectores campo magnético creados polos condutores 1 e 2. A frecha máis grosa de cor verde representa o campo magnético resultante.

◊ Movemento harmónico simple

Na pestana «MHS» pódense resolver exercicios de movemento harmónico simple. Pódese calcular:

- O valor da constante elástica ao colgar do resorte unha masa, dado o alongamento.
- As ecuacións de elongación, velocidade, aceleración e forza en función do tempo a partir da amplitude, período ou frecuencia, constante elástica, frecuencia angular, e mesmo a partir da enerxía mecánica e a forza máxima.
- Os valores da elongación, velocidade, aceleración, forza, enerxía cinética e potencial nun punto ou instante determinados e os seus valores máximos.
- Unha gráfica da variación das enerxías cinética e potencial coa elongación.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. A enerxía total dun corpo de masa 0,5 kg que realiza un movemento harmónico simple é $6{,}0\cdot10^{-3}$ J e a forza máxima que actúa sobre el é 0,3 N.
   a) Escribe a ecuación da elongación en función do tempo, se no instante inicial atópase no punto de máxima elongación positiva.
   b) Calcula no instante $T/4$ a enerxía cinética e a enerxía potencial.
   c) Acha a frecuencia coa que oscilaría se se duplica a súa masa.

(P.A.U. Set. 16)

Rta.: a) $x = 0{,}0400\cos(3{,}87\ t)$ (m); b) $E_p = 0$; $E_c = 6{,}0\cdot10^{-3}$ J; c) $f' = 0{,}436$ Hz.

Borre os datos.

Ecuación		$x = A$	*sen*	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$						
Amplitude	$A =$						
				Tempo	Posición	Velocidade	
Fase inicial	$\varphi_0 =$			(s)	(m)	(m/s)	
							inicial
Aceleración da gravidade	$g =$	9,81	m/s²				

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Elixa a opción «cos» na cela de cor laranxa situada á dereita de «Ecuación», e as opcións «Enerxía mecánica» e «Forza máxima» nas celas de cor laranxa situadas debaixo de «Fase inicial».
Copie ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (6E-3) ou no habitual ($6{,}0\cdot10^{-3}$), na cela situada á dereita de «E =».
Escriba 0,3 na cela situada á dereita de «F =».
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «g =» pode elixir outro valor.
Escriba o valor (0,5) da masa na cela situada á dereita de «m =» e elixa á unidade (kg) na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Ecuación		$x = A$	cos	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	$m =$	0,5	kg				
Amplitude	$A =$						
Constante elástica	$k =$		N/m	Tempo	Posición	Velocidade	
Fase inicial	$\varphi_0 =$			(s)	(m)	(m/s)	
Enerxía mecánica	$E =$	$6{,}0\cdot10^{-3}$	J				inicial
Forza máxima	$F =$	0,3	N				
Aceleración da gravidade	$g =$	9,81	m/s²				

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
Elixa a opción «Elongación» na cela situada debaixo de «Ecuación».

Ecuación					Cifras significativas
Elongación	x = 0,0400 cos(3,87 t) (m)				
Frecuencia	f =	0,616 Hz			
		Posición	Velocidade		E. potencial
			m	m/s	J
Máxima		0,0400	0,110		0,00600

Se non está seguro de cal debe ser a fase inicial, fíxese no valor (0,04) da amplitude (posición máxima) elixindo «Máxima» na última fila de resultados.
Escriba o seu valor na posición inicial.

Tempo (s)	Posición (m)	Velocidade (m/s)	
0	0,04		inicial

b) Mire en RESULTADOS o valor do período:

Período	T =	1,62 s

Escriba na segunda fila dos DATOS a fórmula: =H14/4 ou

1. Escriba =
2. Prema sobre a cela que contén o valor do Período.
3. Siga escribindo /4
4. Pulse a tecla [↵]

Tempo (s)	Posición (m)	Velocidade (m/s)	
0	0,04		inicial
0,41			

H14 é a cela que contén o valor do período.
Esta fórmula fai a división: 1,62 / 4 = 0,405
c) Cambie nos DATOS o valor da masa:

Masa oscilante	m =	1	kg

En RESULTADOS elixa a opción «Frecuencia» en lugar de «Período».

Frecuencia	f =	0,436 Hz

2. Cólgase un corpo de 10 kg de masa dun resorte e alárgase 2,0 cm. Despois engádenselle outros 10 kg e dáselle un tirón cara abaixo, de modo que o sistema comeza a oscilar cunha amplitude de 3,0 cm.
   a) Calcula a constante elástica do resorte e a frecuencia do movemento.
   b) Escribe, en función do tempo, as ecuacións da elongación, velocidade, aceleración e forza.
   c) Calcula a enerxía cinética e a enerxía potencial elástica aos 2 s de empezar a oscilar.
   Dato: g = 9,8 m/s². *(P.A.U. set. 14)*
   Rta.: a) $k = 4{,}90\cdot10^3$ N/m; f = 2,49 Hz; b) $x = 0{,}0300\cos(15{,}7\ t)$ [m]; $v = -0{,}470\ \mathrm{sen}(15{,}7\ t)$ [m/s]; $a = -7{,}35\cos(15{,}7\ t)$ [m/s²]; $F = -147\cos(15{,}7\ t)$ [N]; c) E_c = 0,0270 J; E_p = 2,18 J.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Fíxese que os datos da masa oscilante e a amplitude son diferentes dos do alongamento ao colgar unha masa de 10 kg.
Debe poñer 3 na cela situada debaixo de Posición na liña correspondente a «inicial».
Se na expresión de «Ecuación» elixe a opción «cos», as ecuacións teñen fase inicial nula.

