Campo electrostático

[Método y recomendaciones]

● Cargas puntuales

1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (–2, 0) y una carga negativa de –6 nC está fija en la posición (0, –1). Calcula:
   a) La energía electrostática del conjunto de las tres cargas.
   b) El vector campo electrostático en el punto (0, 1).
   c) La aceleración que experimentaría un protón situado en el punto (0, 1).
   d) Se coloca un protón en el punto (0, 1), inicialmente en reposo y de manera que es libre de moverse. Razona si llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcula la energía cinética que tendrá en ese punto y su velocidad.
   e) Calcula el trabajo necesario para llevar al protón desde el punto (0, 1) hasta el origen.
   f) Indica el signo y el valor de la carga que habría que situar en el punto (0, 1), en vez del protón, para que el potencial eléctrico en el origen se anulase.
   g) Calcula la carga q_2 que habría que situar en el punto (0, 1), en vez del protón, para que la intensidad del campo electrostático en el origen sea nula.

   Datos: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻²; q(p) = $1{,}6·10^{-19}$ C; m(p) = $1{,}67·10^{-27}$ kg. Las posiciones están en metros.

   Problema basado en A.B.A.U. ord. 21, ord. 20, ord. 19

   Rta.: a) $E = -1{,}25·10^{-7}$ J; b) $\overline{\boldsymbol{E}} = -8{,}67\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; c) $\overline{\boldsymbol{a}} = -8{,}31·10^{8}\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; d) $E_c = 3{,}86·10^{-18}$ J; $v = 6{,}80·10^{4}$ m/s; e) $W = -3{,}86·10^{-18}$ J; f) $q = 3{,}00$ nC; g) $q_2 = -6{,}00$ nC.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga en el punto A	$Q_A = 3{,}00$ nC $= 3{,}00·10^{-9}$ C
Valor de la carga en el punto B	$Q_B = 3{,}00$ nC $= 3{,}00·10^{-9}$ C
Valor de la carga en el punto C	$Q_C = -6{,}00$ nC $= -6{,}00·10^{-9}$ C
Posición del punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (2{,}00,\ 0)$ m
Posición del punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (-2{,}00,\ 0)$ m
Posición del punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (0,\ -1{,}00)$ m
Posición del punto D en el que calcular el vector campo electrostático	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0,\ 1{,}00)$ m
Velocidad inicial en el punto D	$v_D = 0$
Posición del punto O al que llega	$\overline{\boldsymbol{r}}_O = (0,\ 0)$ m
Valor de la carga del protón	$q = 1{,}60·10^{-19}$ C
Masa del protón	$m = 1{,}67·10^{-27}$ kg.
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^{9}$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Energía electrostática del conjunto de las tres cargas	E
Intensidad del campo electrostático en el punto D	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Aceleración de un protón situado en el punto D	a
Energía cinética de un protón soltado en el punto D, al pasar por el origen	E_{cO}
Velocidad del protón al pasar por el origen	v
Trabajo necesario para llevar al protón desde el punto D hasta el origen.	W
Carga en el punto D para que el potencial eléctrico en el origen sea 0	q
Carga en el punto D para que el campo electrostático en el origen sea nulo	q_2
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V = K \dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Energía potencial eléctrica de una carga, q, situada en un punto A	$E_{pA} = q · V_A$
Energía cinética de un cuerpo de masa m que se desplaza con velocidad v	$E_c = ½\ m · v^2$

Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$
Energía potencial de cada interacción entre dos cargas	$E_{p\,i}=K\frac{Q\cdot q}{r}$
Campo eléctrico	$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Trabajo de la fuerza eléctrica al mover una carga, q, del punto A al punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:

a) La energía potencial de cada interacción entre dos cargas viene dada por la expresión:

$$E_{p\,i}=K\frac{Q\cdot q}{r}$$

La energía total electrostática es la suma de las energías de las tres interacciones: AB; AC y BC.

$$E_{AB}=9{,}00\cdot10^{9}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot10^{-9}\ [\mathrm{C}]\cdot3{,}00\cdot10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{4{,}00\ [\mathrm{m}]}=2{,}03\cdot10^{-8}\ \mathrm{J}$$

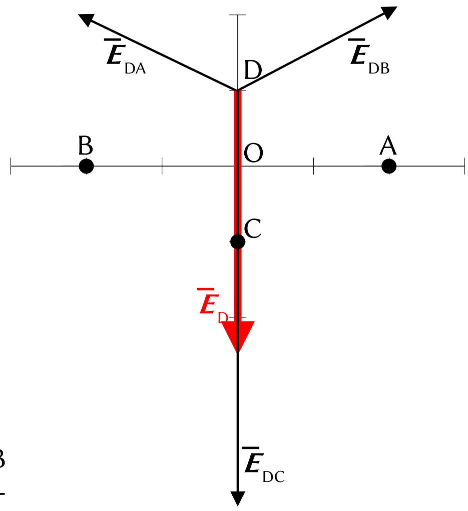
$$E_{AC}=9{,}00\cdot10^{9}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot10^{-9}\ [\mathrm{C}]\cdot(-6{,}00\cdot10^{-9})\ [\mathrm{C}]}{2{,}24\ [\mathrm{m}]}=-7{,}24\cdot10^{-8}\ \mathrm{J}$$

$$E_{BC}=9{,}00\cdot10^{9}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot10^{-9}\ [\mathrm{C}]\cdot(-6{,}00\cdot10^{-9})\ [\mathrm{C}]}{2{,}24\ [\mathrm{m}]}=-7{,}24\cdot10^{-8}\ \mathrm{J}$$

$$E = E_{AB} + E_{AC} + E_{BC} = 2{,}03\cdot10^{-8}\ [\mathrm{J}] + (-7{,}24\cdot10^{-8}\ [\mathrm{J}]) + (-7{,}24\cdot10^{-8}\ [\mathrm{J}]) = -1{,}25\cdot10^{-7}\ \mathrm{J}$$

Análisis: Si se calculase la energía total como la suma de las energías potenciales de las tres cargas, el resultado daría el doble, porque se estarían contando las interacciones dos veces. Por ejemplo la interacción A ↔ B aparece en el cálculo de la energía potencial de la carga en A y también en el cálculo de la carga en B.

b)



Se hace un dibujo en el que se sitúan los puntos A(2, 0), B(-2, 0), C(0, -1) y D(0, 1).
Se dibujan los vectores del campo en el punto D, un vector por cada carga, prestando atención al sentido.
Los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B son de repulsión, porque las cargas son positivas, y son del mismo valor, porque las cargas y las distancias son iguales.
Pero el campo producido por la carga situada en el punto C es de atracción, porque es negativa, y será mayor que el creado por la carga situada en el punto A, porque el punto C está más cerca del punto D que el punto A, y la carga situada en el punto C es mayor que la carga situada en el punto A.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$.
Como los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B son del mismo valor, sus componentes horizontales se anulan y la resultante de ambas será vertical y estará dirigida en el sentido positivo del eje Y. Su medida será el doble de la componente vertical de una de ellas.
El valor del campo resultante será la suma de las componentes verticales de cada carga. Como el valor del campo creado por la carga situada en el punto C es mayor que la suma de las componentes verticales de los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B, la resultante de los tres campos estará dirigida en el sentido negativo del eje Y.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Se calcula la distancia entre los puntos A(2, 0) y D(0, 1):

$$\vec{r}_{\mathrm{AD}} = \vec{r}_{\mathrm{D}} - \vec{r}_{\mathrm{A}} = 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}}\ [\mathrm{m}] - 2{,}00\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{m}] = (-2{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{m}$$
$$r_{\mathrm{AD}} = |\vec{r}_{\mathrm{AD}}| = \sqrt{(-2{,}00\ [\mathrm{m}])^2 + (1{,}00\ [\mathrm{m}])^2} = 2{,}24\ \mathrm{m}$$

Se calcula el vector unitario del punto D, tomando como origen el punto A:

$$\vec{\mathbf{u}}_{\mathrm{AD}} = \frac{\vec{r}_{\mathrm{AD}}}{|\vec{r}_{\mathrm{AD}}|} = \frac{(-2{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 1{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{2{,}24\ [\mathrm{m}]} = -0{,}894\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}447\,\vec{\mathbf{j}}$$

Se calcula el campo en el punto D, creado por la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$\vec{E}_{\mathrm{DA}} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{3{,}00\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}24\ [\mathrm{m}])^2}(-0{,}894\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}447\,\vec{\mathbf{j}}) = (-4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

El campo en el punto D, debido a la carga de +3 nC, situada en el punto B, es simétrico al creado por la carga situada en el punto A. Los valores de sus componentes son los mismos, pero el signo de la componente horizontal es opuesto, porque está dirigida en sentido contrario:

$$\vec{E}_{\mathrm{DB}} = (4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

La distancia del punto D al punto C es: r_{DC} = |(0, 1,00) [m] – (0, −1,00) [m]| = 2,00 m.
El vector unitario del punto D, tomando como origen el punto C, es $\vec{\mathbf{j}}$, el vector unitario del eje *Y*.
Se calcula el campo en el punto D, debido a la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$\vec{E}_{\mathrm{DC}} = 9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{-6{,}00\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{j}} = -13{,}5\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Por el principio de superposición, el campo resultante en el punto D es la suma vectorial de los campos creados en ese punto por cada carga.

