Campo electrostático

Método e recomendacións

◊ PROBLEMAS

● Cargas puntuais

1. Tres cargas de –2, 1 e 1 μC están situadas nos vértices dun triángulo equilátero e distan 1 m do centro do mesmo.
   a) Calcula o traballo necesario para levar outra carga de 1 μC desde o infinito ao centro do triángulo.
   b) Que forza sufrirá a carga unha vez que estea situada no centro do triángulo?
   c) Razoa se nalgún punto dos lados do triángulo pode existir un campo electrostático nulo.
   Dato: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². *(P.A.U. xuño 16)*
   Rta.: a) W = 0; b) $\overline{\boldsymbol{F}}$ = 0,0270 N, cara á carga negativa.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto A	$Q_A = -2{,}00$ μC $= -2{,}00·10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto B	$Q_B = 1{,}00$ μC $= 1{,}00·10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto C	$Q_C = 1{,}00$ μC $= 1{,}00·10^{-6}$ C
Distancia das cargas ao centro do triángulo	$r = 1{,}00$ m
Valor da carga que se traslada	$q = 1{,}00$ μC $= 1{,}00·10^{-6}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Traballo para levar 1 μC do infinito ao centro do triángulo	$W_{\infty\to O}$
Forza sobre a carga no centro do triángulo	$\overline{\boldsymbol{F}}_O$
Ecuacións	
Lei de Coulomb: forza entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r	$\vec{\boldsymbol{F}}=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{F}}_A=\sum \vec{\boldsymbol{F}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico de varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

O potencial eléctrico nun punto, debido á presenza de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.

A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
a) Calcúlase o potencial eléctrico no centro, O, do triángulo, creado pola carga de −2 µC situada no punto A, a 1 m de distancia:

$$V_{OA}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}00\ [\mathrm{m}])}=-1{,}80\cdot 10^{4}\ \mathrm{V}$$

Os potenciais eléctricos no centro O do triángulo, debidos ás cargas de 1 µC situadas nos puntos B e C, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias ao centro son iguais:

$$V_{OB}=V_{OC}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}00\ [\mathrm{m}])}=9{,}00\cdot 10^{3}\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico nun punto, debido á presenza de varias cargas, é a suma alxébrica dos potenciais debidos a cada carga.

$$V_O = V_{OA} + V_{OB} + V_{OC} = -1{,}80\cdot 10^4\ [\mathrm{V}] + 9{,}00\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] + 9{,}00\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] = 0$$

O potencial eléctrico no infinito é cero, porque se toma como orixe. O traballo que fai a forza do campo cando se leva unha carga de 1 µC desde o infinito ata o centro, O, do triángulo é:

$$W_{\infty\to O} = q\,(V_\infty - V_O) = 1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]\cdot(0-0)\ [\mathrm{V}] = 0$$

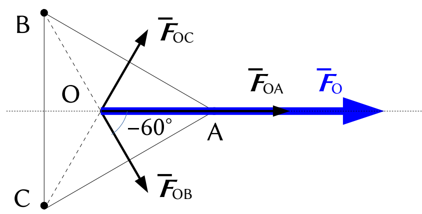
Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 0$$

b) Faise un diagrama no que se debuxa o triángulo, sitúanse os puntos A, B, e C, e debúxanse os vectores forza eléctrica exercida sobre a carga que está no centro, O, un vector por cada carga, tendo en conta o sentido.



As forzas exercida polas cargas situadas nos puntos B e C son de repulsión, porque as cargas son do mesmo signo, pero a forza producida pola carga situada no punto A é de atracción e vale o dobre que unha das outras.
Como os vectores forza das cargas situadas nos puntos B e C son do mesmo valor, as súas compoñentes verticais anúlanse e a resultante está dirixida cara ao vértice A.
Debúxase o vector suma que é o vector forza resultante, $\vec{F}_O$.
Calcúlanse as forzas entre as cargas situadas nos vértices e a carga situada no centro, empregando a lei de Coulomb.

$$\vec{F}=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O vector unitario do punto O, tomando como orixe o punto A, é $-\vec{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X en sentido negativo.
A forza eléctrica sobre a carga de 1 µC situada no centro, O, do triángulo, producida pola carga de −2 µC situada no punto A é:

$$\vec{F}_{OA}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]\cdot 1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}00\ [\mathrm{m}])^2}(-\vec{\mathbf{i}})=0{,}018\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N}$$

Cando se coñece o ángulo α que forma un vector co eixe X, o vector unitario calcúlase coa expresión: $\vec{u}_r = \cos\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + \operatorname{sen}\alpha\,\vec{\mathbf{j}}$. O vector unitario do punto O, tomando como orixe o punto B, é:

$$\vec{u}_{OB}=\cos(-60°)\,\vec{\mathbf{i}}+\operatorname{sen}(-60°)\,\vec{\mathbf{j}}=-0{,}500\,\vec{\mathbf{i}}-0{,}866\,\vec{\mathbf{j}}$$

A forza eléctrica sobre a carga de 1 μC situada no centro, O, do triángulo, producida pola carga de 1 μC situada no punto B é:

$$\vec{F}_{OB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot 1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(1{,}00\ [\text{m}])^2}(-0{,}500\,\vec{\mathbf{i}}-0{,}866\,\vec{\mathbf{j}})=(4{,}50\cdot 10^{-3}\,\vec{\mathbf{i}}-7{,}79\cdot 10^{-3}\,\vec{\mathbf{j}})\ \text{N}$$

A forza eléctrica sobre a carga de 1 μC situada no centro O do triángulo, producida pola carga de 1 μC situada no punto C, é simétrica á exercida pola carga que se atopa no punto B. A compoñente horizontal é a mesma, pero a compoñente vertical ten sentido oposto:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_{OC} = 4{,}50\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{i}} + 7{,}79\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{j}}\ \text{N}$$

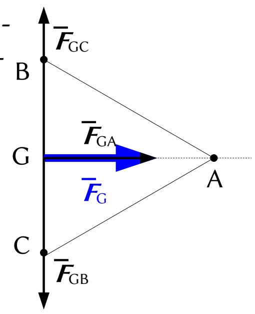
Polo principio de superposición, a forza eléctrica resultante sobre a carga de 1 μC situada no centro, O, do triángulo, é a suma vectorial das forzas exercidas por cada carga:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_{O} = \overline{\boldsymbol{F}}_{OA} + \overline{\boldsymbol{F}}_{OB} + \overline{\boldsymbol{F}}_{OC} = (18{,}0\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{i}}) + (4{,}5\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{i}} - 7{,}8\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{j}}) + (4{,}5\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{i}} + 7{,}8\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{j}}) = 0{,}0270\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{N}$$

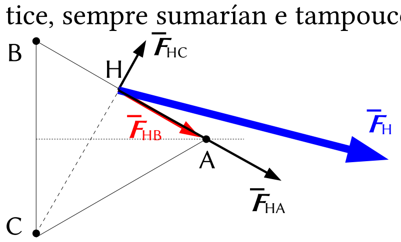
Análise: Coincide co debuxo. A forza resultante do cálculo vai no sentido positivo do eixe X.

Un resultado independente de como se elixiron os vértices é: a forza é de 0,0270 N, cara ao punto onde se atopa a carga negativa.

c) Non.
En ningún punto dos lados do triángulo pode existir un campo eléctrico nulo.



No centro, G, do lado BC anúlanse as forzas das cargas situadas nos vértices B e C, porque son iguais pero de sentidos opostos, pero a forza producida pola carga de −2 μC situada no punto A queda sen contrarrestar.
Calquera outro punto dese lado estaría máis cerca dunha das cargas B ou C e, nese caso, a compoñente vertical dun deles sería maior que a outra e non se anularían.
Nos outros lados, as forzas producidas pola carga situada no punto A e a do outro vértice, sempre sumarían e tampouco se anularían.



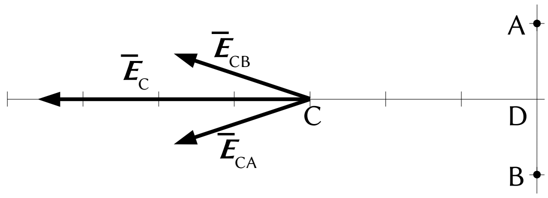
O debuxo representa forza no punto H, o centro do lado BA.
As forzas das cargas situadas nos puntos B e A sobre unha carga situada no punto H sumarían sempre, e nunca se poderían contrarrestar. Isto sería válido aínda que o punto H non fose o punto medio.
Teríase un resultado similar en calquera punto do lado CA.

2. Dúas cargas puntuais iguais de +2 μC atópanse nos puntos (0, 1) m e (0, −1) m. Calcula:
   a) O campo e o potencial eléctrico no punto (−3, 0) m.
   b) Calcula o traballo necesario para trasladar unha carga de +3 μC desde o infinito ao citado punto.
   Se no punto (−3, 0) m abandónase unha carga de −2 μC e masa 1 g:
   c) Calcula a súa velocidade na orixe de coordenadas.
   Dato: $K = 9\cdot 10^9$ N·m²·C⁻². *(P.A.U. set. 14)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}} = -3{,}42\cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}}$ N/C; $V = 1{,}14\cdot 10^4$ V; b) W(ext.) = -W(campo) = 0,0342 J; c) $\overline{\boldsymbol{v}} = 9{,}92\ \overline{\mathbf{i}}$ m/s.

Datos		***Cifras significativas: 3***
Valores das cargas fixas		Q = 2,00 μC = $2{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Posicións das cargas fixas:	A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$ = (0, 1,00) m
	B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B$ = (0, −1,00) m
Posición do punto C		$\overline{\boldsymbol{r}}_C$ = (−3,00, 0) m
Valor da carga que se traslada desde o infinito		q_1 = 3,00 μC = $3{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Carga que se despraza ata a orixe		q_2 = −2,00 μC = $-2{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Masa da carga que se despraza ata a orixe		m = 1,00 g = $1{,}00\cdot 10^{-3}$ kg
Velocidade inicial no punto C (suponse)		v_C = 0
Posición do punto D polo que pasa a carga que se despraza		$\overline{\boldsymbol{r}}_D$ = (0, 0) m
Constante de Coulomb		$K = 9{,}00\cdot 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas		
Campo eléctrico no punto C		$\overline{\boldsymbol{E}}_C$

Incógnitas	
Potencial eléctrico no punto C	V_C
Traballo necesario para trasladar 3 μC do infinito ao punto C	$W_{\infty \to C}$
Velocidade que terá a carga de −2 μC ao pasar polo punto D	v_D
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A \to B} = q\,(V_A - V_B)$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga, *q*, situada nun punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Enerxía cinética dunha masa, *m*, que se move cunha velocidade, *v*	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:



a) Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(0, 1), B(0, -1) e C(-3, 0). Debúxanse os vectores do campo no punto C, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Como os seus valores son iguais, porque as cargas e as distancias son as mesmas, os vectores serán da mesma medida.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\vec{E}_C$.
As compoñentes verticais dos campos creados polas cargas anúlanse e a resultante estará dirixida no sentido negativo do eixe *X*. O valor da resultante será a suma das compoñentes horizontais de cada carga, e, como son dúas, o vector campo resultante medirá o dobre da compoñente horizontal dun deles.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\vec{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Calcúlase a distancia do punto A ao punto C:

$$r_{AC} = \sqrt{(3{,}00\ [\text{m}])^2 + (1{,}00\ [\text{m}])^2} = 3{,}16\ \text{m}$$

Calcúlase o vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto A:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(-3{,}00\ \vec{i} - 1{,}00\ \vec{j})\ [\text{m}]}{3{,}16\ [\text{m}]} = -0{,}949\ \vec{i} - 0{,}316\ \vec{j}$$

Calcúlase o campo no punto C, creado pola carga de +2 μC situada no punto A:

$$\vec{E}_{CA}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(3{,}16\ [\mathrm{m}])^2}(-0{,}949\,\vec{\mathbf{i}}-0{,}343\,\vec{\mathbf{j}})=(-1{,}71\cdot 10^{3}\,\vec{\mathbf{i}}-5{,}69\cdot 10^{2}\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto C, creado pola carga de +2 µC situada no punto B, é simétrico ao do punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente vertical é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = (-1{,}71\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}} + 5{,}69\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto C é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = \overline{\boldsymbol{E}}_{CA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = (-1{,}71\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}} - 5{,}69\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (-1{,}71\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}} + 5{,}69\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] = -3{,}42\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido negativo do eixe X.