Ecuación		$x = A$	cos	$(\omega \cdot t + \varphi_0)$			
Masa oscilante	m =	20	kg				
Amplitude	A =	3	cm				
				Tempo	Posición	Velocidade	
Fase inicial	φ_0 =			(s)	(cm)	(m/s)	
Alongamento producido	Δx =	2	cm	0	3		inicial
ao colgar unha masa	m =	10	kg	2			
Aceleración da gravidade	g =	9,8	m/s²				

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
a) Elixa a opción «Constante elástica» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Elongación».

Constante elástica	k =	$4{,}90 \cdot 10^3$ N/m

Cambie a opción «Constante elástica» por «Frecuencia».

Frecuencia	f =	2,49 Hz

b) Elixa a opción «Elongación» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Ecuación».

Ecuación		Cifras significativas:	3
Elongación	x = 0,0300 cos(15,7 t) (m)		

Cambie a opción «Elongación» por «Velocidade».

Velocidade	v = −0,470 sen(15,7 t) (m/s)	

Cambie a opción «Velocidade» por «Aceleración».

Aceleración	a = −7,35 cos(15,7 t) (m/s²)	

Cambie a opción «Aceleración» por «Forza».

Forza	F = −147 cos(15,7 t) N	

Se elixe «π» debaixo do número de cifras significativas, as expresións móstranse en función de π.

Elongación	x = 0,0300 cos(5 π t) (m)	π

c) En DATOS, escriba 2 na cela situada debaixo de 0, correspondente a «Tempo»
En RESULTADOS, elixa a opción «E. cinética» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Enerxía».

	Posición	Velocidade		E. cinética
	cm	m/s		J
En t=2 s	2,98	0,0520		0,0270
Máxima	3,00	0,470		2,21

O exercicio estaba pensado para que E_c = 0, se a frecuencia fose exactamente 2,5 Hz.
Nese caso T = 0,4 s e x = 3 cm, pero non é así.
Cambie a opción «E. cinética» por «E. potencial».
O valor que se obtén é E_p = 2,18 J, é lixeiramente inferior ao valor máximo.

◊ Péndulo

Na pestana «Pendulo» pódense resolver exercicios de movemento harmónico simple. Pódese calcular:

- A ecuación de movemento.
- A frecuencia ou o período a partir da súa lonxitude e viceversa.
- Os valores da velocidade ou altura máximos.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Un péndulo simple de lonxitude l = 2,5 m, desvíase do equilibrio até un punto a 0,03 m de altura e sóltase. Calcula:
   a) A velocidade máxima.
   b) O período.
   c) A amplitude do movemento harmónico simple descrito polo péndulo.
   Dato g = 9,8 m·s⁻². *(P.A.U. xuño 11)*
   Rta.: a) v_m = 0,77 m/s; b) T = 3,2 s; c) A = 0,39 m.

Borre os datos.

Lonxitude do fío	L =		
Fase inicial	θ_o =	$\pi/2$	rad
Aceleración da gravidade	g =	9,81	m/s²

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
En DATOS, escriba o valor (2,5) da lonxitude do fío na cela situada á dereita de «L =» e elixa á unidade (m) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.
Debaixo dela elixa a opción «Altura máx.», escriba o seu valor (0,03) na cela situada á dereita de «h_m =» e elixa á unidade (m) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.
Na cela de cor laranxa situada á dereita de «g =» elixa o valor 9,8.

Lonxitude do fío	L =	2,5	m
Altura máx.	h_m =	0,03	m
Fase inicial	θ_o =	$\pi/2$	rad
Aceleración da gravidade	g =	9,8	m/s²

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
Elixa a opción «Período» debaixo da ecuación, e «Velocidade máxima» na última fila.
A ecuación exprésase nas mesmas unidades que elixa para a «Amplitude». Se elixe a opción «m» verá:

Ecuación			
s = 0,388 sen(1,98 t + 1,57) (m)			
Período	T =	3,17	s
Amplitude	A =	0,388	m
Velocidade máxima	v_m =	0,767	m/s

◊ Ondas

Na pestana «Ondas» pódense resolver exercicios de ondas. Pódese calcular:

- O valor da velocidade de propagación, a lonxitude de onda ou a frecuencia (ou período) a partir dos outros dous atributos.
- As ecuacións de elongación, velocidade e aceleración en función da posición e do tempo a partir da amplitude, período, frecuencia ou pulsación, lonxitude de onda ou número de onda.
- Os valores da elongación, velocidade e aceleración nun punto ou instante determinados e os seus valores máximos.
- A distancia mínima entre dous puntos coñecendo a diferenza de fase e viceversa.
- Unha gráfica da elongación de cada punto nun determinado instante ou dun punto en función do tempo.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Unha onda propágase no sentido positivo do eixo X cunha velocidade de 20 m s^{-1}, unha amplitude de 0,02 m e unha frecuencia de 10 Hz. Determina:
   a) O período e a lonxitude de onda.
   b) A expresión matemática da onda se en t = 0 s a partícula situada na orixe está na posición de máxima elongación positiva.

   (A.B.A.U. extr. 23)

   Rta.: a) T = 0,100 s; λ = 2,00 m; b) y = 0,0200 sen(20 π t − π x + π/2) (m).

Borre os datos.

Ecuación		$y = A$	*sen*	(ω t ± k x + φ_0)
Amplitude	A =			
no instante	t =		s	
Elongación inicial	y_0 =		m	
Diferenza de fase	$\Delta\varphi$ =		rad	

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónéo na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, na cela situada á dereita de «Ecuación» pode elixir entre «sen» e «cos». Por defecto é «sen».
Escriba o valor (0,02) da amplitude na cela situada á dereita de «A =» e elixa á unidade (m).
Debaixo de «Amplitude» elixa a opción «Frecuencia», e escriba o seu valor (10) na cela situada á dereita de «f =».
Debaixo dela, elixa a opción «Velocidade de propagación» e escriba o seu valor (20) na cela situada á dereita de «v =».
Para o apartado b) escriba 0 na cela situada á dereita de «no instante t =», e 0,02 na cela situada á dereita de «Elongación inicial y_0 =».

