O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que poderá responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas.**

PREGUNTA 1. Interacción gravitacional. Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**
1.1. Un satélite móvese nunha órbita estable arredor dun planeta. O seu momento angular respecto do centro do planeta: A) aumenta indefinidamente; B) é cero; C) permanece constante.
1.2. Sexa v_e a velocidade de escape dun corpo situado na superficie da Terra. A velocidade de escape do corpo, se este se sitúa inicialmente a unha altura medida desde a superficie igual a dous radios terrestres, será:
A) v_e / 3; B) v_e / 2; C) v_e / $\sqrt{3}$.

PREGUNTA 2. Interacción electromagnética. Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**
2.1. Se a forza eléctrica que unha carga puntual Q_1 de −8 C situada no punto P_1 exerce sobre outra carga Q_2, tamén puntual, de −5 C, situada en P_2 vale 100 $\bar{\mathbf{i}}$ N, a intensidade de campo eléctrico da carga Q_1 no punto P_2 é:
A) 20 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C; B) −12,5 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C; C) −20 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C.
2.2. Unha espira colócase perpendicularmente a un campo magnético uniforme. En que caso será maior a f.e.m. inducida pola espira?: A) se o campo magnético diminúe linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms; B) se o campo magnético aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms; C) se o campo magnético permanece constante cun valor de 1,5 T.

PREGUNTA 3. Ondas e óptica xeométrica. Responda indicando e xustificando a opción correcta. **(2 puntos)**
3.1. A enerxía mecánica dun oscilador harmónico: A) duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación; B) duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación; C) cuadriplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.
3.2. A que distancia dunha lente delgada converxente de focal 10 cm se debe situar un obxecto para que a súa imaxe real se forme a mesma distancia da lente?: A) 5 cm; B) 20 cm; C) 10 cm.

PREGUNTA 4. Práctica de física do século XX. (2 puntos)
Nun experimento sobre o efecto fotoeléctrico nun certo metal observouse a correlación entre o potencial de freado, V(freado), e a frecuencia, ν, da radiación empregada que mostra a táboa. a) Represente graficamente a frecuencia f en unidades de 10^{14} Hz (eixo Y) fronte a V(freado) en V (eixo X) e razoe se debe esperarse unha ordenada na orixe positiva ou negativa. b) Deduza o valor da constante de Planck a partir da gráfica.
DATO: $|q_e|$ = 1,6×10⁻¹⁹ C.

V(freado) (V)	f (10^{14} Hz)
0,154	4,000
0,568	5,000
0,982	6,000
1,395	7,000
1,809	8,000

PREGUNTA 5. Problema de interacción gravitacional. (2 puntos)
O telescopio espacial Hubble (HST) orbita a Terra de xeito aproximadamente circular a unha altura sobre a superficie terrestre de 520 km. Calcule: a) o período orbital do HST; b) o valor do potencial gravitacional terrestre na órbita do HST. DATOS: G = 6,67×10⁻¹¹ N m² kg⁻²; M(T) = 5,98×10²⁴ kg; R(T) = 6370 km.

PREGUNTA 6. Problema de interacción electromagnética. (2 puntos)
Un ión K^+ potasio penetra cunha velocidade $\bar{\boldsymbol{v}} = 8\times10^4\ \bar{\mathbf{i}}$ m/s nun campo magnético de intensidade $\bar{\boldsymbol{B}} = 0{,}1\ \bar{\mathbf{k}}$ T describindo unha traxectoria circular de 65 cm de diámetro. a) Calcule a masa do ión potasio. b) Determine o módulo, dirección e sentido do campo eléctrico que hai que aplicar nesta rexión para que o ión non se desvíe.
DATO: $|q_e|$ = 1,6×10⁻¹⁹ C.

PREGUNTA 7. Problema de ondas e óptica xeométrica. (2 puntos)
Un raio de luz vermella propágase por un vidro e incide na superficie que separa o vidro do aire cun ángulo de 30° respecto á dirección normal á superficie. O índice de refracción do vidro para a luz vermella é 1,60 e o índice de refracción do aire é 1. Determine: a) o ángulo que forma o raio refractado respecto á dirección normal á superficie de separación de ambos os medios; b) o ángulo de incidencia máximo para que o raio de luz vermella pase ao aire.

PREGUNTA 8. Problema de física do século XX. (2 puntos)
Nunha peza extraída dunha central nuclear existen 10^{20} núcleos dun material radioactivo cun período de semidesintegración de 29 anos. a) Calcule o número de núcleos que se desintegran no primeiro ano. b) Se a peza é considerada segura cando a súa actividade é menor de 600 Bq, determine cantos anos deben transcorrer para alcanzar ese valor.