$$\vec{E}_{\mathrm{D}} = \vec{E}_{\mathrm{DA}} + \vec{E}_{\mathrm{DB}} + \vec{E}_{\mathrm{DC}} = (-4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (4{,}83\,\vec{\mathbf{i}} + 2{,}41\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (-13{,}5\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] = -8{,}67\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Análisis: Coincide con el dibujo. El campo resultante del cálculo está dirigido en el sentido negativo del eje Y.

c) Para calcular la aceleración del protón, se calcula antes la fuerza eléctrica a partir del campo eléctrico, que es la fuerza sobre la unidad de carga positiva:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} \Rightarrow \vec{F} = q\cdot\vec{E}_{\mathrm{D}} = 1{,}60\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]\cdot(-8{,}67\,\vec{\mathbf{j}}\ [\mathrm{N/C}]) = -1{,}39\cdot 10^{-18}\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N}$$

La aceleración se calcula aplicando la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = m\cdot\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-1{,}39\cdot 10^{-18}\,\vec{\mathbf{j}}\ [\mathrm{N}]}{1{,}67\cdot 10^{-27}\ [\mathrm{kg}]} = -8{,}31\cdot 10^8\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{m/s^2}$$

d) Al colocar un protón en el punto D(0, 1), el campo ejercerá una fuerza dirigida en el mismo sentido que el campo, sentido negativo del eje *Y*. La carga será empujada y pasará por el origen O(0, 0).
Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa, la energía mecánica se conserva.

$$(E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}})_{\mathrm{O}} = (E_{\mathrm{c}} + E_{\mathrm{p}})_{\mathrm{D}}$$
$$E_{\mathrm{cO}} + q\cdot V_{\mathrm{O}} = E_{\mathrm{cD}} + q\cdot V_{\mathrm{D}}$$

Hay que calcular los potenciales eléctricos en los puntos D y O.

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula el potencial en el punto D, debido a la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$V_{\text{DA}} = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \ [\text{C}]}{(2{,}24 \ [\text{m}])} = 12{,}1 \ \text{V}$$

El potencial en el punto D debido a la carga de +3 nC situada en el punto B, vale lo mismo, ya que la distancia y la carga son las mismas:

$$V_{\text{DB}} = 12{,}1 \ \text{V}$$

Se calcula el potencial en el punto D debido a la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$V_{\text{DC}} = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9} \ [\text{C}]}{(2{,}00 \ [\text{m}])} = -27{,}0 \ \text{V}$$

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_{\text{D}} = V_{\text{DA}} + V_{\text{DB}} + V_{\text{DC}} = 12{,}1 \ [\text{V}] + 12{,}1 \ [\text{V}] + -27{,}0 \ [\text{V}] = -2{,}8 \ \text{V}$$

Se hace el mismo proceso para calcular el potencial eléctrico en el origen O.
Se calcula el potencial en el punto O debido a la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$V_{\text{OA}} = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \ [\text{C}]}{(2{,}00 \ [\text{m}])} = 13{,}5 \ \text{V}$$

El potencial en el punto O, debido a la carga de + 3 nC situada en el punto B, vale lo mismo, ya que la distancia y la carga son las mismas:

$$V_{\text{OB}} = 13{,}5 \ \text{V}$$

Se calcula el potencial en el punto O debido a la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$V_{\text{OC}} = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9} \ [\text{C}]}{(1{,}00 \ [\text{m}])} = -54{,}0 \ \text{V}$$

Se calcula el potencial eléctrico en el punto O sumando los potenciales debidos a cada carga.

$$V_{\text{O}} = V_{\text{OA}} + V_{\text{OB}} + V_{\text{OC}} = 13{,}5 \ [\text{V}] + 13{,}5 \ [\text{V}] + (-54{,}0 \ [\text{V}]) = -27{,}0 \ \text{V}$$

Sustituyendo los valores de los potenciales y teniendo en cuenta que en el punto D la velocidad es nula, la ecuación de conservación de la energía quedaría:

$$E_{\text{cO}} + q \cdot V_{\text{O}} = E_{\text{cD}} + q \cdot V_{\text{D}}$$
$$E_{\text{cO}} + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \ [\text{C}] \cdot (-27{,}0 \ [\text{V}]) = 0 + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \ [\text{C}] \cdot (-2{,}8 \ [\text{V}])$$

Despejando, se obtiene el valor de la energía cinética al pasar por el origen.

$$E_{\text{cO}} = 1{,}60 \cdot 10^{-19} \ [\text{C}] \cdot (27{,}0 - 2{,}8) \ [\text{V}] = 3{,}9 \cdot 10^{-18} \ \text{J}$$

La velocidad del protón en el origen se obtiene de la expresión de la energía cinética:

$$E_{\text{cO}} = ½ \ m \cdot v^2 \Rightarrow \ v = \sqrt{\frac{2 E_{\text{cO}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}9 \cdot 10^{-18} \ [\text{J}]}{1{,}67 \cdot 10^{-27} \ [\text{kg}]}} = 6{,}8 \cdot 10^4 \ [\text{m/s}]$$

e)
El campo eléctrico es un campo conservativo, porque el trabajo que realiza la fuerza del campo, cuando una carga se mueve entre dos puntos, es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. Se define una función escalar llamada energía potencial, E_{p}, asociada al campo vectorial de fuerzas,

de modo que el trabajo realizado por la fuerza del campo al mover una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial entre esos dos puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

También se define otra magnitud escalar, llamada potencial eléctrico, que es igual a la energía potencial de la unidad de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

El trabajo realizado por la fuerza del campo, cuando una carga mueve del punto A al punto B, es:

$$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

El trabajo que hace la fuerza del campo para llevar un protón desde el punto D hasta el origen es:

$$W_{D \to O} = q\,(V_D - V_O) = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot (-2{,}8 - (-27{,}0))\ [\text{V}] = 3{,}9 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Suponiendo que llega con la misma velocidad con la que sale, el trabajo de la fuerza resultante, igual a la variación de energía cinética, será nulo:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

El trabajo que hay que hacer es el opuesto al de la fuerza del campo.

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = -3{,}9 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

Análisis: El trabajo lo hace la fuerza del campo. Si la pregunta es el trabajo que hay que hacer, podemos suponer que es el trabajo necesario para que llegue al origen con velocidad nula. Como llega con una energía cinética, el trabajo será el opuesto al valor de la energía cinética.

f) Para que el potencial en el origen se anule, debe cumplirse que:

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} + V_{OD} = 0$$

Se despeja el valor del potencial eléctrico que debe crear la carga que se colocará en el punto D.

$$V_{OD} = 0 - (-27{,}0\ [\text{V}]) = 27{,}0\ \text{V}$$

La carga que habría que colocar en el punto D, se obtiene de la ecuación del potencial eléctrico en un punto. La distancia del punto D(0,1) al origen es de 1,00 m.

$$V = K\frac{q}{r} \Rightarrow q = \frac{V \cdot r}{K} = \frac{27{,}0\ [\text{V}] \cdot 1{,}00\ [\text{m}]}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = 3{,}00 \cdot 10^{-9}\ \text{C} = 3{,}00\ \text{nC}$$

g) Para que la intensidad del campo electrostático en el origen sea nulo, debe cumplirse que:

$$\vec{E}_O = \vec{E}_{OA} + \vec{E}_{OB} + \vec{E}_{OC} + \vec{E}_{OD} = \vec{0}$$

La distancia del punto A(2, 0) al origen es: r_{AO} = 2,00 m.
El vector unitario del punto O, tomando como origen el punto A, es - $\bar{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje X en sentido negativo.
Se calcula el campo electrostático en el origen, creado por la carga de +3 nC situada en el punto A:

$$\vec{E}_{OA} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(2{,}00\ [\text{m}])^2}(-\vec{\mathbf{i}}) = -6{,}75\,\vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

El campo electrostático en el origen, debido a la carga de +3 nC, situada en el punto B, es opuesto al creado por la carga situada en el punto A. Está dirigida en sentido contrario:

$$\vec{E}_{OB} = 6{,}75\,\vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

La distancia del punto C(0, -1) al origen es: r_{CO} = 1,00 m.
El vector unitario del punto O, tomando como origen el punto C es $\bar{\mathbf{j}}$, el vector unitario del eje Y.
Se calcula campo electrostático en el origen, creado por la carga de −6 nC situada en el punto C:

$$\vec{E}_{OC} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{-6{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(1{,}00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{j}} = -54{,}0\,\vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

La distancia del punto D(0, 1) al origen es: r_{DO} = 1,00 m.
El vector unitario del punto O, tomando como origen el punto D es - $\overline{\mathbf{j}}$, el vector unitario del eje Y en sentido negativo.
Se escribe la expresión del campo electrostático en el origen, creado por la carga q_2 situada en el punto D, en función de la carga:

$$\vec{E}_{OD}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{q_2}{(1{,}00\ [\mathrm{m}])^2}(-\vec{\mathbf{j}})\ =-9{,}00\cdot 10^9\cdot q_2\,\vec{\mathbf{j}}\ [\mathrm{N\cdot C^{-2}}]$$

Se suman las expresiones y se iguala al vector $\overline{\mathbf{0}}$.

$$-6{,}75\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}]+6{,}75\,\vec{\mathbf{i}}\,[\mathrm{N/C}]-54{,}0\,\vec{\mathbf{j}}\,[\mathrm{N/C}]-9{,}00\cdot 10^9\cdot q_2\,\vec{\mathbf{j}}\ [\mathrm{N\cdot C^{-2}}]=0\,\vec{\mathbf{i}}+0\,\vec{\mathbf{j}}$$

El valor de la carga se obtiene despejando q_2:

$$q_2=\frac{-54{,}0\ [\mathrm{N/C}]}{9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot C^{-2}}]} = -6{,}00\cdot 10^{-9}\ \mathrm{C} = -6{,}00\ \mathrm{nC}$$

Análisis: El valor podría haberse deducido inmediatamente, porque el punto D y el punto C están situados en el eje Y simétricamente respeto al origen. Las cargas en ambos deben de ser iguales para que su aportación al campo se anule, del mismo modo que se anula la aportación de las cargas situadas en A y B, en el eje X, que también son iguales. Fíjese en que la carga que anula el campo, no coincide con la que anula el potencial.