Ecuación		$y = A$	sen	(ω t ± k x + φ_0)
Amplitude	A =	0,02	m	
Frecuencia	f =	10	Hz	
Velocidade de propagación	v =	20	m/s	
no instante	t =	0	s	
Elongación inicial	y_0 =	0,02	m	
Diferenza de fase	$\Delta\varphi$ =		rad	

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
Elixa as opcións «Período» e «Lonxitude de onda» nas celas de cor laranxa debaixo de «Atributos».

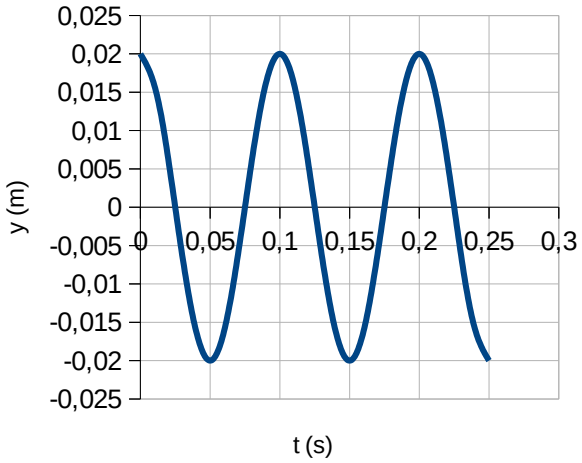
b) Elixa «xeral», na cela situada á dereita de «Ecuación» e «Elongación» debaixo dela. Para que apareza π na expresión da elongación, elixa a opción «π» na cela de cor laranxa situada debaixo de o número de cifras significativas.

		Cifras significativas:	3
Ecuación	xeral		π
Elongación	y = 0,0200 sen(20 π t − π x + π/2) (m)		
Valor			
Atributos			
Período	T =	0,100 s	
Lonxitude de onda	λ =	2,00 m	

GRÁFICA

Tamén pode ver unha gráfica da elongación dun punto en x = 0, entre 0 e 0,25 s:

Posición (cm)		mín.	máx.
0	Tempo (s)	0	0,25



2. A expresión matemática dunha onda harmónica transversal que se propaga por unha corda tensa orientada segundo o eixe x é: $y = 0{,}5$ sen $[2\pi\ (3t - x)]$ (unidades no SI). Determina:
   a) Os valores da lonxitude de onda, velocidade de propagación, velocidade e aceleración máximas de vibración dos puntos da corda.
   b) A distancia mínima que separa dous puntos da corda que nun mesmo instante vibran desfasados 2 π radiáns.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $\lambda = 1$ m; $v_p = 3{,}00$ m·s^{-1}; $v_m = 9{,}42$ m/s; $a_m = 177$ m/s^2; b) $\Delta x = \lambda = 1$ m.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Como a ecuación é $y = 0{,}5$ sen $[2\pi\ (3t - x)]$, comparada con $y = \text{sen}[2\pi(t/T - x/\lambda)]$, pódese deducir que: $1/T = f = 3$ Hz e $1/\lambda = 1$ m^{-1}.
Na cela correspondente a «Diferenza de fase», situada á dereita de «$\Delta\varphi$ =» pode escribir 2 :pi:, ou =2*PI().

Ecuación		$y = A$	sen	$(\omega\ t \pm k\ x + \varphi_0)$
Amplitude	A =	0,5	m	
Frecuencia	f =	3	Hz	
Número de onda 1/λ	n =	1	m^{-1}	
no instante	t =		s	
Elongación inicial	y_0 =		m	
Diferenza de fase	Δφ =	2 π	rad	

Pode comprobar que a elección dos atributos é a correcta en RESULTADOS, elixindo a opción «Elongación» na cela situada debaixo de «Ecuación» e a opción «π» na cela situada debaixo do número de cifras significativas, e escribindo 2 na cela situada á súa esquerda.

			Cifras significativas:	3
Ecuación		xeral	2	π
Elongación	y = 0,500 sen 2π(3 t − x) (m)			

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
a) Elixa a opción «Velocidade» na cela situada debaixo de «Valor», e a opción «Lonxitude de onda» na segunda cela debaixo de «Atributos».

Valor		Máximo	
Velocidade	v_m =	9,42 m/s	
Atributos			
Lonxitude de onda	λ =	1,00 m	
Velocidade de propagación	v =	3,00 m/s	

Cambie a opción «Velocidade» por «Aceleración», par ver a aceleración máxima.

Aceleración	a_m =	178 m/s^2	

b) Fíxese na última liña de RESULTADOS.

Distancia entre puntos	Δx =	1,00 m se	$\Delta\varphi$ = 6,28 rad	

Pode elixir a opción «π» na cela de cor laranxa da dereita.

Distancia entre puntos	Δx =	1,00 m se	$\Delta\varphi$ = 2 π rad	π

◊ Espellos e lentes

Na pestana «Optica» pódense resolver exercicios de espellos e lentes. Pódese calcular:

- A posición e tamaño da imaxe dun obxecto producida por un espello ou unha lente.
- Un esquema coas posicións e tamaños do obxecto e a súa imaxe.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Un obxecto de 4 cm de altura está situado 20 cm diante dunha lente delgada diverxente de distancia focal 12 cm.
   a) Determina a posición e o tamaño da imaxe.
   b) Debuxa un esquema (marcha de raios) coa posición do obxecto, a lente e a imaxe.