Solucións

1.1. Un satélite móvese nunha órbita estable arredor dun planeta. O seu momento angular respecto do centro do planeta:
A) Aumenta indefinidamente.
B) É cero.
C) Permanece constante.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

O campo gravitacional é un campo de forzas centrais, nas que a forza gravitacional que exerce o planeta sobre un satélite ten a mesma dirección (e sentido contrario) que o vector de posición do satélite colocando a orixe de coordenadas no planeta.
O momento angular, $\vec{\boldsymbol{L}}_\text{O}$, dunha partícula de masa m que se move cunha velocidade $\vec{\boldsymbol{v}}$ respecto dun punto O que se toma como orixe é:

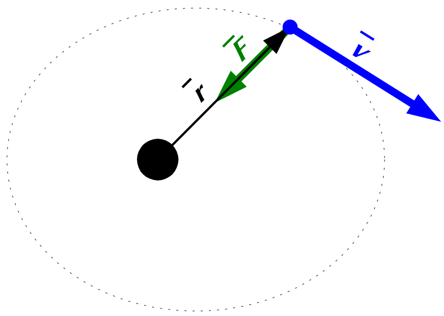
$$\vec{\boldsymbol{L}}_\text{O} = \vec{\boldsymbol{r}} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}}$$

Para estudar a súa variación, derívase con respecto ao tempo:

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{L}}_\text{O}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\vec{\boldsymbol{r}} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{r}}}{\mathrm{d}t} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}} + \vec{\boldsymbol{r}} \times \frac{\mathrm{d}(m \cdot \vec{\boldsymbol{v}})}{\mathrm{d}t} = \vec{\boldsymbol{v}} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}} + \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}}$$

O primeiro sumando dá o vector $\vec{\boldsymbol{0}}$ (cero) porque a velocidade, $\vec{\boldsymbol{v}}$, e o momento lineal, $m \cdot \vec{\boldsymbol{v}}$, son paralelos.

$$|\vec{\boldsymbol{v}} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}}| = |\vec{\boldsymbol{v}}| \cdot m \cdot |\vec{\boldsymbol{v}}| \cdot \text{sen } 0 = 0$$



O segundo sumando tamén dá o vector $\vec{\boldsymbol{0}}$ porque, ao ser o campo de forzas un campo central, o vector de posición, $\vec{\boldsymbol{r}}$, con orixe no punto orixe do campo e o vector forza (dirixido cara a esa orixe) son vectores paralelos de sentido contrario.

$$|\vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}}| = |\vec{\boldsymbol{r}}| \cdot |\vec{\boldsymbol{F}}| \cdot \text{sen } 180° = 0$$

A derivada é cero.

$$\frac{\mathrm{d}\vec{\boldsymbol{L}}_\text{O}}{\mathrm{d}t} = \vec{\boldsymbol{v}} \times m \cdot \vec{\boldsymbol{v}} + \vec{\boldsymbol{r}} \times \vec{\boldsymbol{F}} = \vec{\boldsymbol{0}} + \vec{\boldsymbol{0}} = \vec{\boldsymbol{0}}$$

Cando unha partícula se move nun campo de forzas centrais, o momento angular, $\vec{\boldsymbol{L}}_\text{O}$, respecto ao punto orixe da forza é un vector constante, xa que a súa derivada é cero.

1.2. Sexa v_e a velocidade de escape dun corpo situado na superficie da Terra. A velocidade de escape do corpo, se este se sitúa inicialmente a unha altura medida desde a superficie igual a dous radios terrestres, será:
A) $v_\text{e} / 3$
B) $v_\text{e} / 2$
C) $v_\text{e} / \sqrt{3}$.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

A velocidade de escape dun astro é a velocidade mínima adicional que habería que comunicar a un corpo sometido ó seu campo gravitacional, para situalo nun punto no que non estea sometido a devandita atracción, a unha distancia infinita do centro del astro.
A velocidade de escape proporcionaríalle a enerxía, ΔE, necesaria para situalo no infinito.

$$\Delta E = (E_\text{c} + E_\text{p})_\infty - (E_\text{c} + E_\text{p})_1$$

No infinito a enerxía potencial é nula, porque tómase coma orixe de enerxías potenciais.
Tendo en conta que velocidade de escape é a velocidade mínima, a enerxía cinética que tería o obxecto no infinito sería nula.

