Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade Convocatoria Extraordinaria 2023

Código: 23

CIUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

FÍSICA

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que poderá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
1.1. Algúns átomos de nitróxeno ($^{14}_{7}N$) atmosférico chocan cun neutrón e transfórmanse en carbono ($^{14}_{6}C$) que, por emisión β, se converte de novo en nitróxeno. Neste proceso: A) emítese radiación gamma; B) emítese un protón; C) non pode existir este proceso xa que se obtería $^{14}_{5}B$.
1.2. Se o peso dunha masa m na superficie dun planeta esférico de raio r vale 80 N, o peso desa mesma masa m na superficie dun novo planeta esférico de raio 2 r será: A) 20 N; B) 40 N; C) 160 N. (Nota: a densidade dos dous planetas é a mesma).

PREGUNTA 2. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
2.1. A relación entre o módulo do campo magnético B_1 creado por unha corrente rectilínea indefinida I nun punto situado á distancia perpendicular r do condutor e o B_2 creado por outra corrente 2 I nun punto situado á distancia 3 r, B_1 / B_2, é: A) 2/3; B) 9/2; C) 3/2.
2.2. A teoría ondulatoria de Huygens sobre a natureza da luz vén confirmada polos fenómenos: A) reflexión e formación de sombras; B) refracción e interferencias; C) efecto fotoeléctrico e efecto Compton.

PREGUNTA 3. Responda indicando e xustificando a opción correcta:
3.1. Sobre a mesa, na dirección horizontal, colocamos unha espira (bobina) e no seu interior situamos un imán en forma de barra cos seus polos norte e sur na dirección vertical. Ao achegar/afastar unha barra de ferro cara ao interior da espira, na espira: A) indúcese unha corrente eléctrica; B) non se induce corrente; C) non se ten información suficiente para saber se se induce corrente eléctrica.
3.2. Un motor produce un nivel de intensidade sonora de 80 dB. A potencia que ten o ruído do motor se está situado a 2 m é: A) 500 mW; B) 50 mW; C) 5 mW. DATO: $I_0 = 10^{-12}$ W m^{-2}.

PREGUNTA 4. Desenvolva esta práctica:
Ao iluminar a superficie dun metal con luz de lonxitude de onda 280 nm, a emisión de fotoelectróns cesa para un potencial de freado de 1,3 V. a) Determine a función traballo do metal e a frecuencia limiar de emisión fotoeléctrica. b) Represente a gráfica enerxía cinética – frecuencia e determine o valor da constante de Planck a partir da dita gráfica. DATOS: $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J s; $c = 3\times10^{8}$ m s^{-1}; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C.

PREGUNTA 5. Resolva este problema:
O Sentinel-1 é un satélite artificial de órbita circular polar da Axencia Espacial Europea dentro do Programa Copérnico destinado á monitorización terrestre e dos océanos. Está situado a 693 km sobre a superficie terrestre. a) Cantas voltas dá á Terra cada día? b) Que velocidade houbo que proporcionarlle no lanzamento para poñelo en órbita? DATOS: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; M(T) = $5{,}97\times10^{24}$ kg; R(T) = $6{,}37\cdot10^{6}$ m.

PREGUNTA 6. Resolva este problema:
Nunha rexión do espazo na que hai un campo eléctrico de intensidade $\overline{\boldsymbol{E}} = 6\times10^{3}\,\bar{\mathbf{i}}$ N C^{-1} colga, dun fío de 20 cm de lonxitude, unha esfera metálica que posúe unha carga eléctrica de 8 μC e ten unha masa de 4 g. Calcule: a) o ángulo que forma o fío coa vertical; b) a velocidade da esfera cando pasa pola vertical ao desaparecer o campo eléctrico. DATO: $\overline{\boldsymbol{g}} = -9{,}8\,\bar{\mathbf{j}}$ m s^{-2}.

PREGUNTA 7. Resolva este problema:
Unha onda propágase no sentido positivo do eixo X cunha velocidade de 20 m s^{-1}, unha amplitude de 0,02 m e unha frecuencia de 10 Hz. Determine: a) o período e a lonxitude de onda; b) a expresión matemática da onda se en t = 0 s a partícula situada na orixe está na posición de máxima elongación positiva.