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Os potenciais eléctricos no punto C, debidos ás cargas situadas nos puntos A e B, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto C, que é a suma, vale o dobre que o potencial dunha carga.

$$V_C=V_{CA}+V_{CB}=2\cdot V_{CA}=2\cdot 9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(3{,}16\ [\mathrm{m}])}=1{,}14\cdot 10^{4}\ \mathrm{V}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q\cdot V_A - q\cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

b) Calcúlase o traballo realizado pola forza de campo cando se move unha carga de 3 µC desde o infinito ata o punto C. O potencial eléctrico no infinito é cero, porque se toma como orixe.

$$W_{\infty\to C} = q_1\cdot (V_\infty - V_C) = 3{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]\cdot (0 - 1{,}14\cdot 10^4)\ [\mathrm{V}] = -0{,}0342\ \mathrm{J}$$

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 0{,}0342\ \mathrm{J}$$

c) Como a forza eléctrica é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$
$$½\ m\ v^2_C + q \cdot V_C = ½\ m\ v^2_D + q \cdot V_D$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto D, de xeito análogo ao do punto C, tendo en conta que a distancia do punto A ao punto D é: $r_{AD} = |0 - 1,00\ [m]| = 1,00$ m.

$$V_D = 2 \cdot V_{DA} = 2 \cdot 9,00 \cdot 10^9\ [N \cdot m^2 \cdot C^{-2}] \frac{2,00 \cdot 10^{-6}\ [C]}{(1,00\ [m])} = 2 \cdot 1,80 \cdot 10^4\ V = 3,60 \cdot 10^4\ V$$

Escríbese a ecuación de conservación da enerxía:

$$-2,00 \cdot 10^{-6}\ [C] \cdot (1,14 \cdot 10^4\ [V]) = (1,00 \cdot 10^{-3}\ [kg] \cdot v^2_D) / 2 + (-2,00 \cdot 10^{-6}\ [C]) \cdot (3,60 \cdot 10^4\ [V])$$

Calcúlase a velocidade despexando:

$$v_D = \sqrt{\frac{2 \cdot (-2,00 \cdot 10^{-6}\ [C]) \cdot (1,14 \cdot 10^4 - 3,60 \cdot 10^4)[V]}{1,00 \cdot 10^{-3}\ [kg]}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,049\ 2[J]}{1,00 \cdot 10^{-3}\ [kg]}} = 9,92\ m/s$$

Como a velocidade é un vector, hai que determinar a dirección e o sentido.
Pódese deducir que a aceleración ten a dirección do eixe X en sentido positivo, xa que as cargas negativas sofren unha forza de sentido oposto ao campo. Aínda que o valor do campo resultante na orixe é cero, no punto ten a dirección do eixe X en sentido negativo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na liña da aceleración. Por tanto, a dirección da velocidade é a do eixe X en sentido positivo:

$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = 9,92\ \overline{\mathbf{i}}\ m/s$$

3. Tres cargas eléctricas puntuais de 10^{-6} C atópanse situadas nos vértices dun cadrado de 1 m de lado. Calcula:
   a) A intensidade do campo e o potencial eléctrico no vértice libre.
   b) Módulo, dirección e sentido da forza do campo electrostático sobre unha carga de $-2 \cdot 10^{-6}$ C situada no devandito vértice.
   c) O traballo realizado pola forza do campo para trasladar a devandita caga desde o vértice ao centro do cadrado. Interpreta o signo do resultado.

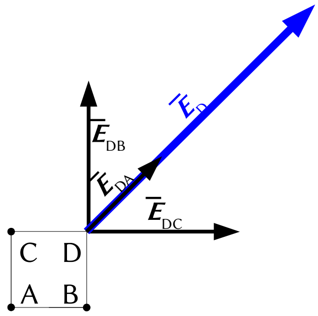
   Dato: $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$. *(P.A.U. set. 13)*

   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}} = 1,72 \cdot 10^4$ N/C, diagonal cara a fóra; $V = 2,44 \cdot 10^4$ V; b) $|\overline{\boldsymbol{F}}| = 0,0344$ N, diagonal cara ao centro; c) $W_E = 0,0276$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Lado do cadrado	$l = 1,00$ m
Valores das cargas situadas nos vértices	$Q_A = Q_B = Q_C = 1,00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga situada no cuarto vértice	$Q_D = -2,00 \cdot 10^{-6}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9,00 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$
Incógnitas	
Intensidade do campo eléctrico no cuarto vértice	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Potencial eléctrico no cuarto vértice	V_D
Forza do campo sobre unha carga de −2 µC no cuarto vértice	$\overline{\boldsymbol{F}}$
Traballo do campo ao levar −2 µC desde o 4º vértice ao centro do cadrado	$W_{D \to G}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A \to B} = q\ (V_A - V_B)$

Campo eléctrico $\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}$

Solución:



a) Faise un debuxo do cadrado no que se sitúan os puntos A, B, C e D. Debúxanse os vectores do campo no cuarto vértice, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Os campos creados polas cargas situadas nos puntos C e B son do mesmo valor e a resultante delas vai para fóra na diagonal AD.
O campo creado pola carga situada no punto A é de menor valor, porque se atopa máis lonxe, pero tamén vai para fóra na diagonal AD.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Elíxese un sistema de referencia coa orixe en cada carga, tomando o eixe X horizontal, positivo cara á dereita, e o eixe Y vertical, positivo cara arriba.
A distancia AD é a lonxitude da diagonal do cadrado:

$$r_{AD}=|\vec{r}_{AD}|=\sqrt{(1{,}00\ [\text{m}])^2+(1{,}00\ [\text{m}])^2}=1{,}41\ \text{m}$$

Calcúlase vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto A:

$$\vec{u}_{AD}=\frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|}=\frac{(1{,}00\,\vec{\mathbf{i}}+1{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]}{1{,}41\ [\text{m}]}=0{,}707\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}707\,\vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de 1 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{DA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\text{C}^{-2}]\cdot\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(1{,}41\ [\text{m}])^2}(0{,}707\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}707\,\vec{\mathbf{j}})=(3{,}18\cdot 10^3\,\vec{\mathbf{i}}+3{,}18\cdot 10^3\,\vec{\mathbf{j}})\ \text{N/C}$$

A distancia BD é a lonxitude do lado: $r_{BD} = l = 1{,}00$ m
O vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto B, é $\overline{\mathbf{j}}$, o vector unitario do eixe Y.
Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de 1 µC situada no punto B:

$$\vec{E}_{DB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\text{C}^{-2}]\cdot\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(1{,}00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{j}}=9{,}00\cdot 10^3\,\vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

O campo no punto D, creado pola carga de 1 µC situada no punto C, ten o mesmo valor, porque a carga e a distancia son as mesmas, pero está dirixida no sentido positivo do eixe X. O vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto C, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{DC} = 9{,}00\cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto D é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\boldsymbol{E}}_{DA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{DB} + \overline{\boldsymbol{E}}_{DC}$$

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = (3{,}18·10^3\ \overline{\mathbf{i}} + 3{,}18·10^3\ \overline{\mathbf{j}})\ [N/C] + 9{,}00·10^3\ \overline{\mathbf{j}}\ [N/C] + 9{,}00·10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ [N/C] = (1{,}22·10^4\ \overline{\mathbf{i}} + 1{,}22·10^4\ \overline{\mathbf{j}})\ N/C$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultado do cálculo é diagonal cara arriba e cara á dereita.

O valor da del campo eléctrico é:

$$|\vec{\boldsymbol{E}}_{\mathbf{D}}|=\sqrt{(1{,}22\cdot 10^4\ [\mathrm{N/C}])^2+(1{,}22\cdot 10^4\ [\mathrm{N/C}])^2}=1{,}72\cdot 10^4\ \mathrm{N/C}$$

Un resultado independente de como se elixiron os vértices é: o campo no vértice libre é de $1{,}72·10^4$ N/C e vai na dirección da súa diagonal, cara a fóra.
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Os potenciais eléctricos no punto D, debidos ás cargas situadas nos puntos C e B, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais:

$$V_{\mathrm{DB}}=V_{\mathrm{DC}}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}00\ [\mathrm{m}])}=9{,}00\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto D, creado pola carga situada no punto A:

$$V_{\mathrm{DA}}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}41\ [\mathrm{m}])}=6{,}36\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico no punto D é a suma dos potenciais de cada unha das cargas nese punto.

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 6{,}36·10^3\ [V] + 9{,}00·10^3\ [V] + 9{,}00·10^3\ [V] = 2{,}44·10^4\ V$$

b) Como o campo eléctrico nun punto é a forza sobre a unidade de carga positiva colocada nese punto, calcúlase a forza eléctrica sobre a carga de −2 μC a partir do campo:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}}{q} \Rightarrow \overline{\boldsymbol{F}} = q · \overline{\boldsymbol{E}} = −2{,}00·10^{-6}\ [C]\ (1{,}22·10^4\ \overline{\mathbf{i}} + 1{,}22·10^4\ \overline{\mathbf{j}})\ [N/C] = (−2{,}44·10^{-2}\ \overline{\mathbf{i}} − 2{,}44·10^{-2}\ \overline{\mathbf{j}})\ N$$

O módulo da forza é:

$$|\overline{\boldsymbol{F}}| = |q| · |\overline{\boldsymbol{E}}| = 2{,}00·10^{-6}\ [C] · 1{,}72·10^4\ [N/C] = 3{,}44·10^{-2}\ N$$

Un resultado independente de como se elixiron os vértices é: a forza sobre a carga de −2 μC, situada no vértice libre é de $3{,}44·10^{-2}$ N na dirección da súa diagonal, cara ao centro do cadrado, porque a carga é negativa.
O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q · V_A - q · V_B = q\ (V_A - V_B)$$

c) Falta calcular o potencial eléctrico no punto G, situado no centro do cadrado, de forma análoga a como se fixo antes.
A distancia de cada vértice ao centro do cadrado é a metade da diagonal:

$$r_{AG} = r_{BG} = r_{CG} = 1{,}41\ [\text{m}] / 2 = 0{,}707\ \text{m}$$

Calcúlanse os potenciais eléctricos no punto G, debidos ás cargas situadas en A, B e C, que son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto G, que é a suma, é o triplo do potencial dunha carga.

$$V_G = V_{GA} + V_{GB} + V_{GC} = 3 \cdot V_{GA} = 3 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\text{·C}^{-2}] \frac{1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}707\ [\text{m}])} = 3 \cdot 1{,}27 \cdot 10^4\ [\text{V}] = 3{,}82 \cdot 10^4\ \text{V}$$

O traballo realizado pola forza de campo cando se traslada unha carga de −2 μC desde o vértice D ata o centro, G, do cadrado é:

$$W_E = W_{D \to G} = q\,(V_D - V_G) = -2{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot (2{,}44 \cdot 10^4 - 3{,}82 \cdot 10^4)\ [\text{V}] = 2{,}76 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

O traballo é positivo porque o sentido da forza, cara ao centro do cadrado, e o do desprazamento son iguais.

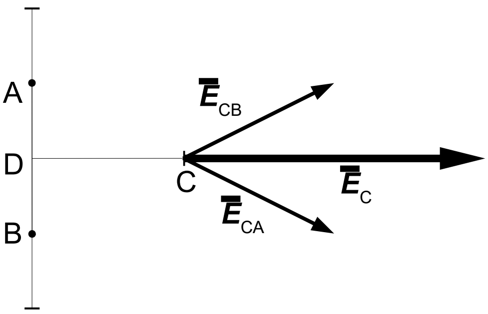
4. Dúas cargas eléctricas de +8 μC están situadas en A(0, 0,5) e B(0, −0,5) (en metros). Calcula:
   a) O campo eléctrico en C(1, 0) e en D(0, 0)
   b) O potencial eléctrico en C e en D.
   c) Se unha partícula de masa m = 0,5 g e carga q = −1 μC sitúase en C cunha velocidade inicial de 10^3 m/s, calcula a velocidade en D.

   Datos: $K = 9 \cdot 10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$; 1 μC = 10^{-6} C. Nota: só interveñen forzas eléctricas. *(P.A.U. set. 12)*

   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = 1{,}03 \cdot 10^5\ \overline{\mathbf{i}}$ N/C; $\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\mathbf{0}}$; b) $V_C = 1{,}29 \cdot 10^5$ V; $V_D = 2{,}88 \cdot 10^5$ V; c) $\overline{\boldsymbol{v}}_D = -1{,}00 \cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}}$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto A	$Q_A = 8{,}00\ \mu\text{C} = 8{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Valor da carga situada no punto B	$Q_B = 8{,}00\ \mu\text{C} = 8{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (0,\ 0{,}500)$ m
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (0,\ -0{,}500)$ m
Posición do punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (1{,}00,\ 0{,}00)$ m
Posición do punto D	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0{,}00,\ 0{,}00)$ m
Masa da partícula que se despraza	$m = 0{,}500\ \text{g} = 5{,}00 \cdot 10^{-4}\ \text{kg}$
Carga da partícula que se despraza	$q = -1{,}00\ \mu\text{C} = -1{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$
Velocidade inicial no punto C	$v_C = 1{,}00 \cdot 10^3$ m/s
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$
Incógnitas	
Campo eléctrico nos puntos C e D	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Potenciais eléctricos nos puntos C e D	V_C, V_D
Velocidade que terá ao pasar polo punto D	v_D
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga, q, situada nun punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:



a) Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(0, 0,5), B(0, -0,5) e C(1, 0). Debúxanse os vectores do campo no punto C, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Como os seus valores son iguais, porque as cargas e as distancias son iguais, os vectores terán a mesma medida.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$.
As compoñentes verticais dos campos creados polas cargas anúlanse e a resultante estará dirixida no sentido positivo do eixe *X*. O valor da resultante será a suma das compoñentes horizontais de cada carga, e, como son dúas, o vector campo resultante medirá o dobre da compoñente horizontal dun deles.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Calcúlase a distancia do punto A ao punto C:

$$r_{AC} = \sqrt{(0{,}500\ [\text{m}])^2 + (1{,}00\ [\text{m}])^2} = 1{,}12\ \text{m}$$

Calcúlase o vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto A:

$$\vec{u}_{AC} = \frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|} = \frac{(1{,}00\ \vec{i} - 0{,}500\ \vec{j})\ [\text{m}]}{1{,}12\ [\text{m}]} = 0{,}894\ \vec{i} - 0{,}447\ \vec{j}$$

Calcúlase o campo no punto C creado pola carga de +8 μC situada no punto A:

$$\vec{E}_{CA} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{8{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(1{,}12\ [\text{m}])^2} (0{,}894\ \vec{i} - 0{,}447\ \vec{j}) = (5{,}15 \cdot 10^4\ \vec{i} - 2{,}58 \cdot 10^4\ \vec{j})\ \text{N/C}$$

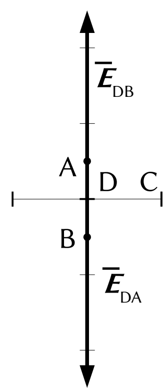
O campo no punto C, creado pola carga de +8 μC situada no punto B, é simétrico ao do punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente vertical é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = (5{,}15 \cdot 10^4\ \overline{\mathbf{i}} + 2{,}58 \cdot 10^4\ \overline{\mathbf{j}})\ \text{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto C é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = \overline{\boldsymbol{E}}_{CA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = 1{,}030 \cdot 10^5\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido positivo do eixe X.



Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A, B e C. Debúxanse os vectores do campo no punto D(0, 0), un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Como as distancias AD e BD son as mesmas e as cargas situadas en A e en B son iguais, os campos creados polas cargas situadas nos puntos A e B son opostos, do mesmo valor e dirección pero de sentido contrario, como se ve no debuxo, polo que a súa resultante é nula.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\mathbf{0}}$$

Deseguido, vanse realizar os cálculos, aínda que non é necesario.
Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de +8 μC situada no punto A:

$$\vec{\boldsymbol{E}}_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}] \cdot \frac{8{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(0{,}500 \text{ [m]})^2} (-\vec{\mathbf{j}}) = -2{,}88 \cdot 10^5 \vec{\mathbf{j}} \text{ N/C}$$

O campo no punto D, creado pola carga de 8 μC situada no punto B, é o oposto ao creado pola carga situada no punto A:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{DB} = 2{,}88 \cdot 10^5\ \overline{\mathbf{j}} \text{ N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto D é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\boldsymbol{E}}_{DA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{DB} = \overline{\mathbf{0}}$$

Análise: Como as distancias e as cargas son iguais, e están situadas simetricamente, a resultante ten que ser nula.

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
b) Os potenciais eléctricos no punto C, debidos ás cargas situadas nos puntos A e B, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto C, que é a suma, vale o dobre que o potencial dunha carga.

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = 2 \cdot V_{CA} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}] \frac{8{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(1{,}12 \text{ [m]})} = 2 \cdot 6{,}44 \cdot 10^4 \text{ [V]} = 1{,}29 \cdot 10^5 \text{ V}$$

O potencial eléctrico no punto D calcúlase dun xeito similar:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} = 2 \cdot V_{DA} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}] \frac{8{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(0{,}500 \text{ [m]})} = 2 \cdot 1{,}44 \cdot 10^5 \text{ [V]} = 2{,}88 \cdot 10^5 \text{ V}$$

c) Como a forza eléctrica é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$½\ m\ v_C^2 + q \cdot V_C = ½\ m\ v_D^2 + q \cdot V_D$$

$$(5{,}00 \cdot 10^{-4} \text{ [kg]} / 2) \cdot (1{,}00 \cdot 10^3 \text{ [m/s]})^2 + (-1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}) \cdot 1{,}29 \cdot 10^5 \text{ [V]} =$$
$$= (5{,}00 \cdot 10^{-4} \text{ [kg]} / 2) \cdot \text{vD}^2 + (-1{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}) \cdot 2{,}88 \cdot 10^5 \text{ [V]}$$

Calcúlase a velocidade que terá ao pasar polo punto D despexando:

$$v_D = \sqrt{\frac{500 + 2(0{,}288 - 0{,}128)}{5{,}00 \cdot 10^{-4}}} = 1{,}00 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Análise: A velocidade é practicamente a mesma pero un pouco maior xa que a carga negativa é acelerada en sentido contrario ao campo eléctrico.

Como a velocidade é un vector, hai que determinar a dirección e o sentido.
Pódese deducir que a aceleración ten a dirección do eixe X en sentido negativo, xa que as cargas negativas sofren unha forza de sentido oposto ao campo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na mesma liña que a aceleración.

$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = -1{,}00 \cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}} \text{ m/s}$$

5. Tres cargas de +3 µC están situadas equidistantes entre si sobre unha circunferencia de raio 2 m. Calcula:
   a) O potencial eléctrico no centro da circunferencia.
   b) O campo eléctrico no mesmo punto.
   c) O traballo para traer unha carga q = 1 µC desde o infinito ao centro da circunferencia.
   Dato: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². *(P.A.U. xuño 12)*
   Rta.: a) $V = 4{,}05·10^4$ V; b) $\overline{\boldsymbol{E}}_O = \overline{\mathbf{0}}$; c) W(ext.) = $4{,}05·10^{-2}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de cada carga	$Q = 3{,}00\ \mu C = 3{,}00·10^{-6}$ C
Radio da circunferencia	$R = 2{,}00$ m
Valor da carga que se traslada	$q = -1{,}00\ \mu C = 1{,}00·10^{-6}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Potencial eléctrico no centro da circunferencia	V_O
Campo eléctrico no centro da circunferencia	$\overline{\boldsymbol{E}}_O$
Traballo para trasladar unha carga de 1 µC desde o infinito ao centro	$W_{\infty \to O}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A \to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:

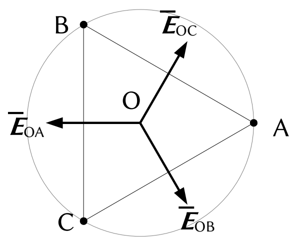
a)
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Os potenciais no centro, O, da circunferencia, debidos ás cargas situadas nos puntos A, B e C, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto O, que é a suma, vale o triplo do potencial dunha carga.

$$V_O = V_{OC} + V_{OB} + V_{OA} = 3 \cdot V_{OA} = 3 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])} = 3 \cdot 1{,}05·10^4\ [\mathrm{V}] = 4{,}05·10^4\ \mathrm{V}$$

b) Faise un debuxo do triángulo inscrito na circunferencia e sitúanse os vértices A, B e C. Debúxanse os vectores do campo no centro da circunferencia, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Ao ser as tres cargas iguais e estar á mesma distancia do centro da circunferencia, os tres vectores do campo son do mesmo valor, son simétricos e a súa resultante é nula.



$$\overline{\boldsymbol{E}}_O = \overline{\mathbf{0}}$$

Deseguido, vanse realizar os cálculos, aínda que non é necesario.

O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

O vector unitario do punto O, tomando como orixe o punto A, é $-\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X en sentido negativo.
Calcúlase o campo no centro, O, da circunferencia, creado pola carga de 3 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{\text{OA}} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(2{,}00 \text{ [m]})^2} (-\vec{\mathbf{i}}) = -6{,}75 \cdot 10^3 \vec{\mathbf{i}} \text{ N/C}$$

Cando se coñece o ángulo α que forma un vector co eixe X, o vector unitario calcúlase coa expresión:
$\overline{\boldsymbol{u}}_r = \cos \alpha\, \overline{\mathbf{i}} + \operatorname{sen} \alpha\, \overline{\mathbf{j}}$. O vector unitario do punto O, tomando como orixe o punto B é:

$$\vec{u}_{\text{OB}} = \cos(-60°)\, \vec{\mathbf{i}} + \operatorname{sen}(-60°)\, \vec{\mathbf{j}} = -0{,}500\, \vec{\mathbf{i}} - 0{,}866\, \vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no centro, O, da circunferencia, creado pola carga de 3 µC situada no punto B:

$$\vec{E}_{\text{OB}} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]}}{(2{,}00 \text{ [m]})^2} (-0{,}500\, \vec{\mathbf{i}} - 0{,}866\, \vec{\mathbf{j}}) = (3{,}38 \cdot 10^3 \vec{\mathbf{i}} - 5{,}85 \cdot 10^3 \vec{\mathbf{j}}) \text{ N/C}$$

O campo no centro, O, da circunferencia, creado pola carga de 3 µC situada no punto C, é simétrico ao da carga situada no punto B. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente vertical é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{\text{OC}} = 3{,}38 \cdot 10^3\, \overline{\mathbf{i}} + 5{,}85 \cdot 10^3\, \overline{\mathbf{j}} \text{ N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto O é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{\text{O}} = \overline{\boldsymbol{E}}_{\text{OA}} + \overline{\boldsymbol{E}}_{\text{OB}} + \overline{\boldsymbol{E}}_{\text{OC}} = (-6{,}75 \cdot 10^3\, \overline{\mathbf{i}}) + (3{,}38 \cdot 10^3\, \overline{\mathbf{i}} - 5{,}85 \cdot 10^3\, \overline{\mathbf{j}}) + (3{,}38 \cdot 10^3\, \overline{\mathbf{i}} + 5{,}85 \cdot 10^3\, \overline{\mathbf{j}}) = 0\, \overline{\mathbf{i}} + 0\, \overline{\mathbf{j}}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

c) O potencial eléctrico no infinito é cero, porque se toma como orixe. O traballo realizado pola forza de campo cando se traslada unha carga de 1 µC de O ao infinito é:

$$W_{\infty \to O} = q\,(V_\infty - V_O) = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}] \cdot (0 - 4{,}05 \cdot 10^4)\ [\text{V}] = -4{,}05 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

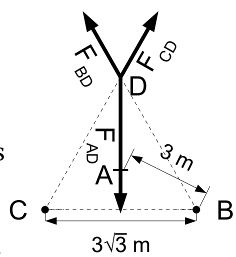
O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 4{,}05 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

6. Unha carga q de 2 mC está fixa no punto A(0, 0), que é o centro dun triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguais Q están nos vértices e a distancia de cada carga Q a A é 3 m. O conxunto está en equilibrio electrostático. Calcula:
   a) O valor de Q.
   b) A enerxía potencial de cada carga Q.
   c) A enerxía posta en xogo para que o triángulo rote 45° arredor dun eixe que pasa por A e é perpendicular ao plano do papel.
   Dato: $K = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. *(P.A.U. xuño 11)*
   Rta.: a) $Q = -3{,}46$ mC; b) $E_p = 2{,}07 \cdot 10^4$ J; c) $\Delta E = 0$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto A	$q = 2{,}00$ mC $= 0{,}00200$ C
Lonxitude do lado do triángulo	$L = 3\sqrt{3}$ m $= 5{,}20$ m
Distancia do centro do triángulo a cada vértice	$r = 3{,}00$ m
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (0, 0)$ m
Ángulo xirado polo triángulo	$\theta = 45°$
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$
Incógnitas	
Valor da carga, Q, que se atopa en cada un dos vértices	Q
Enerxía potencial de cada carga Q	E_p
Enerxía para rotar o triángulo 45° arredor dun eixe perpendicular	ΔE
Ecuacións	
Lei de Coulomb: forza entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r	$\vec{F} = K \dfrac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{Ai}$
Enerxía potencial eléctrica dunha interacción entre dúas cargas, Q e q, situadas a unha distancia, r, una da outra.	$E_p = q \cdot V = K \dfrac{Q \cdot q}{r}$
Enerxía potencial eléctrica dun conxunto de cargas	$E_p = \Sigma E_{p\,i} = ½ \Sigma E_{p\,q}$

Solución:



a) Debúxase un triángulo co punto A no centro e asígnanse letras aos vértices B, C e D.
Os vectores de forza eléctrica debúxanse no vértice superior D, porque nese punto os cálculos son máis sinxelos.
Debúxase un vector por cada carga, prestando atención ao sentido.
As forzas producidas polas cargas situadas nos puntos C e B son de repulsión, porque as cargas son positivas. Como os seus valores son iguais, porque as cargas e as distancias son as mesmas, os vectores serán da mesma medida. As súas compoñentes horizontais anúlanse e a resultante destas dúas forzas será vertical e estará dirixida no sentido positivo do eixe Y.
A forza producida pola carga situada no punto A debe ser atractiva e o seu valor debe ser igual á suma das compoñentes verticais das forzas das cargas situadas nos puntos C e B, e, como son dúas, a forza resultante medirá o dobre da compoñente vertical dun deles.
A forza entre dúas cargas eléctricas vén dada pola lei de Coulomb.

$$\vec{F} = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

Escríbese a expresión da forza eléctrica, $\vec{F}_{DA}$, que exerce a carga q, situada no punto A, sobre a carga Q, situada no punto D, en función da carga, Q, descoñecida:

$$\vec{F}_{DA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{0{,}00200\ [\mathrm{C}]\cdot Q}{(3{,}00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{j}}=2{,}00\cdot 10^6 Q\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N}$$

Escríbese a expresión da forza eléctrica, $\vec{F}_{DB}$, que exerce a carga Q, situada no punto B, sobre a carga Q, situada no punto D é, en función da carga, Q, descoñecida:

$$\vec{F}_{DB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{Q\cdot Q}{(5{,}20\ [\mathrm{m}])^2}(\cos 120\,°\,\vec{\mathbf{i}}+\operatorname{sen} 120\,°\,\vec{\mathbf{j}})=(-167\,\vec{\mathbf{i}}+289\,\vec{\mathbf{j}})\cdot 10^6 Q^2\ [\mathrm{N}]$$

A forza eléctrica que exerce a carga Q, situada no punto C, sobre outra carga Q, situada no punto D, é simétrica á do punto B. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\vec{F}_{DC} = (167\,\vec{\mathbf{i}} + 289\,\vec{\mathbf{j}})\cdot 10^6\ Q^2\ [\mathrm{N}]$$

Polo principio de superposición, a forza resultante no punto D é a suma vectorial das forzas exercidas por cada carga sobre a carga situada nese punto.

