Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade **Código: 23**

CONVOCATORIA ORDINARIA 2020

FÍSICA

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que poderá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só se corrixirán as 5 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando e xustificando a opción correcta:

1.1. Para escalar unha montaña podemos seguir dúas rutas diferentes: unha de pendentes moi suaves e outra con pendentes moi pronunciadas. O traballo realizado pola forza gravitacional sobre o corpo do montañeiro é: A) Maior na ruta de pendentes moi pronunciadas. B) Maior na ruta de pendentes moi suaves. C) Igual en ambas rutas.

1.2. Unha esfera metálica cárgase positivamente atopándose en equilibrio electrostático. O campo eléctrico será: A) Nulo no interior e constante no exterior da esfera. B) Máximo na superficie e nulo no interior. C) Aumenta linealmente dende o centro da esfera.

PREGUNTA 2. Responda indicando e xustificando a opción correcta:

2.1. Sitúase un obxecto a unha distancia de 20 cm á esquerda dunha lente delgada converxente de distancia focal 10 cm. A imaxe que se forma é: A) De maior tamaño, real, dereita. B) De igual tamaño, virtual, invertida. C) De igual tamaño, real, invertida.

2.2. . Un protón e unha partícula α entran perpendicularmente no seo dun campo magnético estacionario e uniforme de indución, $\overline{\boldsymbol{B}}$, describindo traxectorias circulares de igual raio. O cociente entre as velocidades da partícula α e do protón, $v(\alpha)$ / $v(\mathrm{p})$, é: A) 0,5. B) 2. C) 8. DATOS: $m(\alpha) = 4\, m(\mathrm{p})$; $q(\alpha) = 2\, q(\mathrm{p})$.

PREGUNTA 3. Responda indicando e xustificando a opción correcta:

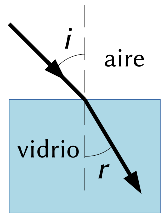
3.1. Nunha célula fotoeléctrica, o cátodo metálico ilumínase cunha radiación de 175 nm de lonxitude de onda e o potencial de freado é de 1 V. Se usamos unha luz de 250 nm, o potencial de freado será: A) Menor. B) Maior. C) Igual.

3.2. Medimos o noso pulso na Terra (en repouso) observando que o tempo entre cada latexo é de 0,80 s. Despois facemos a medida viaxando nunha nave espacial á velocidade de 0,70 c, sendo c a velocidade da luz no baleiro. De acordo coa teoría especial da relatividade, o tempo que medimos será: A) 1,12 s. B) 0,57 s. C) 0,80 s.

PREGUNTA 4. Desenvolva esta práctica:

Estudando o fenómeno da refracción nunha lámina de vidro faise incidir un raio de luz con distintos ángulos sobre a superficie. Na táboa da marxe aparecen os ángulos de incidencia e os ángulos de refracción. a) Calcule o índice de refracción do material a partir dos datos da táboa. b) Indique en que condicións se produciría reflexión total. DATOS: $n(\text{aire}) = 1$; $c = 3\times10^{8}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

i (°)	r (°)
27	16
36	21
48	27
57	31



PREGUNTA 5. Resolva este problema:

Un meteorito de 150 kg de masa achégase á Terra e acada unha velocidade de 30 km·s⁻¹ cando está a unha altura sobre a superficie da Terra igual a 6 veces o raio desta. Calcule: a) O seu peso a esa altura. b) A súa enerxía mecánica a esa altura. DATOS: $G = 6{,}67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$; $M(\mathrm{T}) = 5{,}98\times10^{24}$ kg; $R(\mathrm{T}) = 6{,}37\times10^{6}$ m.

PREGUNTA 6. Resolva este problema:

Un dipolo eléctrico é un sistema formado por dúas cargas do mesmo valor e de signo contrario que están separadas unha distancia fixa. Se o valor absoluto de cada unha das cargas é 2 μC e están situadas nos puntos (0, 0) e (4, 0), calcule: a) O potencial eléctrico creado polo dipolo no punto (2, 2). b) A aceleración que experimenta un protón situado no punto medio do dipolo.