Algunas de las respuestas y su cálculo pueden verse con la hoja de cálculo Electrostática (es).
En la hoja de cálculo, haga clic en la pestaña «Enunciado» de la parte inferior y escriba los datos en las celdas blancas de borde azul, y haga clic y elija las magnitudes y unidades en las celdas de color salmón:

Enunciado **Datos: K** = $9{,}00\cdot 10^9$ $\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}$ ε' = 1

Dada la siguiente distribución de cargas, (en nC)
(coordenadas en m)
y los puntos D y G, calcula:
a) El vector campo eléctrico en el punto D
b) El vector fuerza sobre
una partícula de carga q = $1{,}60\cdot 10^{-19}$ C
y masa m = $1{,}67\cdot 10^{-27}$ kg
situada en ese punto.
c) La aceleración de la partícula en ese punto.
d) El trabajo necesario para desplazar la partícula
anterior desde el punto D hasta el punto G
e) La velocidad con la que pasa por el punto G
si la velocidad en D es v(D)= 0 m/s
f) La energía potencial del conjunto de cargas fijas

	Coord X (m)	Coord Y (m)	Carga (nC)
Q_1	2	0	3
Q_2	−2	0	3
Q_3	0	−1	−6
Q_4			

	Coord X (m)	Coord Y (m)
D	0	1
G	0	0

Los resultados de los apartados a) b) c) d) y e) aparecen en las respuestas:

Respuestas Cifras significativas: 3

	Componente x	Componente y	Módulo	Unidades
				S.I.
$\vec{E}$(C) =	0	−8,67	8,67	N/C
$\vec{F}$ =	0	$-1{,}39\cdot 10^{-18}$	$1{,}39\cdot 10^{-18}$	N
$\vec{a}$ =	0	$-8{,}31\cdot 10^{8}$	$8{,}31\cdot 10^{8}$	$\mathrm{m/s^2}$

V(D) = −2,85 V(G) = −27,0 V

W(ext.) = - W(campo D⟶G) = $-3{,}86\cdot 10^{-18}$ J

E_c(C) =	0	E_c(G) =	$3{,}86·10^{-18}$ J
		v(G) =	$6{,}80·10^{4}$ m/s
		Conjunto E_p =	$-1{,}25·10^{-7}$ J

Si desea mayor detalle en los resultados o ver como se han hecho los cálculos, haga clic en la parte inferior en alguna de las pestañas «Campo», «Potencial» y/o «Energía_Potencial».
Los restantes apartados no los resuelve esta hoja de cálculo. Puede comprobar si los resultados obtenidos son los correctos escribiendo el valor de la cuarta carga f) q = 3,00 nC, o g) q_2 = −6,00 nC y comprobando que el potencial, en el primer caso, o el vector intensidad de campo, en el segundo, son nulos.
Datos:

El vector campo eléctrico en el punto	G	Q_3	0	−1	−6
		Q_4	0	1	**3**
una partícula de carga q =					
y masa m =			Coord X (m)	Coord Y (m)	
situada en ese punto.		G	0	0	

Resultados:

	Componente x	Componente y	Módulo	Unidades	S.I.
$\vec{E}$(G) =	0	−81,0	81,0	N/C	
V(G) =	0			V	

Datos:

Q_4	0	1	**−6**

Resultados:

	Componente x	Componente y	Módulo	Unidades	S.I.
$\vec{E}$(G) =	0	0	0	N/C	
V(G) =	−81,0			V	

2. En los vértices de un triángulo equilátero de 2,00 cm de lado se sitúan cargas puntuales de +3,00 µC cada una. Calcula:
   a) El campo electrostático en uno de los vértices.
   b) La fuerza que actúa sobre la carga situada en ese vértice.
   c) La carga que habría que colocar en el centro del triángulo para que el conjunto de las cargas quede en equilibrio.
   d) El potencial eléctrico en cualquier vértice, teniendo en cuenta la carga en el centro.
   e) La energía potencial electrostática del conjunto de las cuatro cargas.
   f) La energía puesta en juego para que el triángulo rote 45° alrededor de un eje que pasa por el centro y es perpendicular al plano del papel.
   g) El trabajo necesario para llevar la carga situada en el centro hasta el punto medio de un lado.
   h) Si la masa de la carga es de 0,250 g, y se suelta sin velocidad en el centro del lado, calcula su velocidad cuando pasa por el centro del triángulo.

   Datos: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². *Problema basado en P.A.U. jun. 08, jun. 11 y sep. 14*

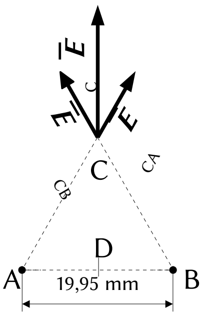
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}$ = $1{,}17·10^8$ N/C, en la bisectriz hacia el exterior; b) $\overline{\boldsymbol{F}}$ = 351 N; c) q = −1,7320507 µC
   d) $V = 1{,}35·10^6$ V; e) E_p = 0; f) ΔE = 0; g) W(ext.) = −0,097 J; h) v = 28 m/s hacia el vértice opuesto.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de cada carga fija	Q = 3,00 µC = $3{,}00·10^{-6}$ C
Longitud del lado del triángulo equilátero	L = 2,00 cm = 0,0200 m
Masa de la carga que se desplaza	m = 0,250 g = $2{,}50·10^{-4}$ kg
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Campo electrostático en un vértice	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Fuerza que actúa sobre la carga situada en ese vértice	$\overline{\boldsymbol{F}}$
Valor de la carga que equilibre a las otras tres	q
Potencial eléctrico en un vértice	V

Energía potencial del conjunto de las cuatro cargas	E_p
Energía para que el triángulo rote 45°	ΔE
Trabajo para llevar la carga del centro hasta el punto medio de un lado	$W_{O\to D}$
La velocidad cuando pasa por el centro del triángulo	v
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A=\sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V=\sum V_i$
Trabajo de la fuerza eléctrica al mover una carga, q, del punto A al punto B	$W_{A\to B}=q\,(V_A-V_B)$
Campo eléctrico	$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}$
Energía potencial electrostática de una carga, q, en un punto A	$E_{pA}=q\cdot V_A$
Energía potencial electrostática de una interacción entre dos cargas puntuales, Q y q, a una distancia, r, una de la otra	$E_{p\,i}=K\frac{Q\cdot q}{r}$
Energía potencial electrostática de un conjunto de cargas	$E_p=\sum E_{p\,i}=½\sum E_{p\,q}$
Energía cinética de un cuerpo de masa m que se desplaza con velocidad v	$E_c=½\,m\cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B	$(E_c+E_p)_A=(E_c+E_p)_B$

Solución:

a) Se hace un dibujo situando las cargas en los vértices A y B del lado horizontal, que se elige como base, y el punto C será el otro vértice.