PREGUNTA 8. Resolva este problema:
Un obxecto de 4 cm de altura está situado 20 cm diante dunha lente delgada diverxente de distancia focal 12 cm. a) Determine a posición e o tamaño da imaxe. b) Debuxe un esquema (marcha de raios) coa posición do obxecto, a lente e a imaxe.

Solucións

1.1. Algúns átomos de nitróxeno ($^{14}_{7}N$) atmosférico chocan cun neutrón e transfórmanse en carbono ($^{14}_{6}C$) que, por emisión β, se converte de novo en nitróxeno. Neste proceso:
A) Emítese radiación gamma.
B) Emítese un protón.
C) Non pode existir este proceso xa que se obtería $^{14}_{5}B$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

As reaccións nucleares descritas no enunciado son:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{14}_{6}C$$

$$^{14}_{6}C \longrightarrow ^{0}_{-1}e + {}_{7}N$$

A primeira reacción, tal como está escrita, non respecta os principios de conservación da carga nin o do número másico. Supoñendo que na primeira reacción se emite unha partícula $^{A}{}_{Z}X$, e aplicando os principios de conservación do número bariónico (ou número másico) e da carga, queda:

$$14 + 1 = 14 + A \Rightarrow A = 1$$

$$7 + 0 = 6 + Z \Rightarrow Z = 1$$

A partícula $^{A}{}_{Z}X$ é $^{1}_{1}H$, un protón.
As ecuacións completas son:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$$

$$^{14}_{6}C \longrightarrow ^{0}_{-1}e + ^{14}_{7}N$$

1.2. Se o peso dunha masa *m* na superficie dun planeta esférico de raio *r* vale 80 N, o peso desa mesma masa *m* na superficie dun novo planeta esférico de raio 2 *r* será:
A) 20 N
B) 40 N
C) 160 N
Nota: A densidade dos dous planetas é a mesma. *(A.B.A.U. extr. 23)*

Solución: C

O peso dunha masa nun planeta é a forza que exerce o planeta sobre ela, que vén dada pola lei de Newton da gravitación universal:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, M é a masa do planeta, m é a masa do corpo e r é a distancia do obxecto ao centro do planeta, ou sexa, o raio do planeta.
Se a densidade dos dous planetas é a mesma, iso significa que a masa do planeta de raio 2 r será oito veces maior que a masa do planeta de raio r, xa que a masa é proporcional ao volume e o volume dunha esfera de raio r é $V = 4/3\ \pi\ r^3$, proporcional ao cubo do seu raio.
Por tanto, chamando ρ a densidade, M_1 e r_1 á masa e ao raio do primeiro planeta, e M_2 e r_2 á masa e ao raio do segundo planeta, temos que:

$$M_1 = \rho\ 4/3\ \pi\ r_1^3$$

$$r_2 = 2 \cdot r_1$$

$$M_2 = \rho\ 4/3\ \pi\ r_2^3 = \rho\ 4/3\ \pi\ (2 \cdot r_1)^3 = 2^3 \cdot (\rho\ 4/3\ \pi\ r_1^3) = 8\ M_1$$

Substituíndo estes valores na fórmula da forza de gravitación, obtemos que o peso no primeiro planeta é:

$$F_1 = G \frac{M_1 \cdot m}{r_1^2}$$

O peso no segundo planeta é:

$$F_2=G\frac{M_2\cdot m}{r_2^2}=G\frac{8\cdot M_1\cdot m}{(2\cdot r_1)^2}=\frac{8}{2^2}G\frac{M_1\cdot m}{r_1^2}=2F_1$$

O peso no segundo planeta é o dobre que no primeiro planeta. Se no primeiro planeta pesa 80 N, no segundo pesará 2 · 80 = 160 N.