A enerxía mecánica, suma das enerxías cinética e potencial, no infinito sería nula:

$$E_\infty = (E_c + E_p)_\infty = 0 + 0 = 0$$

A enerxía potencial dun corpo de masa m situado na superficie dun astro de masa M e radio R é:

$$E_p = -G\frac{M \cdot m}{R}$$

Se o corpo atópase na superficie do astro, en repouso respecto do chan, a súa enerxía cinética é nula.
A enerxía mecánica na superficie do astro sería:

$$E_s = (E_c + E_p)_s = 0 + \left(-G\frac{M \cdot m}{R}\right) = -G\frac{M \cdot m}{R}$$

A velocidade de escape v_e comunicaríalle a enerxía ΔE necesaria para situalo no infinito.

$$\Delta E = ½\ m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2}m\,v_e^2 = 0 - \left(-G\frac{M \cdot m}{R}\right) = G\frac{M \cdot m}{R}$$

Despexando a velocidade de escape, queda:

$$v_e = \sqrt{2\,G\frac{M}{R}}$$

Se o corpo atópase a unha altura h sobre a superficie da Terra, en repouso respecto do chan, a súa enerxía cinética é nula.
Como a altura é igual a dous radios terrestres, á distancia r ao centro da Terra é:

$$r = R + h = R + 2\ R = 3\ R$$

A enerxía mecánica a esa altura sería:

$$E_s = (E_c + E_p)_s = 0 + \left(-G\frac{M \cdot m}{r}\right) = -G\frac{M \cdot m}{r} = -G\frac{M \cdot m}{3\ R}$$

A velocidade de escape a esa altura v_{eh} comunicaríalle a enerxía ΔE necesaria para situalo no infinito.

$$\Delta E = ½\ m \cdot v^2_{eh} = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)_s$$

$$\frac{1}{2}m\,v_{eh}^2 = 0 - \left(-G\frac{M \cdot m}{3\,R}\right) = G\frac{M \cdot m}{3\,R}$$

Despexando a velocidade de escape, queda:

$$v_{eh} = \sqrt{2\,G\frac{M}{3\,R}} = \sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{2\,G\frac{M}{R}} = \frac{v_e}{\sqrt{3}}$$

2.1. Se a forza eléctrica que unha carga puntual Q_1 de –8 C situada no punto P_1 exerce sobre outra carga Q_2, tamén puntual, de –5 C, situada en P_2 vale 100 $\bar{\mathbf{i}}$ N, a intensidade de campo eléctrico da carga Q_1 no punto P_2 é:
A) 20 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C
B) −12,5 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C
C) −20 $\bar{\mathbf{i}}$ N/C.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E = K\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{100\,\vec{\mathbf{i}}\,[\mathrm{N}]}{-5\,[\mathrm{C}]}=-20\,\vec{\mathbf{i}}\,[\mathrm{N/C}]$$

2.2. Unha espira colócase perpendicularmente a un campo magnético uniforme. En que caso será maior a f.e.m. inducida pola espira?:
A) Se o campo magnético diminúe linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms.
B) Se o campo magnético aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms.
C) Se o campo magnético permanece constante cun valor de 1,5 T.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: A

A lei de Faraday-Lenz di que se inducirá unha corrente que se opoña á variación de fluxo a través da espira. A f.e.m. desa corrente será igual á variación de fluxo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon=\frac{-\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}\,t}$$

O fluxo magnético é o produto escalar do vector $\overline{\boldsymbol{B}}$, campo magnético polo vector $\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular á superficie delimitada pola espira.

$$\Phi = \overline{\boldsymbol{B}} \cdot \overline{\boldsymbol{S}} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Se a superficie S e a orientación φ non varían, a variación de fluxo magnético será proporcional á variación de campo magnético respecto ao tempo.

$$\varepsilon=-S\cdot\cos\varphi\frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t}$$

Opción A: $\frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t}=\frac{-300\,[\mathrm{mT}]}{1\,[\mathrm{ms}]}=-300\ \mathrm{T/s}$

Opción B: $\frac{\mathrm{d}\,B}{\mathrm{d}\,t}=\frac{(1{,}2\,[\mathrm{T}]-1\,[\mathrm{T}])}{1\,[\mathrm{ms}]}=\frac{0{,}2\,[\mathrm{T}]}{1\,[\mathrm{ms}]}\frac{1\,[\mathrm{ms}]}{10^{-3}\,[\mathrm{s}]}=200\ \mathrm{T/s}$

Opción C: 0. Non hai variación.

