

# Magnetismo

[Método y recomendaciones](#)

## PROBLEMAS

### Campo magnético

#### Partículas

- Un ion  $K^+$  potasio penetra con una velocidad  $\vec{v} = 8 \times 10^4 \hat{i}$  m/s en un campo magnético uniforme de intensidad  $\vec{B} = 0,1 \hat{k}$  T describiendo una trayectoria circular de 65 cm de diámetro.
    - Calcula la masa del ion potasio.
    - Determina el módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que hay que aplicar en esta región para que el ion no se desvíe.
- DATO:  $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19}$  C. (A.B.A.U. extr. 24)
- Rta.: a)  $m = 6,51 \cdot 10^{-26}$  kg; b)  $\vec{E} = 8,00 \cdot 10^3 \hat{j}$  N/C.

#### Datos

Carga de la partícula

Intensidad del campo magnético

Velocidad de la partícula

Diámetro de la trayectoria circular

#### Incógnitas

Masa del ion potasio

Vector campo eléctrico para que lo ion no se desvíe

#### Otros símbolos

Radio de la trayectoria circular

Valor de la fuerza magnética sobre la partícula

Vector fuerza eléctrica sobre la partícula

#### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga,  $q$ , que se desplaza lo pones interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

Fuerza,  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático,  $\vec{E}$ , sobre una carga,  $q$

#### Cifras significativas: 3

$$q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\vec{B} = 0,100 \hat{k} \text{ T}$$

$$\vec{v} = 8,00 \cdot 10^4 \hat{i} \text{ m/s}$$

$$d = 65,0 \text{ cm} = 0,650 \text{ m}$$

$$\frac{m}{\vec{E}}$$

$$R$$

$$\vec{F}_B$$

$$\vec{F}_{ER}$$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

#### Solución:

a) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, la partícula describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

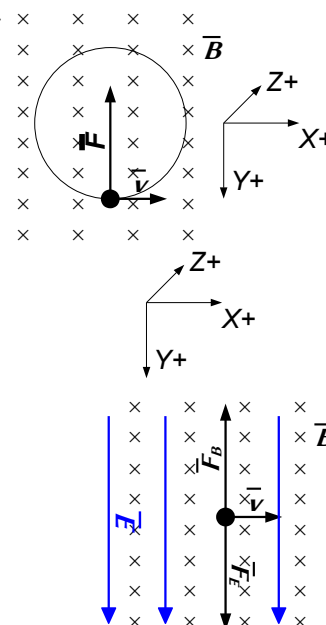
Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si la partícula entra perpendicularmente al campo magnético,  $\sin \varphi = 1$ .

El radio,  $R$ , es la mitad del diámetro:  $R = d / 2 = 0,650 \text{ [m]} / 2 = 0,325 \text{ m}$ .

Despejando la masa:



$$m = \frac{R \cdot |q| \cdot B}{v} = \frac{0,325 \text{ [m]} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 0,100 \text{ [T]}}{8,00 \cdot 10^4 \text{ [m/s]}} = 6,51 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

*Análisis: En la tabla periódica se puede ver que la masa atómica del potasio es de 39,1 u = 39,1 g/mol. Si se conoce que el número de Avogadro es  $6,02 \cdot 10^{23}$  se puede calcular la masa del átomo de potasio que es prácticamente igual a la del ion:  $m = 39,1 \text{ [g/mol]} / 6,02 \cdot 10^{23} \text{ [átomos/mol]} = 6,49 \cdot 10^{-23} \text{ g} = 6,49 \cdot 10^{-26} \text{ kg/átomo K}$ . El resultado anterior es correcto.*

b) Si la fuerza eléctrica anula la magnética:

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(8,00 \cdot 10^4 \text{ i} \text{ [m/s]} \times 0,100 \text{ k} \text{ [T]}) = 8,00 \cdot 10^3 \text{ j} \text{ N/C}$$

2. Un protón con una energía cinética de  $4,0 \cdot 10^{-15} \text{ J}$  penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 40 mT. Calcula:

a) El módulo de la fuerza a la que está sometido el protón dentro del campo.

b) El tipo de movimiento realizado por el protón, la trayectoria que describe y el radio de esta.

Datos:  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a)  $F_B = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ ; b)  $R = 0,57 \text{ m}$ .

### Datos

Energía cinética del protón

Valor de la intensidad del campo magnético

Ángulo entre la velocidad del protón y el campo

Carga del protón

Masa del protón

### Incógnitas

Módulo de la fuerza a la que está sometido el protón dentro del campo

Radio de la trayectoria

### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

### Cifras significativas: 2

$E_c = 4,0 \cdot 10^{-15} \text{ J}$

$B = 40 \text{ mT} = 0,040 \text{ T}$

$\varphi = 90^\circ$

$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$F_B$

$R$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

### Solución:

a) La velocidad del protón se calcula a partir de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow 4,0 \cdot 10^{-15} \text{ [J]} = (1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} / 2) \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,0 \cdot 10^{-15} \text{ [J]}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]}}} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

La fuerza magnética se calcula por la ley de Lorentz:

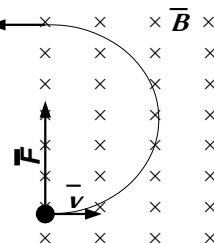
$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

En módulos:

$$F_B = |\vec{F}_B| = q \cdot |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin 90^\circ = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 2,2 \cdot 10^6 \text{ [m/s]} \cdot 0,040 \text{ [T]} = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

b) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio,  $R$ :

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 2,2 \cdot 10^6 [\text{m/s}]}{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,040 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ} = 0,57 \text{ m}$$

*Análisis: Si el protón entra en un campo magnético, al describir media circunferencia saldrá de él, por lo que en realidad solo daría media vuelta y saldría a una distancia de  $2R = 1,0 \text{ m}$  del punto de entrada, en la misma dirección con la que entró, pero en sentido opuesto.*

3. Una partícula de masa  $8 \text{ ng}$  y carga eléctrica  $-2 \mu\text{C}$  entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético  $\vec{B} = 3 \vec{j} \text{ T}$ , con una velocidad  $\vec{v} = 6 \vec{i} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . Calcula:

- La velocidad angular con que se mueve.
- La intensidad de campo eléctrico (vector) que se debe aplicar para que la partícula siga una trayectoria rectilínea.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Rta.:** a)  $\omega = 7,5 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$ ; b)  $\vec{E} = -1,80 \cdot 10^4 \vec{k} \text{ N/C}$ .