2.1. A relación entre o módulo do campo magnético B_1 creado por unha corrente rectilínea indefinida I nun punto situado á distancia perpendicular r do condutor e o B_2 creado por outra corrente 2 I nun punto situado á distancia 3 r, B_1 / B_2, é:
A) 2 / 3
B) 9 / 2
C) 3 / 2

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: C

O módulo do campo magnético creado por unha corrente rectilínea indefinida segue a lei de Biot - Savart:

$$B=\frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}$$

Nesta expresión B é o campo magnético, μ_0 é a constante de permeabilidade magnética do vacío, I é a intensidade da corrente e r é a distancia perpendicular ao condutor.
A expresión para o campo magnético no primeiro caso é:

$$B_1=\frac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r}$$

No segundo caso:

$$B_2=\frac{\mu_0\cdot 2I}{2\pi\cdot 3r}$$

Dividindo o campo magnético B_1 polo campo magnético B_2, obtemos que:

$$\frac{B_1}{B_2}=\frac{\frac{\cancel{\mu_0}\cdot\cancel{I}}{\cancel{2\pi\cdot r}}}{\frac{\cancel{\mu_0}\cdot 2\cancel{I}}{\cancel{2\pi}\cdot 3\cancel{r}}}=\frac{3}{2}$$

2.2. A teoría ondulatoria de Huygens sobre a natureza da luz vén confirmada polos fenómenos:
A) Reflexión e formación de sombras.
B) Refracción e interferencias.
C) Efecto fotoeléctrico e efecto Compton.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

A teoría ondulatoria de Huygens propón que a luz é unha onda que se propaga en todos os sentidos desde unha fonte luminosa. Esta teoría explica o fenómeno da refracción, que é o cambio de dirección e velocidade que sofre unha onda cando pasa dun medio a outro con diferente densidade. Tamén explica o fenómeno das interferencias, que é a superposición de dúas ou máis ondas que se cruzan, producindo zonas de reforzo e cancelación da luz. Estes fenómenos non poden ser explicados pola teoría corpuscular de Newton, que considera que a luz está formada por partículas. A teoría ondulatoria de Huygens foi confirmada experimentalmente por Young e Fresnel no século XIX.
As outras opcións:
A) Incorrecta. Estes fenómenos poden ser explicados tanto pola teoría ondulatoria como pola teoría corpuscular. A reflexión é o cambio de dirección que sofre unha onda ou unha partícula cando choca contra

unha superficie. A formación de sombras é a ausencia de luz nunha zona onde un obxecto opaco impide o paso da luz.
C) Estes fenómenos contradín a teoría ondulatoria e apoian a teoría cuántica, que considera que a luz está formada por cuantos de enerxía chamados fotóns. O efecto fotoeléctrico é a emisión de electróns por un metal cando é iluminado por unha luz con suficiente enerxía. O efecto Compton é o cambio de lonxitude de onda que sofre un fotón cando colide con un electrón. Estes fenómenos demostran que a luz ten comportamento dual, ondulatorio e corpuscular, dependendo das circunstancias.

3.1. Sobre a mesa, na dirección horizontal, colocamos unha espira (bobina) e no seu interior situamos un imán en forma de barra cos seus polos norte e sur na dirección vertical. Ao achegar/afastar unha barra de ferro cara ao interior da espira, na espira:
A) Indúcese unha corrente eléctrica.
B) Non se induce corrente.
C) Non se ten información suficiente para saber se se induce corrente eléctrica.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: A

Cando se achega ou se afasta unha barra de ferro cara ao interior da espira, o campo magnético do imán varía. Esta variación do campo magnético produce unha forza electromotriz inducida na espira, que xera unha corrente eléctrica. Este fenómeno coñécese como lei de Faraday-Lenz. A dirección da corrente eléctrica depende do sentido da variación do campo magnético, segundo a regra da man dereita.