En valor absoluto, a variación é maior na opción A, polo a que f.e.m. inducida pola espira tamén será maior.

3.1. A enerxía mecánica dun oscilador harmónico:
A) Duplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.
B) Duplícase cando se duplica a frecuencia da oscilación.
C) Cuadriplícase cando se duplica a amplitude da oscilación.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: C

A forza recuperadora é unha forza conservativa (o traballo que realiza entre dous puntos é independente do camiño seguido) e dá lugar a unha enerxía potencial en cada punto de elongación x cuxa expresión é:

$$E_\mathrm{p} = ½\, k \cdot x^2$$

Sendo unha forza conservativa, a enerxía mecánica valerá o mesmo para calquera elongación: é constante.

$$E = (E_\mathrm{c} + E_\mathrm{p}) = ½\, m \cdot v^2 + ½\, k \cdot x^2 = ½\, m \cdot v^2_\mathrm{m} = ½\, k \cdot A^2$$

Para o punto de equilibrio:

$$E = E_\mathrm{c} + E_\mathrm{p} = ½\, m \cdot v^2_\mathrm{m} + ½\, k \cdot 0^2 = ½\, m \cdot v^2_\mathrm{m}$$

$$E = ½\, m \cdot v^2_\mathrm{m}$$

Por definición, un obxecto realiza un movemento harmónico simple cando a aceleración recuperadora é proporcional á separación da posición de equilibrio.

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

Isto é equivalente a dicir que a ecuación de movemento é de tipo senoidal ou cosenoidal.

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Derivando:

$$v = \frac{\mathrm{d}\, x}{\mathrm{d}\, t} = \frac{\mathrm{d}\{A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{\mathrm{d}\, t} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

A velocidade é máxima cando $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$

$$v_\text{m} = A \cdot \omega$$

A pulsación ou fase angular, ω está relacionada coa frecuencia f pola expresión

$$\omega = 2\,\pi \cdot f$$

Substituíndo na ecuación da enerxía total:

$$E = ½\, m \cdot v^2_\text{m} = m \cdot (A \cdot 2\,\pi\, f)^2 / 2 = 2\,\pi^2\, m \cdot A^2 \cdot f^2$$

A enerxía mecánica é directamente proporcional ao cadrado da frecuencia e ao cadrado da amplitude.
Se a amplitude faise o dobre, a enerxía cuadriplícase.

3.2. A que distancia dunha lente delgada converxente de focal 10 cm se debe situar un obxecto para que a súa imaxe real se forme á mesma distancia da lente?:
A) 5 cm
B) 20 cm
C) 10 cm.

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución: B

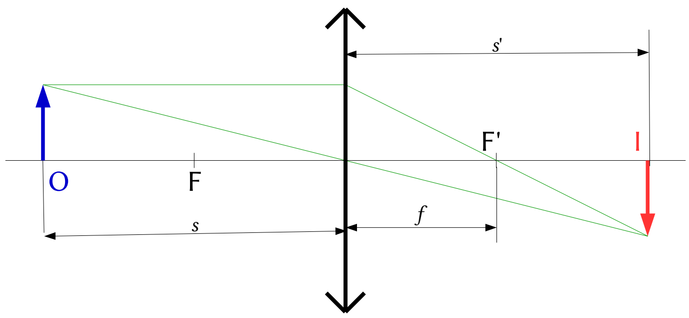
A ecuación das lentes é:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

Se a imaxe real se forma á mesma distancia da lente:

$$s = -s'$$

Substituíndo e despexando a distancia da imaxe á lente:



$$\frac{1}{-s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow -\frac{2}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow s = -2\,f'$$

Para que a súa imaxe real se forme á mesma distancia da lente, o obxecto debe colocarse a unha distancia da lente igual ao dobre da distancia focal.

$$|\,s\,| = 2 \cdot f = 2 \cdot 10 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

4. Nun experimento sobre o efecto fotoeléctrico nun certo metal observouse a correlación entre o potencial de freado, V(freado), e a frecuencia, f, da radiación empregada que mostra a táboa.
a) Representa graficamente a frecuencia f en unidades de 10^{14} Hz (eixo Y) fronte a V(freado) en V (eixo X) e razoe se debe esperarse unha ordenada na orixe positiva ou negativa.
b) Deduce o valor da constante de Planck a partir da gráfica.
DATO: $|q_e| = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

V(freado) (V)	f (10^{14} Hz)
0,154	4,000
0,568	5,000
0,982	6,000
1,395	7,000
1,809	8,000