DATOS: $K = 9\times10^{9}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$; $q(\mathrm{p}) = 1{,}6\times10^{\wedge-19}$ C; $m(\mathrm{p}) = 1{,}67\times10^{-27}$ kg. As distancias están en metros.

PREGUNTA 7. Resolva este problema:

A ecuación $y(x, t) = 0{,}04 \operatorname{sen} 2\pi\,(4\,t - 2\,x)$ m representa unha onda que se propaga por unha corda situada ao longo do eixe X, estando t expresado en segundos. Calcule: a) A frecuencia, a lonxitude de onda e a velocidade de propagación da onda. b) A diferenza de fase, nun instante determinado, entre dous puntos da corda separados 1 m.

PREGUNTA 8. Resolva este problema:

Nunha cova encóntranse restos orgánicos e ao realizar a proba do carbono-14 obsérvase que a actividade da mostra é de 10^{6} desintegracións/s. Sabendo que o período de semidesintegración do carbono-14 é de 5730 anos, calcule: a) A masa inicial da mostra. b) A masa da mostra cando transcorran 4000 anos.

DATOS: $N_A = 6{,}02\times10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$; $A(^{14}\mathrm{C}) = 14$.

Solucións

1.1. Para escalar unha montaña podemos seguir dúas rutas diferentes: unha de pendentes moi suaves e outra con pendentes moi pronunciadas. O traballo realizado pola forza gravitacional sobre o corpo do montañeiro é:
A) Maior na ruta de pendentes moi pronunciadas.
B) Maior na ruta de pendentes moi suaves.
C) Igual en ámbalas rutas.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C

A forza gravitacional é unha forza conservativa. Pódese definir unha magnitude, chamada enerxía potencial, que depende só da posición, ademais da masa. No caso da forza gravitacional preto da superficie da Terra.

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

O traballo realizado por unha forza conservativa é independente do camiño, só depende dos puntos inicial e final.

$$W_{1\to2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$$

$$W_{1\to2} = m \cdot g \cdot (\text{-}\Delta h)$$

O traballo só depende das alturas inicial e final.

1.2. Unha esfera metálica cárgase positivamente atopándose en equilibrio electrostático. O campo eléctrico será:
A) Nulo no interior e constante no exterior da esfera.
B) Máximo na superficie e nulo no interior.
C) Aumenta linealmente dende o centro da esfera.

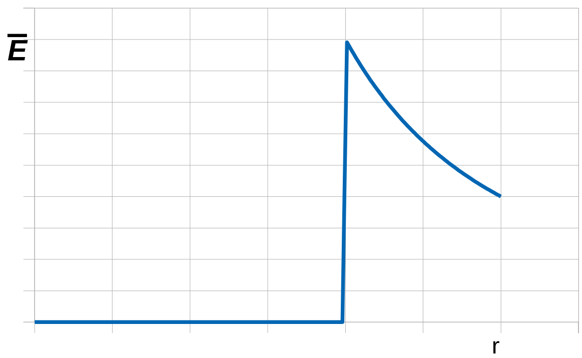
(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: B

A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo eléctrico no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula. Se non fose así, as cargas desprazaríanse debido á forza do campo.
O campo eléctrico no exterior é igual que o campo creado por unha carga puntual situada no centro da esfera, o seu valor diminúe co cadrado da distancia ao centro:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}$$

Como a carga é positiva, o valor é máximo na superficie.