Se dibujan los vectores del campo en el vértice C, un vector por cada carga, prestando atención al sentido. Los campos creados por las cargas situadas en los puntos A y B son de repulsión, porque las cargas son positivas.
Como sus valores son iguales, porque las cargas y las distancias son iguales, los vectores serán de la misma medida.
Se dibuja la suma vectorial, que campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$.
Las componentes horizontales de los campos creados por las cargas se anulan, y la resultante irá en el sentido positivo del eje Y. El valor de la resultante será la suma de las componentes verticales de cada campo, y, como son dos, medirá el doble de la componente vertical de uno de ellos.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

La distancia entre los puntos A y C es el lado del triángulo: $r = L = 2{,}00$ cm $= 0{,}0200$ m.
Cuando se conoce el ángulo α que forma un vector con el eje X, el vector unitario se calcula con la expresión: $\overline{\boldsymbol{u}}_r=\cos\alpha\,\overline{\mathbf{i}}+\operatorname{sen}\alpha\,\overline{\mathbf{j}}$. El vector unitario del punto C, tomando como origen el punto A es:

$$\vec{u}_{AC} = \cos 60° \,\vec{i} + \text{sen}\, 60° \,\vec{j} = 0{,}500 \,\vec{i} + 0{,}866 \,\vec{j}$$

Se calcula la intensidad de campo electrostático en el punto C, debido a la carga de 3 μC situada en A:

$$\vec{E}_{CA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \,[\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-6} \,[\text{C}]}{(0{,}020\,0 \,[\text{m}])^2} (0{,}500 \,\vec{i} + 0{,}866 \,\vec{j}) = (3{,}38 \cdot 10^7 \,\vec{i} + 5{,}85 \cdot 10^7 \,\vec{j}) \text{ N/C}$$

El campo electrostático en el punto C, debido a la carga de 3 μC situada en el punto B, es simétrico al del punto A. Los valores de sus componentes son los mismos, pero el signo de la componente horizontal es opuesto, porque está dirigida en sentido contrario:

$$\vec{E}_{CB} = (-3{,}38 \cdot 10^7 \,\vec{i} + 5{,}85 \cdot 10^7 \,\vec{j}) \text{ N/C}$$

Por el principio de superposición, la intensidad de campo electrostático resultante en el punto C es la suma vectorial de las intensidades de campo debidas a cada carga, excepto la que se encuentra en el punto.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{CA} + \vec{E}_{CB} = (3{,}38 \cdot 10^7 \,\vec{i} + 5{,}85 \cdot 10^7 \,\vec{j}) \,[\text{N/C}] + (-3{,}38 \cdot 10^7 \,\vec{i} + 5{,}85 \cdot 10^7 \,\vec{j}) \,[\text{N/C}] = 1{,}17 \cdot 10^8 \,\vec{j} \text{ N/C}$$

Análisis: La dirección del campo resultante es vertical hacia arriba, como se ve en el dibujo.

Una respuesta general independiente de cómo se hayan elegido los vértices sería: el campo electrostático en el tercer vértice vale $1{,}17 \cdot 10^8$ N/C y está dirigido según la bisectriz del ángulo hacia el exterior del triángulo.

b) Como la intensidad del campo electrostático en un punto es la fuerza sobre la unidad de carga positiva colocada en ese punto, se puede calcular la fuerza electrostática sobre la carga de 3 μC a partir del vector intensidad de campo electrostático:

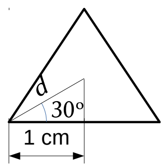
$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = 3{,}00 \cdot 10^{-6} [\text{C}] \cdot 1{,}17 \cdot 10^8 \,\vec{j} \,[\text{N/C}] = 351 \,\vec{j} \text{ N}$$

Una respuesta general, independiente de cómo se hayan elegido los vértices, sería:
La fuerza electrostática sobre la carga situada en un vértice vale 351 N y está dirigido según la bisectriz del ángulo, hacia el exterior del triángulo.

c) Para calcular la carga que habría que colocar en el centro del triángulo para que el conjunto quede en equilibrio, se busca la carga que, situada en el centro del triángulo, ejerza un campo electrostático en el vértice C que anule el que producen las cargas situadas en los otros vértices.

$$\vec{E}_{CO} = -(\vec{E}_{CA} + \vec{E}_{CB})$$

Se calcula primero la distancia del centro del triángulo al vértice:



$$\cos 30° = \frac{1 \,[\text{cm}]}{d}$$

$$d = \frac{1 \,[\text{cm}]}{0{,}866} = 1{,}15 \text{ cm} = 0{,}011\,5 \text{ m}$$

Llamando q a la carga situada en el centro O, debe cumplirse que el campo electrostático creado por ella sea opuesto al que producen las cargas situadas en los otros vértices:

$$\vec{E}_{CO} = 9{,}00 \cdot 10^9 \,[\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{q}{(0{,}011\,5 \,[\text{m}])^2} \,\vec{j} = -1{,}17 \cdot 10^8 \,\vec{j} \,[\text{N/C}]$$

$$q = \frac{-1{,}17 \cdot 10^8 \,[\text{N/C}] \cdot (0{,}011\,5 \,[\text{m}])^2}{9{,}00 \cdot 10^9 \,[\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = -1{,}73 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

d)
El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calculan los potenciales en el punto C, debidos a cada una de las cargas:

$$V_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}020\ 0\ [\text{m}])}=1{,}35\cdot 10^6\ \text{V}$$

$$V_{CB} = V_{CA} = 1{,}35\cdot 10^6\ \text{V}$$

$$V_{CO}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{-1{,}73\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}011\ 5\ [\text{m}])}=-1{,}35\cdot 10^6\ \text{V}$$

El potencial eléctrico es la suma:

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} + V_{CO} = 1{,}35\cdot 10^6\ [\text{V}] + 1{,}35\cdot 10^6\ [\text{V}] - 1{,}35\cdot 10^6\ [\text{V}] = 1{,}35\cdot 10^6\ \text{V}$$

e, f) La energía potencial de cada interacción entre dos cargas viene dada por la expresión:

$$E_{p\,i}=K\frac{Q\cdot q}{r}$$

La energía total electrostática es la suma de las energías de las seis interacciones: AB, AC, BC, AO, BO y CO.
Las tres primeras valen lo mismo, porque las cargas y las distancias son iguales:

$$E_{AB}=E_{AC}=E_{BC}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot 3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{0{,}020\ 0\ [\text{m}]}=4{,}05\ \text{J}$$

Y las tres últimas también valen lo mismo, porque las cargas y las distancias vuelven a ser iguales:

$$E_{AO}=E_{BO}=E_{CO}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot(-1{,}73\cdot 10^{-6})\ [\text{C}]}{0{,}011\ 5\ [\text{m}]}=-4{,}05\ \text{J}$$

$$E = E_{AB} + E_{AC} + E_{BC} + E_{AO} + E_{BO} + E_{CO} = 3\cdot 4{,}05\ [\text{J}] + 3\cdot(-4{,}05\ [\text{J}]) = 0$$

Análisis: Si se calculase la energía total como la suma de las energías potenciales de las seis cargas, el resultado daría el doble, porque se estarían contando las interacciones dos veces. Por ejemplo la interacción AB aparece en el cálculo de la energía potencial de la carga en A y también en el de la carga en B.

Como al girar 45°, las distancias relativas no cambian, la energía de la nueva disposición es la misma, y la energía total requerida es cero.

g) Se llama punto D al centro del lado AB,
El campo eléctrico es un campo conservativo, porque el trabajo que realiza la fuerza del campo, cuando una carga se mueve entre dos puntos, es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. Se define una función escalar llamada energía potencial, E_p, asociada al campo vectorial de fuerzas, de modo que el trabajo realizado por la fuerza del campo al mover una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial entre esos dos puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

También se define otra magnitud escalar, llamada potencial eléctrico, que es igual a la energía potencial de la unidad de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

El trabajo realizado por la fuerza del campo, cuando una carga mueve del punto A al punto B, es:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q\cdot V_A - q\cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

Se calculan los potenciales en el punto O debidos a cada carga, excepto la que se mueve. Son todos iguales, porque las cargas y las distancias son iguales:

$$V_{OA}=V_{OB}=V_{OC}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}011\ 5\ [\text{m}])}=2{,}34\cdot 10^6\ \text{V}$$

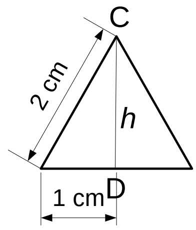
El potencial eléctrico en el punto O es la suma:

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} = 3\cdot 2{,}34\cdot 10^6\ [\text{V}] = 7{,}01\cdot 10^6\ \text{V}$$

Se calculan los potenciales en el punto D, debidos a cada carga, excepto la que se mueve.
El potencial en el punto D, debido a cada una de las cargas del lado AB es:

$$V_{DA}=V_{DB}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N{\cdot}m^{2}{\cdot}C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}010\ 0\ [\mathrm{m}])}=2{,}70\cdot 10^{6}\ \mathrm{V}$$

La distancia del vértice C al centro D del lado opuesto vale:



$$h=\sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{cm}])^{2}-(1{,}00\ [\mathrm{cm}])^{2}}=\sqrt{3{,}00\ [\mathrm{cm}]^{2}}=1{,}73\ \mathrm{cm}=0{,}017\ 3\ \mathrm{m}$$

Se calcula el potencial en el punto D, debido a la carga situada en el vértice C:

$$V_{DC}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N{\cdot}m^{2}{\cdot}C^{-2}}]\frac{3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}017\ 3\ [\mathrm{m}])}=1{,}56\cdot 10^{6}\ \mathrm{V}$$

El potencial eléctrico en el punto D es la suma:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 2 \cdot 2{,}70{\cdot}10^6\ [\mathrm{V}] + 1{,}56{\cdot}10^6\ [\mathrm{V}] = 6{,}96{\cdot}10^6\ \mathrm{V}$$

El trabajo realizado por las fuerzas del campo electrostático cuando se mueve una carga q = −1,73 µC desde el punto O al D es:

$$W_{O\rightarrow D} = q\,(V_O - V_D) = -1{,}73{\cdot}10^{-6}\ [\mathrm{C}] \cdot (7{,}01\cdot 10^6 - 6{,}96\cdot 10^6)\ [\mathrm{V}] = -0{,}08\ \mathrm{J}$$

Análisis: Se pierden dos cifras significativas al restar. Si se usasen 6 cifras significativas, el resultado sería: $W_{O\rightarrow D} = q\,(V_O - V_D) = -1{,}73205{\cdot}10^{-6} \cdot (7{,}01481{\cdot}10^6 - 6{,}95885{\cdot}10^6) = -0{,}09693$ J.