### Datos

Masa de la partícula

Carga de la partícula

Intensidad del campo magnético

Velocidad de la partícula

Radio de la trayectoria circular

### Incógnitas

Velocidad angular

Vector campo eléctrico para que la partícula siga una trayectoria recta

### Otros símbolos

Radio de la trayectoria circular

Valor de la fuerza magnética sobre la partícula

Vector fuerza eléctrica sobre la partícula

### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$

### Cifras significativas: 3

$m = 8,00 \text{ ng} = 8,00 \cdot 10^{-12} \text{ kg}$

$q = -2,00 \mu\text{C} = -2,00 \cdot 10^{-6} \text{ C}$

$\vec{B} = 3,00 \vec{j} \text{ T}$

$\vec{v} = 6,00 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ m/s}$

$R = 1,00 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

$\omega$

$\vec{E}$

$R$

$F_B$

$F_E$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$

Relación entre la velocidad lineal  $v$  y la velocidad angular  $\omega$  en un movimiento circular de radio  $R$ .

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

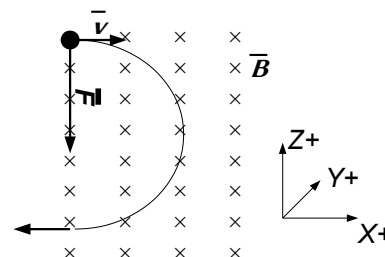
$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

$$v = \omega \cdot R$$

### Solución:

- a) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, la partícula describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si la partícula entra perpendicularmente al campo magnético,  $\sin \varphi = 1$ .  
Despejando el radio:

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B} = \frac{8,00 \cdot 10^{-12} [\text{kg}] \cdot 6,00 \cdot 10^3 [\text{m/s}]}{2,00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 3,00 [\text{T}]} = 8,00 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 8,00 \text{ mm}$$

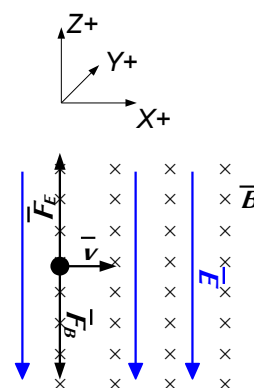
Puede calcularse la velocidad angular a partir de la velocidad lineal:

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{6,00 \cdot 10^3 [\text{m/s}]}{8,00 \cdot 10^{-3} [\text{m}]} = 7,50 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$$

b) Si la fuerza eléctrica anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q(\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

$$\vec{E} = -(\vec{v} \times \vec{B}) = -(6,00 \cdot 10^3 \hat{i} [\text{m/s}] \times 3,00 \hat{j} [\text{T}]) = -1,80 \cdot 10^4 \hat{k} \text{ N/C}$$



4. Un electrón se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de  $1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$ , penetrando a continuación, perpendicularmente, en un campo magnético uniforme de  $0,20 \text{ T}$ . Calcula:

- La velocidad del electrón al entrar en el campo magnético.
- El radio de la trayectoria del electrón.
- El módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico uniforme necesario para que el electrón no experimente desviación a su paso por la región en la que existen el campo eléctrico y el magnético.

Datos:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

(A.B.A.U. extr. 19)

**Rta.:** a)  $v = 1,9 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ ; b)  $r = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ ; c)  $|E| = 3,8 \cdot 10^6 \text{ N/C} \perp \vec{v} \perp \vec{B}$ .

### Datos

Diferencia de potencial de aceleración

Valor de la intensidad del campo magnético

Carga del electrón

Ángulo entre la velocidad del protón y el campo magnético

Masa del electrón

### Incógnitas

Velocidad del electrón

Radio de la trayectoria circular

Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético

### Otros símbolos

Valor de la fuerza magnética sobre el electrón

Período del movimiento circular

Energía (cinética) del protón

### Ecuaciones

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$

Trabajo del campo eléctrico

Trabajo de la fuerza resultante

Energía cinética

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$

### Cifras significativas: 2

$V = 1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$

$B = 0,20 \text{ T}$

$q = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$\varphi = 90^\circ$

$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

$v$

$R$

$\vec{E}$

$F_B$

$T$

$E_c$

$$\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

$$W(\text{eléctrico}) = q \cdot \Delta V$$

$$W = \Delta E_c$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

### Solución:

a) Para calcular la velocidad tenemos que tener en cuenta que al acelerar el electrón con una diferencia de potencial (suponemos que desde el reposo), este adquiere una energía cinética:

$$W(\text{eléctrico}) = |q| \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m_p v^2 - \frac{1}{2} m_p v_0^2$$

Si parte del reposo,  $v_0 = 0$ . La velocidad final es:

$$v = \sqrt{\frac{2|q| \cdot \Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1,0 \cdot 10^3 [\text{V}]}{9,1 \cdot 10^{-31} [\text{kg}]}} = 1,9 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

*Análisis: La velocidad es muy alta, pero no tanto que haya que hacer correcciones relativistas.*

b) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el electrón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

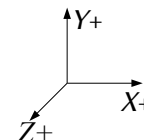
Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio,  $R$ :

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \sin \varphi} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} [\text{kg}] \cdot 1,9 \cdot 10^7 [\text{m/s}]}{1,6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 0,20 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ} = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,53 \text{ mm}$$

*Análisis: El radio tiene un valor demasiado pequeño, menos de un milímetro.*



c) Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q (\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

El campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\vec{E}| = |-(\vec{v} \times \vec{B})| = 1,9 \cdot 10^7 [\text{m/s}] \cdot 0,20 [\text{T}] \cdot \sin 90^\circ = 3,8 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

La dirección tiene que ser la del producto  $(\vec{v} \times \vec{B})$ , perpendicular al vector velocidad y perpendicular al vector campo magnético.

El sentido tiene que ser opuesto al de la fuerza magnética. Pongamos el caso de que la velocidad es paralela al eje  $Y$  en sentido negativo y el campo magnético es paralelo al eje  $Z$  en sentido negativo, la fuerza magnética estará en la dirección del eje  $X$  en sentido negativo:

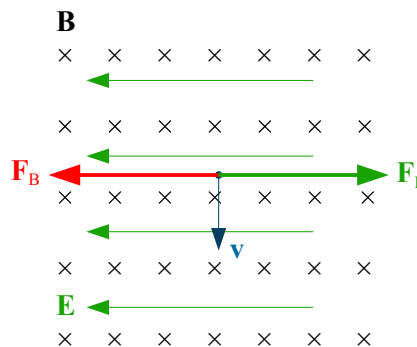
$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B}) = -q v B (-\vec{j} \times -\vec{k}) = -q v B \vec{i}$$

La fuerza eléctrica deberá estar en la misma dirección pero en sentido contrario.

$$\vec{F}_E = -\vec{F}_B = q v B \vec{i}$$

Pero como la carga del electrón es negativa, el campo eléctrico deberá ser de sentido opuesto al de la fuerza

$$\vec{E} = \vec{F}_E / (-q) = -v B \vec{i}$$



5. Un protón se mueve en un círculo de radio  $r = 20 \text{ cm}$ , perpendicularmente a un campo magnético  $B = 0,4 \text{ T}$ . Determina:

- La velocidad del protón.
- El período del movimiento.
- El campo eléctrico necesario para anular el efecto del campo magnético.

