PROBLEMAS DE SATÉLITES

Ejemplos de resolución con la hoja de cálculo: «SatelitesEs.ods»

Comienzo

Cuando se ejecute la hoja de cálculo, pulse sobre el botón Activar macros.

Presione la tecla Ctrl mientras pulsa sobre la celda <u>Enunciado</u>, situada en la parte superior derecha, o pulse, sin presionar la tecla Ctrl, sobre la pestaña <u>Financiado</u> en la parte inferior.

Si necesita ayuda más detallada, presione la tecla Ctrl mientras pulsa sobre la celda Ayuda, situada en la parte superior derecha, o pulse, sin presionar la tecla Ctrl, sobre la pestaña Ayuda en la parte inferior.

Datos

Pulse sobre el botón Borrar datos y pulse sobre el botón Aceptar del cuadro de diálogo que aparecerá.

O pulse en el menú: Editar → Seleccionar → Seleccionar celdas desprotegidas, y pulsar la tecla Supr. Se borrarán todos los datos y aparecerán las opciones por defecto.

Elija las magnitudes y unidades en las celdas de color salmón y borde rojo.

Pulse sobre la celda de color salmón y borde rojo, pulse sobre la flecha hacia abajo que aparece a su derecha y elija la opción correspondiente.

Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul.

Pulse sobre la celda de color blanco y borde azul, , y escriba en ella el dato.

Puede poner un valor en notación científica de una de estas formas:

- Escribiendo en formato científico de la hoja de cálculo. P. ej.: 3E8 (que se verá como 3,00E+08).
- Escribiendo en formato de texto. P. ej.: 3·10⁸.
- Seleccionando el valor en otro documento, copiándolo (Ctrl+C) y pegándolo (Ctrl+Alt+△+V).

Por ejemplo, 3,00·10⁻⁹, suponiendo que tiene 3 cifras significativas.

En el primer caso escriba: 3E-9. En la celda aparecerá: 3,00E-09.

En el segundo caso escriba 3,00 \cdot 10^- ^9 . En la celda aparecerá: 3,00 \cdot 10^- 9 . Borre el espacio entre $^-$ y 9 y el espacio final: 3,00 \cdot 10^- 9 .

Los superíndices pueden escribirse presionando a la vez las teclas Δ y $^{\wedge}$ antes de cada cifra o signo, y escribiendo un espacio detrás.

Para obtener el punto de multiplicación presione a la vez las teclas 4 y 3.

Si ese número ya estaba en un documento, puede copiar y pegar sigiuendo estos pasos:

- 1. Seleccione el número, pulsando al principio del número y arrastrando el ratón hasta el final.
- 2. Cópielo, presionando a la vez las teclas Control y C (Ctrl+C), o elija en el menú Editar \rightarrow Copiar.
- 3. Pulse sobre la celda de color blanco y borde azul.
- 4. Péguelo, presionando a la vez las teclas Ctrl, Alt, ❖ y V, o elija en el menú: Editar → Pegado especial → Pegar texto sin formato.

Resultados

En la pestaña la Enunciado, donde ha escrito los datos, ya aparecen los resultados. Si quiere consultar las ecuaciones con las que se han calculado, mantenga pulsada la tecla Ctrl mientras hace clic con el ratón en el tema (Período, Altura, Peso o Energía) que contiene la magnitud calculada, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente.

Período 🔒 Altura 🔒 Peso 🔒 Energía

Período: Radio de la órbita, masa del astro, velocidad lineal y angular, período, frecuencia del satélite. Altura: Radio de la órbita, altura.

<u>Peso:</u> Valor de la gravedad en el suelo, a la altura de la órbita, relación entre ellas, peso del satélite y momento angular.

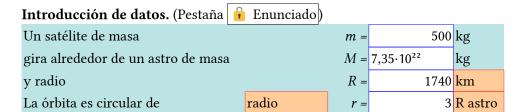
<u>Energía</u>: Energía potencial, cinética y mecánica´en la órbita, energía potencial en el suelo, y la energía o velocidad necesaria para alcanzar la altura o ponerlo en órbita, velocidad de escape en el suelo y en la órbita.