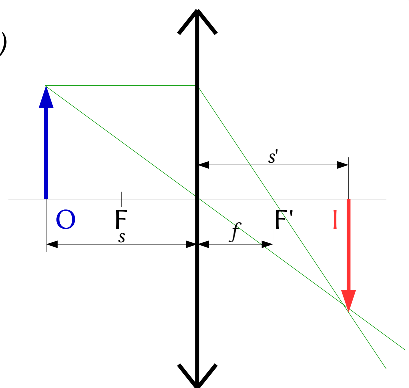


2.1. Sitúase un obxecto a unha distancia de 20 cm á esquerda dunha lente delgada converxente de distancia focal 10 cm. A imaxe que se forma é:
A) De maior tamaño, real, dereita.
B) De igual tamaño, virtual, invertida.
C) De igual tamaño, real, invertida.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C

Debúxase un esquema de lente converxente (unha liña vertical rematada por dúas puntas de frechas), un obxecto O (unha frecha vertical cara arri-



ba) á súa esquerda, e sitúase o foco F′ á dereita da lente.
Desde o punto superior do obxecto debúxanse dous raios:

- Un horizontal, cara á lente, que a atravesa e se refracta pasando polo foco F′.
- Outro, cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.

O punto de corte destes raios corresponde á punta da imaxe I. Debúxase unha frecha vertical nese punto.
Análise: A imaxe é real xa que se forma á dereita da lente que é a zona onde se forman as imaxes reais nas lentes. É invertida e de igual tamaño que o obxecto.

2.2. Un protón e unha partícula α entran perpendicularmente no seo dun campo magnético estacionario e uniforme de indución, $\overline{\boldsymbol{B}}$, describindo traxectorias circulares de igual raio. O cociente entre as velocidades da partícula α e do protón, $v(\alpha) / v(\mathrm{p})$, é:
A) 0,5.
B) 2.
C) 8.
DATOS: $m(\alpha) = 4\, m(\mathrm{p})$; $q(\alpha) = 2\, q(\mathrm{p})$. *(A.B.A.U. ord. 20)*

Solución: A

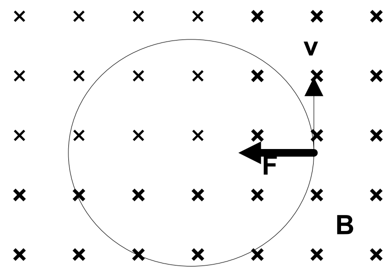
A forza magnética, $\overline{\boldsymbol{F}}_B$, sobre unha carga, q, que se despraza no interior dun campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, cunha velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}}$, vén dada pola lei de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta forza é perpendicular en todos os puntos á dirección de avance da partícula, polo que describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante xa que a aceleración só ten compoñente normal a_N.

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Se só actúa a forza magnética:



$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicando a 2.ª lei de Newton:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Como as partículas entran perpendicularmente ao campo, sen φ = 1.
Despexando a velocidade v:

$$v = \frac{q \cdot B \cdot R}{m}$$

Como o raio e o campo magnético son os mesmos, aplicando esta expresión tanto á partícula α como ao protón e dividindo unha entre a outra queda:

$$\frac{v_\alpha}{v_p} = \frac{\dfrac{q_\alpha \cdot \cancel{B \cdot R}}{m_\alpha}}{\dfrac{q_p \cdot \cancel{B \cdot R}}{m_p}} = \frac{m_p \cdot q_\alpha}{m_\alpha \cdot q_p} = \frac{m_p \cdot 2\, q_p}{4\, m_p \cdot q_p} = \frac{1}{2}$$

$$v_\alpha = 1/2\ v_p$$

A velocidade da partícula alfa é a metade que a do protón.

3.1. Nunha célula fotoeléctrica, o cátodo metálico ilumínase cunha radiación de 175 nm de lonxitude de onda e o potencial de freado é de 1 V. Se usamos unha luz de 250 nm, o potencial de freado será:

A) Menor.
B) Maior.
C) Igual.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: A

Interpretación de Einstein do efecto fotoeléctrico.

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

Nesta ecuación, h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
A frecuencia dunha onda é inversamente proporcional a súa lonxitude de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto maior sexa a súa lonxitude de onda, menor será a frecuencia e menor será a enerxía do fotón.
A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

A enerxía do fotón, que depende da frecuencia f, escríbese en función da lonxitude de onda λ.