Suponiendo que llega con la misma velocidad con la que sale, el trabajo de la fuerza resultante, igual a la variación de energía cinética, será nulo:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

El trabajo que hay que hacer es el opuesto al de la fuerza del campo.
El trabajo necesario para mover una carga q = −1,73 µC desde el punto O al D, suponiendo que llegue a D con la misma velocidad que tenía en O, es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 0{,}08\ \mathrm{J}$$

h) Como la fuerza electrostática es una fuerza conservativa, la energía mecánica se conserva.

$$(E_c + E_p)_O = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2}m\,v_O^2+q\cdot V_O=\frac{1}{2}m\,v_D^2+q\cdot V_D$$

$$-1{,}73{\cdot}10^{-6}\ [\mathrm{C}] \cdot (7{,}01{\cdot}10^6\ [\mathrm{V}]) = (2{,}50{\cdot}10^{-4}\ [\mathrm{kg}] \cdot v_D^2) / 2 + (-1{,}73{\cdot}10^{-6}\ [\mathrm{C}]) \cdot (6{,}96{\cdot}10^6\ [\mathrm{V}])$$

$$v_D=\sqrt{\frac{2\cdot(-1{,}73\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}])\cdot(7{,}01\cdot 10^{6}-6{,}96\cdot 10^{6})[\mathrm{V}]}{2{,}50\cdot 10^{-4}\ [\mathrm{kg}]}}=\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}09\ [\mathrm{J}]}{2{,}50\cdot 10^{-4}\ [\mathrm{kg}]}}=3{\cdot}10^1\ \mathrm{m/s}$$

Análisis: Se pierden dos cifras significativas al restar. Si se trabajase con 6 cifras significativas, el resultado sería: v_D = 27,8 *m/s.*

Como la velocidad es un vector, hay que deducir la dirección y sentido.
Se puede deducir que la aceleración tiene la dirección del eje Y en sentido positivo,ya que pasa por el origen. Si un móvil parte del reposo, y la aceleración tiene dirección constante, el movimiento será rectilíneo en la línea de la aceleración. Por lo tanto, la dirección de la velocidad es la del eje Y en sentido positivo.

$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = 3{\cdot}10^1\ \overline{\mathbf{j}}\ \mathrm{m/s}$$

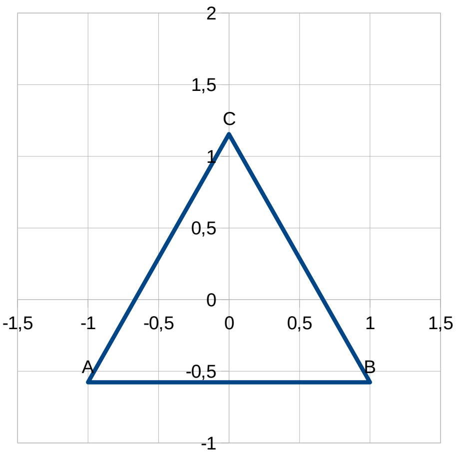
En general, el vector velocidad valdrá 3·10¹ m/s en la dirección entre el centro del lado y el centro del triángulo, en el sentido del vértice opuesto al lado del que sale.

Algunas de las respuestas y su cálculo pueden verse con la hoja de cálculo Electrostática (es), aunque hay que ir por partes.
Primero habría que calcular las coordenadas. Haga clic en la pestaña «Coords». Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul, y haga clic y elija las magnitudes y unidades en las celdas salmón:

Figura:	Triángulo equilátero		
Longitud de	1 lado	2	cm
	x (cm)	y (cm)	
Situar el punto Centro			cm
Girar	210	°	

RESULTADOS

Redondear a	8	decimales	Coordenadas
Punto		x (cm)	y (cm)
A		−1	−0,57735 027
B		1	−0,57735 027
C		0	1,15470 054



Seleccione las celdas con las coordenadas y cópielas (pulsando a un tiempo las teclas Ctrl y C). Haga clic en la pestaña «Enunciado» y haga clic a la derecha de Q_1. Elija en el menú: Editar → Pegado especial → Pegar solo números.

Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul, y haga clic y elija las magnitudes y unidades en las celdas de color salmón:

Enunciado **Datos: K =** 9,00·10⁹ ε' = 1

Dada la siguiente distribución de cargas, (en μC)
(coordenadas en cm)

	Coord X (cm)	Coord Y (cm)	Carga (μC)
Q_1	−1	−0,57735 027	3
Q_2	1	−0,57735 027	3
Q_3			
Q_4			

y los puntos C y B, calcula:

a) El vector campo eléctrico en el punto C

b) El vector fuerza sobre

una partícula de carga q = 3 μC

y masa m =

situada en ese punto.

	Coord X (cm)	Coord Y (cm)
C	0	1,15470 054

Los resultados son:

Respuestas Cifras significativas: 6

	Componente x	Componente y	Módulo	Unidades
				S.I.
$\vec{E}$(C) =	0	1,16913·10⁸	1,16913·10⁸	N/C
$\vec{F}$ =	0	350,740	350,740	N

V(C) = 2,70000·10⁶ V

Puntos del trabajo no definidos

Conjunto E_p = 12,1500 J

Carga que equilibra Q = −1,73205·10⁻⁶ C

en	Coordenada x	Coordenada y	
M	0	0	m

Para el apartado d), habrá que escribir el valor de la carga que equilibra y poner sus coordenadas en la pestaña «Enunciado».

Enunciado **Datos: K =** 9,00·10⁹ ε' = 1

Dada la siguiente distribución de cargas, (en μC)
(coordenadas en cm)

	Coord X (cm)	Coord Y (cm)	Carga (μC)
Q_1	−1	−0,57735 026 919	3

y los puntos D y G, calcula:		Q_2	1	−0,57735 026 919	3
a) El vector campo eléctrico en el punto	C	Q_3	0	1,15470 053 838	3
b) El vector fuerza sobre		Q_4	0	0,00000 000 000	−1,7320507
una partícula de carga q =					
y masa m =			Coord X (cm)	Coord Y (cm)	
situada en ese punto.		C	0	1,15470 053 838	

El nuevo resultado sería:

Respuestas			Cifras significativas:	6
	Componente x	Componente y	Módulo	Unidades
$\vec{E}$(C) =	0	0	0	N/C
V(C) =	$1{,}35000 \cdot 10^6$			V

Para los restantes apartados, habrá que escribir la masa y la carga de la partícula que se desplaza, poner las coordenadas de los puntos medio G y D(centro de la base del triángulo) y elegir los puntos inicial y final en los apartados d) trabajo y e) velocidad. Pestaña «Enunciado».

Enunciado **Datos: K** =	$9{,}00 \cdot 10^9$	ε' =	1		
Dada la siguiente distribución de cargas, (en	µC)		Coord X (cm)	Coord Y (cm)	Carga (µC)
(coordenadas en	cm)	Q_1	−1	−0,57735 026 919	3
y los puntos D y G, calcula:		Q_2	1	−0,57735 026 919	3
a) El vector campo eléctrico en el punto	D	Q_3	0	1,15470 053 838	3
b) El vector fuerza sobre		Q_4	0	0,00000 000 000	−1,7320507
una partícula de carga q = −1,7320507	µC				
y masa m = 0,25	g		Coord X (cm)	Coord Y (cm)	
situada en ese punto.		D	0	−0,57735 026 919	
		G	0	0	
d) El trabajo necesario para desplazar la partícula					
anterior desde	el punto D hasta el punto G				
e) La velocidad con la que pasa por el punto	G				
si la velocidad en D es v(D) = 0	m/s				
f) La energía potencial del conjunto de cargas fijas					

Los nuevos resultados son:

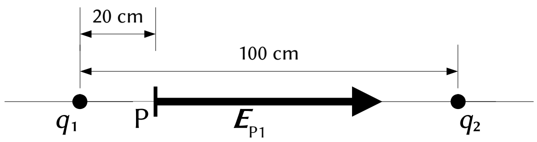
V(D) =	$6{,}95885 \cdot 10^6$	V(G) =	$7{,}01481 \cdot 10^6$ V
W(ext.) = - W(campo D⟶G) =			−0,0969256 J
E_c(D) =	0	E_c(G) =	0,0969256 J
		v(G) =	27,8461 m/s
		Conjunto E_p =	0 J

3. Dos cargas eléctricas positivas (q_1 y q_2) están separadas una distancia de 1 m. Entre las dos hay un punto, situado a 20 cm de q_1, donde el campo eléctrico es nulo. Sabiendo que q_1 = 2 µC, calcula:
   a) El valor de q_2.
   b) El potencial en el punto en el que se anula el campo.
   c) El trabajo realizado por la fuerza del campo para llevar una carga de −3 µC desde el punto en el que se anula el campo hasta el infinito.
   Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. extr. 18)*
   Rta.: a) q_2 = 32 µC; b) $V = 4{,}5 \cdot 10^5$ V; c) W = −1,4 J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Distancia entre las cargas q_1 y q_2	r_{12} = 1,00 m
Distancia del punto P, en el que se anula el campo, a la carga q_1	r_{P1} = 20,0 cm = 0,200 m
Valor de la carga situada en el punto 1	q_1 = 2,00 μC = $2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto P	q = −3,00 μC = $-3{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Campo eléctrico en el punto P	$\vec{E}_P = \vec{0}$
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$
Incógnitas	
Valor da carga q_2	q_2
Potencial eléctrico en el punto P	V_P
Trabajo para trasladar una carga de −3 μC desde P hasta el infinito	$W_{P \to \infty}$
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{E} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V = K \dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Trabajo de la fuerza eléctrica al mover una carga desde A hasta B	$W_{A \to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:

a) Se hace un dibujo colocando las cargas sobre el eje horizontal, una en el origen, y la otra a 1 m de distancia, por ejemplo, en el semieje positivo. Se coloca el punto P a 20 cm del origen, entre ambas cargas.