Datos:  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

(A.B.A.U. ord. 19)

**Rta.:** a)  $v = 7,66 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ ; b)  $T = 1,64 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ ; c)  $E = 3,07 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ .

#### Datos

Radio de la trayectoria circular  
Intensidad del campo magnético  
Carga del protón

#### Cifras significativas: 3

$R = 20,0 \text{ cm} = 0,200 \text{ m}$   
 $B = 0,400 \text{ T}$   
 $q_p = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

**Datos**

Masa del protón

**Cifras significativas: 3**

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

**Incógnitas**

Velocidad del protón

$$\vec{v}$$

Período del movimiento

$$T$$

Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético

$$\vec{E}$$

**Otros símbolos**

Vector fuerza magnética sobre el electrón

$$\vec{F}_B$$

Vector fuerza eléctrica sobre el electrón

$$\vec{F}_E$$

**Ecuaciones**Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$ 

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

2.ª ley de Newton de la Dinámica

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio  $R$ 

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$$

Fuerza  $\vec{F}_E$  ejercida por un campo electrostático  $\vec{E}$  sobre una carga  $q$ 

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E}$$

**Solución:**

a) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando la velocidad,  $v$ :

$$v = \frac{|q| \cdot B \cdot R \cdot \sin \varphi}{m} = \frac{[1,60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}] \cdot 0,400 \text{ [T]} \cdot 0,200 \text{ [m]} \cdot \sin 90^\circ}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]}} = 7,66 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

b) Despejando el período en la ecuación de la velocidad en un movimiento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi \cdot R}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,200 \text{ [m]}}{7,66 \cdot 10^6 \text{ [m/s]}} = 1,64 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

c) Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\vec{F}_B + \vec{F}_E = q (\vec{v} \times \vec{B}) + q \cdot \vec{E} = \vec{0}$$

El campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\vec{E}| = |-(\vec{v} \times \vec{B})| = 7,66 \cdot 10^6 \text{ [m/s]} \cdot 0,400 \text{ [T]} \cdot \sin 90^\circ = 3,07 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

**● Corrientes**

1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano  $yz$ , en la dirección del eje  $z$ , separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:

a) La fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente, indicando la dirección y el sentido de esta.

b) El vector campo magnético en el punto medio de la distancia que separa los conductores.

DATO:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$ .

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta.: a)  $F/l = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$ ; b)  $\vec{B} = -1,20 \cdot 10^{-5} \hat{j} \text{ T}$

**Datos**

Intensidad de corriente por el conductor 1  
 Intensidad de corriente por el conductor 2  
 Distancia entre los conductores  
 Permeabilidad magnética del vacío

**Incógnitas**

Fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente  
 Campo magnético en el punto medio entre los dos conductores

**Ecuaciones**

Ley de Biot-Savart: campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$

Principio de superposición:

Ley de Laplace: fuerza magnética que ejerce un campo magnético,  $\vec{B}$ , sobre un tramo,  $l$ , de conductor recto por el que circula una intensidad de corriente,  $I$

**Cifras significativas: 3**

$$I_1 = 12,0 \text{ A}$$

$$I_2 = 12,0 \text{ A}$$

$$d = 80,0 \text{ cm} = 0,800 \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

$$\vec{F}/l$$

$$\vec{B}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

$$\vec{F}_B = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

**Solución:**

a) El valor del campo magnético,  $\vec{B}$ , creado a una distancia,  $r$ , por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente,  $I$ , viene dado por la ley de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creados por cada uno de los conductores en el otro conductor.

El campo magnético creado por el conductor 1 en el conductor 2, que dista 80 cm de él es:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} (-\vec{j}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 12,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,800 [\text{m}]} (-\vec{j}) = -3,00 \cdot 10^{-6} \vec{j} \text{ T}$$

La fuerza por unidad de longitud que ejerce el conductor 1 sobre un conductor 2 vale:

$$\frac{\vec{F}}{l} = \frac{I_2(\vec{l} \times \vec{B}_1)}{l} = I_2(\vec{u}_l \times \vec{B}_1) = 12,0 [\text{A}] (-\vec{k} \times (-3,00 \cdot 10^{-6} \vec{j} [\text{T}])) = 3,60 \cdot 10^{-5} \vec{i} \text{ N/m}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el conductor 1 es:

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} (-\vec{j}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 12,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,800 [\text{m}]} (-\vec{j}) = -3,00 \cdot 10^{-6} \vec{j} \text{ T}$$

La fuerza por unidad de longitud que se ejerce sobre un conductor 2 sobre un conductor 1 vale:

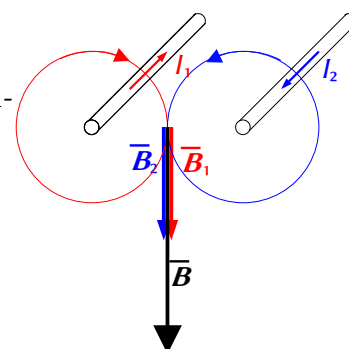
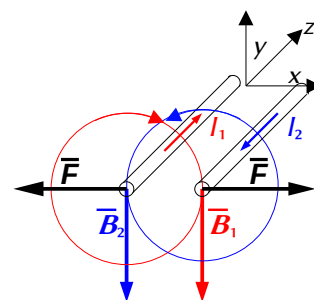
$$\frac{\vec{F}}{l} = \frac{I_1(\vec{l} \times \vec{B}_2)}{l} = I_1(\vec{u}_l \times \vec{B}_2) = 12,0 [\text{A}] (\vec{k} \times (-3,00 \cdot 10^{-6} \vec{j} [\text{T}])) = -3,60 \cdot 10^{-5} \vec{i} \text{ N/m}$$

**Análisis:** Los conductores que transportan la corriente en el mismo sentido se atraen y en sentido opuesto se repelen.

b) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creados por ambos conductores en el punto medio.

El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1} (-\vec{j}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 12,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,400 [\text{m}]} (-\vec{j}) = -6,00 \cdot 10^{-6} \vec{j} \text{ T}$$



El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto equidistante de ambos conductores vale lo mismo:

$$\vec{B}_2 = -6,00 \cdot 10^{-5} \vec{j} \text{ T}$$

El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -6,00 \cdot 10^{-5} \vec{j} [\text{T}] + (-6,00 \cdot 10^{-5} \vec{j} [\text{T}]) = -1,20 \cdot 10^{-5} \vec{j} \text{ T}$$

2. Por un hilo conductor rectilíneo e infinitamente largo, situado sobre el eje X, circula una corriente eléctrica en el sentido positivo del dicho eje. El valor del campo magnético producido por dicha corriente es de  $6 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  en el punto A(0,  $-y_A$ , 0), y de  $8 \cdot 10^{-5} \text{ T}$  en el punto B(0,  $+y_B$ , 0). Sabiendo que  $y_A + y_B = 21 \text{ cm}$ , determina:

- La intensidad que circula por el hilo conductor.
- El módulo y la dirección del campo magnético producido por dicha corriente en el punto de coordenadas (0, 8, 0) cm.