(A.B.A.U. extr. 24)

Solución:

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

O potencial de freado é a diferencia de potencial que detén o paso de electróns, sendo unha medida da súa enerxía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$

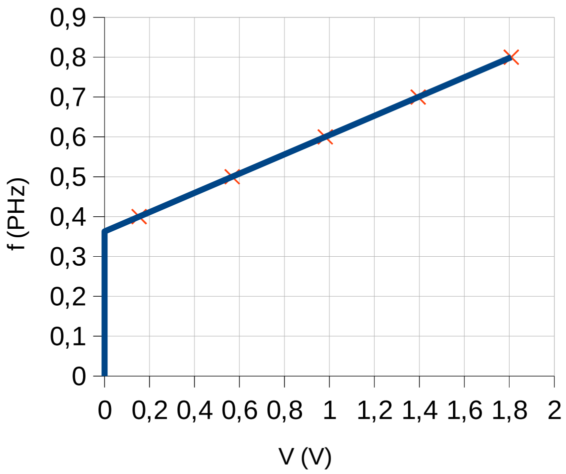
Ordenamos a ecuación de Einstein para que se axuste á gráfica da frecuencia fronte ao potencial de freado.

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

$$f = (q / h) \cdot V + W_e / h$$

Esta é a ecuación dunha recta

$$y = m \cdot x + b$$



Nela, f é a variable dependente (y), V é a variable independente (x), (q / h) sería a pendente m e (W_e / h) a ordenada b na orixe.
A ordenada na orixe ten que ser positiva, porque corresponde á frecuencia limiar: a frecuencia mínima dos fotóns para producir o efecto fotoeléctrico.
Se se dispón dunha folla de cálculo, pódeselle pedir que faga unha regresión lineal para obter a pendente e a ordenada na orixe.
A constante de Planck calcúlase da pendente:

$$m = 2{,}42 \cdot 10^{14} = q / h$$

$$h = \frac{q}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]}{2{,}42 \cdot 10^{14}\ [\mathrm{Hz/V}]} = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

Na proba de acceso non deixan, polo de agora, empregar follas de cálculo. Pódese tomar como unha boa aproximación da pendente o cociente entre os valores dos puntos máximo e mínimo:

$$m = \frac{(8{,}000 - 4{,}000) \cdot 10^{14}\ [\mathrm{Hz}]}{(1{,}809 - 0{,}154\ [\mathrm{V}])} = 2{,}417 \cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz/V}$$

Con este resultado, calcúlase a constante de Planck:

$$h = \frac{q}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]}{2{,}417 \cdot 10^{14}\ [\mathrm{Hz/V}]} = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

Análise: Este resultado é moi aproximado ao valor correcto (h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s*). Aínda que os datos das medidas teñen catro cifras significativas, ao facer unha aproximación da pendente e vendo que o valor da carga do electrón só ten dúas, o valor calculado da constante de Planck, só terá dúas cifras significativas.*

5. O telescopio espacial Hubble (HST) orbita a Terra de xeito aproximadamente circular a unha altura sobre a superficie terrestre de 520 km. Calcula:

a) O período orbital do HST.
b) O valor do potencial gravitacional terrestre na órbita do HST.
Datos: $G = 6{,}67\times10^{-11}$ N m² kg⁻²; M(T) = $5{,}98\times10^{24}$ kg; R(T) = 6370 km. *(A.B.A.U. extr. 24)*
Rta.: a) T = 1h 34min; b) V = $-5{,}78\cdot10^{7}$ J/kg.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Altura da órbita	h = 520 km = $5{,}20\cdot10^{5}$ m
Masa da Terra	$M = 5{,}98\cdot10^{24}$ kg
Raio da Terra	R = 6370 k m= $6{,}37\cdot10^{6}$ m
Constante da gravitación universal	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Período orbita	T
Potencial gravitacional terrestre na órbita	V
Ecuacións	
Lei de Newton da gravitación universal (forza que exerce un planeta esférico sobre un corpo puntual)	$\vec{F}_G = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
2.ª lei de Newton da Dinámica	$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{a}$
Velocidade lineal nun movemento circular uniforme de raio r e período T	$v = \frac{2\pi\cdot r}{T}$
Aceleración normal dun obxecto que se move cunha velocidade lineal, v, nunha traxectoria circular de radio r	$a_N = \frac{v^2}{r}$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m\cdot v^2$
Enerxía potencial gravitacional (referida ao infinito)	$E_p = -G\frac{M\cdot m}{r}$
Enerxía mecánica	$E = E_c + E_p$