Se dibuja en el punto P el vector campo eléctrico creado por la carga q_1, prestando atención al sentido, que es de repulsión porque la carga es positiva.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\vec{u}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \dfrac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

La distancia entre la carga q_1 y el punto P es: r_{P1} = 20,0 cm = 0,200 m.
El vector unitario del punto P, tomando como origen el punto 1, es $\vec{i}$, el vector unitario del eje X.
Se calcula el campo en el punto P, debido a la carga de 2 μC situada en el punto 1:

$$\vec{E}_{P1} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{2{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}200\ [\mathrm{m}])^2} \vec{i} = 4{,}50 \cdot 10^5\ \vec{i}\ \mathrm{N/C}$$

El campo en el punto P debido a la carga q_2, situada a 1 m de distancia de la carga q_1, tiene que ser opuesta, para que el campo en el punto P sea nula.

$$\vec{E}_{P2} = -4{,}50 \cdot 10^5\ \vec{i}\ \mathrm{N/C}$$

La distancia de q_2 al punto P es: r_{P2} = 1,00 [m] − 0,200 [m] = 0,80 m
Se escribe la expresión del módulo del campo creado por la carga q_2 en el punto P, y se sustituyen los datos:

$$|\vec{E}_{P2}|=K\frac{q_2}{r_{P2}^2} \Rightarrow 4{,}50\cdot 10^5=9{,}00\cdot 10^9\frac{q_2}{0{,}80^2}$$

El valor de la carga se obtiene despejando q_2:

$$q_2=\frac{4{,}50\cdot 10^5\ [\text{N}\cdot\text{C}^{-1}]\cdot(0{,}80\ [\text{m}])^2}{9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]} = 3{,}2\cdot 10^{-5}\ \text{C} = 32\ \mu\text{C}$$

Análisis: Como la distancia de q_2 al punto P es 4 *veces mayor que la de la carga q_1, el valor de la carga tendrá que ser* $4^2 = 16$ *veces mayor.*

b)

El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.

Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.

La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.

Se calculan los potenciales en el punto P debidos a cada una de las cargas:

$$V_{P1}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}200\ [\text{m}])}=9{,}00\cdot 10^4\ \text{V}$$

$$V_{P2}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{32\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}80\ [\text{m}])}=3{,}6\cdot 10^5\ \text{V}$$

El potencial eléctrico en el punto P es la suma:

$$V_P = V_{P1} + V_{P2} = 9{,}00\cdot 10^4\ [\text{V}] + 3{,}6\cdot 10^5\ [\text{V}] = 4{,}5\cdot 10^5\ \text{V}$$

El campo eléctrico es un campo conservativo, porque el trabajo que realiza la fuerza del campo, cuando una carga se mueve entre dos puntos, es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. Se define una función escalar llamada energía potencial, E_p, asociada al campo vectorial de fuerzas, de modo que el trabajo realizado por la fuerza del campo al mover una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial entre esos dos puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

También se define otra magnitud escalar, llamada potencial eléctrico, que es igual a la energía potencial de la unidad de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

El trabajo realizado por la fuerza del campo, cuando una carga mueve del punto A al punto B, es:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

c) El potencial en el infinito es cero, porque se toma como origen. El trabajo que hace la fuerza del campo cuando se traslada una carga de −3 µC desde el punto P hasta el infinito es:

$$W_{P\to\infty} = q\,(V_P - V_\infty) = -3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot (4{,}5\cdot 10^5 - 0)\ [\text{V}] = -1{,}4\ \text{J}$$

4. Una carga eléctrica puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial eléctrico es $V = -120$ V y el campo eléctrico es $\overline{\boldsymbol{E}} = -80\ \bar{\mathbf{i}}$ N /C. Si las coordenadas están dadas en metros, calcula:
   a) La posición del punto A y el valor de Q.
   b) El trabajo que realiza la fuerza eléctrica del campo para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.

   DATOS: $K = 9\times 10^9$ N·m²·C⁻²; $|q_e| = 1{,}6\times 10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. ord. 24)*

   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{r}}_A = (1{,}50,\ 0)$ m; $Q = -20{,}0$ nC; b) $W_{B\to A} = -9{,}02\cdot 10^{-18}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición de la carga Q	$\overline{\boldsymbol{r}}_O = (0, 0)$ m
Potencial eléctrico en el punto A	$V_A = -120$ V
Campo eléctrico en el punto A	$\overline{\boldsymbol{E}} = -80{,}0\ \overline{\mathbf{i}}$ N/C
Posición del punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (2{,}00,\ 2{,}00)$ m
Carga del electrón	$q_p = -1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot10^{9}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$
Incógnitas	
Posición del punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$
Valor de la carga Q	Q
Trabajo de la fuerza del campo al llevar un electrón del punto B al punto A	$W_{B\to A}$
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\dfrac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V=K\dfrac{Q}{r}$
Trabajo de la fuerza eléctrica al mover una carga del punto A al punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$
Energía potencial eléctrica de una interacción entre dos cargas, Q y q, situadas a una distancia, r, una de la otra.	$E_p=q\cdot V=K\dfrac{Q\cdot q}{r}$

Solución:

La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q}=\frac{K\dfrac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

a) Se sustituyen los datos en la ecuación del campo eléctrico:

$$-80{,}0\,\vec{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}]=9{,}00\cdot10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

Tomando solo el módulo, queda:

$$80{,}0\ [\text{N/C}]=9{,}00\cdot10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{|Q|}{r^2}$$

La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se sustituye también en la ecuación de potencial eléctrico:

$$-120\ [\text{V}]=9{,}00\cdot10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{Q}{r}$$

Como en la ecuación del campo eléctrico aparece el valor absoluto de la carga, $|Q|$, se emplea la ecuación en valores absolutos:

$$120\ [\mathrm{V}] = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}] \frac{|Q|}{r}$$

Se resuelve el sistema:

$$\begin{cases} 80{,}0 = 9{,}00 \cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r^2} \\ 120 = 9{,}00 \cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r} \end{cases}$$

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera, se obtiene:

$$\frac{120}{80{,}0} = \frac{\dfrac{\cancel{9{,}00 \cdot 10^9 |Q|}}{r}}{\dfrac{\cancel{9{,}00 \cdot 10^9 |Q|}}{r^2}} = r$$

$$r = 1{,}50\ \mathrm{m}$$

Despejando el valor absoluto de la carga $|Q|$ de la segunda ecuación:

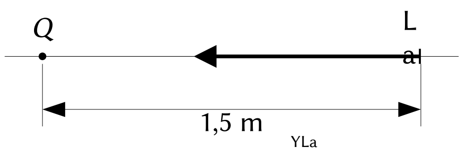
$$|Q| = \frac{120\ [\mathrm{V}] \cdot r}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]} = \frac{120\ [\mathrm{V}] \cdot 1{,}50\ [\mathrm{m}]}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]} = 2{,}00 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{C}$$

El potencial es negativo, por tanto, la carga debe ser negativa:

$$Q = -2{,}00 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{C} = -20{,}0\ \mathrm{nC}$$

Como el campo en el punto A va en el sentido negativo del eje X, $\overline{\boldsymbol{E}}_A = -80{,}0\ \bar{\mathbf{i}}$ (N/C), el punto tiene que estar en el semieje positivo:

$$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (1{,}50,\ 0)\ \mathrm{m}$$



El campo eléctrico es un campo conservativo, porque el trabajo que realiza la fuerza del campo, cuando una carga se mueve entre dos puntos, es independiente del camino seguido y solo depende de los puntos inicial y final. Se define una función escalar llamada energía potencial, E_p, asociada al campo vectorial de fuerzas, de modo que el trabajo realizado por la fuerza del campo al mover una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial entre esos dos puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

También se define otra magnitud escalar, llamada potencial eléctrico, que es igual a la energía potencial de la unidad de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

El trabajo realizado por la fuerza del campo, cuando una carga mueve del punto A al punto B, es:

$$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

b) Para calcular el potencial del punto B, primero se debe calcular la distancia del punto B a la carga Q.

$$r_{OB} = \sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2 + (2{,}00\ [\mathrm{m}])^2} = 2{,}83\ \mathrm{m}$$

Se calcula el potencial eléctrico en el punto B:

$$V_B = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}] \frac{|-2{,}00 \cdot 10^{-8}\ [\mathrm{C}]|}{2{,}83\ [\mathrm{m}]} = -63{,}6\ \mathrm{V}$$

Se calcula el trabajo realizado por la fuerza del campo:

$$W_{B \longrightarrow A} = q\,(V_B - V_{La}) = -1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}] \cdot (-63{,}6 - (-120))\ [\mathrm{V}] = -9{,}02 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}$$

Análisis: Para una carga positiva, el trabajo del campo sería positivo porque el desplazamiento va en el sentido de potencial creciente, acercándose a la carga. Pero como la carga es negativa, el trabajo también lo es.