3.2. Un motor produce un nivel de intensidade sonora de 80 dB. A potencia que ten o ruído do motor se está situado a 2 m é:
A) 500 mW
B) 50 mW
C) 5 mW
DATO: $I_0 = 10^{-12}$ W m⁻². *(A.B.A.U. extr. 23)*

Solución: C

Para resolver esta cuestión, pódese utilizar a fórmula para calcular a intensidade sonora en decibelios (dB) a partir da intensidade sonora en vatios por metro cadrado (W/m^2):

$$S=10\log\frac{I}{I_0}$$

Onde S é o nivel de intensidade sonora en dB, I é a intensidade sonora e I_0 é a intensidade de referencia.
Substituíndo os valores na fórmula:

$$80=10\log\frac{I}{10^{-12}}$$

Despexando I:

$$I = 10^{-12} \cdot 10^{8} = 10^{-4}\ \text{W/m}^2$$

A potencia do ruído do motor a unha distancia de 2 m é igual á intensidade sonora multiplicada pola área da esfera de radio 2 m:

$$P = I \cdot A = I \cdot 4\ \pi\ r^2 = 10^{-4}\ [\text{W/m}^2] \cdot 4\ \pi\ (2\ [\text{m}])^2 = 0{,}005\ \text{W} = 5\ \text{mW}$$

4. Ao iluminar a superficie dun metal con luz de lonxitude de onda 280 nm, a emisión de fotoelectróns cesa para un potencial de freado de 1,3 V.
a) Determina a función traballo do metal e a frecuencia limiar de emisión fotoeléctrica.
b) Representa a gráfica enerxía cinética – frecuencia e determina o valor da constante de Planck a partir da dita gráfica.
DATOS: $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J s; $c = 3\times10^{8}$ m s⁻¹; $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 23)*

Solución:

Esta cuestión non ten sentido. Para poder calcular a función traballo necesitamos o valor da constante de Planck (que é un dato!). Pero no apartado b) nos piden que calculemos a constante de Planck!
Piden que fagamos unha gráfica, pero só nos dan valores para un punto!

Pódese resolver o apartado a) co dato da constante de Planck.
Da relación entre a lonxitude de onda e a frecuencia, $f = c / \lambda$, obtense a frecuencia da radiación:

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3{,}00\cdot 10^{8}\ [\mathrm{m\cdot s^{-1}}]}{280\ [\mathrm{nm}]}\ \frac{1\ [\mathrm{nm}]}{10^{-9}\ [\mathrm{m}]}=1{,}07\cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

A partir do potencial de obtense a enerxía cinética:

$$E_c = |q_e| \cdot V = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}] \cdot 1{,}3\ [\mathrm{V}] = 2{,}1\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

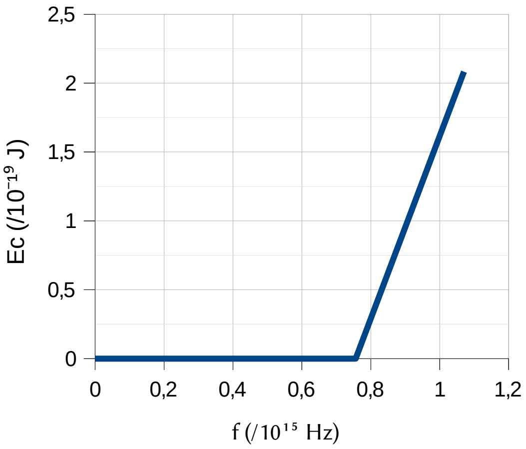
Combinando as ecuacións de Planck, $E_f = h \cdot f$, e Einstein, $E_f = W_e + E_c$, obtense o traballo de extracción:

$$W_e = E_f - E_c = 6{,}63\cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}] \cdot 1{,}07\cdot 10^{15}\ [\mathrm{s^{-1}}] - 2{,}08\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}] = 5{,}0\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Da relación entre o traballo de extracción, W_e, e a frecuencia limiar, f_0, obtense a frecuencia limiar:

$$W_e = h \cdot f_0 \Rightarrow\ f_0=\frac{W_e}{h}=\frac{5{,}0\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}]}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}]}=7{,}6\cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

Pódese tamén facer unha gráfica con dous puntos, o dos datos e o da frecuencia limiar.



Pero non se pode determinar o valor da constante de Planck, porque temos empregado o valor do dato nos cálculos anteriores.
De ter os datos axeitados, cunha folla de cálculo poderíase debuxar a gráfica e obter a ecuación da liña de tendencia.
Ordenando a ecuación de Einstein para que se axuste á gráfica da enerxía cinética fronte a frecuencia.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta é a ecuación dunha recta:

$$y = m \cdot x + b$$

Nela E_c é a variable dependente (y), f é a variable independente (x), h sería a pendente (m) e ($-W_e$) a ordenada b na orixe.
Calculando o valor da pendente determinaríase o valor da constante de Planck.