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

A enerxía cinética E_c máxima dos electróns escríbese en función do potencial de freado

$$E_c = |e| \cdot V$$

A ecuación de Einstein queda:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W_e + |e| \cdot V$$

Por tanto, canto maior sexa a súa lonxitude de onda menor será a enerxía dos fotóns e a enerxía cinética e o potencial de freado dos electróns emitidos.

Se tivésemos todos os datos para facer os cálculos (a constante de Planck, a velocidade da luz no baleiro e a carga do electrón) descubririamos que a radiación de 250 nm non produciría efecto fotoeléctrico.
O traballo de extracción é:

$$W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \cdot V = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}[\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}[\text{m/s}]}{175 \cdot 10^{-9}[\text{m}]} - 1{,}60 \cdot 10^{-19}[\text{C}] \cdot 1[\text{V}] = 9{,}74 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

E a enerxía do fotón de 250 nm vale:

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}[\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}[\text{m/s}]}{250 \cdot 10^{-9}[\text{m}]} = 7{,}95 \cdot 10^{-19} [\text{J}]$$

Enerxía menor que o traballo de extracción. Non sería suficiente para producir efecto fotoeléctrico.

3.2. Medimos o noso pulso na Terra (en repouso) observando que o tempo entre cada latexo é de 0,80 s. Despois facemos a medida viaxando nunha nave espacial á velocidade de 0,70 c, sendo c a velocidade da luz no baleiro. De acordo coa teoría especial da relatividade, o tempo que medimos será:
A) 1,12 s.
B) 0,57 s.
C) 0,80 s.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C

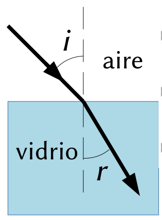
A teoría da relatividade especial predí que o tempo dun sistema que se move a velocidade moi alta relativa a un sistema en repouso, transcorre máis lentamente. A dilatación do tempo vén dada pola expresión:

$$\Delta t\,' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Pero o tempo propio, medido por un observador situado dentro do sistema que se move, é o mesmo que se estivese en repouso. O principio de relatividade di que non se pode determinar mediante a experiencia se un sistema está en repouso ou está movéndose.

4. Estudando o fenómeno da refracción nunha lámina de vidro faise incidir un raio de luz con distintos ángulos sobre a superficie. Na táboa da marxe aparecen os ángulos de incidencia e os ángulos de refracción.
a) Calcula o índice de refracción do material a partir dos datos da táboa.
b) Indica en que condicións se produciría reflexión total.
DATOS: n(aire) = 1; $c = 3\times10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 20)*

i (°)	r (°)
27	16
36	21
48	27
57	31



Solución:

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais do *Grupo de Traballo.*

a) A lei de Snell pode resumirse na ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r$$

Se o medio de incidencia é o aire, $n_i = 1$, o índice de refracción do vidro será

$$n_r = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$$

Se se fai unha representación gráfica de sen r fronte a sen i, a pendente da gráfica será a inversa do índice de refracción.

$$\text{sen } r = (1 / n_r) \cdot \text{sen } i$$

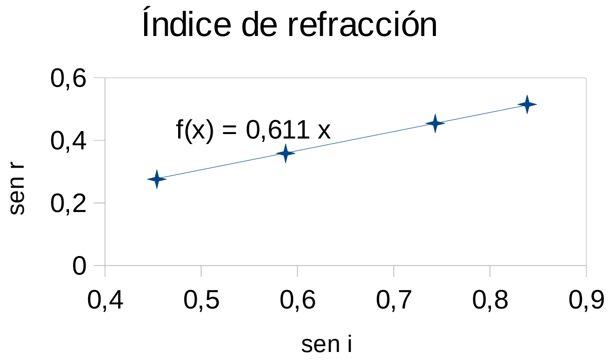
Faise unha táboa calculando os senos dos ángulos de incidencia e refracción.

i (°)	r (°)	sen i	sen r	sen i / sen r
27	16	0,454	0,276	1,647
36	21	0,588	0,358	1,640
48	27	0,743	0,454	1,637
57	31	0,839	0,515	1,628

Nunha folla de cálculo represéntanse nunha gráfica sen r fronte a sen i e trázase a liña de tendencia que pasa pola orixe de coordenadas.