$$\vec{F}_D = \vec{F}_{DA} + \vec{F}_{DB} + \vec{F}_{DC} = \vec{\mathbf{0}}$$

A forza resultante é nula porque a carga situada no punto D está en equilibrio. As compoñentes x das forzas anúlanse. Para as compoñentes no eixe Y cúmprese a igualdade:

$$(2{,}00 + 289\ Q + 289\ Q)\ Q\cdot 10^6 = 0$$

Despéxase Q para obter o valor da carga:

$$Q=\frac{-2{,}00\,\mathrm{C}}{(2\cdot 289)}=-0{,}00346\ \mathrm{C}=-3{,}46\ \mathrm{mC}$$

b) A enerxía potencial de cada carga é a suma das enerxías potenciais de todas as interaccións entre os pares de carga que lle afecten. A enerxía potencial da carga Q situada no punto D é:

$$E_{pD} = E_{pCD} + E_{pBD} + E_{pAD}$$

A enerxía potencial de cada interacción entre dúas cargas vén dada pola expresión:

$$E_{p\,i}=K\frac{Q\cdot q}{r}$$

Calcúlase a enerxía potencial da interacción entre as cargas situadas nos puntos C e D:

$$E_{pCD}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{(-3{,}46\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}])\cdot(-3{,}46\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}])}{5{,}20\ [\mathrm{m}]}=2{,}08\cdot 10^4\ \mathrm{J}$$

A enerxía potencial da interacción entre as cargas situadas nos puntos B e D vale o mesmo que a da interacción entre as cargas situadas nos puntos C e D:

$$E_{pBD} = E_{pCD} = 2{,}08\cdot 10^4\ \mathrm{J}$$

Calcúlase a enerxía potencial da interacción entre as cargas situadas nos puntos A e D:

$$E_{pAD}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{2{,}00\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}]\cdot(-3{,}46\cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}])}{3{,}00\ [\mathrm{m}]}=-2{,}08\cdot 10^4\ \mathrm{J}$$

A enerxía potencial da carga Q vale:

$$E_{pD} = E_{pCD} + E_{pBD} + E_{pAD} = 2{,}08\cdot 10^4\ [\mathrm{J}] + 2{,}08\cdot 10^4\ [\mathrm{J}] + (-2{,}08\cdot 10^4\ [\mathrm{J}]) = 2{,}08\cdot 10^4\ \mathrm{J}$$

c) A enerxía potencial da carga situada no punto A é a suma das enerxías potenciais das tres interaccións nas que aparece:

$$E_{pA} = E_{pAB} + E_{pAC} + E_{pAD}$$

As enerxías potenciais das tres interaccións son iguais, porque os pares de cargas e as distancias son as mesmas. Por tanto:

$$E_{pA}=3\cdot\left(9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\cdot\frac{2\cdot 10^{-3}\ [\text{C}]\cdot(-3{,}46\cdot 10^{-3}\ [\text{C}])}{(3{,}00\ [\text{m}])}\right)=-6{,}24\cdot 10^4\ \text{J}$$

A enerxía potencial da disposición de cargas é a suma das enerxías potenciais das interaccións entre os pares de cargas ou, o que é o mesmo, a metade da suma das enerxías potenciais de todas as cargas, porque neste caso cada interacción cóntase dúas veces. Por exemplo, a interacción A ↔ C aparece no cálculo da enerxía potencial da carga situada no punto A e tamén no cálculo da enerxía potencial da carga situada no punto C.

$$E_p=\frac{1}{2}(E_{pA}+E_{pB}+E_{pC}+E_{pD})=\frac{1}{2}(E_{pA}+3\cdot E_{pD})=\frac{1}{2}(-6{,}24\cdot 10^4\ [\text{J}]+3\cdot 2{,}08\cdot 10^4\ [\text{J}])=0$$

Como ao xirar 45°, as distancias relativas non cambian, a enerxía da nova disposición é a mesma, e a enerxía total requirida é cero.

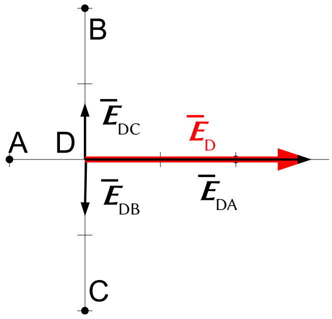
7. Tres cargas eléctricas de +1 μC, están nos puntos A(−1, 0), B(0, 2) e C(0, −2) (metros). Calcula en D(0, 0) e en F(2, 0):
   a) O campo eléctrico.
   b) O potencial eléctrico.
   c) Se en D(0, 0) colócase unha terceira carga q de +1 μC e de 10 g de masa, sometida só á acción electrostática das outras tres, calcula a velocidade coa que chega ao punto F(2, 0).

   Datos: $K = 9\cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$; 1 μC = 10^{-6} C. *(P.A.U. xuño 10)*

   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_D = 9{,}0\cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}}$ N/C; $\overline{\boldsymbol{E}}_F = 2{,}6\cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}}$ N/C; b) $V_D = 1{,}8\cdot 10^4$ V; $V_F = 9{,}4\cdot 10^3$ V; c) v = 1,31 m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto A	$Q_A = 1{,}00\ \mu\text{C} = 1{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto B	$Q_B = 1{,}00\ \mu\text{C} = 1{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto C	$Q_C = 1{,}00\ \mu\text{C} = 1{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Masa da partícula que se despraza	$m = 10{,}0\ \text{g} = 1{,}00\cdot 10^{-2}$ kg
Carga da partícula que se despraza	$q = 1{,}00\ \mu\text{C} = 1{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Velocidade inicial no punto D	$v_D = 0$
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (-1{,}00,\ 0)$ m
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (0,\ 2{,}00)$ m
Posición do punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (0,\ -2{,}00)$ m
Posición do punto D do que sae	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0,\ 0)$ m
Posición do punto F ao que chega	$\overline{\boldsymbol{r}}_F = (2{,}00,\ 0)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$
Incógnitas	
Campo eléctrico nos puntos D e F	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$, $\overline{\boldsymbol{E}}_F$
Potenciais eléctricos nos puntos D e F	V_D, V_F
Velocidade que terá ao pasar polo punto F	v_F
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A=\sum\vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga, q, situada nun punto A	$E_{pA} = q\cdot V_A$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½\ m\cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$

Solución:



a) Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(−1, 0), B(0, 2), C(0, −2) e D(0, 0). Debúxanse os vectores do campo no punto D, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Os valores dos campos creados polas cargas situadas nos puntos B e C, situados no eixe *Y*, son iguais, porque as cargas son iguais e atópanse á mesma distancia, e, polo tanto, anúlanse.
O vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$, coincide co vector $\overline{\boldsymbol{E}}_{DA}$.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K\frac{Q \cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K\frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

A distancia do punto A ao punto D é: r_{AD} = |(0, 0) – (−1,00, 0) [m]| = 1,00 m.
O vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto A, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe *X*.
Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de +1 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}] \cdot \frac{1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(1{,}00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}} = 9{,}00 \cdot 10^3\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

A distancia do punto B ao punto D é: r_{BD} = |(0, 0) – (0, 2,00) [m]| = 2,00 m.
O vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto B, é -$\overline{\mathbf{j}}$, o vector unitario do eixe *Y*, en sentido negativo.
Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de +1 µC situada no punto B.

$$\vec{E}_{DB} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}] \cdot \frac{1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(2{,}00\ [\text{m}])^2}(-\vec{\mathbf{j}}) = -2{,}25 \cdot 10^3\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

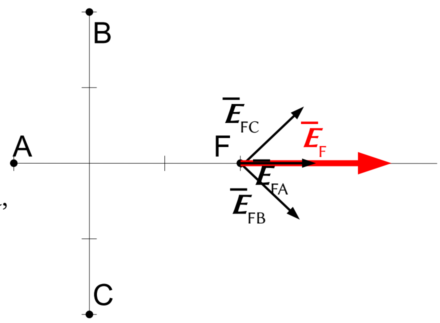
O campo no punto D, creado pola carga de +1 µC situada no punto C, é oposto ao do punto B:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{DC} = 2{,}25 \cdot 10^3\ \overline{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto D é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\boldsymbol{E}}_{DA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{DB} + \overline{\boldsymbol{E}}_{DC} = 9{,}00 \cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido positivo do eixe X.



Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(−1, 0), B(0, 2), C(0, −2) e F(2, 0). Debúxanse os vectores do campo no punto F, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Como os valores dos campos creados polas cargas situadas nos puntos B e C, son iguais porque as cargas son iguais e están á mesma distancia, os vectores serán da mesma medida.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_F$.
A resultante dos campos creados polas cargas situadas nos puntos B e C irá no sentido positivo do eixe *X*, porque as súas compoñentes verticais anúlanse. O vector resultante tamén estará dirixido no sentido positivo do eixe *X*.

A distancia do punto A ao punto F é: r_{AF} = |(2,00, 0) [m] – (–1,00, 0) [m]| = 3,00 m.
O vector unitario do punto F, tomando como orixe o punto A, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe *X*.
Calcúlase o campo no punto F, creado pola carga de +1 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{FA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(3{,}00\ [\mathrm{m}])^2}\vec{\mathbf{i}}=1{,}00\cdot 10^3\,\vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Calcúlase a distancia do punto B ao punto F:

$$r_{BF}=\sqrt{(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2+(2{,}00\ [\mathrm{m}])^2}=2{,}83\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o vector unitario do punto F, tomando como orixe o punto B:

$$\vec{u}_{BF}=\frac{\vec{r}_{BF}}{|\vec{r}_{BF}|}=\frac{(2{,}00\,\vec{\mathbf{i}}-2{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{2{,}83\ [\mathrm{m}]}=0{,}707\,\vec{\mathbf{i}}-0{,}707\,\vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no punto F, creado pola carga de +1 µC situada no punto B:

$$\vec{E}_{FB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}83\ [\mathrm{m}])^2}(0{,}707\,\vec{\mathbf{i}}-0{,}707\,\vec{\mathbf{j}})=(795\,\vec{\mathbf{i}}-795\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto F, creado pola carga de +1 µC situada no punto C, é simétrico ao do punto B. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente vertical é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{FC} = (795\ \overline{\mathbf{i}} + 795\ \overline{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto F é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_F = \overline{\boldsymbol{E}}_{FA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{FB} + \overline{\boldsymbol{E}}_{FC} = 2{,}59\cdot 10^3\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido positivo do eixe X.

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, *V*, nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
b) Calcúlanse os potenciais no punto D, debidos ás cargas situadas nos puntos A, B e C:

$$V_{DA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}00\ [\mathrm{m}])}=9{,}00\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$
$$V_{DC}=V_{DB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}00\ [\mathrm{m}])}=4{,}50\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico no punto D é a suma dos potenciais de cada unha das cargas nese punto:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 9{,}00\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] + 4{,}50\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] + 4{,}50\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] = 1{,}800\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

Calcúlanse os potenciais no punto F, debidos ás cargas situadas nos puntos A, B e C:

$$V_{FC}=V_{FB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(2{,}83\ [\mathrm{m}])}=3{,}18\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$
$$V_{FA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(3{,}00\ [\mathrm{m}])}=3{,}00\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico no punto F é a suma dos potenciais de cada unha das cargas nese punto:

$$V_F = V_{FA} + V_{FB} + V_{FC} = 3{,}00\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] + 3{,}18\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] + 3{,}18\cdot 10^3\ [\mathrm{V}] = 9{,}36\cdot 10^3\ \mathrm{V}$$

c) Como a forza eléctrica é unha forza conservativa, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_F = (E_c + E_p)_D$$
$$½\ m\ v^2_F + q \cdot V_F = ½\ m\ v^2_D + q \cdot V_D$$
$$(1{,}00·10^{-2}\ [\text{kg}] / 2) \cdot v_F^2 + 1{,}00·10^{-6}\ [\text{C}] \cdot 9{,}36·10^3\ [\text{V}] = 1{,}00·10^{-6}\ [\text{C}] \cdot 1{,}800·10^4\ [\text{V}]$$

A velocidade no punto F calcúlase despexando:

$$v_F = \sqrt{\frac{2(0{,}01800-0{,}00936)}{0{,}010\ \ 0}} = 1{,}31\ \text{m/s}$$

Como a velocidade é un vector, hai que determinar a dirección e o sentido.
Pódese deducir que a aceleración ten a dirección do eixe X en sentido positivo, porque a carga é positiva e a aceleración seguirá a dirección e o sentido do campo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na mesma liña que a aceleración.