   (A.B.A.U. extr. 23)

   Rta.: a) $s' = -7{,}5$ cm; $y' = 1{,}5$ cm.

Borre os datos.

Lente	converxente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco			
Obxecto			
Imaxe			

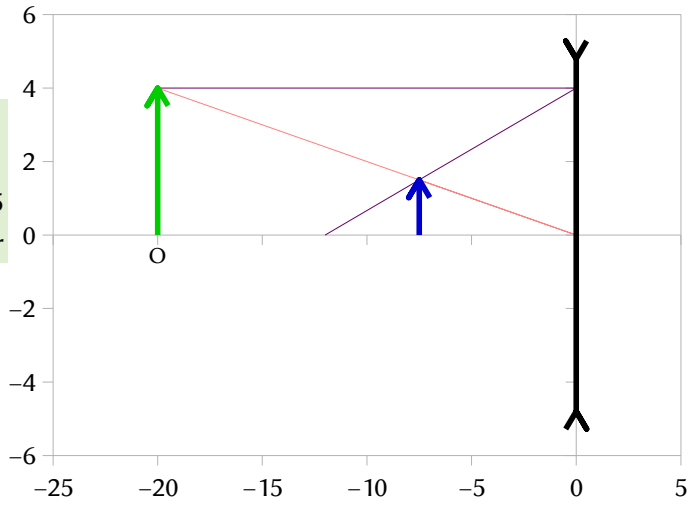
Para ver o enunciado na mesma folla, selecciróneo na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, elixa a opción «Lente» na primeira cela de cor laranxa.
Elixa a opción «Foco» na cela de cor laranxa debaixo dela.
Escriba o valor da posición do foco, con signo «-» (−20), na cela situada á dereita de «Foco». A etiqueta da lente cambia a «diverxente».
Escriba na cela situada á dereita de «Obxecto» o valor da posición do obxecto (4), pero daralle unha mensaxe de que ten que ser negativa. Poña o signo «-» (−4).
Escriba a altura do obxecto na cela da dereita.

Lente	diverxente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	−12		
Obxecto	−20	4	
Imaxe			

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

	Posición (cm)	Altura (cm)	
Obxecto	−20,0	4,00	Aumento
Imaxe	−7,50	1,50	0,375
Imaxe	Virtual	Dereita	Menor

GRÁFICA



2. Quérese formar unha imaxe real e de dobre tamaño dun obxecto de 1,5 cm de altura. Determina:
   a) A posición do obxecto se se usa un espello cóncavo de R = 15 cm.
   b) A posición do obxecto se se usa unha lente convexente coa mesma distancia focal que o espello. Debuxa a marcha dos raios para os dous apartados anteriores.

(P.A.U. xuño 11)

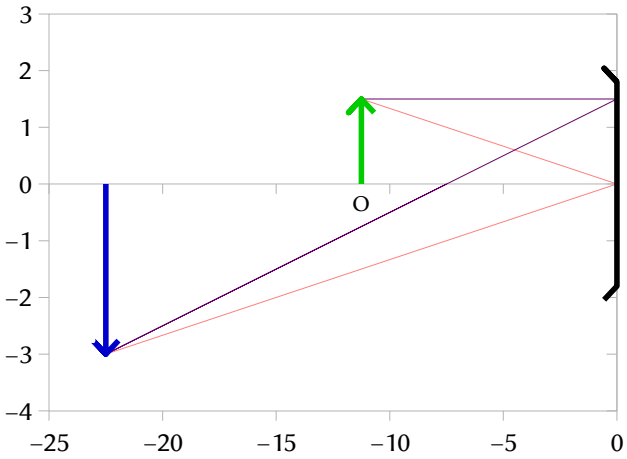
Rta.: a) s_e = −11 cm; b) s_l = −11 cm.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
Elixa a opción «cm» na cela de cor laranxa situada á dereita de «Unidades».
a) Cambie a opción «Lente» por «Espello».
Na cela de cor laranxa máis abaixo elixa a opción «Centro (raio)» e escriba 15 na cela situada á sua dereita. Verá que aparece a etiqueta «convexo» á dereita de «espello». Para que o espello sexa cóncavo, o raio ten que ser negativo. Escriba −15 en lugar de 15. Para empregar o dato «dobre tamaño», elixa a opción «Aumento ↑» na cela de cor laranxa situada debaixo de «Altura (cm)». Escriba 2 na cela de cor branca situada encima dela. Verá en RESULTADOS que a imaxe é virtual. Para que sexa real, deberá cambiar o signo do aumento e escribir −2.

Espello	cóncavo	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Centro (raio)	−15		
Obxecto		1,5	
		−2	
		Aumento ↑	

RESULTADOS e GRÁFICA

	Posición do foco	−7,50 cm	
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Obxecto	−11,3	1,50	Aumento
Imaxe	−22,5	−3,00	−2,00
Imaxe	Real	Invertida	Maior

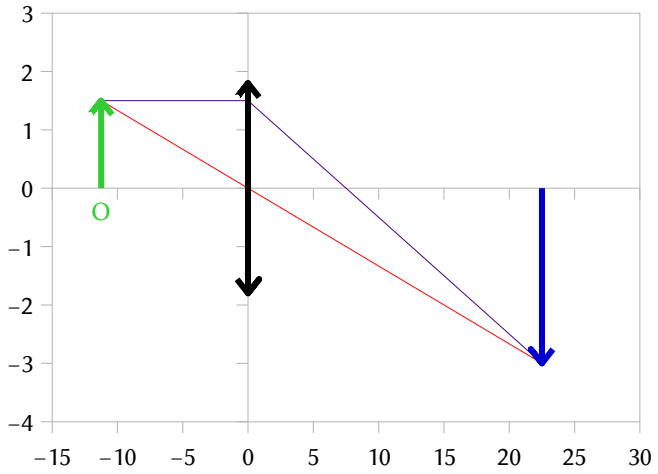


Anote a posición do foco para o apartado b).
b) Cambie a opción «Espello» por «Lente», e a opción «Centro (raio)» por «Foco». Escriba 7,5 na cela situada á súa dereita e comprobe que a lente e convexente. (Se escribise −7,5, a lente sería diverxente).