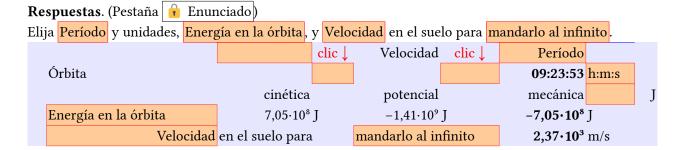
PROBLEMAS

- Un pequeño satélite gira alrededor de la Luna orbitando en una circunferencia de 3 veces el radio de
 - a) Calcula el periodo del satélite y determina la energía mecánica total que posee el satélite en su órbita.
 - b) Deduce y calcula la velocidad de escape desde la Luna.

DATOS: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M(L) = 7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$; R(L) = 1740 km; m(s) = 1500 kg. (A.B.A.U. ord. 23)

Rta.: a) $T = 3.38 \cdot 10^4 \text{ s} = 9 \text{ h} 24 \text{ min}$; $E = -7.0 \cdot 10^8 \text{ J}$; b) $v_e = 2.37 \text{ km/s}$. (suelo) o 969 m/s (desde la órbita).





Cálculo del período. (Pestaña 🔒 Período)	
Radio de la órbita	$r = 3,00 \cdot 1,74 \cdot 10^6 = 5,22 \cdot 10^6 \text{ m}$
	$G \cdot M = 6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 7.35 \cdot 10^{22} = 4.91 \cdot 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$
Velocidad del satélite $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$	$v = \sqrt{\frac{4,91 \cdot 10^{12}}{5,22 \cdot 10^6}} = 969 \text{ m/s}$
Período del satélite $T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v}$	$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 5,22 \cdot 10^6}{969} = 338 \cdot 10^4 \text{ s}$

Cálculo de la energía mecánica del satélite y de su velocidad de escape. (Pestaña 🔒 Energía) En la órbita **Ecuaciones** Cálculos $E_c = 1,50 \cdot 10^3 \cdot 969^2 / 2 = 7,05 \cdot 10^8 \text{ J}$ Energía cinética en la órbita $E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ Energía potencial en la órbita Energía mecánica en la órbita $E = E_c + E_p$ $E = -1.41 \cdot 10^9 + 7.05 \cdot 10^8 = -7.05 \cdot 10^8 \text{ J}$ Velocidad de escape en la órbita $v_e =$ 969 m/s En el suelo Energía potencial en el suelo $E_p = -G \cdot M \cdot m$ $E_p = -4.91 \cdot 10^{12} \cdot 1.50 \cdot 10^3 = -4.23 \cdot 10^9 \text{ J}$ $1,74 \cdot 10^6$ $2 \cdot 4,91 \cdot 10^{12}$ Velocidad de escape en el suelo $= 2.37 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

- 2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de 7,00 km·s⁻¹.
 - a) Calcula la altura a la que orbita.
 - b) Si en ese momento se le suministra una energía igual a la energía cinética que ya tiene, calcula a qué distancia de la Tierra podría llegar.

Datos: $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $R(T) = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a) h = 1750 km; b) $r = \infty$.

Introducción de datos. (Pestaña 🙃 Enunciado)

Un satélite de masa	<i>m</i> =	200	kg
gira alrededor de un astro de masa	<i>M</i> =		kg
y radio	R =	6,37·10 ⁶	m
en el que la gravedad en el suelo es	$g_o =$	9,81	m/s²
El satélite gira con una velo	cidad v =	7	km/s

Respuestas. (Pestaña 🔒 Enunciado)

Elija Altura v sus unidades.

211ja 111011a y 5 040	 			
	Altura	Velocidad	clic↓	
Órbita	1,75·10 ³ km			

Cálculo del radio de la órbita. (Pestaña Período)

$G \cdot M = g_o \cdot R^2$	$G \cdot M =$	$9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2$	=	$3,98 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$
$\int G \cdot M$	Γ	$3,98 \cdot 10^{14}$		0.40.406
Radio de la órbita $r = \sqrt{{v^2}}$	$r = \sqrt{-}$	$(7,00\cdot10^3)^2$	_ =	8,12·10 ⁶ m

Cálculo de la altura. (Pestaña $\widehat{\mathbf{h}}$ Altura)

Altura de la órbita h = r - R $h = 8,12 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 1,75 \cdot 10^6 \text{ m}$

- 3. La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico de 4100 km de radio es 7,2 m⋅s⁻². Calcula:
 - a) La masa del planeta.
 - b) La energía mínima necesaria que hay que comunicar a un minisatélite de 3 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y situarlo a 1000 km de altura sobre la misma, en una órbita circular alrededor del planeta.