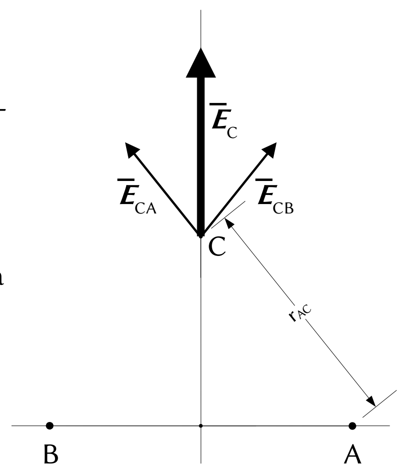
$$\overline{\boldsymbol{v}}_F = 1{,}31\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{m/s}$$

8. Dúas cargas eléctricas de 3 mC están situadas en A(4, 0) e B(−4, 0) (en metros). Calcula:
   a) O campo eléctrico en C(0, 5) e en D(0, 0).
   b) O potencial eléctrico nos mesmos puntos C e D.
   c) O traballo para trasladar q = −1 mC desde C a D.
   Datos: $K = 9·10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$; 1 mC = 10^{-3} C. *(P.A.U. xuño 09)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = 1{,}03·10^6\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; $\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\mathbf{0}}$; b) $V_C = 8{,}43·10^6$ V; $V_D = 1{,}35·10^7$ V; c) W(ext.) = $-5{,}1·10^3$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga Q_1	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (4{,}00,\ 0)$ m
Posición da carga Q_2	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (-4{,}00,\ 0)$ m
Posición do punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (0,\ 5{,}00)$ m
Posición do punto D	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0,\ 0)$ m
Valor da carga situada no punto A	$Q_1 = 3{,}00$ mC $= 3{,}00·10^{-3}$ C
Valor da carga situada no punto B	$Q_2 = 3{,}00$ mC $= 3{,}00·10^{-3}$ C
Valor da carga que se traslada	$q = -1{,}00$ mC $= -1{,}00·10^{-3}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00·10^9\ \text{N·m}^2\text{·C}^{-2}$
Incógnitas	
Campo eléctrico nos puntos C e D	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Potencial eléctrico nos puntos C e D	V_C, V_D
Traballo para trasladar unha carga de −1 mC do punto C ao punto D	$W_{C\rightarrow D}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{\boldsymbol{E}} = K\dfrac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A = \sum \vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V = K\dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A\rightarrow B} = q\ (V_A - V_B)$

Solución:

a) Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(4, 0), B(−4, 0) e C(0, 5).
Debúxanse os vectores do campo no punto C, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión porque as cargas son positivas.
Como os seus valores son iguais, porque as cargas e as distancias son iguais, os vectores serán da mesma medida.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$.
As compoñentes horizontais dos campos creados polas cargas anúlanse e a resultante estará dirixida no sentido positivo do eixe Y.



O valor da resultante será a suma das compoñentes verticais de cada campo, e, como son dúas, o vector campo resultante medirá o dobre da compoñente vertical dun deles.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\vec{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

Calcúlase a distancia entre os puntos A(4, 0) e C(0, 5).

$$\vec{r}_{\mathrm{AC}} = \vec{r}_{\mathrm{C}} - \vec{r}_{\mathrm{A}} = 5{,}00\,\vec{\mathbf{j}}\ [\mathrm{m}] - 4{,}00\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{m}] = (-4{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 5{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{m}$$

$$r_{\mathrm{AC}} = |\vec{r}_{\mathrm{AC}}| = \sqrt{(-4{,}00\ [\mathrm{m}])^2 + (5{,}00\ [\mathrm{m}])^2} = 6{,}40\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto A:

$$\vec{u}_{\mathrm{AC}} = \frac{\vec{r}_{\mathrm{AC}}}{|\vec{r}_{\mathrm{AC}}|} = \frac{(-4{,}00\,\vec{\mathbf{i}} + 5{,}00\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{6{,}40\ [\mathrm{m}]} = -0{,}625\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}781\,\vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no punto C, creado pola carga de 3 mC situada no punto A:

$$\vec{E}_{\mathrm{CA}} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\mathrm{C}]}{(6{,}40\ [\mathrm{m}])^2} (-0{,}625\,\vec{\mathbf{i}} + 0{,}781\,\vec{\mathbf{j}}) = (-4{,}11 \cdot 10^5\,\vec{\mathbf{i}} + 5{,}14 \cdot 10^5\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

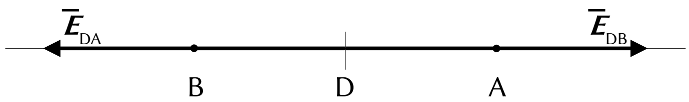
O campo no punto C, creado pola carga de 3 mC situada no punto B, é simétrico ao do punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{CB}} = (4{,}11 \cdot 10^5\ \bar{\mathbf{i}} + 5{,}14 \cdot 10^5\ \bar{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto C é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{C}} = \overline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{CA}} + \overline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{CB}} = (-4{,}11 \cdot 10^5\ \bar{\mathbf{i}} + 5{,}14 \cdot 10^5\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (4{,}11 \cdot 10^5\ \bar{\mathbf{i}} + 5{,}14 \cdot 10^5\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] = 1{,}03 \cdot 10^6\ \bar{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido positivo do eixe Y.



Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(4, 0), B(−4, 0) e D(0, 0). Debúxanse os vectores do campo no punto D, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Como as distancias AD e BD son as mesmas, e as cargas situadas en A e en B son iguais, os campos son opostos, do mesmo valor e dirección, pero de sentido contrario, e anúlanse.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{\mathrm{D}} = \bar{\mathbf{0}}$$

b)
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Os potenciais eléctricos no punto C, debidos ás cargas situadas nos puntos A e B, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto C, que é a suma, vale o dobre do potencial dunha carga.

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = 2 \cdot V_{CA} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-3} \ [\text{C}]}{(6{,}40 \ [\text{m}])} = 2 \cdot 4{,}22 \cdot 10^6 \ [\text{V}] = 8{,}43 \cdot 10^6 \ \text{V}$$

O potencial eléctrico no punto D calcúlanse dun xeito similar.

$$V_D = V_{DB} + V_{DA} = 2 \cdot V_{DA} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-3} \ [\text{C}]}{(4{,}00 \ [\text{m}])} = 2 \cdot 6{,}25 \cdot 10^6 \ [\text{V}] = 13{,}5 \cdot 10^6 \ \text{V}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

c) O traballo realizado pola forza de campo cando se traslada unha carga de −1 mC desde o punto C ata o punto D, é:

$$W_{C\to D} = q\,(V_C - V_D) = -1{,}00 \cdot 10^{-3} \ [\text{C}] \cdot (8{,}43 \cdot 10^6 - 13{,}5 \cdot 10^6) \ [\text{V}] = 5{,}1 \cdot 10^3 \ \text{J}$$

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.

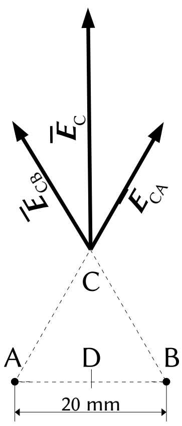
$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = -5{,}1 \cdot 10^3 \ \text{J}$$

9. En dous dos vértices dun triángulo equilátero de 2 cm de lado sitúanse dúas cargas puntuais de +10 µC cada unha. Calcula:
   a) O campo eléctrico no terceiro vértice.
   b) O traballo para levar unha carga de 5 µC desde o terceiro vértice ata o punto medio do lado oposto.
   c) Xustifica por que non necesitas coñecer a traxectoria no apartado anterior.
   Datos: $K = 9 \cdot 10^9 \ \text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; 1 µC = 10^{-6} C. *(P.A.U. xuño 08)*
   Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = 3{,}90 \cdot 10^8$ N/C, na bisectriz cara ao exterior; b) $W(\text{ext.}) = 45{,}0$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de cada carga fixa	$Q = 10{,}0 \ \mu\text{C} = 1{,}00 \cdot 10^{-5} \ \text{C}$
Lonxitude do lado do triángulo equilátero	$L = 2{,}00 \ \text{cm} = 0{,}0200 \ \text{m}$
Valor da carga que se despraza	$q = 5{,}00 \ \mu\text{C} = 5{,}00 \cdot 10^{-6} \ \text{C}$
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9 \ \text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$
Incógnitas	
Campo no terceiro vértice	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$

Traballo para levar 5 µC desde o terceiro vértice ata o punto medio do lado oposto	$W_{C\to D}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A=\sum\vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:



a) Realízase un diagrama no que se debuxa o triángulo equilátero e se sitúan os puntos A, B e C. Debúxanse os vectores do campo eléctrico no vértice superior C (para que os cálculos sexan máis sinxelos), un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión porque as cargas son positivas.
Como os seus valores son iguais, porque as cargas e as distancias son as mesmas, os vectores serán da mesma medida.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\vec{E}_C$.
As compoñentes horizontais dos campos creados polas cargas anúlanse e a resultante irá no sentido positivo do eixe *Y*. O valor da resultante será a suma das compoñentes verticais de cada campo, e, como son dúas, o vector campo resultante medirá o dobre da compoñente vertical dun deles.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\vec{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Cando se coñece o ángulo *α* que forma o vector $\vec{u}_r$ co eixe *X*, o vector unitario calcúlase coa expresión: $\vec{u}_r = \cos\alpha\,\vec{\mathbf{i}} + \text{sen}\,\alpha\,\vec{\mathbf{j}}$. O vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto A, é:

$$\vec{u}_{CA}=\cos 60°\,\vec{\mathbf{i}}+\text{sen}\,60°\,\vec{\mathbf{j}}=0{,}500\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}866\,\vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no punto C, creado pola carga de 10 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{CA}=9{,}00\cdot 10^9\,[\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-5}\,[\mathrm{C}]}{(0{,}020\,0\,[\mathrm{m}])^2}(0{,}500\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}866\,\vec{\mathbf{j}})\ =(1{,}13\cdot 10^8\,\vec{\mathbf{i}}+1{,}95\cdot 10^8\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto C, creado pola carga de 10 µC situada no punto B, é simétrico ao do punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\vec{E}_{CB} = (-1{,}13\cdot 10^8\,\vec{\mathbf{i}} + 1{,}95\cdot 10^8)\,\vec{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto C é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = (-1{,}13 \cdot 10^8\ \bar{\mathbf{i}} + 1{,}95 \cdot 10^8\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (1{,}13 \cdot 10^8\ \bar{\mathbf{i}} + 1{,}95 \cdot 10^8\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] = 3{,}90 \cdot 10^8\ \bar{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido positivo do eixe Y.

Un resultado independente de como se elixiron os vértices é: o campo eléctrico no terceiro vértice vale $3{,}90 \cdot 10^8$ N/C e está dirixido segundo a bisectriz do ángulo dese vértice, cara ao exterior do triángulo.
b, c)
O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Os potenciais eléctricos no punto C, debidos ás cargas situadas nos puntos A e B, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto C, que é a suma, vale o dobre do potencial dunha carga:

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = 2 \cdot V_{CA} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{1{,}00 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}020\ [\mathrm{m}])} = 2 \cdot 4{,}50 \cdot 10^6\ [\mathrm{V}] = 9{,}00 \cdot 10^6\ \mathrm{V}$$

Chamando punto D ao centro do lado AB, os potenciais no punto D, debidos ás cargas situadas nos puntos A e B, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto D, que é a suma, vale o dobre do potencial dunha carga:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} = 2 \cdot V_{DA} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \frac{1{,}00 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}010\ [\mathrm{m}])} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^6\ [\mathrm{V}] = 1{,}80 \cdot 10^7\ \mathrm{V}$$

O traballo realizado pola forza do campo eléctrico ao trasladar unha carga de 5 μC desde o punto C ata o punto D é:

$$W_{C \to D} = q\,(V_C - V_D) = 5{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}] \cdot (9{,}00 \cdot 10^6 - 1{,}80 \cdot 10^7)\ [\mathrm{V}] = -45{,}0\ \mathrm{J}$$

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

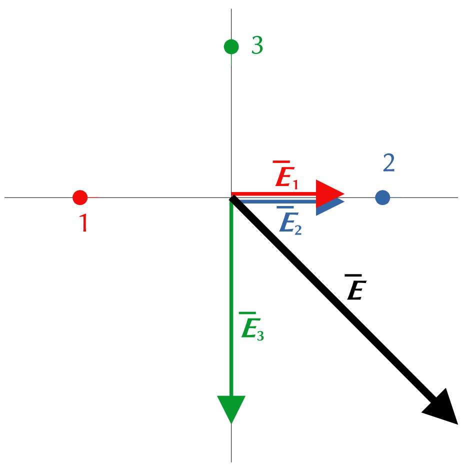
O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 45{,}0\ \mathrm{J}$$

10. Dadas tres cargas puntuais $q_1 = 10^{-3}$ µC en (-8, 0) m, $q_2 = -10^{-3}$ µC en (8, 0) m e $q_3 = 2·10^{-3}$ µC en (0, 8) m. Calcula:
    a) O campo e o potencial eléctricos en (0, 0).
    b) A enerxía electrostática.
    c) Xustifica que o campo electrostático é conservativo.
    Datos: 1 µC = 10^{-6} C; $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻². *(P.A.U. set. 07)*
    Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_O = 0,282\ \overline{\mathbf{i}} - 0,282\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; $V_O = 2,25$ V; b) $E = -5,63·10^{-10}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto 1	$q_1 = 10^{-3}$ µC $= 1,00·10^{-9}$ C
Valor da carga situada no punto 2	$q_2 = -10^{-3}$ µC $= -1,00·10^{-9}$ C
Valor da carga situada no punto 3	$q_3 = 2·10^{-3}$ µC $= 2,00·10^{-9}$ C
Posición do punto 1	$\overline{\boldsymbol{r}}_1 = (-8,00,\ 0)$ m
Posición do punto 2	$\overline{\boldsymbol{r}}_2 = (+8,00,\ 0)$ m
Posición do punto 3	$\overline{\boldsymbol{r}}_3 = (0,\ 8,00)$ m
Posición do punto 4 onde hai que calcular o campo e potencial	$\overline{\boldsymbol{r}}_4 = (0,\ 0)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9,00·10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Campo eléctrico no punto (0, 0)	$\overline{\boldsymbol{E}}_4$
Potencial eléctrico no punto (0, 0)	V_4
Enerxía electrostática	E
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$\vec{\boldsymbol{E}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$
Principio de superposición	$\vec{\boldsymbol{E}}_A=\sum\vec{\boldsymbol{E}}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha interacción entre dúas cargas, *Q* e *q*, situadas a unha distancia, *r*, una da outra.	$E_p=q\cdot V=K\frac{Q\cdot q}{r}$
Enerxía potencial eléctrica dun conxunto de cargas	$E_p = \sum E_{p\,i} = ½\sum E_{p\,q}$

Solución:



a) Faise un debuxo no que se sitúan as cargas 1(−8, 0), 2(8, 0), 3(0, 8) e 4(0, 0). Debúxanse os vectores do campo no punto 4, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido.
Os campos creados polas cargas situadas nos puntos 1 e 3 son de repulsión, porque as cargas son positivas, pero o campo creado pola carga 2, que é negativa, é de atracción.
Os campos creados polas cargas situadas nos puntos 1 e 2 son do mesmo valor, porque as cargas e as distancias son iguais, e los vectores serán da mesma medida. O vector resultante de ambos medirá o dobre que un deles e irá no sentido positivo do eixe *X*.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}$.
O campo creado pola carga situada no punto 3 é o dobre que o creado pola carga situada no punto 1, e vai no sentido negativo do eixe *Y*.
A resultante dos tres campos estará no cuarto cuadrante, en dirección diagonal, porque o valor do campo creado pola carga 3 vale o mesmo que a suma dos campos das cargas 1 e 2.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.