Lente	converxente	Unidades	cm
	Posición (cm)	Altura (cm)	
Foco	7,5		
Obxecto		1,5	
		−2	
		Aumento ↑	

RESULTADOS e GRÁFICA

	Posición (cm)	Altura (cm)	
Obxecto	−11,3	1,50	Aumento
Imaxe	22,5	−3,00	−2,00
Imaxe	Real	Invertida	Maior



◊ Dioptrio plano

Na pestana «Dioptrio» pódense resolver exercicios de dioptrio plano. Pódese calcular:

- O ángulo de refracción nun segundo ou terceiro medio e o ángulo límite.
- A lonxitude de onda da onda refractada.
- Un esquema coa traxectoria dos raios.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Un raio de luz de frecuencia $5\cdot10^{14}$ Hz incide cun ángulo de incidencia de 30° sobre unha lámina de vidro de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabendo que o índice de refracción do vidro é 1,50 e o do aire 1,00:
   a) Enuncia as leis da refracción e debuxa a marcha dos raios no aire e no interior da lámina de vidro.
   b) Calcula a lonxitude de onda da luz no aire e no vidro, e a lonxitude percorrida polo raio no interior da lámina.
   c) Acha o ángulo que forma o raio de luz coa normal cando emerxe de novo ao aire.
   Dato: $c = 3{,}00\cdot10^8$ m/s *(P.A.U. sep. 14)*
   Rta.: b) λ(aire) = 600 nm; λ(vidro) = 400 nm; L = 10,6 cm; c) θ_{r2} = 30°

Borre os datos.

Índice de refracción

Medios	*n*	Ángulo de incidencia	-	°
		Espesor		cm

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciróneo na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.
Elixa, nas celas de cor laranxa debaixo de «Medios» as opcións «Aire» e «Vidro». Cambie o valor do índice de refracción do vidro a 1,5 e escriba o valor (30) do ángulo de incidencia.
Escriba o valor (10) do espesor da lámina á dereita da etiqueta «Espesor».
Na última liña, elixa «Frecuencia» na cela de cor laranxa da esquerda.
Pode copiar ([Ctrl]+[C]) no enunciado a frecuencia ($5\cdot10^{14}$) e pegala ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escribir, en formato científico «folla de cálculo» ou no habitual, o seu valor (5E14 ou $5\cdot10^{14}$) na cela de cor branca situada á dereita de «Frecuencia».

Índice de refracción

Medios	*n*	Ángulo de incidencia	Aire-Vidrio	°
Aire	1	Espesor	10	cm
Vidro	1,5			
Aire	1			

Frecuencia	$5\cdot10^{14}$	Hz

Os RESULTADOS, con 3 cifras significativas, son:

	Ángulo refractado	límite
Aire-Vidro	19,5°	
Vidro-Aire	30,0°	41,8°

Lonxitude percorrida polo raio na lámina 10,6 cm

	Aire	Vidro	Aire	
Lonxitude de onda	600	400	600	nm

◊ Efecto fotoeléctrico

Na pestana «Fotoelectr» pódense resolver exercicios de efecto fotoeléctrico. Pódese calcular:

- A partir da ecuación de Einstein calquera das magnitudes relacionadas coa enerxía para o cátodo (traballo de extracción, frecuencia ou lonxitude de onda limiar), os fotóns (enerxía, frecuencia ou lonxitude de onda) ou os electróns (enerxía, velocidade máxima ou potencial de freado).
- Unha gráfica para a enerxía cinética ou potencial de freado dos electróns en función da frecuencia dos fotóns ou da enerxía ou frecuencia dos fotóns en función da enerxía cinética ou potencial de freado dos electróns

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de $4{,}8\cdot10^{-19}$ J e o potencial de freado é de 2,0 V, calcula:
   a) A velocidade máxima dos electróns emitidos.
   b) A lonxitude de onda da radiación incidente.
   c) Representa graficamente a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos en función da frecuencia da luz incidente.
   Datos: $|q_e| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s^{-1}; $c=3\cdot10^{8}$ m ·s^{-1}. *(A.B.A.U. extr. 19)*
   Rta.: a) $v = 8{,}4\cdot10^{5}$ m/s; b) λ =250 nm.

Borre os datos.

Cátodo (Elixa unha unidade ⟶)		
Fotóns (Elixa unha unidade ⟶)		
Electróns (↑ Elixa a magnitude)		

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciónео na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS elixa a opción «J» na cela de cor laranxa situada á dereita de «Cátodo». A etiqueta cambiará a «Traballo de extracción». Copie ([Ctrl]+[C]) o valor no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (7E14) ou no habitual ($7{,}0\cdot10^{14}$), na cela situada á dereita de «W_0 =».
Elixa a opción «Potencial de freado» na cela situada encima de «Electróns (↑ Elixa a magnitude)». Escriba o seu valor (2) na cela situada á dereita de «V =».