A inversa da pendente será o índice de refracción:

$$n_r = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{1}{0{,}611} = 1{,}64$$



Se non se ten unha folla de cálculo trázase a ollo a recta polos puntos. Nese caso a incerteza vai ser moito maior.

$$n_r = 1{,}6 \pm 0{,}1$$

A falta de papel milimetrado, o valor do índice de refracción pode calcularse como a media aritmética dos cocientes sen i / sen r

$$n_r = \frac{1{,}647 + 1{,}640 + 1{,}637 + 1{,}628}{4} = 1{,}64$$

b) A reflexión total dun raio de luz ocorre cando pasa dun medio dun determinado índice de refracción a outro que ten un índice maior se o ángulo de incidencia fose maior que o ángulo límite. Neste caso podería ocorrer para o raio de luz no interior do vidro ao chegar á superficie de separación do aire. O ángulo límite entre este vidro e o aire é o ángulo de incidencia ao que correspondería un ángulo de refracción de 90°.

$$n_i \cdot \text{sen } \lambda = n_r \cdot \text{sen } 90°$$

$$\lambda = \text{arcsen} \frac{n_r}{n_i} = \text{arcsen} \frac{1}{1{,}64} = 38°$$

5. Un meteorito de 150 kg de masa achégase á Terra e acada unha velocidade de 30 km·s⁻¹ cando está a unha altura sobre a superficie da Terra igual a 6 veces o raio desta. Calcula:
   a) O seu peso a esa altura.
   b) A súa enerxía mecánica a esa altura.
   Datos: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m² ·kg⁻²; $M(\text{T}) = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg; $R(\text{T}) = 6{,}37 \times 10^{6}$ m. *(A.B.A.U. ord. 20)*
   Rta.: a) $P_h = 30{,}1$ N; b) $E = 6{,}61 \cdot 10^{10}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Raio da Terra	$R = 6{,}37 \cdot 10^{6}$ m
Masa da Terra	$M = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg
Constante da gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Masa do meteorito	$m = 150$ kg
Velocidade do meteorito	$v = 30{,}0$ km·s⁻¹ $= 3{,}00 \cdot 10^{4}$ m/s
Altura	$h = 6\ R = 3{,}82 \cdot 10^{7}$ m
Incógnitas	
Peso do meteorito a esa altura = forza gravitacional que actúa sobre el	P_h
Enerxía mecánica do meteorito a esa altura	E
Outros símbolos	
Raio da órbita	r
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal, en módulos. (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$F_G = G \frac{M\,m}{r^2}$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$
Enerxía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

a) Calcúlase a distancia do meteorito coa Tera:

$$r = R + h = R + 6\ R = 7\ R = 7 \cdot 6{,}37 \cdot 10^{6}\ [\text{m}] = 4{,}46 \cdot 10^{7}\ \text{m}$$

Calcúlase o peso, que é a forza gravitacional:

$$P_h = F_G = G\frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}] \cdot 150\ [\mathrm{kg}]}{(4{,}46 \cdot 10^{7}\ [\mathrm{m}])^2} = 30{,}1\ \mathrm{N}$$

b) Calcúlase a enerxía potencial:

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{r} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}] \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}\ [\mathrm{kg}] \cdot 150\ [\mathrm{kg}]}{4{,}46 \cdot 10^{7}\ [\mathrm{m}]} = -1{,}34 \cdot 10^{9}\ \mathrm{J}$$

Calcúlase a enerxía cinética:

$$E_c = m \cdot v^2 / 2 = 150\ [\mathrm{kg}] \cdot (3{,}00 \cdot 10^4\ [\mathrm{m/s}])^2 / 2 = 6{,}75 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$$