A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

A distancia do punto 1 ao punto 4 é: r_{14} = |(0, 0) - (–8,00, 0) [m]| = 8,00 m.
O vector unitario do punto 4, tomando como orixe o punto 1, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe X.
Calcúlase o campo no punto 4, creado pola carga 1, de 1 nC:

$$\vec{E}_{41} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{1{,}00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(8{,}00 \text{ [m]})^2} \vec{\mathbf{i}} = 0{,}141 \vec{\mathbf{i}} \text{ N/C}$$

O campo no punto 4, creado pola carga 2, de −1 nC, é igual:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{42} = 0{,}141 \ \overline{\mathbf{i}} \text{ N/C}$$

A distancia do punto 3 ao punto 4 é: r_{34} = |(0, 0) – (8,00, 0) [m]| = 8,00 m.
O vector unitario do punto 4, tomando como orixe o punto 3, é -$\overline{\mathbf{j}}$, o vector unitario do eixe Y en sentido negativo.
Calcúlase o campo no punto 4, creado pola carga 3, de 2 nC:

$$\vec{E}_{43} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \cdot \frac{2{,}00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(8{,}00 \text{ [m]})^2} (-\vec{\mathbf{j}}) = -0{,}282 \vec{\mathbf{j}} \text{ N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto 4 é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_4 = \overline{\boldsymbol{E}}_{41} + \overline{\boldsymbol{E}}_{42} + \overline{\boldsymbol{E}}_{43} = (0{,}282 \ \overline{\mathbf{i}} - 0{,}282 \ \overline{\mathbf{j}}) \text{ N/C}$$

O seu módulo vale:

$$|\vec{E}_4| = \sqrt{((0{,}282 \text{ [N/C]})^2 + (0{,}282 \text{ [N/C]})^2)} = 0{,}398 \text{ N/C}$$

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Calcúlase o potencial eléctrico no punto 4, creado pola carga 1:

$$V_{41} = 9{,}00 \cdot 10^9 \text{ [N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{1{,}00 \cdot 10^{-9} \text{ [C]}}{(8{,}00 \text{ [m]})} = 1{,}13 \text{ V}$$

O potencial eléctrico creado pola carga 2 é oposto, xa que a carga 2 vale o mesmo que a carga 1, pero é negativa e atópase á mesma distancia:

$$V_{42} = -1{,}13 \text{ V}$$

O potencial eléctrico creado pola carga 3 é o dobre que o creado pola carga 1, xa que a carga 3 vale o dobre e atópase á mesma distancia:

$$V_{43} = 2 \cdot V_{41} = 2 \cdot 1{,}13 \text{ [V]} = 2{,}25 \text{ V}$$

O potencial eléctrico no punto 4 é a suma dos potenciais creados por cada unha das cargas nese punto:

$$V_4 = V_{41} + V_{42} + V_{43} = 1{,}13\ [\text{V}] - 1{,}13\ [\text{V}] + 2{,}25\ [\text{V}] = 2{,}25\ \text{V}$$

b) A enerxía potencial de cada interacción entre dúas cargas vén dada pola expresión:

$$E_{\text{p i}} = K\frac{Q \cdot q}{r}$$

Calcúlase a enerxía potencial electrostática de cada unha das tres interaccións: 1↔2; 2↔3 e 1↔3.

$$E_{12} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\text{·C}^{-2}]\frac{1{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}] \cdot (-1{,}00 \cdot 10^{-9})\ [\text{C}]}{16{,}00\ [\text{m}]} = -5{,}63 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$
$$E_{23} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\text{·C}^{-2}]\frac{(-1{,}00 \cdot 10^{-9})\ [\text{C}] \cdot 2{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{\sqrt{(8{,}00\ [\text{m}])^2 + (8{,}00\ [\text{m}])^2}} = -15{,}9 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$
$$E_{13} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\text{·C}^{-2}]\frac{1{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}] \cdot 2{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{\sqrt{(8{,}00\ [\text{m}])^2 + (8{,}00\ [\text{m}])^2}} = 15{,}9 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

A enerxía total electrostática é a suma das enerxías das tres interaccións.

$$E = E_{12} + E_{23} + E_{13} = -5{,}63 \cdot 10^{-10}\ [\text{J}] + (-15{,}9 \cdot 10^{-10}\ [\text{J}]) + 15{,}9 \cdot 10^{-10}\ [\text{J}] = -5{,}63 \cdot 10^{-10}\ \text{J}$$

Análise: Se a enerxía total se calculase como a suma das enerxías potenciais das tres cargas, o resultado sería o dobre, porque as interaccións contaríanse dúas veces. Por exemplo, a interacción 1 ↔ 2 aparece no cálculo da enerxía potencial da carga 1 e tamén no cálculo da enerxía potencial da carga 2.

c)

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

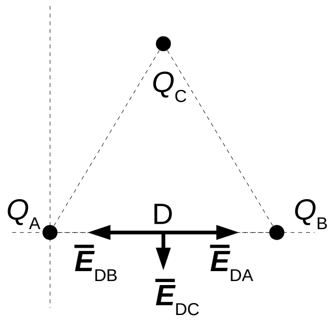
$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

11. Tres cargas puntuais de 2 μC sitúanse respectivamente en A(0, 0), B(1, 0) e C(1/2, $\sqrt{3}$/2). Calcula:
    a) O campo eléctrico nos puntos D(1/2, 0) e F(1/2, 1/(2$\sqrt{3}$))
    b) O traballo para trasladar unha carga q' = 1 μC de D a F.
    c) Con este traballo, aumenta ou diminúe a enerxía electrostática do sistema?
    Datos: As coordenadas en metros, $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²; 1 μC = 10^{-6} C. *(P.A.U. xuño 07)*
    Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_D = -2{,}40 \cdot 10^4\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; $\overline{\boldsymbol{E}}_F = \overline{\mathbf{0}}$; b) $W_{D\to F}$ (exterior) = $-W_{D\to F}$ (campo) = $7 \cdot 10^{-4}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto A	Q_A = 2,00 μC = $2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto B	Q_B = 2,00 μC = $2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto C	Q_C = 2,00 μC = $2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Carga da partícula que se despraza	q = 1,00 μC = $1{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$ = (0, 0) m
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B$ = (1,00, 0) m
Posición do punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C$ = (1/2, $\sqrt{3}$/2) = = (0,500, 0,866) m
Posición do punto D	$\overline{\boldsymbol{r}}_D$ = (0,500, 0) m
Posición do punto F	$\overline{\boldsymbol{r}}_F$ = (1/2, 1/(2$\sqrt{3}$)) = = (0,500, 0,289) m

Datos	***Cifras significativas: 3***
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$
Incógnitas	
Campo eléctrico no punto D	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Campo eléctrico no punto F	$\overline{\boldsymbol{E}}_F$
Traballo para levar 1 μC desde o punto D ata o punto F	$W_{D \to F}$
Incógnitas	
Campo eléctrico no punto D	$\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Campo eléctrico no punto F	$\overline{\boldsymbol{E}}_F$
Traballo para levar 1 μC desde o punto D ata o punto F	$W_{D \to F}$
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$V = K \frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A \to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:



a) Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(0, 0), B(1, 0), C(0,5, 0,9) e D(0,5, 0). Debúxanse os vectores do campo no punto D, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Os valores dos campos creados polas cargas situadas nos puntos A e B son iguais e anúlanse entre si.
O vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$, coincide co vector $\overline{\boldsymbol{E}}_{DC}$.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

A distancia do punto A ao punto D é: $r_{AD} = |(0{,}500,\ 0)\ [\mathrm{m}] - (0,\ 0)| = 0{,}500\ \mathrm{m}$
O vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto A, é $\mathbf{\bar{i}}$, o vector unitario do eixe *X*.
Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de 2 μC, situada no punto A:

$$\vec{E}_{DA} = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}] \cdot \frac{2{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}500\ [\mathrm{m}])^2} \vec{i} = 7{,}20 \cdot 10^4\ \vec{i}\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto D, creado pola carga de 2 μC, situada no punto B é oposta,

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{DB} = -7{,}20 \cdot 10^4\ \mathbf{\bar{i}}\ \mathrm{N/C}$$

A distancia do punto C ao punto D é: $r_{CD} = |(0{,}500,\ 0)\ [\mathrm{m}] - (0{,}500,\ 0{,}866)\ [\mathrm{m}]| = 0{,}866\ \mathrm{m}$
O vector unitario do punto D tomando como orixe o punto C, é $-\mathbf{\bar{j}}$, o vector unitario do eixe *Y* en sentido negativo.

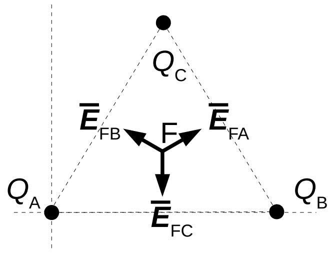
Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de 2 µC, situada no punto C:

$$\vec{E}_{DC}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\cdot\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}866\ [\text{m}])^2}(-\vec{\mathbf{j}})=-2{,}40\cdot 10^4\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto D é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\boldsymbol{E}}_{DA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{DB} + \overline{\boldsymbol{E}}_{DC} = 7{,}20\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}] + (-7{,}20\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{i}}\ [\text{N/C}]) + (-2{,}40\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{j}}\ [\text{N/C}]) = -2{,}40\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(0, 0), B(1, 0), C(0,5, 0,87) e (0,5, 0,3). Debúxanse os vectores do campo no punto F(1/2, 1/(2√3)), un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.
Os tres campos valen o mesmo, porque as cargas e as distancias son iguais. Son simétricos e a súa resultante é nula.



$$\overline{\boldsymbol{E}}_O = \overline{\mathbf{0}}$$

Deseguido, vanse realizar os cálculos, aínda que non é necesario.
As distancias dos puntos A, B e C ao punto F valen todas o mesmo:

$$r_{BF}=r_{AF}=\sqrt{(0{,}500\ [\text{m}])^2+(0{,}289\ [\text{m}])^2}=0{,}577\ \text{m}$$
$$r_{CF}=\sqrt{(0{,}500\ [\text{m}]-0{,}500\ [\text{m}])^2+(0{,}289\ [\text{m}]-0{,}866\ [\text{m}])^2}=0{,}577\ \text{m}$$

Os módulos dos vectores do campo creados en F polas cargas (iguais) situadas nos puntos A, B e C, son iguais.
Calcúlase o vector unitario do punto F, tomando coma orixe o punto A:

$$\vec{\boldsymbol{u}}_{AF}=\frac{\vec{\boldsymbol{r}}_{AF}}{|\vec{\boldsymbol{r}}_{AF}|}=\frac{(0{,}500\ \vec{\mathbf{i}}+0{,}289\ \vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]}{0{,}577\ [\text{m}]}=0{,}866\ \vec{\mathbf{i}}+0{,}500\ \vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no punto F, creado pola carga de 2 µC, situada no punto A:

$$\vec{E}_{FA}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\cdot\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}577\ [\text{m}])^2}(0{,}866\ \vec{\mathbf{i}}+0{,}500\ \vec{\mathbf{j}})=(4{,}68\cdot 10^4\ \vec{\mathbf{i}}+2{,}70\cdot 10^4\ \vec{\mathbf{i}})\ \text{N/C}$$

O campo no punto F, creado pola carga de 2 µC, situada no punto B, é simétrico ao do punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{FB} = -4{,}68\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{i}} + 2{,}70\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

O vector unitario do punto F, tomando coma orixe o punto C, é -$\bar{\mathbf{j}}$, o vector unitario do eixe *Y* en sentido negativo.
Calcúlase o campo no punto F, creado pola carga de 2 µC, situada no punto C:

$$\vec{E}_{FC}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N·m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\cdot\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(0{,}577\ [\text{m}])^2}(-\vec{\mathbf{j}})=-5{,}40\cdot 10^4\ \vec{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto F é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_F = \overline{\boldsymbol{E}}_{FA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{FB} + \overline{\boldsymbol{E}}_{FC} = (4{,}68\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{i}} + 2{,}70\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{j}}) + (-4{,}68\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{i}} + 2{,}70\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{j}}) - 5{,}40\cdot 10^4\ \bar{\mathbf{j}} = \overline{\mathbf{0}}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
b) Calcúlanse os potenciais no punto D, debidos ás cargas situadas nos puntos A, B e C:

$$V_{DA}=V_{DB}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}500\ [\mathrm{m}])}=3{,}60\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

$$V_{DC}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}866\ [\mathrm{m}])}=2{,}08\cdot 10^4\ \mathrm{V}$$

O potencial eléctrico no punto D é a suma dos potenciais de cada unha das cargas nese punto:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} + V_{DC} = 3{,}60\cdot10^4\ [\mathrm{V}] + 3{,}60\cdot10^4\ [\mathrm{V}] + 2{,}08\cdot10^4\ [\mathrm{V}] = 9{,}28\cdot10^4\ \mathrm{V}$$

Os potenciais eléctricos no punto F, debidos ás cargas situadas nos puntos A, B e C, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto F, que é a suma, vale o triplo do potencial dunha carga.

$$V_{FA}=V_{FB}=V_{FC}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot C^{-2}}]\frac{2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}577\ [\mathrm{m}])}=3{,}12\cdot 10^4\ \mathrm{V} = 9{,}35\cdot10^4\ \mathrm{V}$$

Calcúlase o traballo realizado pola forza de campo:

$$W_{D\to F} = q\,(V_D - V_F) = 1{,}00\cdot10^{-6}\ [\mathrm{C}] \cdot (9{,}28\cdot10^4 - 9{,}35\cdot10^4)\ [\mathrm{V}] = -7\cdot10^{-4}\ \mathrm{J}$$

Análise: Ao restar dous números tan próximos, pérdense cifras significativas ⇗.