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$. **Rta.**: a) $M = 1,8 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; b) $\Delta E = 5,30 \cdot 10^7 \text{ J}$.

(A.B.A.U. extr. 20)

Introducción de datos. (Pestaña 🔒 Enunciado)

111110111111111111111111111111111111111				
Un satélite de masa		<i>m</i> =	3	kg
gira alrededor de un astro de masa		<i>M</i> =		kg
y radio		R =	4100	km
en el que la gravedad en el suelo es		$g_o =$	7,2	m/s ²
La órbita es circular de	altura	h =	1000	km

Respuestas. (Pestaña 🔒 Enunciado)

Elija Energía en el suelo para ponerlo en órbita.

Astro		<i>M</i> =	1,81·10²⁴ kg
	Energía en el suelo para	ponerlo en órbita	5,30·10 ⁷ J

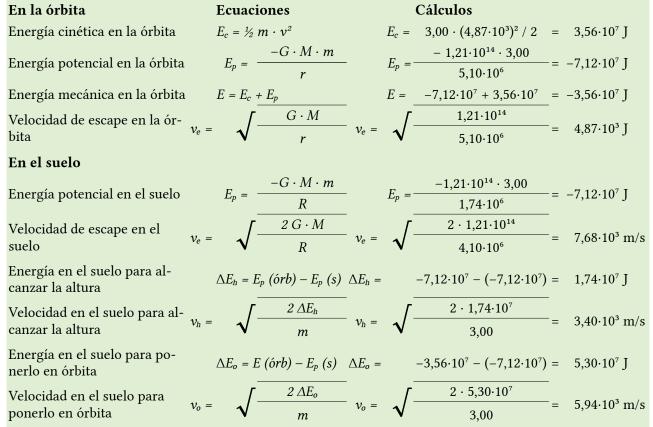
Cálculo de la masa. (Pestaña Período)

Radio de la órbita
$$r = R + h$$
 $r = 4,10 \cdot 10^6 + 1,00 \cdot 10^6 = 5,10 \cdot 10^6 \, \text{m}$

Masa del astro $G \cdot M = g_o \cdot R^2$ $G \cdot M = 7,20 \cdot (4,10 \cdot 10^6)^2 = 1,21 \cdot 10^{14} \, \text{m}^3/\text{s}^2$
 $M = \frac{1,21 \cdot 10^{14} / 6,67 \cdot 10^{-11}}{5.10 \cdot 10^6} = 1,81 \cdot 10^{24} \, \text{kg}$

Velocidad del satélite $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$ $v = \sqrt{\frac{1,21 \cdot 10^{14}}{5.10 \cdot 10^6}} = 4,87 \cdot 10^3 \, \text{m/s}$

Cálculo de las energías. (Pestaña 🔒 Energía)



La energía que hay que comunicarle al satélite en la superficie del planeta es la diferencia entre la que tendrá en órbita y la que tiene en el suelo:

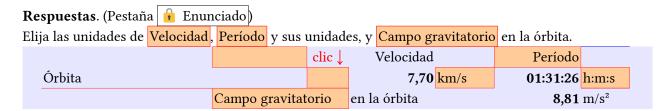
$$\Delta E = E(\text{orbita}) - E(\text{suelo}) = -3.56 \cdot 10^7 \text{ [J]} - (-8.86 \cdot 10^7 \text{ [J]}) = 5.30 \cdot 10^7 \text{ J}$$

- Un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra a una altura de 350 km respecto a la superficie terrestre. Calcula:
 - a) La velocidad orbital del satélite.
 - b) Su período de revolución.
 - c) Compara el valor de su aceleración centrípeta con el valor de la intensidad del campo gravitatorio g a esa distancia de la Tierra. ¿Qué consecuencias se pueden extraer de este resultado?

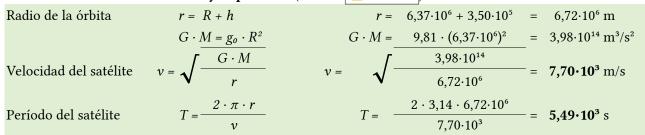
Datos: $R(T) = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$; $g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$. (A.B.A.U. ord. 19)

Rta.: a) v = 7,70 km/s m; b) T = 1 h 31 min.; c) $g = 8,81 \text{ m/s}^2$.