Dato:  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ .

(A.B.A.U. extr. 21)

**Rta.:** a)  $I = 36 \text{ A}$ ; b)  $\vec{B} = 9 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$ .

### Datos

Campo magnético en el punto A

Campo magnético en el punto B

Posición del punto A

Posición del punto B

Distancia entre los puntos A y B

Posición del punto C

Permeabilidad magnética del vacío

### Incógnitas

Intensidad de corriente por el conductor

Módulo y dirección del campo magnético en el punto C

### Ecuaciones

Ley de Biot-Savart: campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente  $I$

### Cifras significativas: 3

$$\vec{B}_A = 6,00 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$\vec{B}_B = 8,00 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

$$\vec{r}_A (0, -y_A, 0) \text{ cm}$$

$$\vec{r}_B (0, +y_B, 0) \text{ cm}$$

$$y_A + y_B = 21,0 \text{ cm}$$

$$\vec{r}_C (0, 8,00, 0) \text{ cm}$$

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

$$\frac{I}{\vec{B}_C}$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

### Solución:

a) El campo magnético creado por un conductor recto es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

El valor del campo magnético,  $\vec{B}$ , creado a una distancia,  $r$ , por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente,  $I$ , viene dado por la ley de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

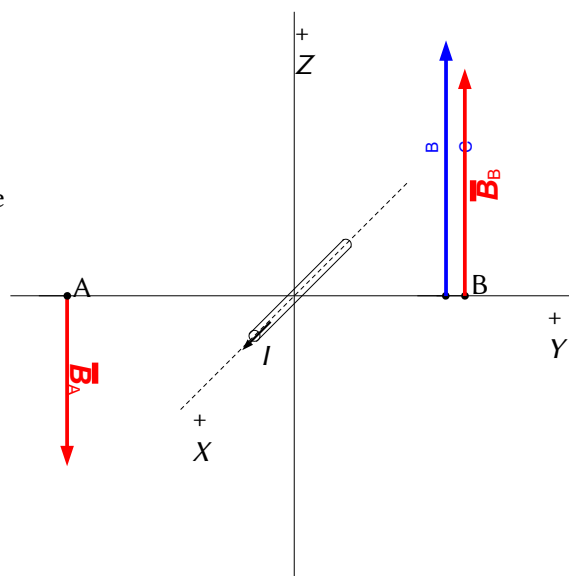
Sustituyendo valores en la ecuación del campo magnético creado por el conductor en el punto A(0,  $-y_A$ , 0) cm:

$$|\vec{B}_A| = 6,00 \cdot 10^{-5} [\text{T}] = \frac{4 \pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot I}{2 \pi \cdot y_A \cdot 10^{-2} [\text{m}]}$$

$$I = 3,00 \cdot y_A$$

Análogamente para el punto B(0,  $y_B$ , 0) cm:

$$|\vec{B}_B| = 8,00 \cdot 10^{-5} [\text{T}] = \frac{4 \pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot I}{2 \pi \cdot y_B \cdot 10^{-2} [\text{m}]}$$





$$I = 4,00 \cdot y_B$$

Empleando el dato:

$$y_A + y_B = 21,0$$

Despejando  $y_A$  e  $y_B$  en las ecuaciones anteriores, se puede escribir:

$$\frac{I}{3,00} + \frac{I}{4,00} = 21,0 \Rightarrow \frac{4,00 I + 3,00 I}{12,0} = 21,0$$

$$I = \frac{21,0 \cdot 12,0}{7,00} = 36,0 \text{ A}$$

$$y_A = 12,0 \text{ cm}$$

$$y_B = 9,00 \text{ cm}$$

b) El campo magnético creado por el conductor en el punto C(0, 8, 0) cm: es:

$$\vec{B}_C = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r} (\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 36,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0800 [\text{m}]} (\vec{k}) = 9,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

3. Dos hilos conductores muy largos, rectilíneos y paralelos, se disponen verticalmente separados 8 cm. Por el conductor situado a la izquierda circula una corriente de intensidad 30 A, y por el situado a la derecha, otra de 20 A, ambas hacia arriba. Calcula:

a) El campo de inducción magnética en el punto medio entre los dos conductores.

b) La fuerza por unidad de longitud ejercida sobre un tercer conductor vertical situado entre los dos conductores iniciales, a 3 cm del conductor de la izquierda, por el que circula una corriente de 10 A dirigida hacia abajo.

c) ¿Es conservativo el campo magnético creado por el conductor? Justifícalo.

Dato:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$ .

(A.B.A.U. ord. 18)

Rta.: a)  $|\vec{B}| = 5,00 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ ; b)  $\vec{F}/l = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$  hacia el 2.º conductor.

### Datos

Intensidad de corriente por el conductor 1

Intensidad de corriente por el conductor 2

Distancia entre los conductores

Permeabilidad magnética del vacío

Intensidad de corriente por el conductor 3

Distancia del conductor 3 al conductor 1

### Incógnitas

Campo magnético en el punto medio entre los dos conductores

Fuerza por unidad de longitud ejercida sobre un conductor 3 a 3 cm del 1

### Ecuaciones

Ley de Biot-Savart: campo magnético  $\vec{B}$  creado a una distancia  $r$  por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente  $I$

Principio de superposición:

Ley de Laplace: fuerza magnética que ejerce un campo magnético,  $\vec{B}$ , sobre un tramo,  $l$ , de conductor recto por el que circula una intensidad de corriente,  $I$

### Cifras significativas: 3

$$I_1 = 30,0 \text{ A}$$

$$I_2 = 20,0 \text{ A}$$

$$d = 8,00 \text{ cm} = 0,0800 \text{ m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$$

$$I_3 = 10,0 \text{ A}$$

$$d_{31} = 3,00 \text{ cm} = 0,0300 \text{ m}$$

$$\vec{B}$$

$$\vec{F}_3$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

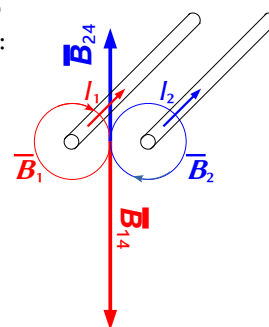
$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i$$

$$\vec{F}_B = I (\vec{l} \times \vec{B})$$

### Solución:

a) El valor del campo magnético,  $\vec{B}$ , creado a una distancia,  $r$ , por un conductor recto por lo que circula una intensidad de corriente,  $I$ , viene dado por la ley de Biot-Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$



El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

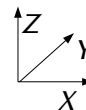
En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creados por ambos conductores en el punto medio 4.