5. O Sentinel-1 é un satélite artificial de órbita circular polar da Axencia Espacial Europea dentro do Programa Copérnico destinado á monitorización terrestre e dos océanos. Está situado a 693 km sobre a superficie terrestre.
 a) Cantas voltas dá á Terra cada día?
 b) Que velocidade houbo que proporcionarlle no lanzamento para poñelo en órbita?
 Datos: $G = 6{,}67\times 10^{-11}$ N m² kg⁻²; $M(\mathrm{T}) = 5{,}97\times 10^{24}$ kg; $R(\mathrm{T}) = 6{,}37\cdot 10^{6}$ m. *(A.B.A.U. extr. 23)*
 Rta.: a) $f = 14{,}6$ día⁻¹; b) $v = 8{,}29\cdot 10^{3}$ m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Altura da órbita	h = 693 km = $6{,}93 \cdot 10^5$ m
Masa da Terra	$M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg
Raio da Terra	$R = 6{,}37 \cdot 10^6$ m
Constante da gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Voltas que dá á Terra cada día (frecuencia)	f
Velocidade desde a superficie para poñelo en órbita	v
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$
Velocidade lineal nun movemento circular uniforme de raio r e período T	$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
Aceleración normal dun obxecto que se move cunha velocidade lineal, v, nunha traxectoria circular de radio r	$a_N = \frac{v^2}{r}$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½ \, m \cdot v^2$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$
Enerxía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

A forza gravitacional, $\vec{F}_G$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\vec{u}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left| \sum \vec{F} \right| = m \cdot |\vec{a}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G\frac{M\cdot \cancel{m}}{\cancel{r^2}}=\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$

a) O raio da órbita é:

$$r = R + h = 6{,}37·10^6\ [\text{m}] + 6{,}93·10^5\ [\text{m}] = 7{,}06·10^6\ \text{m}$$

Calcúlase la velocidade orbital substituíndo os valores dos datos:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}\ [\text{kg}]}{7{,}06\cdot 10^6\ [\text{m}]}}=7{,}51\cdot 10^3\ \text{m/s}$$

O período calcúlase a partir da expresión da velocidade lineal no movemento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 7{,}06\cdot 10^6\ [\text{m}]}{7{,}51\cdot 10^3\ [\text{m/s}]}=5{,}91\cdot 10^3\ \text{s}=1{,}64\ \text{h}$$

A frecuencia é a inversa o período:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{1{,}64\ [\text{h}]}\frac{24{,}0\ [\text{h}]}{1\ [\text{día}]}=14{,}6\ \text{día}^{-1}$$

b) A enerxía que hai que comunicarlle ao satélite na superficie dun planeta é a diferenza entre a que terá en órbita e a que ten no chan:

$$\Delta E = E(\text{órbita}) - E(\text{chan})$$

Calcúlase a enerxía potencial na órbita, en función da masa do satélite:

$$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}=-\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}\ [\text{kg}]\cdot m}{7{,}06\cdot 10^6\ [\text{m}]}=-5{,}64\cdot 10^7\, m\ \text{J}$$

Calcúlase a enerxía cinética na órbita, en función da masa do satélite:

$$E_c = m\cdot (7{,}51·10^3\ [\text{m/s}])^2 / 2 = 2{,}82·10^7\ m\ \text{J}$$

A enerxía cinética é a metade e de signo contrario que a enerxía potencial.
A enerxía (mecánica) total é a suma das enerxías cinética e potencial, e vale o mesmo que a enerxía cinética, pero é negativa.

$$E = E_c + E_p = 2{,}82·10^7\ m\ [\text{J}] - 5{,}64·10^7\ m\ [\text{J}] = -\ 2{,}82·10^7\ m\ \text{J}$$