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 7\cdot10^{-4}\ \mathrm{J}$$

c) Nun campo conservativo, o traballo das forzas do campo é igual e de sentido contrario á variación da enerxía potencial.

$$W_{A\to B} = -\Delta E_p = q\,(V_A - V_B)$$

Como o traballo da forza do campo eléctrico é negativo, a enerxía potencial do sistema aumenta.

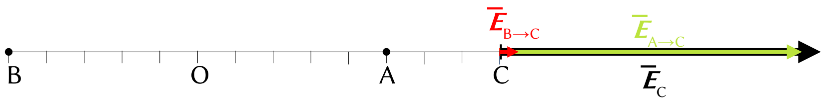
12. Dúas cargas puntuais iguais q = 1 µC están situadas nos puntos A(5, 0) e B(–5, 0). Calcula:
    a) O campo eléctrico nos puntos C(8, 0) e D (0, 4)
    b) A enerxía para trasladar unha carga de –1 µC desde C a D.
    Datos: 1 µC = 10^{-6} C, $K = 9\cdot10^9\ \mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}$. As coordenadas en metros. *(P.A.U. set. 06)*
    Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}_C = 1{,}05\cdot10^3\ \overline{\mathbf{i}}$ N/C; $\overline{\boldsymbol{E}}_D = 2{,}74\cdot10^2\ \overline{\mathbf{j}}$ N/C; b) $\Delta E = 8{,}81\cdot10^{-4}$ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto A	Q_A = 1,00 µC = $1{,}00\cdot10^{-6}$ C
Valor da carga situada no punto B	Q_B = 1,00 µC = $1{,}00\cdot10^{-6}$ C

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición do punto A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (5,00,\ 0,00)$ m
Posición do punto B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B = (-5,00,\ 0,00)$ m
Posición do punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C = (8,00,\ 0,00)$ m
Posición do punto D	$\overline{\boldsymbol{r}}_D = (0,00,\ 4,00)$ m
Constante de Coulomb	$K = 9,00\cdot10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Campo nos puntos C e D	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$
Enerxía para levar unha carga de −1 µC desde C ata D	$W_{C\to D}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$\vec{E} = K\dfrac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$V = K\dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga, *q*, situada nun punto A	$E_{pA} = q \cdot V_A$

Solución:

a) Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(5, 0), B(−5, 0) e C(8, 0). Debúxanse os vectores do campo no punto C(8, 0), un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de repulsión, porque as cargas son positivas.



O campo creado pola carga situada no punto B é moito menor que o creado pola carga situada no punto A, porque está moito máis lonxe.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E = K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K\dfrac{Q\cdot\cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}} = K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

A distancia do punto A ao punto C é: $r_{AC} = |(8,00,\ 0)\ [\text{m}] - (5,00,\ 0)\ [\text{m}]| = 3,00$ m
O vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto A, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe *X*.
Calcúlase o campo no punto C, creado pola carga de 1 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{CA} = 9\cdot10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{1,00\cdot10^{-6}\ [\text{C}]}{(3,00\ [\text{m}])^2}\vec{\mathbf{i}} = 1,00\cdot10^3\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{N/C}$$

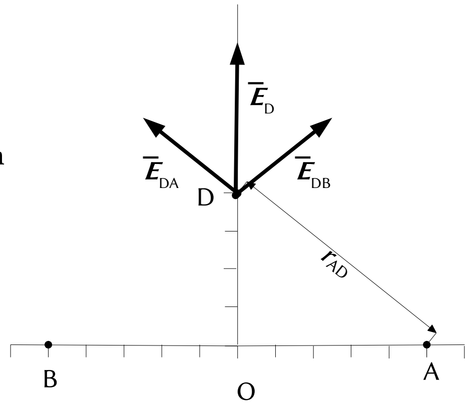
A distancia do punto B ao punto C é: $r_{BC} = |(8,00,\ 0)\ [\text{m}] - (-5,00,\ 0)\ [\text{m}]| = 13,00$ m
O vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto B, é $\overline{\mathbf{i}}$, o vector unitario do eixe *X*.
Calcúlase o campo no punto C, creado pola carga de 1 µC situada no punto B:

$$\vec{E}_{CB}=9\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(13{,}0\ [\mathrm{m}])^{2}}\vec{\mathbf{i}}=53{,}3\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto C é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = \overline{\boldsymbol{E}}_{CA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = 1{,}00\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] + 53{,}3\ \bar{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}] = 1{,}05\cdot 10^3\ \bar{\mathbf{i}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido positivo do eixe X.



Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A(5, 0), B(−5, 0) e D(0, 4). Debúxanse os vectores do campo no punto D, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido que é de repulsión porque as cargas son positivas.
Como os seus valores son iguais, porque as cargas e as distancias son iguais, os vectores serán da mesma medida.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_D$.
As compoñentes horizontais dos campos creados polas cargas anúlanse e a resultante estará dirixida no sentido positivo do eixe *Y*.
O valor da resultante será a suma das compoñentes verticais de cada campo, e, como son dúas, o vector campo resultante medirá o dobre da compoñente vertical dun deles.
Calcúlase a distancia do punto A ao punto D:

$$r_{AD}=\sqrt{(5{,}00\ [\mathrm{m}])^{2}+(4{,}00\ [\mathrm{m}])^{2}}=6{,}40\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o vector unitario do punto D, tomando como orixe o punto A:

$$\vec{u}_{AD}=\frac{\vec{r}_{AD}}{|\vec{r}_{AD}|}=\frac{(-5{,}00\ \vec{\mathbf{i}}+4{,}00\ \vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{\sqrt{(-5{,}00\ [\mathrm{m}])^{2}+(4{,}00\ [\mathrm{m}])^{2}}}=-0{,}781\ \vec{\mathbf{i}}+0{,}625\ \vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no punto D, creado pola carga de 1 µC situada no punto A:

$$\vec{E}_{DA}=9{,}00\cdot 10^{9}\ [\mathrm{N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(6{,}40\ [\mathrm{m}])^{2}}(-0{,}781\ \vec{\mathbf{i}}+0{,}625\ \vec{\mathbf{j}})=(-1{,}71\cdot 10^{2}\ \vec{\mathbf{i}}+1{,}37\ 10^{2}\ \vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto D, creado pola carga de 1 µC situada no punto B, é simétrico ao do punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{DB} = (1{,}71\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{i}} + 1{,}37\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto D é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_D = \overline{\boldsymbol{E}}_{DA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{DB} = (-1{,}71\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{i}} + 1{,}37\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] + (1{,}71\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{i}} + 1{,}37\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{j}})\ [\mathrm{N/C}] = 2{,}74\cdot 10^2\ \bar{\mathbf{j}}\ \mathrm{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido positivo do eixe Y.

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V=\frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\rightarrow B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\ (V_A - V_B)$$

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
b) Calcúlanse os potenciais no punto C, debidos ás cargas situadas nos puntos A e B:

$$V_{\text{CA}}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(3{,}00\ [\text{m}])}=3{,}00\cdot 10^3\ \text{V}$$

$$V_{\text{CB}}=9{,}00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]}{(13{,}00\ [\text{m}])}=6{,}92\cdot 10^2\ \text{V}$$

O potencial eléctrico no punto C é a suma dos potenciais de cada unha das cargas nese punto:

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = 3{,}00\cdot 10^3\ [\text{V}] + 6{,}92\cdot 10^2\ [\text{V}] = 3{,}69\cdot 10^3\ \text{V}$$

Os potenciais eléctricos no punto D, debidos ás cargas situadas nos puntos A e B, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto D, que é a suma, vale o dobre do potencial dunha carga.

$$V_{\text{D}}=V_{\text{DA}}+V_{\text{DB}}=2\cdot V_{\text{DA}}=2\cdot 9{,}00\cdot 10^9 [\text{N m}^2\text{C}^{-2}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}[\text{C}]}{(6{,}40[\text{m}])} = 2\cdot 1{,}41\cdot 10^3\ [\text{V}] = 2{,}81\cdot 10^3\ \text{V}$$

O traballo realizado pola forza do campo ao trasladar unha carga de −1 µC desde o punto C ata o punto D é:

$$W_{C\to D} = q\,(V_C - V_D) = -1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot(3{,}69\cdot 10^3 - 2{,}81\cdot 10^3)\ [\text{V}] = -8{,}81\cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.

$$W(\text{resultante}) = 0 - W(\text{campo}) = 8{,}81\cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

13. Dúas cargas puntuais negativas iguais, de -10^{-3} µC, atópanse sobre o eixe de abscisas, separadas unha distancia de 20 cm. A unha distancia de 50 cm sobre a vertical que pasa polo punto medio da liña que as une, colócase unha terceira partícula (puntual) de $+10^{-3}$ µC de carga e 1 g de masa, inicialmente en repouso. Calcula:
a) O campo e potencial eléctrico creado polas dúas primeiras na posición inicial da terceira.
b) A velocidade da terceira carga ao chegar ao punto medio da liña de unión entre as dúas primeiras.
Datos: 1 µC = 10^{-6} C; $K = 9\cdot 10^9$ N·m²·C⁻². Só se considera a interacción electrostática. *(P.A.U. xuño 04)*
Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{E}}$ = 67,9 N/C vertical cara ao eixe de abscisas. V = −35,3 V; b) $\overline{\boldsymbol{v}} = -0{,}017\ \overline{\mathbf{j}}$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor da carga situada no punto A	$Q_A = -1\cdot 10^{-3}$ µC $= -1{,}00\cdot 10^{-9}$ C
Valor da carga situada no punto B	$Q_B = -1\cdot 10^{-3}$ µC $= -1{,}00\cdot 10^{-9}$ C
Valor da carga situada no punto C	$Q_C = 1{,}00\cdot 10^{-3}$ µC $= 1{,}00\cdot 10^{-9}$ C
Masa da partícula que se despraza	m = 1,00 g = $1{,}00\cdot 10^{-3}$ kg
Velocidade inicial no punto C	$v_C = 0$
Distancia entre as dúas cargas	r_{AB} = 20,0 cm = 0,200 m
Distancia da terceira carga ao punto medio entre A e B	r_C = 50,0 cm = 0,500 m
Distancia do punto medio das cargas a un deles	r_{DA} = 10,0 cm = 0,100 m
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00\cdot 10^9$ N·m²·C⁻²

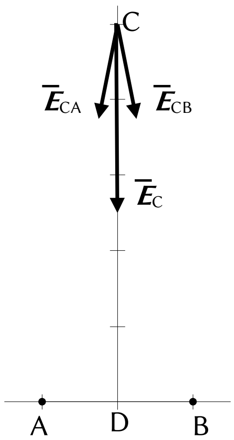
Incógnitas

Campo eléctrico no punto C	$\overline{\boldsymbol{E}}_C$
Potencial eléctrico no punto C	V_C
Velocidade que terá ao pasar polo punto D	v_D

Ecuacións

Campo eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A=\sum\vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*	$V=K\frac{Q}{r}$
Potencial eléctrico nun punto debido a varias cargas	$V=\sum V_i$
Enerxía potencial eléctrica dunha carga, *q*, situada nun punto A	$E_{pA}=q\cdot V_A$
Enerxía cinética dunha masa, *m*, que se move cunha velocidade, *v*	$E_c=\frac{1}{2}\,m\cdot v^2$
Principio da conservación da enerxía entre dous puntos A e B	$(E_c+E_p)_A=(E_c+E_p)_B$

Solución:



a) Faise un diagrama no que se sitúan os puntos A, B e C. Dos datos poden deducirse as súas coordenadas, aínda que os puntos A y B son intercambiables: A(−0,1, 0), B(0,1, 0) e C(0, 0,5).
Debúxanse os vectores do campo no punto C, un vector por cada carga, prestando atención ao sentido, que é de atracción, porque as cargas son negativas.
Como os seus valores son iguais, porque as cargas e as distancias son as mesmas, os vectores serán da mesma medida.
Debúxase o vector suma, que é o campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_C$.
As compoñentes horizontais dos campos creados polas cargas anúlanse e a resultante irá no sentido negativo do eixe *Y*. O valor da resultante será a suma das compoñentes verticais de cada carga, e, como son dúas, o vector campo resultante medirá o dobre da compoñente vertical dun deles.
O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, *Q* e *q*, separadas por unha distancia, *r*, vén dada pola lei de Coulomb, na que *K* é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, *r*, dunha carga puntual, *Q*, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Calcúlase a distancia do punto A ao punto C:

$$r_{AC}=\sqrt{(0{,}100\ [\mathrm{m}])^2+(0{,}500\ [\mathrm{m}])^2}=0{,}510\ \mathrm{m}$$