Traballo de extracción	W_0 =	$4{,}8\cdot10^{-19}$	J
Potencial de freado	V =	2	V
dos electróns			

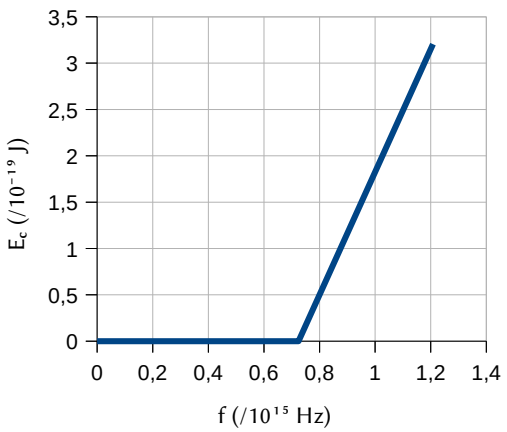
En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
a) Elixa a opción «Velocidade máxima», na cela situada encima de «Electróns (↑ Elixa a magnitude)»
b) Elixa a opción «nm» ou «m» na fila de «Fotóns (Elixa unha unidade ⟶)». A etiqueta cambia:

Lonxitude de onda dos fotóns	λ =	248	nm
Velocidade máxima	v =	$8{,}39\cdot10^{5}$	m/s
dos electróns			

En GRÁFICAS elixa a opción «electróns» na cela de cor laranxa situada á dereita de «dos», «Enerxía cinética» á esquerda de «fronte a», e «Frecuencia» a súa dereita.

Enerxía cinética	fronte a	Frecuencia
dos electróns		dos fotóns

Se o desexa, escriba o valor da frecuencia máxima á dereita de «f =». O valor máximo por defecto é o dobre da frecuencia limiar.



2. O traballo de extracción para o sodio é de 2,50 eV. Calcula:
   a) A lonxitude de onda da radiación que debemos usar para que a velocidade máxima dos electróns emitidos sexa de $1{,}00\cdot10^{7}$ m·s^{-1}.
   b) O potencial de freado.
   c) A lonxitude de onda de De Broglie asociada aos electróns emitidos polo metal con velocidade máxima.

   Datos: $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J·s; $c = 3\times10^{8}$ m·s^{-1}; $|q(\mathrm{e})| = 1{,}6\times10^{-19}$ C; 1 nm = 10^{-9} m; $m(\mathrm{e}) = 9{,}1\times10^{-31}$.

   (A.B.A.U. extr. 18)

   Rta.: a) λ = 4,32 nm; b) V = 284 V; c) λ_d = 72,7 pm.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS elixa a opción «eV» na cela de cor laranxa situada á dereita de «Cátodo». A etiqueta cambiará a «Traballo de extracción». Escriba o valor (2,5) na cela situada á dereita de «W_0 =».
Elixa a opción «Velocidade máxima» na cela de cor laranxa situada encima de «Electróns». Copie ([Ctrl]+[C]) o seu valor no enunciado e pégueo ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) ou escríbao, en formato científico «folla de cálculo» (1E7) ou no habitual ($1\cdot10^{7}$), na cela situada á dereita de «v =».

Traballo de extracción	W_0 =	2,5	eV
Velocidade máxima	v =	$1{,}00\cdot10^{7}$	m/s
dos electróns			

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
Elixa a opción «Potencial de freado», na cela de cor laranxa situada encima de «Electróns (↑ Elixa a magnitude)»

Lonxitude de onda dos fotóns	λ =	4,32	nm
Potencial de freado	V =	284 V	
dos electróns			

c) Cambie a opción «Potencial de freado» por «Lonxitude de onda de De Broglie».

Lonxitude de onda de De Broglie	λ_d =	$7{,}27\cdot10^{-11}$ m

◊ Enerxía nuclear

Na pestana «EnerNuclear» pódense resolver exercicios de enerxía nuclear. Pódese calcular:

- A enerxía de enlace por nucleón.
- A enerxía liberada nunha reacción nuclear.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. Para o núcleo de uranio, $^{238}_{92}U$, calcula:
   a) O defecto de masa.
   b) A enerxía de enlace nuclear.
   c) A enerxía de enlace por nucleón.
   Datos: $m(^{238}_{92}U)$ = 238,051 u; 1 g = $6{,}02\cdot10^{23}$ u; $c = 3\cdot10^{8}$ m·s^{-1}; m(p) = 1,007277 u; m(n) = 1,008665 u
   (A.B.A.U. extr. 18)
   Rta.: a) Δm =1,883 u = $3{,}128\cdot10^{-27}$ kg; b) $E_e = 2{,}81\cdot10^{-10}$ J/átomo; c) $E_n = 1{,}18\cdot10^{-12}$ J/nucleón.

Borre os datos.

N.º atómico	Z	N.º másico A		
Partícula proxectil				
Núclido diana				
Núclido formado				
2º núclido/partícula				
Masa da mostra				

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciróneo na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas a súa dereita.
Escriba o valor da carga (92) na cela situada á dereita de «Núclido formado», e da súa masa na cela da dereita (238,051). Elixa a unidade (u) na cela de cor laranxa situada a súa dereita.

Carga	(e^+)	Masa		
Partícula proxectil				
Núclido diana				
Núclido formado	92	238,05	u	
2º núclido/partícula				
Masa da mostra				

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
a) Elixa a opción «u» ou «kg», na cela de cor laranxa situada á esquerda de «/átomo».

$$92\ ^{1}_{1}H + 146\ ^{1}_{0}n \longrightarrow\ ^{238}_{92}U$$

Defecto de masa	Δm =	−1,88	u	/átomo

b) Elixa agora «J» ou «MeV» na mesma cela.

Enerxía de enlace	E_e =	$-2{,}81\cdot10^{-10}$	J	/átomo

c) Elixa a opción «/nucleón» en vez de «/átomo» na cela de cor laranxa situada á súa dereita.