A enerxía mecánica é a suma das enerxías cinética e potencial.

$$E = E_c + E_p = 6{,}75 \cdot 10^{10}\ [\mathrm{J}] + (-1{,}34 \cdot 10^{9}\ [\mathrm{J}]) = 6{,}61 \cdot 10^{10}\ \mathrm{J}$$

6. Un dipolo eléctrico é un sistema formado por dúas cargas do mesmo valor e de signo contrario que están separadas unha distancia fixa. Se o valor absoluto de cada unha das cargas é 2 μC e están situadas nos puntos (0, 0) e (4, 0), calcula:
   a) O potencial eléctrico creado polo dipolo no punto (2, 2).
   b) A aceleración que experimenta un protón situado no punto medio do dipolo.
   DATOS: $K = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$; $q(\mathrm{p}) = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m(\mathrm{p}) = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. As distancias están en metros.
   (A.B.A.U. ord. 20)

   Rta.: a) $V = 0$; b) $\overline{\boldsymbol{a}} = 8{,}62 \cdot 10^{11}\ \bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{m/s^2}$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga Q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_1 = (0, 0)$ m
Posición da carga Q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_2 = (4{,}00, 0)$ m
Posición do punto 3	$\overline{\boldsymbol{r}}_3 = (2{,}00, 2{,}00)$ m
Posición do punto medio do dipolo (punto 4)	$\overline{\boldsymbol{r}}_4 = (2{,}00, 0)$ m
Valor da carga situada no punto 1	$Q_1 = 2{,}00\ \mu\mathrm{C} = 2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto 2	$Q_2 = -2{,}00\ \mu\mathrm{C} = -2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga do protón	$q = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Masa do protón	$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg.
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$
Incógnitas	
Potencial eléctrico no punto 3	V_3
Aceleración dun protón situado no punto medio do dipolo	a
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Campo eléctrico	$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q}$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$

Solución:

a)
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase a distancia do punto 1(0, 0) ao punto 3(2, 2):

$$r_{13}=|\vec{r}_3-\vec{r}_1|=\sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{m}]-(0\ [\mathrm{m}]))^2+(2{,}00\ [\mathrm{m}]-0\ [\mathrm{m}])^2}=2{,}83\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o potencial no punto 3(2, 2), debido á carga de 2 µC situada no punto 1:

$$V_{31}=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}83\ [\mathrm{m}])}=6{,}36\cdot10^3\ \mathrm{V}$$

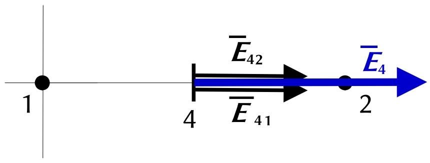
O potencial no punto 3(2, 2), debido á carga de −2 µC situada no punto 2, ten o valor oposto xa que a distancia é a mesma pero a carga é oposta:

$$V_{32} = -6{,}36\cdot10^3\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico dun punto debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga. Como son opostos, o potencial anúlase.

$$V_3 = V_{31} + V_{32} = 6{,}36\cdot10^3\ [\mathrm{V}] + (-6{,}36\cdot10^3\ [\mathrm{V}]) = 0$$

b) O punto medio do dipolo é o punto 4(2, 0).
Nun debuxo sitúanse os puntos 1(0, 0), 2(4, 0), y 4(2, 0).
Suponse que a carga positiva está no punto 1.
Debúxanse os vectores do campo no punto 4, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido.