No chan, a enerxía cinética é desprezable. A enerxía potencial no chan, en función da masa do satélite, é:

$$E_p=-G\frac{M\cdot m}{R}=-\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot 5{,}97\cdot 10^{24}\ [\text{kg}]\cdot m}{6{,}37\cdot 10^6\ [\text{m}]}=-6{,}25\cdot 10^7\, m\ \text{J}$$

A enerxía que hai que comunicarlle ao satélite na superficie, en función da masa do satélite, é:

$$\Delta E = E(\text{órbita}) - E(\text{chan}) = -2{,}82·10^7\ m\ [\text{J}] - (-6{,}25·10^7\ m\ [\text{J}]) = 3{,}43·10^7\ m\ \text{J}$$

A velocidade que se lle debe comunicar é:

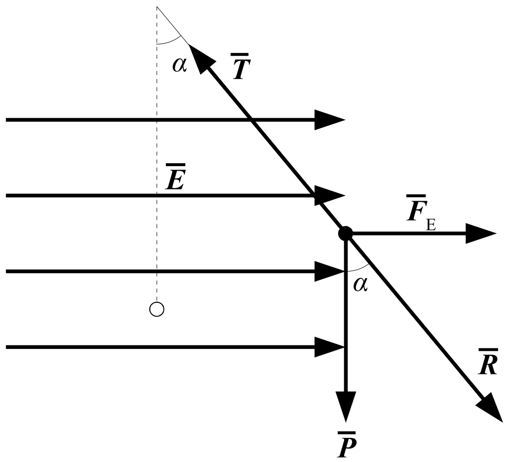
$$v=\sqrt{\frac{2\,E}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 3{,}43\cdot 10^7\, m}{m}}=8{,}29\cdot 10^3\ \text{m/s}$$

6. Nunha rexión do espazo na que hai un campo eléctrico de intensidade $\overline{\boldsymbol{E}} = 6\times 10^3\ \overline{\mathbf{i}}$ N C⁻¹ colga, dun fío de 20 cm de lonxitude, unha esfera metálica que posúe unha carga eléctrica de 8 μC e ten unha masa de 4 g. Calcula:
   a) O ángulo que forma o fío coa vertical.
   b) A velocidade da esfera cando pasa pola vertical ao desaparecer o campo eléctrico.
   Dato: $\overline{\boldsymbol{g}} = -9{,}8\ \overline{\mathbf{j}}$ m s⁻². *(A.B.A.U. extr. 23)*
   Rta.: a)

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa da esfera	m = 4,00 g = 4,00·10⁻³ kg
Carga da esfera	q = 8,00 µC = 8,00·10⁻⁶ C
Lonxitude do fío	L = 20,0 cm = 0,200 m
Valor do campo eléctrico	E = 6,00·10³ N/C
Valor do campo gravitacional terrestre	g = 9,80 m/s²
Incógnitas	
Ángulo que forma o fío coa vertical	α
Velocidade da esfera ao pasar pola vertical	v
Ecuacións	
Campo eléctrico	$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}$
Peso	$\overline{\boldsymbol{P}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{g}}$
Enerxía potencial da forza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$

Solución:

a) Cando a esfera alcanza o equilibrio, a tensión equilibra á resultante das forzas peso e eléctrica.



Calcúlase a forza peso:

$$P = m \cdot g = 4{,}00·10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m·s}^{-2}] = 0{,}0392\ \text{N}$$

Calcúlase a forza eléctrica:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow F_E = q \cdot E = 8{,}00·10^{-6}\ [\text{C}] \cdot 6{,}00·10^{3}\ [\text{N/C}] = 0{,}0480\ \text{N}$$

Como son perpendiculares, a forza resultante vale:

$$|\vec{R}|=\sqrt{(0{,}039\ 2\ [\text{N}])^2+(0{,}048\ 0\ [\text{N}])^2}=0{,}062\ 0\ \text{N}$$