Enerxía de enlace	E_e =	$-1{,}18\cdot10^{-12}$	J	/nucleón

2. O isótopo do boro ${}^{10}_{5}B$ é bombardeado por unha partícula α e prodúcese ${}^{13}_{6}C$ e outra partícula.
   a) Escribe a reacción nuclear.
   b) Calcula a enerxía liberada por núcleo de boro bombardeado.
   c) Calcula a enerxía liberada se se considera 1 g de boro.
   Datos: masa atómica(${}^{10}_{5}B$) = 10,0129 u; masa atómica(${}^{13}_{6}C$) = 13,0034 u; masa(α) = 4,0026 u; masa(protón) = 1,0073 u; $c = 3\cdot10^{8}$ m/s; $N_A = 6{,}022\cdot10^{23}$ mol^{-1}; 1 u = $1{,}66\cdot10^{-27}$ kg. *(P.A.U. set. 16)*
   Rta.: a) ${}^{10}_{5}B + {}^{4}_{2}He \longrightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H$; b) $E = 7{,}15\cdot10^{-13}$ J/átomo; c) $E_2 = 43{,}1$ GJ/g.

Borre os datos. Copie ([Ctrl]+[C]) o enunciado e pégueo na cela situada debaixo de «Problema».
En DATOS, escriba ou pegue ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

	Carga	(e⁺)	Masa		
Partícula proxectil		2	4	ou	
Núclido diana		5	10,01	ou	
Núclido formado		6	13	ou	
2º núclido/partícula					
Masa da mostra			1	g	N. diana

En RESULTADOS aparece unha mensaxe:

Faltan datos: ΔZ = −1; ΔA = −1

Isto indica que falta unha partícula de $A = 1$ e $Z = 1$.
Por tanto, hai que engadir os datos do protón debaixo dos de «Núclido formado»

Núclido formado	6	13	ou	
Partícula emitida	1	1,01	ou	

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
a) Elixa a opción «J» ou «MeV», na cela de cor laranxa situada á esquerda de «/átomo».

	${}^{4}_{2}Hei + {}^{10}_{5}B \longrightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H$			
Enerxía	$E =$	$-7{,}16\cdot10^{-13}$	J	/átomo
Enerxía da mostra	$E =$	$4{,}31\cdot10^{10}$		J/g ${}^{10}_{5}B$

◊ Desintegración radioactiva

Na pestana «Desint» pódense resolver exercicios de desintegración radioactiva. Pódese calcular:

- A cantidade de sustancia radioactiva que queda ao cabo dun tempo, e a súa actividade radioactiva, coñecido o dato do período de semidesintegración ou a vida media e viceversa.

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.

1. O $^{210}_{82}Pb$ transfórmase en polonio ao emitir dúas partículas beta e posteriormente, por emisión dunha partícula alfa, obtense chumbo.
   a) Escribe as reaccións nucleares descritas.
   b) O período de semidesintegración do $^{210}_{82}Pb$ é de 22,3 anos. Si tiñamos inicialmente 3 moles de átomos dese elemento e transcorreron 100 anos, calcula o número de núcleos radioactivos que quedan sen desintegrar e a actividade inicial da mostra.

   Dato: $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}. *(A.B.A.U. ord. 23)*

   Rta: a) $^{210}_{82}Pb \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{210}_{83}Bi \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb$; b) $N = 8{,}07\cdot10^{22}$ núcleos; $A_0 = 1{,}78\cdot10^{15}$ Bq.

Borre os datos.

Cantidade inicial			
Despois de...	Δt =		
Masa atómica	M =		g/mol
Tempo	t =		

Para ver o enunciado na mesma folla, selecciróneo na páxina de orixe e cópieo ([Ctrl]+[C]).
Prema sobre a cela da folla de cálculo situada debaixo da etiqueta «Problema», e pegue o enunciado.
En DATOS, elixa a opción «Período de semidesintegración» na primeira cela da esquerda de cor laranxa.
Escriba os valores das magnitudes nas celas de cor branca correspondentes a elas, e elixa as unidades nas celas de cor laranxa situadas á súa dereita.

Período de semidesintegración	T =	22,3	anos
Cantidade inicial	N_o =	3	mol
Despois de...	Δt =		
Masa atómica	M =		g/mol
Tempo	t =	100	anos

En RESULTADOS, pódese cambiar o número por defecto (3) de cifras significativas por outro entre 1 e 6.
Elixa a opción «átomos» na cela de cor laranxa situada á dereita de «clic ⟶».

	Cantidade	átomos
Inicial	$1{,}81\cdot10^{24}$	
En 100 anos	$8{,}07\cdot10^{22}$	

Para a actividade inicial elixa a opción «Bq» en lugar de «átomos».