O campo creado pola carga positiva situada no punto 1 é de repulsión,
pero o campo creado pola carga negativa situada no punto 2 é de atracción.
A medida de ambos os vectores é a mesma, porque os valores dos campos son os mesmos, xa que as distancias e os valores absolutos das cargas son iguais.
Debúxase o vector suma que é o campo resultante, $\overline{E}_4$.
A medida do resultado será o dobre da medida dun dos campos.
Para calcular a aceleración do protón, calcúlase antes a forza eléctrica no punto medio, a partir do campo eléctrico.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

A distancia do punto 1 ao punto 4 é: r_{14} = |(2,00, 0) [m] - (0, 0)| = 2,00 m.
O vector unitario do punto 4, tomando como orixe o punto 1, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.
Calcúlase o campo no punto 4, debida á carga de 2 µC situada no punto 1:

$$\vec{E}_{41}=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=4{,}50\cdot10^3\,\vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto 4, debida á carga de 2 µC situada no punto 2, é o mesmo:

$$\overline{E}_{42} = 4{,}50\cdot10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto 4 é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_4 = \overline{\boldsymbol{E}}_{41} + \overline{\boldsymbol{E}}_{42} = 4{,}50 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] + 4{,}50 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] = 9{,}00 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo está dirixido no sentido positivo do eixe X.

Como o campo eléctrico é a forza sobre a unidade de carga positiva, calcúlase a forza despexando:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \overline{\boldsymbol{F}} = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}_4 = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot 9{,}00 \cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] = 1{,}44 \cdot 10^{-15}\ \bar{\mathbf{i}}\ \text{N}$$

A aceleración calcúlase aplicando a segunda lei de Newton:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{1{,}44 \cdot 10^{-15}\ \vec{\mathbf{i}}\ [\text{N}]}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ [\text{kg}]} = 8{,}62 \cdot 10^{11}\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{m/s}^2$$

O resultado, independente dea orientación do dipolo, sería: a aceleración do protón é de $8{,}62 \cdot 10^{11}$ m/s², cara á carga negativa.
Análise: O valor da aceleración parece moi elevado, pero os cálculos son correctos.

7. A ecuación $y(x, t) = 0{,}04$ sen $2\ \pi\ (4\ t - 2\ x)$ m representa unha onda que se propaga por unha corda situada ao longo do eixe X, estando t expresado en segundos. Calcula:
   a) A frecuencia, a lonxitude de onda e a velocidade de propagación da onda.
   b) A diferenza de fase, nun instante determinado, entre dous puntos da corda separados 1 m.
   (A.B.A.U. ord. 20)

   Rta.: a) $f = 4$ Hz; $\lambda = 0{,}5$ m; $v_p = 2$ m/s; b) $\Delta\varphi = 4\ \pi$ rad.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación da onda	$y = 0{,}0400$ sen $2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t)$ [m]
Distancia entre os puntos	$\Delta x = 1{,}00$ m
Incógnitas	
Velocidade de propagación	v_p
Diferenza de fase entre dous puntos separados 1 m	$\Delta\varphi$
Outros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Lonxitude de onda	λ
Número de onda	k
Ecuacións	
Ecuación dunha onda harmónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\ \pi\ /\ \lambda$
Relación entre a frecuencia angular e a frecuencia	$\omega = 2\ \pi \cdot f$
Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Obtéñense a frecuencia angular e o número de onda comparando a ecuación dunha onda harmónica unidimensional coa ecuación do problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}0400 \text{ sen } 2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t) = 0{,}0400 \cdot \text{sen}(-8{,}00 \cdot \pi \cdot t + 4{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m}]$$

Frecuencia angular: $\omega = 8{,}00 \cdot \pi$ [rad/s] = 25,1 rad/s
Número de onda: $k = 4{,}00 \cdot \pi$ [rad/m] = 12,6 rad/m
Calcúlase a frecuencia a partir da frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]}{2\pi\ [\text{rad}]} = 4{,}00\ \text{s}^{-1} = 4{,}00\ \text{Hz}$$

Calcúlase a lonxitude de onda a partir do número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\ [\text{rad}]}{4{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad} \cdot \text{m}^{-1}]} = 0{,}500\ \text{m}$$