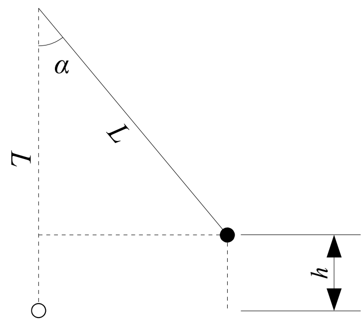
O ángulo entre a resultante e a vertical mide:

$$\alpha=\arccos\frac{P}{R}=\arccos\frac{0{,}039\ 2}{0{,}062\ 0}=50{,}8\ °$$

c) Ao descargarse as láminas só actúa a forza peso, que é unha forza conservativa. A enerxía mecánica consérvase entre a posición inicial e o punto máis baixo da traxectoria.
A altura do punto de equilibrio respecto do punto máis baixo pode calcularse do triángulo:

$$h = L - L \cos \alpha = L\ (1 - \cos \alpha) = 0{,}200\ [\text{m}]\ (1 - \cos 50{,}8°) = 0{,}0735\ \text{m}$$

Calcúlase a enerxía potencial do peso no punto de partida, tomando como orixe de enerxías o punto máis baixo:



$$E_p = m \cdot g \cdot h = 4{,}00·10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m·s}^{-2}] \cdot 0{,}0735\ [\text{m}] = 2{,}88·10^{-3}\ \text{J}$$

Aplícase o principio de conservación da enerxía entre a posición inicial e o punto máis baixo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (½\ m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 2{,}88·10^{-3}\ [\text{J}] = (4{,}00·10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

Calcúlase a velocidade despexando:

$$v=\sqrt{\frac{2\,E_c}{m}}=\sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}88 \cdot 10^{-3}\ [\text{J}]}{4{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]}}=1{,}20\ \text{m/s}$$

7. Unha onda propágase no sentido positivo do eixo X cunha velocidade de 20 m s⁻¹, unha amplitude de 0,02 m e unha frecuencia de 10 Hz. Determina:

a) O período e a lonxitude de onda.
b) A expresión matemática da onda se en $t = 0$ s a partícula situada na orixe está na posición de máxima elongación positiva.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a)

Datos	***Cifras significativas: 3***
Velocidade de propagación	$v_p = 20{,}0$ m/s
Frecuencia	$f = 10{,}0$ Hz $= 10{,}0$ s^{-1}
Amplitude	$A = 0{,}0200$ m
Elongación en $x = 0$ para $t = 0$	$y = A = 0{,}0200$ m
Incógnitas	
Período	T
Lonxitude de onda	λ
Ecuación da onda (frecuencia angular e número de onda)	ω, k
Outros símbolos	
Posición do punto (distancia ao foco)	x
Ecuacións	
Relación entre a frecuencia e o período	$f = 1 / T$
Ecuación dunha onda harmónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Frecuencia angular	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre a lonxitude de onda e a velocidade de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Calcúlase o período a partir da frecuencia:

$$f=\frac{1}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{f}=\frac{1}{10{,}0\ \text{s}^{-1}}=0{,}100\ \text{s}$$

Calcúlase a lonxitude de onda a partir da velocidade de propagación da onda e da frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda=\frac{v_p}{f}=\frac{20{,}0\ [\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]}{10{,}0\ [\text{s}^{-1}]}=2{,}00\ \text{m}$$

b) Tómase a ecuación dunha onda harmónica en sentido positivo do eixe X:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Calcúlase a frecuencia angular a partir da frecuencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}0\ [\text{s}^{-1}] = 20{,}0 \cdot \pi\ [\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}] = 62{,}8\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

Calcúlase o número de onda a partir da lonxitude de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{2{,}00\ [\text{m}]}=\pi\ \text{rad/m}=3{,}14\ \text{rad/m}$$

Calcúlase a fase inicial a partir da elongación en $x = 0$ para $t = 0$.

$$y(x, t) = 0{,}0200 \cdot \text{sen}(20\pi\ t - \pi\ x + \varphi_0)\ [\text{m}]$$

$$0{,}0200\ [\text{m}] = 0{,}0200 \cdot \text{sen}(20\pi\ t - \pi\ x + \varphi_0)\ [\text{m}] = 0{,}0200 \cdot \text{sen}(\varphi_0)$$

$$\text{sen}(\varphi_0) = 0{,}0200 / 0{,}0200 = 1{,}00$$

$$\varphi_0 = \text{arcsen}\ 1{,}00 = \pi / 2\ \text{rad}$$

A ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}0200\ \text{sen}(20\pi\ t - \pi\ x + \pi/2)\ [\text{m}]$$