Solución:

A forza gravitacional, $\vec{F}_G$, que exerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que xira arredor del nunha órbita de radio r, é unha forza central, está dirixida cara ao astro, e réxese pola lei de Newton da gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$$

Nesta expresión, G é a constante da gravitación universal, e $\vec{u}_r$, o vector unitario na dirección da liña que une o astro co satélite. En módulos:

$$F_G = G\frac{M\cdot m}{r^2}$$

En moitos casos a traxectoria do satélite é practicamente circular arredor do centro do astro. Como a forza gravitacional é unha forza central, a aceleración só ten compoñente normal, a_N. Ao non ter aceleración tanxencial, o módulo, v, da velocidade lineal é constante e o movemento é circular uniforme.
A aceleración normal, nun movemento circular uniforme de raio r, obtense da expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como a forza gravitacional que exerce o astro sobre o satélite é moito maior que calquera outra, pódese considerar que é a única forza que actúa.

$$\Sigma\vec{F} = \vec{F}_G$$

A 2.ª lei de Newton di que a forza resultante sobre un obxecto produce unha aceleración directamente proporcional á forza, sendo a súa masa, m, a constante de proporcionalidade.

$$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{a}$$

Expresada para os módulos, queda:

$$\left|\sum\vec{F}\right| = m\cdot|\vec{a}|$$

$$F_G = m\cdot a_N$$

Substituíndo a expresión do módulo, F_G, da forza gravitacional, e a da aceleración normal, queda:

$$G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}=\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despexando a velocidade orbital do satélite, queda:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$

a) O raio da órbita é:

$$r = R + h = 6{,}37\cdot10^6\ [\mathrm{m}] + 5{,}20\cdot10^5\ [\mathrm{m}] = 6{,}89\cdot10^6\ \mathrm{m}$$

Calcúlase la velocidade orbital substituíndo os valores dos datos:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot kg^{-2}}]\cdot 5{,}97\cdot10^{24}\ [\mathrm{kg}]}{6{,}89\cdot10^6\ [\mathrm{m}]}}=7{,}60\cdot10^3\ \mathrm{m/s}$$

O período calcúlase a partir da expresión da velocidade lineal no movemento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\cdot3{,}14\cdot6{,}89\cdot10^6\ [\mathrm{m}]}{7{,}60\cdot10^3\ [\mathrm{m/s}]}=5{,}70\cdot10^3\ \mathrm{s}=1\ \mathrm{h}\ 34\ \mathrm{min}$$

b) O potencial gravitacional é enerxía potencial da unidade de masa.

$$V=\frac{E_p}{m}$$

A expresión da enerxía potencial na órbita é:

$$E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$$

A expresión do potencial queda:

$$V=\frac{-G\dfrac{M\cdot \cancel{m}}{r}}{\cancel{m}}=-G\frac{M}{r}$$

O potencial na órbita valerá:

$$V=-\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot kg^{-2}}]\cdot 5{,}97\cdot10^{24}\ [\mathrm{kg}]}{6{,}89\cdot10^6\ [\mathrm{m}]}=-5{,}78\cdot10^7\ \mathrm{J/kg}$$

6. Un ión K^+ potasio penetra cunha velocidade $\overline{\boldsymbol{v}} = 8\times10^4\ \overline{\mathbf{i}}$ m/s nun campo magnético de intensidade $\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}1\ \overline{\mathbf{k}}$ T describindo unha traxectoria circular de 65 cm de diámetro.
   a) Calcula a masa do ión potasio.
   b) Determina o módulo, dirección e sentido do campo eléctrico que hai que aplicar nesta rexión para que o ión non se desvíe.
   DATO: $|q_e| = 1{,}6\times10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 24)*
   Rta.: a) $m = 6{,}51\cdot10^{-26}$ kg; b) $\overline{\boldsymbol{E}} = 8{,}00\cdot10^3\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga da partícula	$q = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Intensidade do campo magnético	$\overline{\boldsymbol{B}} = 0{,}100\ \overline{\mathbf{k}}$ T
Velocidade da partícula	$\overline{\boldsymbol{v}} = 8{,}00\cdot10^4\ \overline{\mathbf{i}}$ m/s
Diámetro da traxectoria circular	$d = 65{,}0$ cm $= 0{,}650$ m
Incógnitas	
Masa do ión potasio	m
Vector campo eléctrico para que o ión non se desvíe	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Outros símbolos	
Radio da traxectoria circular	R
Valor da forza magnética sobre a partícula	F_B
Vector forza eléctrica sobre a partícula	$\overline{\boldsymbol{F}}_E$