	Actividade	Bq
Inicial	$1{,}78\cdot10^{15}$	

Actualizado: 13/07/24

Sumario

PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHARELATO

Comezo.....1
Teclado e rato.....1
Datos.....1
Como pegar o enunciado na folla de cálculo.....2
Outros cálculos.....2
Outros consellos.....3
Tipos de problemas.....3
Exemplos.....4
Cálculo de coordenadas para figuras regulares.....5
1. Calcula as coordenadas dun triángulo equilátero de 80 cm de lado coa base no eixe X e o vértice superior no eixe Y.....5
Satélites.....7
1. O Sentinel-1 é un satélite artificial de órbita circular polar da Axencia Espacial Europea dentro do Programa Copérnico destinado á monitorización terrestre e dos océanos. Está situado a 693 km sobre a superficie terrestre.....7
2. Un satélite artificial ten unha masa de 200 kg e unha velocidade constante de 7,00 km·s^{-1}.....8
3. O período de Xúpiter na súa órbita arredor do Sol é aproximadamente 12 veces maior que o da Terra na súa correspondente órbita. Considerando circulares as órbitas dos dous planetas, determine:.....8
4. A masa do planeta Marte é 0,107 veces a masa da Terra e o seu raio é 0,533 veces o raio da Terra. Calcule:.....9
Masas ou cargas puntuais: Masas.....11
1. Dúas masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) e B(12, 0) metros. Calcula:.....11
Masas ou cargas puntuais: Cargas.....13
1. Dúas cargas eléctricas positivas de 3 nC cada unha están fixas nas posicións (2, 0) e (−2, 0) e unha carga negativa de −6 nC está fixa na posición (0,-1).....13
2. Tres cargas de −2, 1 e 1 μC están situadas nos vértices dun triángulo equilátero e distan 1 m do centro do mesmo.....15
3. Unha carga q de 2 mC está fixa no punto A (0, 0), que é o centro dun triángulo equilátero de lado 3√3 m. Tres cargas iguais Q están nos vértices e a distancia de cada carga Q ao punto A é 3 m. O conxunto está en equilibrio electrostático. Calcula:.....16
Equilibrio 2 o 3 cargas ou masas.....18
1. Unha nave sitúa un obxecto de 20 kg de masa entre a Terra e o Sol nun punto onde a forza gravitacional neta sobre o obxecto é nula. Calcula nese punto:.....18
2. Nun punto de coordenadas (0, 3) está situada unha carga q_1 = 7,11 nC, e no punto de coordenadas (4, 0) está situada outra carga q_2 = 3,0 nC. Calcula:.....19
3. Unha carga eléctrica puntual de valor Q ocupa a posición (0,0) do plano XY no baleiro. Nun punto A do eixo X o potencial eléctrico é V = −120 V e o campo eléctrico é E = −80 i N /C. Se as coordenadas están dadas en metros, calcula:.....21
Péndulo nun campo eléctrico.....22
1. Nunha rexión do espazo na que hai un campo eléctrico de intensidade E = 6·10^3 i N C^{-1} colga, dun fío de 20 cm de lonxitude, unha esfera metálica que posúe unha carga eléctrica de 8 μC e ten unha masa de 4 g. Calcula:.....22
2. Un péndulo está constituído por unha pequena esfera metálica de masa m = 1 g e dimensións desprezables, e un fío inextensible de 150 cm de largo e sen peso apreciable. Se a esfera ten unha carga positiva q e o péndulo se sitúa en una rexión onde existe un campo eléctrico uniforme de intensidade E = 10^5 N/C. Calcula:.....23
Esferas concéntricas.....24
1. Unha esfera condutora de raio 4 cm ten unha carga de +8 μC en equilibrio eléctrico. Calcula canto valen en puntos que distan 0, 2 e 6 cm do centro da esfera:.....24
2. Dous condutores esféricos concéntricos, ocos, teñen de raios 4 e 8 cm, respectivamente. A esfera interior ten unha carga de 24 nC e a exterior 40 nC. Determina:.....25
Partículas cargadas nun campo magnético.....26
1. Un protón cunha enerxía cinética de 4,0·10^{-15} J penetra perpendicularmente nun campo magnético uniforme de 40 mT. Calcula:.....26

2. Unha partícula de masa 8 ng e carga eléctrica −2 μC entra nunha rexión do espazo na que hai un campo magnético B = 3 j T, cunha velocidade, v = 6 i km·s^{-1}. Calcula:....27
Campo e forza magnética entre condutores paralelos....28
1. Dous condutores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados no plano yz, na dirección do eixo z, separados unha distancia de 80 cm. Se por cada un deles circula unha corrente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:....28
Movemento harmónico simple....29
1. A enerxía total dun corpo de masa 0,5 kg que realiza un movemento harmónico simple é 6,0·10^{-3} J e a forza máxima que actúa sobre el é 0,3 N....29
2. Cólgase un corpo de 10 kg de masa dun resorte e alárgase 2,0 cm. Despois engádenselle outros 10 kg e dáselle un tirón cara abaixo, de modo que o sistema comeza a oscilar cunha amplitude de 3,0 cm....30
Péndulo....32
1. Un péndulo simple de lonxitude l = 2,5 m, desvíase do equilibrio até un punto a 0,03 m de altura e sóltase. Calcula:....32
Ondas....33
1. Unha onda propágase no sentido positivo do eixo *X* cunha velocidade de 20 m s^{-1}, unha amplitude de 0,02 m e unha frecuencia de 10 Hz. Determina:....33
2. A expresión matemática dunha onda harmónica transversal que se propaga por unha corda tensa orientada segundo o eixe x é: y = 0,5 sen [2π (3t - x)] (unidades no SI). Determina:....35
Espellos e lentes....36
1. Un obxecto de 4 cm de altura está situado 20 cm diante dunha lente delgada diverxente de distancia focal 12 cm....36
2. Quérese formar unha imaxe real e de dobre tamaño dun obxecto de 1,5 cm de altura. Determina:....37
Dioptrio plano....38
1. Un raio de luz de frecuencia 5·10^{14} Hz incide cun ángulo de incidencia de 30° sobre unha lámina de vidro de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabendo que o índice de refracción do vidro é 1,50 e o do aire 1,00:....38
Efecto fotoeléctrico....39
1. Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de 4,8·10^{-19} J e o potencial de freado é de 2,0 V, calcula:....39
2. O traballo de extracción para o sodio é de 2,50 eV. Calcula:....40
Enerxía nuclear....41
1. Para o núcleo de uranio, $^{238}_{92}$U, calcula:....41
2. O isótopo do boro $^{10}_{5}$B é bombardeado por unha partícula α e prodúcese $^{13}_{6}$C e outra partícula....42
Desintegración radioactiva....43
1. O $^{210}_{82}$Pb transfórmase en polonio ao emitir dúas partículas beta e posteriormente, por emisión dunha partícula alfa, obtense chumbo....43