El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 4} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_{14}} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 30,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0400 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -1,50 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto 4 equidistante de ambos conductores es:

$$\vec{B}_{2 \rightarrow 4} = \frac{\mu_0 \cdot I_B}{2\pi \cdot r_{24}} \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 20,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0400 [\text{m}]} \vec{k} = 1,00 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$



El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\vec{B} = \vec{B}_{1 \rightarrow 4} + \vec{B}_{2 \rightarrow 4} = -1,50 \cdot 10^{-4} \vec{k} [\text{T}] + 1,00 \cdot 10^{-4} \vec{k} [\text{T}] = -5,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

b) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_1$  y  $\vec{B}_2$  creados por ambos conductores en el punto 5, situado a 3 cm del conductor de la izquierda.

El campo magnético creado por el conductor 1 en el punto 5 a 3 cm de él es:

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 5} = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_{15}} (-\vec{k}) = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 30,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0300 [\text{m}]} (-\vec{k}) = -2,00 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético creado por el conductor 2 en el punto 5, a 5 cm de él es:

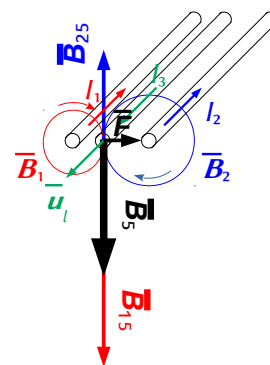
$$\vec{B}_{2 \rightarrow 5} = \frac{\mu_0 \cdot I_B}{2\pi \cdot r_{25}} \vec{k} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} [\text{T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}] \cdot 20,0 [\text{A}]}{2\pi \cdot 0,0500 [\text{m}]} \vec{k} = 8,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} \text{ T}$$

El campo magnético resultante es la suma vectorial de ambos:

$$\vec{B}_5 = \vec{B}_{1 \rightarrow 5} + \vec{B}_{2 \rightarrow 5} = -2,00 \cdot 10^{-4} \vec{k} [\text{T}] + 8,00 \cdot 10^{-5} \vec{k} [\text{T}] = -1,20 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T}$$

La fuerza por unidad de longitud que se ejerce sobre un conductor 3, situado en el punto 5, es:

$$\frac{\vec{F}}{l} = \frac{I(\vec{l} \times \vec{B}_5)}{l} = I(\vec{u}_l \times \vec{B}_5) = 10,0 [\text{A}] (-\vec{j} \times (-1,2 \cdot 10^{-4} \vec{k} [\text{T}])) = 1,2 \cdot 10^{-3} \vec{i} \text{ N/m}$$



Está dirigida hacia el conductor 2, porque el sentido de la corriente es el contrario al de los otros conductores.

*Análisis: Los conductores que transportan la corriente en el mismo sentido se atraen y en sentido opuesto se repelen. Aunque sufre la repulsión de ambos conductores, la fuerza mayor es la del conductor por el que circula mayor intensidad y se encuentra más cerca, o sea el 1.*

c) No. Para que un campo vectorial sea conservativo, la circulación del campo a lo largo de una línea cerrada debe ser nula, lo que es equivalente a decir que la circulación entre dos puntos A y B es independiente del camino seguido, solo dependería de los puntos A y B.

El campo magnético  $\vec{B}$  no es conservativo. La circulación del vector  $\vec{B}$  a lo largo de una línea  $l$  cerrada no es nula. Por la ley de Ampère.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

## ◇ CUESTIONES

### ● Campo magnético

#### ● Partículas

1. Una partícula tiene una carga de 5 nC y penetra en una región del espacio donde hay un campo magnético  $\vec{B} = 0,6 \hat{i}$  T con una velocidad  $\vec{v} = 8 \cdot 10^6 \hat{j}$  m·s<sup>-1</sup>, describiendo una circunferencia de 2 μm de radio. El valor de la masa de la partícula es:
- A)  $7,5 \times 10^{-22}$  kg.  
 B)  $4,5 \times 10^{-22}$  kg.  
 C)  $2,5 \times 10^{-22}$  kg.

(A.B.A.U. ord. 24)

#### **Datos**

Carga de la partícula

Intensidad del campo magnético

Velocidad de la partícula

Radio de la trayectoria circular

#### **Incógnitas**

Masa de la partícula

#### **Otros símbolos**

Valor de la fuerza magnética sobre la partícula

Vector fuerza eléctrica sobre la partícula

#### **Ecuaciones**

Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio  $R$ )

2.ª ley de Newton de la Dinámica

#### **Cifras significativas: 2**

$$q = 5,0 \text{ nC} = 5,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$$

$$\vec{B} = 0,60 \hat{i} \text{ T}$$

$$\vec{v} = 8,0 \cdot 10^6 \hat{j} \text{ m/s}$$

$$R = 2,0 \text{ μm} = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$m$$

$$\vec{F}_B$$

$$\vec{F}_E$$

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$a_N = \frac{v^2}{R}$$

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

#### **Solución:**

Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, la partícula describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si la partícula entra perpendicularmente al campo magnético,  $\sin \varphi = 1$ .

Despejando la masa,  $m$ :

$$m = \frac{R \cdot q \cdot B}{v} = \frac{2,0 \cdot 10^{-6} [\text{m}] \cdot 5,0 \cdot 10^{-9} [\text{C}] \cdot 0,60 [\text{T}]}{8,0 \cdot 10^6 [\text{m/s}]} = 7,5 \cdot 10^{-22} \text{ kg}$$

Coincide con la opción A.

*Análisis: La masa de esta partícula es  $7,5 \cdot 10^{-22} / 1,67 \cdot 10^{-27} = 4,5 \cdot 10^5$  veces la masa del protón, y su carga vale  $5 \cdot 10^{-9} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,1 \cdot 10^{10}$ . No parece muy probable que una partícula pueda tener la carga de 31 000 000 000 protones y la masa de solo 450 000. Si lo comparamos con el positrón, (ya que su carga es positiva) la antipartícula del electrón, la relación de masas es  $7,5 \cdot 10^{-22} / 9,1 \cdot 10^{-31} = 7,9 \cdot 10^8$  veces la masa del positrón. Tampoco parece probable semejante concentración de antimateria. Repasando los cálculos, no parecen contener errores, así que supongo que la persona que redactó el ejercicio no eligió los valores adecuados.*

2. Un núcleo del isótopo  ${}^4_2\text{He}$  describe una trayectoria de radio  $r$  en un campo magnético. Sin variar las condiciones del campo magnético ni de la dirección o velocidad de entrada, hacemos incidir un núcleo de  ${}^3_2\text{He}$  que describirá una trayectoria de radio:
- A) Menor.  
B) Mayor.  
C) Igual.