Calcúlase a velocidade de propagación da onda a partir da lonxitude de onda e da frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}500\ [\text{m}] \cdot 4{,}00\ [\text{s}^{-1}] = 2{,}00\ \text{m·s}^{-1}$$

b) Nun instante t, a diferenza de fase entre dous puntos situados en x_1 e x_2 é:

$$\Delta\varphi = [2\ \pi\ (-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_2)] - [4\ \pi\ (2\ \pi\ (-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_1)] = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot (x_1 - x_2) = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot \Delta x$$

$$\Delta\varphi = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot 1{,}00 = 4{,}00\ \pi\ \text{rad}$$

Análise: A distancia entre os puntos é 1,00 m *que é o dobre da lonxitude de onda. Como os puntos que están en fase ou cuxa diferencia de fase é múltiplo de* 2 π *atópanse a unha distancia que é múltiplo da lonxitude de onda, unha distancia de dúas veces a lonxitude de onda corresponde a unha diferenza de fase dobre de* 2 π*, ou sexa,* 4 π rad.
Os dous puntos atópanse en fase.

8. Nunha cova encóntranse restos orgánicos e ao realizar a proba do carbono-14 obsérvase que a actividade da mostra é de 10^6 desintegracións/s. Sabendo que o período de semidesintegración do carbono-14 é de 5730 anos, calcula:
   a) A masa inicial da mostra.
   b) A masa da mostra cando transcorran 4000 anos.
   DATOS: $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $A(^{14}\text{C}) = 14$. *(A.B.A.U. ord. 20)*
   Rta.: a) $m_0 = 6{,}06\ \mu\text{g}$; b) $m = 3{,}74\ \mu\text{g}$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 5\ 730\ \text{anos} = 1{,}81 \cdot 10^{11}\ \text{s}$
Actividade da mostra	$A_0 = 1{,}00 \cdot 10^6\ \text{Bq}$
Tempo para calcular a actividade	$t = 4000\ \text{anos} = 1{,}26 \cdot 10^{11}\ \text{s}$
Masa atómica do ^{14}C	$M = 14{,}0\ \text{g/mol}$
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
Incógnitas	
Masa inicial da mostra	m_0
Masa aos 4000 anos	A
Outros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividade radioactiva	$A = -\text{d} N / \text{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Pódese calcular o número de átomos N a partir da expresión da actividade radioactiva: $A = \lambda \cdot N$.
Antes hai que calcular a constante λ de desintegración radioactiva, a partir do período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1{,}81 \cdot 10^{11}\ [\text{s}]} = 3{,}83 \cdot 10^{-12}\ \text{s}^{-1} = 0{,}000\,175\ \text{ano}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1{,}00 \cdot 10^6\ [\text{Bq}]}{3{,}83 \cdot 10^{-12}\ [\text{s}^{-1}]} = 2{,}61 \cdot 10^{17}\ \text{átomos}$$

A masa é proporcional á cantidade de átomos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A} \cdot M = \frac{2{,}61 \cdot 10^{17}\ [\text{átomos}]}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ [\text{átomos/mol}]} \cdot 14{,}0\ [\text{g/mol}] = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\ \text{g} = 6{,}06\ \mu\text{g}$$

Análise: Coa nula precisión do dato da actividade, 10^6 Bq*, o resultado podería ser calquera ente* 0,1 μg *e* 10 μg.

b) Como a masa é proporcional á cantidade de núcleos pódese obter unha expresión similar á lei da desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, na que aparece a masa no canto da cantidade de átomos. A constante de proporcionalidade é: N_A / M, o número de átomos que hai na unidade de masa dese elemento, onde N_A é o número de Avogadro e M é a masa atómica do elemento.

$$N = m \cdot N_A / M$$

$$m \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} = m_0 \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} e^{-\lambda\, t}$$

$$m = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

$$m = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\ [\mathrm{g}] \cdot \mathrm{e}^{-0{,}000175\ [\mathrm{ano}]^{-1} \cdot 4000\ [\mathrm{ano}]} = 3{,}74 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{g} = 3{,}74\ \mu\mathrm{g}$$

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 20/02/24