Ecuacións

Lei de Lorentz: forza magnética sobre unha carga, q, que se despraza polo interior dun campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, cunha velocidade, $\overline{\boldsymbol{v}}$ $\qquad \overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$

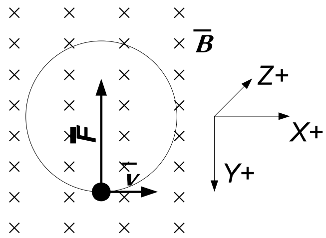
Aceleración normal (nun movemento circular de raio R) $\qquad a_N = \dfrac{v^2}{R}$

2.ª lei de Newton da Dinámica $\qquad \Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$

Forza, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$, exercida por un campo electrostático, $\overline{\boldsymbol{E}}$, sobre unha carga, q $\qquad \overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$

Solución:

a) Como só actúa a forza magnética, que é perpendicular á velocidade, a partícula describe unha traxectoria circular con velocidade de valor constante, polo que a aceleración só ten compoñente normal a_N.

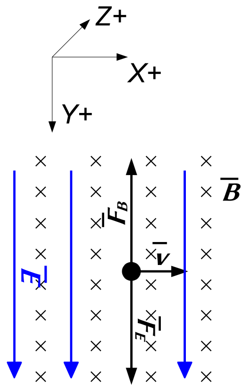


$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m\frac{v^2}{R}$$

Usando a expresión da lei de Lorentz (en módulos) para a forza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen}\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Se a partícula entra perpendicularmente ao campo magnético, sen φ = 1.
O raio, R, é a metade do diámetro: $R = d,/\ 2 = 0{,}650\ [\mathrm{m}]\ /\ 2 = 0{,}325$ m.
Despexando a masa:



$$m = \frac{R \cdot |q| \cdot B}{v} = \frac{0{,}325\ [\mathrm{m}] \cdot 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}] \cdot 0{,}100\ [\mathrm{T}]}{8{,}00 \cdot 10^4\ [\mathrm{m/s}]} = 6{,}51 \cdot 10^{-26}\ \mathrm{kg}$$

Análise: Na táboa periódica pódese ver que a masa atómica do potasio é de 39 u = 39 g/mol. *Se se coñece que o número de Avogadro é* $6{,}02 \cdot 10^{23}$*, pódese calcular a masa do átomo de potasio que é practicamente igual á do ión:* m = 39 [g/mol] / $6{,}02 \cdot 10^{23}$ [átomos/mol] = $6{,}49 \cdot 10^{-23}$ g = $6{,}49 \cdot 10^{-26}$ kg/átomo K. *O resultado anterior é correcto.*

b) Se a forza eléctrica anula a magnética:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B + \overline{\boldsymbol{F}}_E = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q \cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\mathbf{0}}$$

$$\overline{\boldsymbol{E}} = -(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) = -(8{,}00 \cdot 10^4\ \overline{\mathbf{i}}\ [\mathrm{m/s}] \times 0{,}100\ \overline{\mathbf{k}}\ [\mathrm{T}]) = 8{,}00 \cdot 10^3\ \overline{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

7. Un raio de luz vermella propágase por un vidro e incide na superficie que separa o vidro do aire cun ángulo de 30° respecto á dirección normal á superficie. O índice de refracción do vidro para a luz vermella é 1,60 e o índice de refracción do aire é 1. Determina:
   a) O ángulo que forma o raio refractado respecto á dirección normal á superficie de separación de ambos os medios.
   b) O ángulo de incidencia máximo para que o raio de luz vermella pase ao aire.

   (A.B.A.U. extr. 24)

   Rta.: a) θ_r = 18,2°; b) λ = 38,7°.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Índice de refracción do aire	$n_1 = 1{,}00$
Índice de refracción do vidro	$n_2 = 1{,}60$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 30{,}0°$
Incógnitas	
Ángulo de refracción	θ_r
Ángulo de incidencia máximo para que o raio de luz vermella pase ao aire	λ
Ecuacións	
Lei de Snell da refracción	$n_i \cdot \operatorname{sen}\theta_i = n_r \cdot \operatorname{sen}\theta_r$

Solución:

a) O ángulo de refracción θ_r pódese calcular aplicando a lei de Snell.