(A.B.A.U. ord. 23)

**Solución:** A

La fuerza magnética,  $\vec{F}_B$ , sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$ , viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

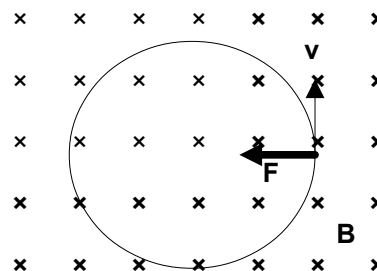
Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\sin \varphi = 1$ .  
Despejando el radio,  $R$ :

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

La carga del núcleo de  ${}^3_2\text{He}$  es la misma que la del núcleo de  ${}^4_2\text{He}$ .

$$q_3 = q_4 = 2$$

Como las velocidades y el campo magnético también son iguales, aplicando esta expresión tanto al núcleo de  ${}^4_2\text{He}$  como al núcleo de  ${}^3_2\text{He}$  y dividiendo una entre la otra queda:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{\frac{m_3 \cdot v}{q_3 \cdot B}}{\frac{m_4 \cdot v}{q_4 \cdot B}} = \frac{m_3}{m_4} = \frac{3}{4} < 1 \Rightarrow R_3 < R_4$$

El radio de la circunferencia descrita por el núcleo de  ${}^3_2\text{He}$  es menor que el de la circunferencia descrita por el núcleo de  ${}^4_2\text{He}$ .

3. Dos partículas con cargas, respectivamente,  $Q_1$  y  $Q_2$ , describen trayectorias circulares de igual radio en una región en la que hay un campo magnético estacionario y uniforme. Ambas partículas:
- A) Deben tener la misma masa.

- B) Deben tener la misma velocidad.  
 C) No es necesario que tengan la misma masa ni velocidad.

(A.B.A.U. extr. 21)

**Solución:** C

Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\sin \varphi = 1$ .  
 Despejando el radio,  $R$ :

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Si las cargas son distintas, para que el radio sea el mismo, deben tener momentos lineales  $m \cdot v$  proporcionales a las cargas. Pero no es necesario que tengan la misma masa o velocidad.

$$\frac{m_1 \cdot v_1}{Q_1} = \frac{m_2 \cdot v_2}{Q_2} = R \cdot B = \text{constante}$$

4. Una partícula cargada penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad de la partícula. El radio de la órbita descrita:  
 A) Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético.  
 B) Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula.  
 C) No depende de la energía cinética de la partícula.

(A.B.A.U. ord. 21, extr. 19)

**Solución:** B

La fuerza magnética,  $\vec{F}_B$ , sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$ , viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .  
 Si solo actúa la fuerza magnética:

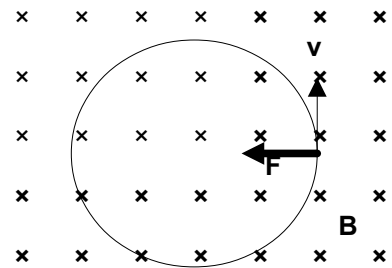
$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética quedaría:



$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\sin \varphi = 1$ .

Despejando el radio,  $R$ :

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Si aumenta la energía cinética, aumenta la velocidad y, como se ve en la ecuación anterior, aumenta también el radio de la trayectoria.

5. Una partícula se mueve en un círculo de radio  $r$  perpendicularmente a un campo magnético,  $\vec{B}$ . Si duplicamos el valor de  $\vec{B}$ , el valor de  $r$ :

- A) Se duplica.  
B) Se reduce a la mitad.  
C) No varía.

(A.B.A.U. extr. 20)

**Solución:** B

La fuerza magnética,  $\vec{F}_B$ , sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$ , viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ :

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

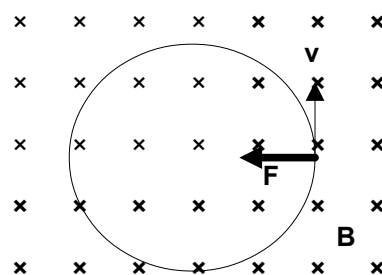
Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\sin \varphi = 1$ .

Despejando el radio,  $R$ :

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Como el valor de la velocidad es constante, lo mismo que la carga y la masa de la partícula, el radio de la trayectoria es inversamente proporcional a la intensidad del campo magnético. Si el campo magnético se hace el doble, el radio de la trayectoria se reduce a la mitad.

6. Un protón y una partícula  $\alpha$  entran perpendicularmente en el seno de un campo magnético estacionario y uniforme de inducción,  $\vec{B}$ , describiendo trayectorias circulares de igual radio. El cociente entre las velocidades de la partícula  $\alpha$  y del protón,  $v(\alpha) / v(p)$ , es:

- A) 0,5

B) 2

C) 8

DATOS:  $m(\alpha) = 4 m(p)$ ;  $q(\alpha) = 2 q(p)$ .

(A.B.A.U. ord. 20)

**Solución:** A

La fuerza magnética  $\vec{F}_B$  sobre una carga  $q$  que se desplaza en el interior de un campo magnético  $\vec{B}$  con una velocidad  $\vec{v}$  viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, ya que la aceleración solo tiene componente normal  $a_N$ .

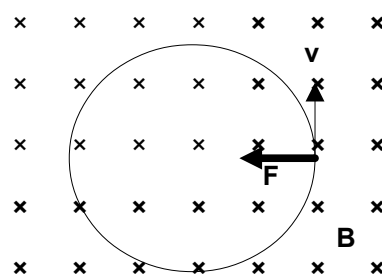
Si solamente actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_B$$

Aplicando la 2.ª ley de Newton

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$



Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Como las partículas entran perpendicularmente al campo,  $\sin \varphi = 1$ .

Despejando la velocidad  $v$ :

$$v = \frac{q \cdot B \cdot R}{m}$$

Como el radio y el campo magnético son los mismos, aplicando esta expresión tanto a la partícula  $\alpha$  como al protón y dividiendo una entre la otra queda:

$$\frac{v_\alpha}{v_p} = \frac{\frac{q_\alpha \cdot B \cdot R}{m_\alpha}}{\frac{q_p \cdot B \cdot R}{m_p}} = \frac{m_p \cdot q_\alpha}{m_\alpha \cdot q_p} = \frac{m_p \cdot 2 q_p}{4 m_p \cdot q_p} = \frac{1}{2}$$

$$v_\alpha = 1/2 v_p$$

La velocidad de la partícula alfa es la mitad que la del protón.

7. Si una partícula cargada se mueve en un campo magnético y este ejerce una fuerza, dicha fuerza siempre es perpendicular a la velocidad de la partícula.

A) Verdadero.

B) Falso.

C) Depende del módulo de la velocidad de la partícula.

(A.B.A.U. extr. 18)

**Solución:** A

La fuerza magnética,  $\vec{F}_B$ , sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$ , viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

Esta fuerza es perpendicular a la velocidad de la partícula.

8. Si una partícula cargada de masa despreciable penetra en un campo magnético uniforme con una velocidad que forma un ángulo de  $180^\circ$  con las líneas del campo, la trayectoria que describe la partícula es:
- A) Rectilínea.  
B) Circular.  
C) Parabólica.