La respuesta puede verse con la hoja de cálculo FisicaBachEs, en la pestaña «CargaPunto».
Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul, e pulse y elija las magnitudes y unidades en las celdas de color salmón:

Constante	K =	$9{,}0·10^9$ N·m²·C⁻²		ε' =	
			x	y	
		Posición de la carga fija:	0	0	
En el punto A		Campo (N/C):	$\boldsymbol{E}$ =	−80	
		Potencial:	V =	−120	V
			x	y	
		Punto B:	2	2	m
		Carga móvil:	q =	$-1{,}6·10^{-19}$	C

Los resultados, con 3 cifras significativas, son:

		x	y	
	Posición del punto A:	1,50	0	m
	Carga fija:	Q =	$-2{,}00·10^{-8}$	C
	Potencial en B:	V_b =	−63,6	V
Trabajo de la fuerza	del campo B ⟶ A	W =	$-9{,}02·10^{-18}$	J

● Campo uniforme

1. Dos láminas conductoras con igual carga y signo contrario están colocadas horizontalmente y separadas 5 cm. La intensidad del campo eléctrico en su interior es $2{,}5·10^5$ N·C⁻¹. Una microgota de aceite cuya masa es $4{,}90·10^{-14}$ kg, y con carga negativa, está en equilibrio, suspendida en un punto equidistante de ambas placas.
   a) Razona cuál de las dos láminas está cargada positivamente.
   b) Determina la carga de la microgota.
   c) Calcula la diferencia de potencial entre las láminas conductoras.
   Dato: g = 9,8 m·s⁻². *(P.A.U. sep. 15)*
   Rta.: b) $q = 1{,}92·10^{-18}$ C; c) $\Delta V = 1{,}25·10^4$ V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Intensidad del campo eléctrico	$\lvert\overline{\boldsymbol{E}}\rvert = 2{,}50·10^5$ N/C
Distancia entre las láminas conductoras	d = 5,00 cm = 0,0500 m
Masa de la microgota	$m = 4{,}90·10^{-14}$ kg
Valor del campo gravitatorio terrestre	g = 9,80 m/s²
Incógnitas	
Carga de la microgota	q
Diferencia de potencial entre las láminas conductoras	ΔV
Ecuaciones	
Fuerza sobre una carga puntual q en un campo electrostático uniforme $\overline{\boldsymbol{E}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$
Valor de la fuerza peso	$P = m \cdot g$
Diferencia de potencial en un campo eléctrico constante	$\Delta V = \lvert\overline{\boldsymbol{E}}\rvert \cdot d$

Solución:

a, b) Peso:

$$P = m \cdot g = 4{,}90·10^{-14}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m·s}^{-2}] = 4{,}80·10^{-13}\ \text{N}$$

Cuando la microgota alcanza el equilibrio, la fuerza eléctrica equilibra a la fuerza peso.

$$F_E = q \cdot E = 4{,}80 \cdot 10^{-13}\ \text{N}$$

Carga eléctrica:

$$q = \frac{F_E}{E} = \frac{4{,}80 \cdot 10^{-13}\ [\text{N/C}]}{2{,}5 \cdot 10^{5}\ [\text{N}]} = 1{,}92 \cdot 10^{-18}\ \text{C}$$

Análisis: La carga eléctrica de la microgota es solo ligeramente mayor que la del electrón. Corresponde a la de $1{,}92 \cdot 10^{-18}$ C / $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C = 12 *electrones. Este resultado parece razonable.*
La fuerza eléctrica está dirigida hacia arriba, en sentido contrario al peso. Como la carga de la microgota es negativa, el campo eléctrico debe estar dirigido hacia abajo: la lámina superior es la positiva y la inferior la negativa.

c) La diferencia de potencial vale:

$$\Delta V = |\overline{\boldsymbol{E}}| \cdot d = 2{,}50 \cdot 10^{5}\ [\text{N/C}] \cdot 0{,}0500\ [\text{m}] = 1{,}25 \cdot 10^{4}\ \text{V}$$

La mayor parte de las respuestas puede calcularse con la hoja de cálculo Fisica (es)
Cuando esté en el índice, mantenga pulsada la tecla «⇑» (mayúsculas) mientras hace clic en la celda
Partícula cargada moviéndose en un campo eléctrico uniforme
del capítulo

Electromagnetismo Parabolico Partícula cargada moviéndose en un campo eléctrico uniforme

Haga clic en las celdas de color salmón y elija las opciones como se muestra. Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul.

Intensidad de campo eléctrico	E =	$2{,}5 \cdot 10^{5}$	N/C	Sentido	↓
Distancia entre las placas	d =	5	cm		
Longitud del campo eléctrico	L =		cm		
Partícula	Carga q =				
	Masa m =	$4{,}90 \cdot 10^{-14}$	kg		
Velocidad	Módulo $\lvert v_0 \rvert$ =		m/s		
	Dirección φ =				
Altura del punto de entrada	h_0 =		cm		
Desplazamiento vertical	Δy =	0	cm		
Aceleración de la gravedad	g =	9,8	m/s²		

Los resultados son:

b)	Carga (12 e)	q =	$-1{,}92 \cdot 10^{-18}$ C
c)	ΔV placas	ΔV =	$1{,}25 \cdot 10^{4}$ V

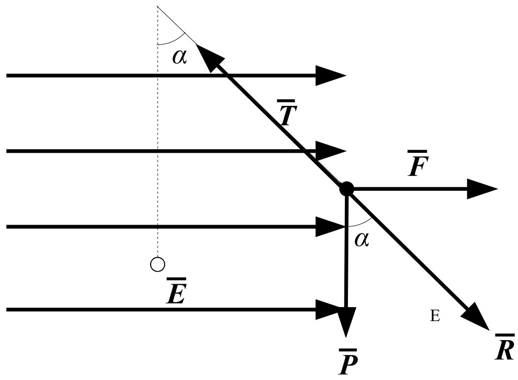
2. Una esfera pequeña, de masa 2 g y carga +3 µC, cuelga de un hilo de 6 cm de longitud entre dos placas metálicas verticales y paralelas separadas entre sí una distancia de 12 cm. Las placas poseen cargas iguales pero de signo contrario. Calcula:
a) El campo eléctrico entre las placas para que el hilo forme un ángulo de 45° con la vertical.
b) La tensión del hilo en ese momento.
c) Si las placas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical?
Dato: g = 9,81 m·s⁻². *(A.B.A.U. ord. 17)*
Rta.: a) $E = 6{,}54 \cdot 10^{3}$ N/C; b) $T = R = 0{,}0277$ N; c) $v = 0{,}587$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la esfera	$m = 2{,}00$ g $= 2{,}00 \cdot 10^{-3}$ kg
Carga de la esfera	$q = 3{,}00\ \mu$C $= 3{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Longitud del hilo	$L = 6{,}00$ cm $= 0{,}0600$ m
Ángulo que forma el hilo con la vertical	$\alpha = 45°$
Valor del campo gravitatorio terrestre	$g = 9{,}81$ m/s²

Datos		***Cifras significativas: 3***
Incógnitas		
Valor del campo eléctrico		E
Tensión del hilo		T
Velocidad de la esfera al pasar por la vertical		v
Otros símbolos		
Fuerza resultante de las fuerzas eléctrica y peso		$\overline{\boldsymbol{R}}$
Altura del punto de equilibrio		h
Ecuaciones		
Campo eléctrico		$\vec{E}=\dfrac{\vec{F}}{q}$
Fuerza peso		$\overline{\boldsymbol{P}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{g}}$
Energía potencial de la fuerza peso		$E_p = m \cdot g \cdot h$
Energía cinética de una masa, m, que se mueve con una velocidad, v		$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Principio de la conservación de la energía entre dos puntos A y B		$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:

a) Se dibuja un esquema situando las fuerzas.
Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión, $\overline{\boldsymbol{T}}$, equilibra a la resultante, $\overline{\boldsymbol{R}}$, de las fuerzas peso, $\overline{\boldsymbol{P}}$, y eléctrica, $\overline{\boldsymbol{F}}_E$.
Se calcula el valor de la fuerza peso:



$$P = m \cdot g = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}81\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] = 0{,}0196\ \text{N}$$

Como el ángulo entre la resultante y la vertical es de 45° y tan 45° = 1,00, la fuerza eléctrica vale lo mismo que el peso.

$$F_E = P \cdot \tan 45° = P = 0{,}0196\ \text{N}$$

Se calcula el campo eléctrico:

$$E=\frac{F_E}{q}=\frac{0{,}0196\ \text{N}}{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}}=6{,}54 \cdot 10^3\ \text{N/C}$$