Introducción de datos. (Pestaña | 🔒 Enunciado) Un satélite de masa *m* = kg gira alrededor de un astro de masa M =kg 6,37·10⁶ km y radio R =en el que la gravedad en el suelo es 9.81 m/s^2 $g_o =$ La órbita es circular de altura r =350 km



Cálculo de la velocidad orbital y el período. (Pestaña 1 Período)



Cálculo de la aceleración centrípeta. (Pestaña Peso)

Gravedad en la altura $g = \frac{G \cdot M}{r^2}$ $g = \frac{3.98 \cdot 10^{14}}{(6.72 \cdot 10^6)^2} = 8$	8,81 m/s ²

- 5. Un satélite GPS describe órbitas circulares alrededor de la Tierra, dando dos vueltas a la Tierra cada 24 h. Calcula:
 - a) La altura de su órbita sobre la superficie terrestre.
 - b) La energía mecánica.
 - c) El tiempo que tardaría en dar una vuelta a la Tierra si lo hacemos orbitar a una altura doble.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$; masa del satélite = 150 kg.

(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a) $h = 2.02 \cdot 10^7$ m; b) $E = -1.12 \cdot 10^9$ J; c) $T_c = 28$ h.

Introducción de datos. (Pestaña Enunciado)

Un satélite de masa m = 150 kggira alrededor de un astro de masa $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y radio $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ El satélite gira con una frecuencia 2 día^{-1}

Respuestas. (Pestaña Finunciado)

Elija Altura y sus unidades y Energía en la órbita.

Altura

Órbita 2,03·10⁴ km

cinética potencial mecánica J

Energía en la órbita 1,12·10⁹ J -2,25·10⁹ J -1,12·10⁹ J

Cálculo de la altura. (Pestaña Altura) $G \cdot M = g_0 \cdot R^2$ $G \cdot M = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{4 \pi^2} = 3,99 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$ Radio de la órbita $r = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M \cdot T^2}{4 \pi^2}} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{3,99 \cdot 10^{14} \cdot (4,32 \cdot 10^4)^2}{4 \cdot 3,14^2}} = 2,66 \cdot 10^7 \text{ m}$ Altura de la órbita $h = r \cdot R$ $h = 2,66 \cdot 10^7 - 6,37 \cdot 10^6 = 2,03 \cdot 10^7 \text{ m}$

Cálculo de la energía mecánica. (Pestaña 🔒 Energía)

En la órbita
Velocidad en la órbita
$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$$

Energía cinética en la órbita
$$E_c = \frac{1}{2} m$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$-C \cdot M \cdot m$$

$$v = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 2.66 \cdot 10^7}{4.32 \cdot 10^4} = 3.87 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_c = 150 \cdot (3.87 \cdot 10^3)^2 / 2 = 1.12 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$/2 = 1.12 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_p = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r}$$

$$E_p = \frac{-3.99 \cdot 10^{14} \cdot 150}{2.66 \cdot 10^7} = -2.25 \cdot 10^9 \,\mathrm{J}$$

$$E = E_c + E_p$$

$$E = -2.25 \cdot 10^9 + 1.12 \cdot 10^9 = 1.12 \cdot 10^9$$
 J

Nuevos datos para el apartado c. (Pestaña | fra Enunciado)

Borre la opción, el dato y la unidad de frecuencia y elija altura, escriba el dato y elija la unidad:

La órbita es circular de	altura	h =	$4,06 \cdot 10^7$	m

Respuestas. (Pestaña | £ Enunciado)

Elija Período y la unidad h (horas).

	Altura	Velocidad <mark>clic↓</mark>	Período	
Órbita	4,06·10 ⁴ km		28,1 h	

Cálculo del período. (Pestaña 1 Período)

Radio de la órbita
$$r = R + h$$

Velocidad del satélite

Período del satélite

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v}$$

$$r = 6.37 \cdot 10^9 + 4.06 \cdot 10^7 = 6.41 \cdot 10^9 \text{ m}$$

$$T = \frac{86400}{250} = 1,61 \cdot 10^8 \text{ s}$$

 $6.41 \cdot 10^9$

- Un astronauta está en el interior de una nave espacial que describe una órbita circular de radio 2 R_T. Calcula:
 - a) La velocidad orbital de la nave.
 - b) La aceleración de la gravedad en la órbita de la nave.
 - c) Si en un instante dado, pasa al lado de la nave espacial un objeto de 60 kg en dirección a la Tierra con una velocidad de 40 m·s⁻¹, halla la velocidad del objeto al llegar a la superficie terrestre.