8. Un obxecto de 4 cm de altura está situado 20 cm diante dunha lente delgada diverxente de distancia focal 12 cm.
   a) Determina a posición e o tamaño da imaxe.

b) Debuxa un esquema (marcha de raios) coa posición do obxecto, a lente e a imaxe.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $s' = -7{,}50$ cm; $y' = 1{,}50$ cm

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Altura do obxecto	y = 4,0 cm = 0,040 m
Posición do obxecto	s = -20 cm = −0,20 m
Distancia focal da lente	f = −12 cm = −0,12 m
Incógnitas	
Posición da imaxe	s'
Altura da imaxe	y'
Ecuacións	
Relación entre a posición da imaxe e a do obxecto nas lentes	$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral nas lentes	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}$

Solución:

a) Polo convenio de signos, os puntos situados á esquerda da lente teñen signo negativo.
Para unha lente diverxente, f = -0,12 m.
Emprégase a ecuación das lentes:

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{s'}-\frac{1}{-0{,}20\,[\mathrm{m}]}=\frac{1}{-0{,}12\,[\mathrm{m}]}$$

Calcúlase a posición da imaxe despexando:

$$\frac{1}{s'}=\frac{1}{-0{,}12\,[\mathrm{m}]}+\frac{1}{-0{,}20\,[\mathrm{m}]}=-8{,}3\,[\mathrm{m}]^{-1}-5{,}0\,[\mathrm{m}]^{-1}=-13{,}3\,[\mathrm{m}]^{-1} \Rightarrow s' = -0{,}075 \text{ m} = -7{,}5 \text{ cm}$$

A imaxe fórmase a 7,5 cm á esquerda da lente.

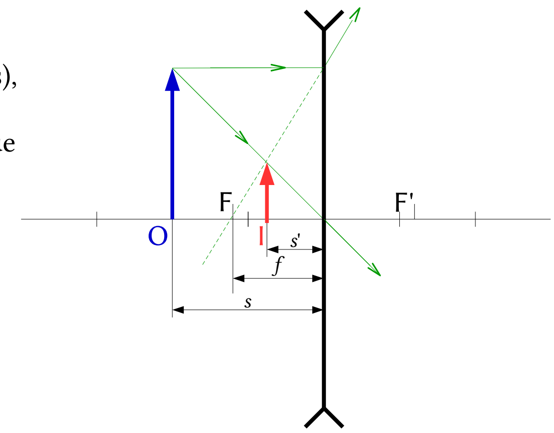
Substitúense os datos na ecuación do aumento lateral nas lentes, e calcúlase a altura da imaxe despexando:

$$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{s'}{s}=\frac{-0{,}075\,[\mathrm{m}]}{-0{,}20\,[\mathrm{m}]}=0{,}38$$

$$y' = A_L \cdot y = 0{,}38 \cdot 0{,}04 \text{ m} = 0{,}015 \text{ m} = 1{,}5 \text{ cm}$$

A imaxe é virtual ($s' < 0$), dereita ($A_L > 0$) e menor ($|A_L| < 1$).

b)



Debúxase un esquema de lente diverxente (unha liña vertical rematada por dous «ángulos» ou puntas de frechas investidas), e sitúase o foco F á esquerda da lente.
Debúxase, á súa esquerda, unha frecha vertical cara arriba, que representa ao obxecto O.
Desde o punto superior do obxecto debúxanse dous raios:

- Un, cara ao centro da lente. Atravésaa sen desviarse.
- Outro, horizontal cara á lente, que a atravesa e se refracta.
  Debúxase de forma que a súa prolongación pase polo foco da esquerda, F, un punto simétrico ao foco F′.

Os raios non se cortan. Córtase o raio dirixido ao centro da lente coa prolongación do raio refractado.
O punto de corte é o correspondente á punta da imaxe I. Debúxase unha frecha vertical nese punto.

Análise: Os resultados dos cálculos numéricos están en consonancia co debuxo.

Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 20/02/24