(A.B.A.U. ord. 18)

**Solución:** A

La fuerza magnética,  $\vec{F}_B$ , sobre una carga,  $q$ , que se desplaza en el interior de un campo magnético,  $\vec{B}$ , con una velocidad,  $\vec{v}$ , viene dada por la ley de Lorentz:

$$\vec{F}_B = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

El módulo del producto vectorial de los vectores velocidad e inducción magnética es:

$$|\vec{v} \times \vec{B}| = |\vec{v}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \varphi$$

Donde  $\varphi$  es el ángulo que forman esos vectores. Si  $\varphi = 180^\circ$ , entonces  $\sin \varphi = 0$  y la fuerza es nula, por lo que la partícula no se desvía. La trayectoria será rectilínea.

## ● Corrientes

1. La relación entre el módulo del campo magnético  $B_1$  creado por una corriente rectilínea indefinida  $I$  en un punto situado a la distancia perpendicular  $r$  del conductor y el  $B_2$  creado por otra corriente  $2I$  en un punto situado a la distancia  $3r$ ,  $B_1/B_2$ , es:
- A)  $2/3$   
B)  $9/2$   
C)  $3/2$

(A.B.A.U. extr. 23)

**Solución:** C

El módulo del campo magnético creado por una corriente recta indefinida sigue la ley de Biot - Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

En esta expresión  $B$  es el campo magnético,  $\mu_0$  es la constante de permeabilidad magnética del vacío,  $I$  es la intensidad de la corriente y  $r$  es la distancia perpendicular al conductor.

La expresión para el campo magnético en el primero caso es:

$$B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

En el segundo caso:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot 2I}{2\pi \cdot 3r}$$

Dividiendo el campo magnético  $B$  por el campo magnético  $B_2$ , obtenemos que:

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}}{\frac{\mu_0 \cdot 2I}{2\pi \cdot 3r}} = \frac{3}{2}$$



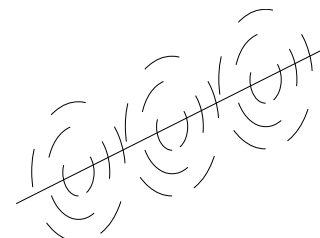
2. Por un conductor recto muy largo circula una corriente de 1 A. El campo magnético que se origina en sus cercanías se hace más intenso cuanto:
- Más grueso sea el conductor.
  - Mayor sea su longitud.
  - Más cerca del conductor esté el punto donde se determina.

(A.B.A.U. extr. 17)

**Solución:** C

La dirección del campo magnético,  $\vec{B}$ , creado por una intensidad,  $I$ , de corriente que circula por un conductor recto indefinido es circular alrededor del hilo y su valor en un punto a una distancia,  $r$ , del hilo viene dada por la ley de Biot - Savart:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$



El sentido del campo magnético viene dado por la regla de la mano derecha (el sentido del campo magnético es el del cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente eléctrica).

Como se ve en la expresión, cuanto menor sea la distancia,  $r$ , del punto al hilo, mayor será la intensidad del campo magnético.

3. Dos conductores idénticos A y B paralelos, con corrientes respectivas  $+I$  y  $-I$  (entrando y saliendo del plano del papel) están separados una distancia  $a$ . Un tercer conductor, C, paralelo e idéntico a los anteriores y con corriente  $+I$  (entrando) se sitúa en  $a/2$ . Sobre él se ejerce una fuerza:
- Dirigida hacia A.
  - Dirigida hacia B.
  - No se ejerce ninguna fuerza sobre él.

(A.B.A.U. ord. 17)

**Solución:** A

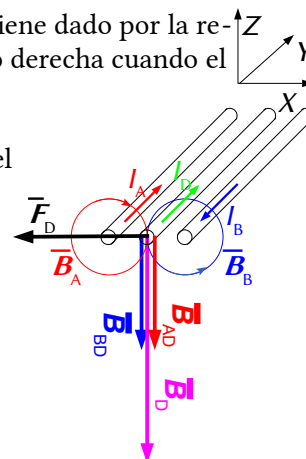
El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.

En el diagrama se dibujan los campos magnéticos  $\vec{B}_A$  y  $\vec{B}_B$  producidos por ambos conductores en el punto medio D, y el vector fuerza magnética  $\vec{F}_D$  ejercida sobre el conductor situado allí.

Tanto el campo magnético producido por el conductor A en el punto D equidistante de ambos conductores como el campo magnético producido por el conductor B en el punto D están dirigidos en el sentido negativo del eje Z. Por tanto, el vector campo magnético resultante también lo está. Aplicando la ley de Lorentz:

$$\vec{F} = I(\vec{l} \times \vec{B}) = I(l\vec{j} \times B(-\vec{k})) = I \cdot l \cdot B(-\vec{i})$$

Se ve que está dirigida hacia el conductor que lleva la corriente A.



## ● Inducción electromagnética

1. Una espira se coloca perpendicularmente a un campo magnético uniforme. ¿En qué caso será mayor la f.e.m. inducida por la espira?:
- Si el campo magnético disminuye linealmente de 300 mT a 0 en 1 ms.
  - Si el campo magnético aumenta linealmente de 1 T a 1,2 T en 1 ms.
  - Si el campo magnético permanece constante con un valor de 1,5 T.

(A.B.A.U. extr. 24)

**Solución: A**

La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector  $\vec{B}$ , campo magnético por el vector  $\vec{S}$ , perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Si la superficie  $S$  y la orientación  $\varphi$  no varían, la variación de flujo magnético será proporcional a la variación de campo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = -S \cdot \cos \varphi \frac{dB}{dt}$$

Opción A:  $\frac{dB}{dt} = \frac{-300 \text{ [mT]}}{1 \text{ [ms]}} = -300 \text{ T/s}$

Opción B:  $\frac{dB}{dt} = \frac{(1,2 \text{ [T]} - 1 \text{ [T]})}{1 \text{ [ms]}} = \frac{0,2 \text{ [T]}}{1 \text{ [ms]}} \cdot \frac{1 \text{ [ms]}}{10^{-3} \text{ [s]}} = 200 \text{ T/s}$

Opción C: 0. No hay variación.

En valor absoluto, la variación es mayor en la opción A, por lo tanto, la f.e.m. inducida por la espira también será mayor.

2. Sobre una mesa, en dirección horizontal, colocamos una espira (bobina) y en su interior situamos un imán en forma de barra con sus polos norte y sur en dirección vertical. Al acercar/alejar una barra de hierro hacia el interior de la espira, en la espira:

- A) Se induce una corriente eléctrica.  
 B) No se induce corriente.  
 C) No se tiene información suficiente para saber si se induce corriente eléctrica.