$$1,00 \cdot \text{sen } 30° = 1,60 \cdot \text{sen } \theta_r$$

$$\text{sen}\,\theta_r = \frac{1,00 \cdot \text{sen}\,30\,°}{1,60} = 0,313$$

$$\theta_r = \text{arcsen } 0,313 = 18,2°$$

b) Ángulo límite λ é o ángulo de incidencia que produce un ángulo de refracción de 90°.

$$1,60 \cdot \text{sen } \lambda = 1,00 \cdot \text{sen } 90,0°$$

$$\text{sen } \lambda = 1,00 / 1,60 = 0,625$$

$$\lambda = \text{arcsen } 0,625 = 38,7°$$

8. Nunha peza extraída dunha central nuclear existen 10^{20} núcleos dun material radioactivo cun período de semidesintegración de 29 anos.
   a) Calcula o número de núcleos que se desintegran no primeiro ano.
   b) Se a peza é considerada segura cando a súa actividade é menor de 600 Bq, determine cantos anos deben transcorrer para alcanzar ese valor.

(A.B.A.U. extr. 24)

Rta.: a) $\Delta N = 2,4 \cdot 10^{18}$ núcleos; b) Δt = 780 anos.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½}$ = 29 anos = $9,15 \cdot 10^8$ s
Cantidade da mostra	$N_0 = 1,00 \cdot 10^{20}$ núcleos
Tempo transcorrido	t = 1,00 ano
Actividade final	A = 600 Bq
Incógnitas	
Número de núcleos que se desintegran no primeiro ano	ΔN
Tempo para que a actividade sexa de 600 Bq	Δt
Outros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación do período de semidesintegración coa constante de desintegración	$T_{½} \cdot \lambda = \ln 2$
Actividade radioactiva	$A = -\text{d}\,N / \text{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Dedúcese a relación entre o período de semidesintegración e a constante de desintegración.
A lei de desintegración radioactiva, que di que o número de átomos que se desintegran na unidade de tempo é proporcional á cantidade de átomos presentes, ($-\text{d}N = \lambda \cdot N \cdot \text{d}t$), pode expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N é a cantidade de átomos que quedan sen desintegrar ao cabo dun tempo t, N_0 é a cantidade inicial de átomos e λ é a constante de desintegración.
Obtense unha versión máis manexable da ecuación de desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 ao outro membro, aplicando logaritmos neperianos e cambiando o signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

O período de semidesintegración dunha substancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. Cando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poñendo na ecuación logarítmica: ($2\,N$) en lugar de N_0, e $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\,N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Calcúlase o período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 29,0\,[\text{anos}]\,\frac{365,25\,[\text{días}]}{1\,[\text{ano}]}\,\frac{24,0\,[\text{h}]}{1\,[\text{día}]}\,\frac{3600\,[\text{s}]}{1\,[\text{h}]} = 9,15 \cdot 10^8 \text{ s}$$

Calcúlase a constante radioactiva:

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0{,}693}{29{,}0\ [\text{anos}]}=0{,}023\ 9\ [\text{anos}]^{-1}=\frac{0{,}693}{9{,}15\cdot 10^{8}\ [\text{s}]}=7{,}57\cdot 10^{-10}\ \text{s}^{-1}$$

Aplícase a lei de desintegración radioactiva:

$$N=N_0\cdot \text{e}^{-\lambda\cdot t}\quad =1{,}00\cdot 10^{20}\ [\text{núcleos}]\cdot \text{e}^{0{,}023\ 9\ [\text{ano}^{-1}]\cdot 1{,}00\ [\text{anos}]}=7{,}39\cdot 10^{10}\ \text{núcleos quedan sen desintegrar.}$$

Polo tanto desintegráronse:

$$\Delta N = 1{,}00\cdot 10^{20} - 9{,}76\cdot 10^{19} = 2{,}4\cdot 10^{18}\ \text{núcleos}$$

b) Calcúlase a cantidade de núcleos que producen esa actividade radioactiva:

$$A = \lambda\cdot N \Rightarrow\ N=\frac{A}{\lambda}=\frac{600\ [\text{Bq}]}{7{,}57\cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}]}=7{,}93\cdot 10^{11}\ \text{núcleos}$$

Calcúlase o tempo, coa ecuación de desintegración en versión logarítmica:

$$t=\frac{\ln(N_0/N)}{\lambda}=\frac{\ln(1{,}00\cdot 10^{20}/7{,}93\cdot 10^{11})}{0{,}023\ 9\ [\text{anos}^{-1}]}=780\ \text{anos}$$

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, e de o tradutor da CIXUG.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Actualizado: 07/07/24