Datos: $R_T = 6370 \text{ km}$; $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

(A.B.A.U. ord. 17)

Rta.: a) v = 5.59 km/s; b) $g_h = 2.45 \text{ m/s}^2$; c) $v_2 = 7.91 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

Introducción de datos. (Pestaña 🔒 Enunciado)

Un satélite de masa		<i>m</i> =	60	kg
gira alrededor de un astro de masa		<i>M</i> =		kg
y radio		<i>R</i> =	6370	km
en el que la gravedad en el suelo es		$g_o =$	9,81	m/s²
La órbita es circular de	radio	r =	2	R astro

Respuestas. (Pestaña 🔒 Enunciado)

Elija las unidades de Velocidad y Campo gravitatorio en la órbita.

			Velocidad	
Órbita			5,59·10 ³ m/s	
	Campo gravita	itorio	en la órbita	2,45 m/s ²

Cálculo del período y de la velocidad orbital. (Pestaña 1 Período)

$$r = R + h$$

$$r = 2,00 \cdot 6,37 \cdot 10^6 = 1,27 \cdot 10^7 \text{ m}$$

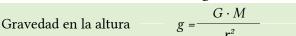
 $G \cdot M = 9,81 \cdot (6,37 \cdot 10^6)^2 = 3,98 \cdot 10^{14} \text{ m}^3/\text{s}^2$

Velocidad del satélite

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

$$\sqrt{\frac{3,98 \cdot 10^{14}}{1,27 \cdot 10^7}} = 5,59 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Cálculo de la aceleración de la gravedad en la órbita. (Pestaña 🔒 Peso)



$$g = \frac{3.98 \cdot 10^{14}}{(1.27 \cdot 10^7)^2} = 2.45 \text{ m/s}^2$$

Para el apartado c) Si en un instante dado, pasa al lado de la nave espacial un objeto de 60 kg en dirección a la Tierra con una velocidad de 40 m·s⁻¹, halla la velocidad del objeto al llegar a la superficie terrestre. Si se considera despreciable la energía cinética del objeto, su velocidad al llegar al suelo será la misma que la necesaria para lanzarla desde el suelo para ponerlo a esa altura.

Respuestas. (Pestaña 🔒 Enunciado)



Elija Velocidad en el suelo para alcanzar la altura.

Velocidad en el suelo para

alcanzar la altura

 $7.91 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

 $7,91 \cdot 10^3 \text{ m/s}$

Cálculo de la velocidad necesaria para alcanzar esa altura. (Pestaña 🔒 Energía)

En la órbita **Ecuaciones** $E_p = \frac{-G \cdot M \cdot m}{r} \qquad E_p = \frac{-3,98 \cdot 10^{14} \cdot 60,0}{1.27 \cdot 10^7}$ Energía potencial en la ór- $-= -1.87 \cdot 10^9 \text{ J}$ bita En el suelo $E_p = \frac{-G \cdot M \cdot m}{R}$ $E_p = \frac{-3.98 \cdot 10^{14} \cdot 60.0}{6.37 \cdot 10^6}$ Energía potencial en el suelo Energía en el suelo para $\Delta E_h = E_p (\acute{o}rb) - E_p (s) \Delta E_h = -1.87 \cdot 10^9 - (-3.75 \cdot 10^9) = 1.87 \cdot 10^9 \text{ J}$ alcanzar la altura Velocidad en el suelo para $v_h =$ $\sqrt{\frac{2\Delta E_h}{m}} v_h = \sqrt{\frac{2\cdot 1,87\cdot 10^9}{60.0}}$

Actualizado: 06/09/23

alcanzar la altura

Sumario

PROBLEMAS DE SATÉLITES1
• Comienzo
• Datos
• Resultados
♦ PROBLEMAS
1. Un pequeño satélite gira alrededor de la Luna orbitando en una circunferencia de 3 veces el radio de
la Luna
2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de 7,00 km·s ⁻¹
3. La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico de 4100 km de radio es
7,2 m·s ⁻² . Calcula:3
4. Un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra a una altura de 350 km respec-
to a la superficie terrestre. Calcula:4
5. Un satélite GPS describe órbitas circulares alrededor de la Tierra, dando dos vueltas a la Tierra cada
24 h. Calcula:5
6. Un astronauta está en el interior de una nave espacial que describe una órbita circular de radio 2 RT.
Calcula: 6