(A.B.A.U. extr. 23)

**Solución: A**

Cuando se acerca o se aleja una barra de hierro hacia el interior de la espira, el campo magnético del imán varía. Esta variación del campo magnético produce una fuerza electromotriz inducida en la espira, que genera una corriente eléctrica. Este fenómeno se conoce como ley de Faraday-Lenz. La dirección de la corriente eléctrica depende del sentido de la variación del campo magnético, según la regla de la mano derecha.

3. Una espira metálica es recorrida por una corriente eléctrica que disminuye en el tiempo. En la espira:
- A) Se induce una corriente eléctrica que tiene el sentido contrario al de la corriente inicial, oponiéndose a esta.  
 B) No se induce corriente eléctrica alguna.  
 C) Se induce una corriente que tiene el mismo sentido que la corriente eléctrica inicial, reforzando su valor.

(A.B.A.U. extr. 22)

**Solución: C**

La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

Al disminuir la corriente eléctrica que atraviesa la espira, disminuye el flujo magnético. Se inducirá en ella una corriente que se oponga a la disminución de flujo, una corriente que tiene el mismo sentido que la corriente eléctrica inicial.

4. La fuerza electromotriz inducida en un circuito tiende:
- A disminuir el flujo magnético que atraviesa el circuito.
  - A aumentar el flujo magnético que atraviesa el circuito.
  - Pueden ser correctas las dos opciones anteriores.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Solución:** C

La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

Si inducimos una corriente disminuyendo el número de líneas de campo magnético que atraviesan el circuito, la corriente inducida circulará en el sentido de oponerse a eso, aumentando el flujo.

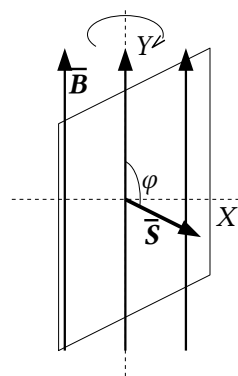
Si lo que hacemos es aumentar el flujo magnético, la corriente inducida circulará en el sentido de oponerse a eso, disminuyendo el flujo.

En ambos casos se producirá corriente inducida.

5. Se induce corriente en una espira conductora si: A) Es atravesada por un flujo magnético constante. B) Gira en el seno de un campo magnético uniforme. C) En ambos casos.

(A.B.A.U. extr. 20)

**Solución:** B



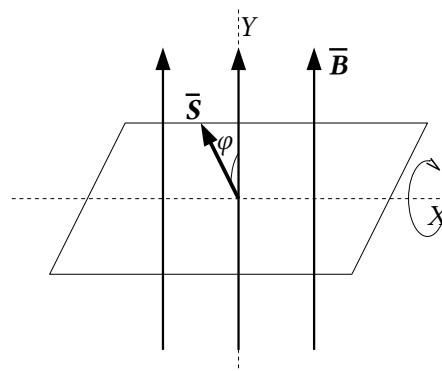
La ley de Faraday-Lenz dice que se inducirá una corriente que se oponga a la variación de flujo a través de la espira. La f.e.m. de esa corriente será igual a la variación de flujo magnético respecto al tiempo.

$$\varepsilon = \frac{-d\Phi}{dt}$$

El flujo magnético es el producto escalar del vector  $\vec{B}$ , campo magnético, por el vector  $\vec{S}$ , perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Cuando la espira gira alrededor de un eje paralelo al campo magnético, el flujo magnético no varía, puesto que es nulo todo el tiempo: las líneas del campo magnético no atraviesan la superficie de la espira ni cuando la espira está en reposo ni cuando gira alrededor del eje, pues son siempre paralelas al plano de la espira. El ángulo  $\varphi$  vale siempre  $\pi/2$  rad y el  $\cos \pi/2 = 0$ . Pero cuando la espira gira alrededor de un eje perpendicular al campo, las líneas de campo atraviesan la superficie plana delimitada por la espira, variando el flujo magnético desde 0 hasta un máximo lo volviendo a hacerse nulo cuando levemente girada media vuelta. Si no gira, el flujo no varía y no se induce corriente alguna.



6. La orientación que debe tener la superficie de una espira en un campo magnético uniforme para que el flujo magnético sea nulo es:
- Paralela al campo magnético.

- B) Perpendicular al campo magnético.  
 C) Formando un ángulo de  $45^\circ$  con el campo magnético.

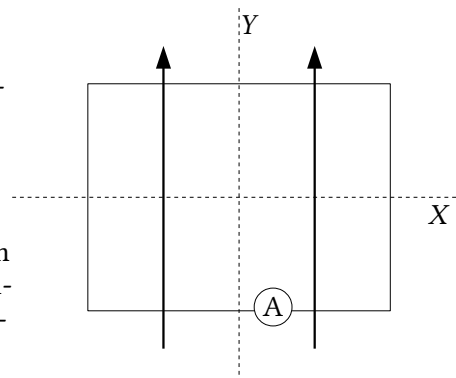
(A.B.A.U. extr. 17)

**Solución: A**

El flujo magnético es el producto escalar del vector  $\vec{B}$ , campo magnético, por el vector  $\vec{S}$ , perpendicular a la superficie delimitada por la espira.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Las líneas de campo no atraviesan la superficie de la espira, dando un flujo magnético 0, cuando el vector  $\vec{B}$ , campo magnético, es perpendicular al vector  $\vec{S}$ , superficie. Como el vector superficie es perpendicular a la superficie, el flujo es nulo cuando la superficie es paralela al campo magnético.



Actualizado: 07/07/24

**ACLARACIONES**

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz:  $3 \cdot 10^8$  m/s cree que es 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar  $3 \cdot 10^8$  que 299 792 458 m/s).

Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s y lo reescribo como:

**Cifras significativas: 3**

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ( $3 \cdot 10^8$  m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisiblemente. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad](#) (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), y del [traductor de la CIXUG](#).

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM).

Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

## Sumario

### MAGNETISMO

PROBLEMAS.....	1
<i>Campo magnético.....</i>	<i>1</i>
<i>Partículas.....</i>	<i>1</i>
<i>Corrientes.....</i>	<i>6</i>
CUESTIONES.....	11
<i>Campo magnético.....</i>	<i>11</i>
<i>Partículas.....</i>	<i>11</i>
<i>Corrientes.....</i>	<i>16</i>
<i>Inducción electromagnética.....</i>	<i>17</i>

## Índice de pruebas A.B.A.U.

2017.....	
1. (ord.).....	17
2. (extr.).....	17, 20
2018.....	
1. (ord.).....	9, 16
2. (extr.).....	15
2019.....	
1. (ord.).....	5
2. (extr.).....	4, 13
2020.....	
1. (ord.).....	15
2. (extr.).....	14, 19
2021.....	
1. (ord.).....	13
2. (extr.).....	8, 13
2022.....	
1. (ord.).....	3, 19
2. (extr.).....	2, 18
2023.....	
1. (ord.).....	6, 12
2. (extr.).....	16, 18
2024.....	
1. (ord.).....	11
2. (extr.).....	1, 17