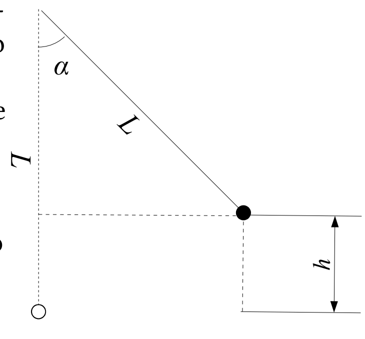
b) Como la fuerza eléctrica y el peso son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

$$|\vec{R}|=\sqrt{(0{,}0196\ [\text{N}])^2+(0{,}0196\ [\text{N}])^2}=0{,}0277\ \text{N}$$

El valor de la tensión es el mismo que el de la fuerza resultante:

$$T = R = 0{,}0277\ \text{N}$$

c) Al descargarse las láminas solo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entra la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria.
La altura del punto de equilibrio, respecto al punto más bajo, puede calcularse del triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L\,(1 - \cos \alpha) = 0{,}0600\ [\text{m}]\ (1 - \cos 45°) = 0{,}0176\ \text{m}$$

Se calcula la energía potencial del peso en el punto de partida, tomando como origen de energías el punto más bajo:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}81\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot 0{,}00240\ [\text{m}] = 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Se aplica el principio de conservación de la energía entre la posición inicial y el punto más bajo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(½\, m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (½\, m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ [\text{J}] = (2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2 / 2) + 0$$

La velocidad se calcula despejando:

$$v=\sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}45 \cdot 10^{-4}\ [\text{J}]}{2{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]}}=0{,}587\ \text{m/s}$$

La mayor parte de las respuestas puede calcularse con la hoja de cálculo Fisica (es)
Cuando esté en el índice, mantenga pulsada la tecla «⇑» (mayúsculas) mientras hace clic en la celda
Péndulo en campo eléctrico
del capítulo

Electromagnetismo	Pendulo_Elec	Péndulo en campo eléctrico

Haga clic en las celdas de color salmón y elija las opciones como se muestra. Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul.

Sentido del campo eléctrico	→		
Intensidad de campo eléctrico	E =		N/C
Distancia entre placas	d =	12	cm
Masa oscilante	m =	2	g
Carga	q =	3	µC
Longitud del hilo	L =	6	cm
Ángulo	φ =	45	°
Aceleración de la gravedad	g =	9,81	m/s²

Los resultados son:

a)	Campo eléctrico	E =	$6{,}54\cdot10^{3}$ N/C
	Diferencia de potencial	ΔV =	785 V
b)	Tensión del hilo	T =	0,0277 N
c)	Velocidad máxima	v =	0,587 m/s

● Esferas

1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de +8 µC en equilibrio electrostático. Calcula cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:
   a) El módulo de la intensidad del campo electrostático.
   b) El potencial eléctrico.
   c) Representa las magnitudes anteriores en función de la distancia al centro de la esfera.
   DATO: $K = 9\cdot10^{9}$ N·m²·C⁻² *(A.B.A.U. ord 18)*
   Rta.: a) $|\overline{\boldsymbol{E}}_1| = |\overline{\boldsymbol{E}}_2| = 0$; $|\overline{\boldsymbol{E}}_3| = 2{,}00\cdot10^{7}$ N/C; b) $V_1 = V_2 = 1{,}80\cdot10^{6}$ V; $V_3 = 1{,}20\cdot10^{6}$ V

Datos		***Cifras significativas: 3***
Carga de la esfera		$Q = 8{,}00\ \mu C = 8{,}00\cdot10^{-6}$ C
Radio de la esfera		$R = 4{,}00$ cm $= 0{,}0400$ m
Distancias al centro de la esfera:	punto interior 1	$r_1 = 0$ cm $= 0$ m
	punto interior 2	$r_2 = 2{,}00$ cm $= 0{,}0200$ m
	punto exterior	$r_3 = 6{,}00$ cm $= 0{,}0600$ m
Constante de Coulomb		$K = 9{,}00\cdot10^{9}$ N·m²·C⁻²
Incógnitas		
Intensidad del campo eléctrico en los puntos 1, 2 y 3		$\overline{\boldsymbol{E}}_1, \overline{\boldsymbol{E}}_2, \overline{\boldsymbol{E}}_3$
Potencial eléctrico en los puntos 1, 2 y 3		V_1, V_2, V_3
Ecuaciones		
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q		$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q		$V=K\frac{Q}{r}$

Solución:

a) El módulo de la intensidad del campo eléctrico en los puntos 1 y 2, que se encuentran en el interior a 0 y 2 cm del centro de la esfera, es nulo porque el conductor se encuentra en equilibrio y todas las cargas se encuentran en la superficie de la esfera.
El módulo de la intensidad del campo eléctrico en el punto 3, a 6 cm del centro de la esfera, es el mismo que si la carga fuera puntual.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, *Q* y *q*, separadas por una distancia, *r*, viene dada por la ley de Coulomb, en la que *K* es la constante de Coulomb y $\boldsymbol{u}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{\boldsymbol{F}}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{\boldsymbol{E}} = \frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

$$|\vec{\boldsymbol{E}}_3| = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{8{,}00 \cdot 10^{-6} \ [\text{C}]}{(0{,}060 \ [\text{m}])^2} = 2{,}00 \cdot 10^7 \ \text{N/C}$$

b) El potencial eléctrico en los puntos 1 y 2 es el mismo que el potencial en la superficie de la esfera, que vale lo mismo que el creado por una carga puntual, *Q*, situada en el centro de la esfera:
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, *r*, de una carga puntual, *Q*, es:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

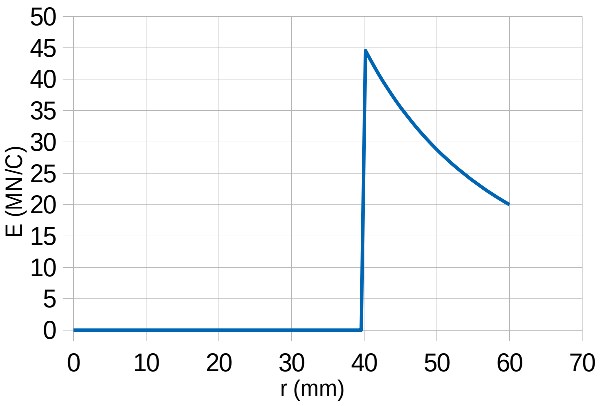
K es la constante de Coulomb.

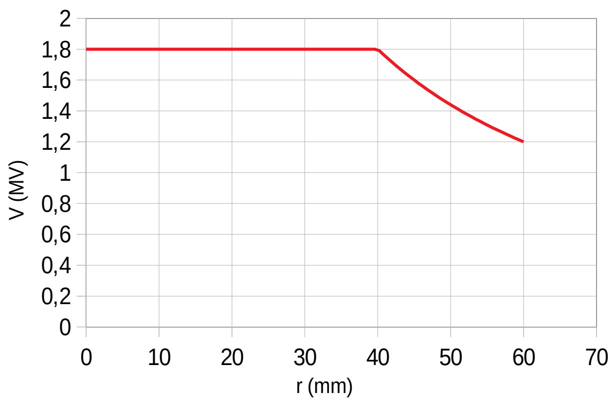
$$V_1 = V_2 = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{8{,}00 \cdot 10^{-6} \ [\text{C}]}{(0{,}040 \ [\text{m}])} = 1{,}80 \cdot 10^6 \ \text{V}$$

El potencial eléctrico en el punto 3 es el mismo que si la carga fuera puntual.

$$V_3 = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{8{,}00 \cdot 10^{-6} \ [\text{C}]}{(0{,}060 \ [\text{m}])} = 1{,}20 \cdot 10^6 \ \text{V}$$

c) La gráfica de la izquierda representa la variación del valor campo eléctrico con la distancia al centro de la esfera. El campo vale cero para distancias inferiores al radio de la esfera, es máxima para el radio, y disminuye de forma inversamente proporcional al cuadrado de la distancia para valores mayores.
La gráfica de la derecha representa la variación del potencial eléctrico con la distancia al centro de la esfera. El potencial es constante para distancias inferiores o iguales al radio de la esfera y disminuye de forma inversamente proporcional a la distancia para valores mayores.





La mayor parte de las respuestas puede calcularse con la hoja de cálculo [Fisica (es)]
Cuando esté en el índice, mantenga pulsada la tecla «⇑» (mayúsculas) mientras hace clic en la celda

Esferas concéntricas
del capítulo

Electromagnetismo Esferas Esferas concéntricas

Haga clic en las celdas de color salmón y elija las opciones como se muestra. Escriba los datos en las celdas de color blanco y borde azul.

Constante	K =	$9{,}00 \cdot 10^9$	$N \cdot m^2/C^2$	ε' =	1
Esfera		Interior	Exterior		
Carga de la esfera	Q =		8		µC
Radio de la esfera	R =		4		cm
Distancia	r =	0	2	6	cm
al centro del punto		A	B	C	

Los resultados son:

	Punto	A	B	C
a)	Campo	0	0	$2{,}00 \cdot 10^7$ N/C
b)	Potencial	$1{,}80 \cdot 10^6$	$1{,}80 \cdot 10^6$	$1{,}20 \cdot 10^6$ V

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 14/06/24

Sumario

CAMPO ELECTROSTÁTICO