Calcúlase o vector unitario do punto C, tomando como orixe o punto A:

$$\vec{u}_{AC}=\frac{\vec{r}_{AC}}{|\vec{r}_{AC}|}=\frac{(0{,}100\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}500\,\vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{0{,}510\ [\mathrm{m}]}=0{,}196\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}981\,\vec{\mathbf{j}}$$

Calcúlase o campo no punto C, creado pola carga de −1 nC situada no punto A:

$$\vec{E}_{CA}=9{,}00\cdot10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\cdot\frac{-1{,}00\cdot10^{-9}\ [\mathrm{C}]}{(0{,}510\ [\mathrm{m}])^2}(0{,}196\,\vec{\mathbf{i}}+0{,}981\,\vec{\mathbf{j}})=(-6{,}79\,\vec{\mathbf{i}}-33{,}9\,\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N/C}$$

O campo no punto C, creado pola carga de −1 nC situada no punto B, é simétrico ao do punto A. Os valores das súas compoñentes son os mesmos, pero o signo da compoñente horizontal é oposto, porque está dirixida en sentido contrario:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = (6{,}79\ \overline{\mathbf{i}} - 33{,}9\ \overline{\mathbf{j}})\ \text{N/C}$$

Polo principio de superposición, o campo resultante no punto C é a suma vectorial dos campos creados nese punto por cada carga.

$$\overline{\boldsymbol{E}}_C = \overline{\boldsymbol{E}}_{CA} + \overline{\boldsymbol{E}}_{CB} = (-6{,}79\ \overline{\mathbf{i}} - 33{,}9\ \overline{\mathbf{j}})\ [\text{N/C}] + (6{,}79\ \overline{\mathbf{i}} - 33{,}9\ \overline{\mathbf{j}})\ [\text{N/C}] = -67{,}9\ \overline{\mathbf{j}}\ \text{N/C}$$

Análise: Coincide co debuxo. O campo resultante do cálculo vai no sentido negativo do eixe Y.

O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Os potenciais eléctricos no punto C, debidos ás cargas situadas nos puntos A e B, son iguais, porque tanto as cargas como as distancias son iguais. O potencial eléctrico no punto C, que é a suma, vale o dobre do potencial dunha carga.

$$V_C = V_{CA} + V_{CB} = 2 \cdot V_{CA} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]\frac{-1{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(0{,}510\ [\text{m}])} = -35{,}3\ \text{V}$$

b) Como a forza eléctrica é unha forza conservativa, e é a única que hai que ter en conta, porque é moito máis intensa que a gravitacional, a enerxía mecánica consérvase.

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$
$$½\ m\ v^2_C + q \cdot V_C = ½\ m\ v^2_D + q \cdot V_D$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto D, de xeito análogo ao do punto C:

$$V_D = V_{DA} + V_{DB} = 2 \cdot V_{DA} = 2 \cdot 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]\frac{-1{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{(0{,}100\ [\text{m}])} = -180\ \text{V}$$

Escríbese a ecuación de conservación da enerxía:

$$1{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}] \cdot (-35{,}3\ [\text{V}]) = ½\ 1{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot v^2_D + 1{,}00 \cdot 10^{-9}\ [\text{C}] \cdot (-180\ [\text{V}])$$

Despéxase a velocidade:

$$v_D = \sqrt{\frac{2(180-35{,}3)\ [\text{V}] \cdot 10^{-9}\ [\text{C}]}{1{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]}} = 0{,}017\ \text{m/s}$$

Como a velocidade é un vector, hai que determinar a dirección e o sentido.
Pódese deducir que a aceleración ten a dirección do eixe Y en sentido negativo, porque a carga é positiva e a aceleración seguirá a dirección e o sentido do campo. Se un móbil parte do repouso, e a aceleración ten dirección constante, o movemento será rectilíneo na mesma liña que a aceleración.

$$\overline{\boldsymbol{v}}_D = -0{,}017\ \overline{\mathbf{j}}\ \text{m/s}$$

● Campo e potencial

1. Dúas láminas condutoras con igual carga e signo contrario están colocadas horizontalmente e separadas 5 cm. A intensidade do campo eléctrico no seu interior é $2{,}5 \cdot 10^5$ N·C^{-1}. Unha micropinga de aceite cuxa masa é $4{,}90 \cdot 10^{-14}$ kg, e con carga negativa, está en equilibrio suspendida nun punto equidistante de ambas as placas.

a) Razoa cal das dúas láminas está cargada positivamente.
b) Determina a carga da micropinga.
c) Calcula a diferenza de potencial entre as láminas condutoras.
Dato: g = 9,8 m·s⁻². *(P.A.U. set. 15)*
Rta.: b) q = 1,92·10⁻¹⁸ C; c) ΔV = 1,25·10⁴ V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor do campo eléctrico	$|\overline{\boldsymbol{E}}|$ = 2,50·10⁵ N/C
Distancia entre as láminas condutoras	d = 5,00 cm = 0,0500 m
Masa da micropinga	m = 4,90·10⁻¹⁴ kg
Valor do campo gravitacional terrestre	g = 9,80 m/s²
Incógnitas	
Carga da micropinga	q
Diferenza de potencial entre as láminas condutoras	ΔV
Ecuacións	
Campo eléctrico	$\vec{\boldsymbol{E}}=\dfrac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q}$
Peso	$\overline{\boldsymbol{P}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{g}}$
Diferenza de potencial nun campo eléctrico	$\Delta V = |\overline{\boldsymbol{E}}| \cdot d$

Solución:

a, b) Calcúlase o valor da forza peso:

$$P = m \cdot g = 4{,}90\cdot10^{-14}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m·s}^{-2}] = 4{,}80\cdot10^{-13}\ \text{N}$$

Cando a micropinga alcanza o equilibrio, a forza eléctrica equilibra á forza peso.

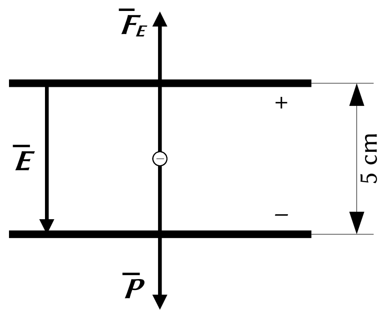
$$F_E = P = 4{,}80\cdot10^{-13}\ \text{N}$$

A carga eléctrica calcúlase despexando q:

$$\vec{\boldsymbol{E}}=\frac{\vec{\boldsymbol{F}}_E}{q} \Rightarrow q=\frac{F_E}{E}=\frac{4{,}80\cdot 10^{-13}\ [\text{N/C}]}{2{,}5\cdot 10^{5}\ [\text{N}]}=1{,}92\cdot 10^{-18}\ \text{C}$$

Análise: A carga eléctrica da micropinga é só lixeiramente maior que a do electrón. Corresponde á de 1,92·10⁻¹⁸ C / 1,6·10⁻¹⁹ C = 12 *electróns. Este resultado parece razoable.*

A forza eléctrica está dirixida cara arriba, en sentido contrario ao peso. Como a carga da micropinga é negativa, o campo eléctrico debe estar dirixido cara abaixo. Por tanto, a lámina superior é a positiva e a inferior a negativa.



c) Calcúlase a diferenza de potencial:

$$\Delta V = |\overline{\boldsymbol{E}}| \cdot d = 2{,}50\cdot10^5\ [\text{N/C}] \cdot 0{,}0500\ [\text{m}] = 1{,}25\cdot10^4\ \text{V}$$

2. Unha carga puntual Q ocupa a posición (0, 0) do plano XY no baleiro.
Nun punto A de o eixe X o potencial é V = −100 V e o campo eléctrico é $\overline{\boldsymbol{E}}$ = −10 $\overline{\mathbf{i}}$ N/C (coordenadas en metros):
a) Calcula a posición do punto A e o valor de Q.
b) Determina o traballo necesario para levar un protón desde o punto B(2, 2) ata o punto A.
c) Fai unha representación gráfica aproximada da enerxía potencial do sistema en función da distancia entre ambas as cargas. Xustifica a resposta.
Datos: Carga do protón: 1,6·10⁻¹⁹ C; K = 9·10⁹ N·m²·C⁻². *(P.A.U. set. 11)*
Rta.: a) $\overline{\boldsymbol{r}}_A$ = (10,0, 0) m; Q = −1,11·10⁻⁷ C; b) W = −4,05·10⁻¹⁷ J.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición da carga Q	$\overline{\boldsymbol{r}}_O$ = (0, 0) m
Potencial eléctrico no punto A	V_A = −100 V
Campo eléctrico no punto A	$\overline{\boldsymbol{E}}$ = −10,0 $\overline{\mathbf{i}}$ N/C

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición do punto B	$\bar{r}_B$ = (2,000, 2,000) m
Carga do protón	q_p = 1,60·10⁻¹⁹ C
Constante de Coulomb	K = 9,00·10⁹ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Posición do punto A	$\bar{r}_A$
Valor da carga Q	Q
Traballo necesario para levar un protón do punto B ao punto A	$W_{B\to A}$
Outros símbolos	
Distancia	r
Ecuacións	
Campo eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$\vec{E}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$
Potencial eléctrico nun punto a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q	$V=K\frac{Q}{r}$
Traballo da forza eléctrica ao mover unha carga do punto A ao punto B	$W_{A\to B} = q\,(V_A - V_B)$
Enerxía potencial eléctrica dunha interacción entre dúas cargas, Q e q, situadas a unha distancia, r, una da outra.	$E_p=q\cdot V=K\frac{Q\cdot q}{r}$

Solución:

A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\bar{u}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

a) Substitúense os datos na ecuación do campo eléctrico:

$$-10{,}0\,\vec{\mathbf{i}}\ [\mathrm{N/C}]=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

Tomando só o módulo, queda:

$$10{,}0\ [\mathrm{N/C}]=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]\frac{|Q|}{r^2}$$

A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Substitúese tamén na ecuación de potencial eléctrico:

$$-100\ [\mathrm{V}]=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]\frac{Q}{r}$$

Como na ecuación do campo eléctrico aparece o valor absoluto da carga, $|Q|$, emprégase a ecuación en valores absolutos:

$$100\ [\mathrm{V}]=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}C^{-2}}]\frac{|Q|}{r}$$

Resólvese o sistema:

$$\begin{cases} 10{,}0 = 9{,}00 \cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r^2} \\ 100 = 9{,}00 \cdot 10^9 \dfrac{|Q|}{r} \end{cases}$$

Dividindo a segunda ecuación entre a primeira, obtense:

$$\frac{100}{10{,}0} = \frac{\dfrac{\cancel{9{,}00 \cdot 10^9 |Q|}}{r}}{\dfrac{\cancel{9{,}00 \cdot 10^9 |Q|}}{r^2}} = r$$

$$r = 10{,}0 \text{ m}$$

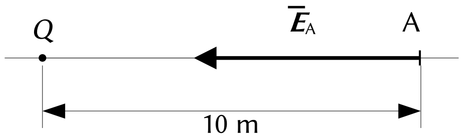
Despexando o valor absoluto da carga $|Q|$ da segunda ecuación:

$$|Q| = \frac{100\ [\text{V}] \cdot r}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = \frac{100\ [\text{V}] \cdot 10{,}0\ [\text{m}]}{9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}]} = 1{,}11 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

O potencial é negativo, por tanto a carga debe ser negativa:

$$Q = -1{,}11 \cdot 10^{-7} \text{ C} = -11{,}1\ \mu\text{C}$$

Como o campo no punto A vai no sentido negativo do eixe X, $\overline{\boldsymbol{E}}_A = -10{,}0\ \overline{\mathbf{i}}$ (N/C), o punto ten que estar no semieixe positivo:



$$\overline{\boldsymbol{r}}_A = (10{,}0,\ 0) \text{ m}$$

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

b) Para calcular o potencial do punto B, primeiro debemos calcular a distancia do punto B á carga Q.

$$r_{OB} = \sqrt{(2{,}00\ [\text{m}])^2 + (2{,}00\ [\text{m}])^2} = 2{,}83 \text{ m}$$

Calcúlase o potencial eléctrico no punto B:

$$V_B = 9{,}00 \cdot 10^9\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{|-1{,}11 \cdot 10^{-7}\ [\text{C}]|}{2{,}83\ [\text{m}]} = -353 \text{ V}$$

Calcúlase o traballo realizado pola forza de campo:

$$W_{A \to B} = q\,(V_A - V_B) = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot (-353 - (-100))\ [\text{V}] = -4{,}05 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

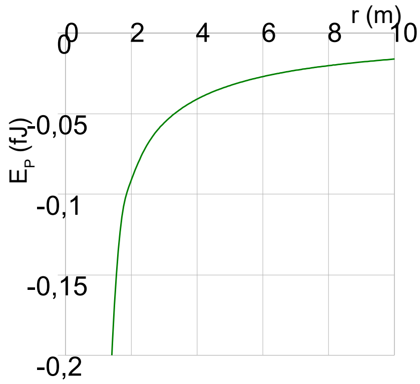
O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 4{,}05 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

c) A enerxía potencial dunha interacción entre dúas cargas vén dada pola expresión:

$$E_p = q \cdot V = K \frac{Q \cdot q}{r}$$

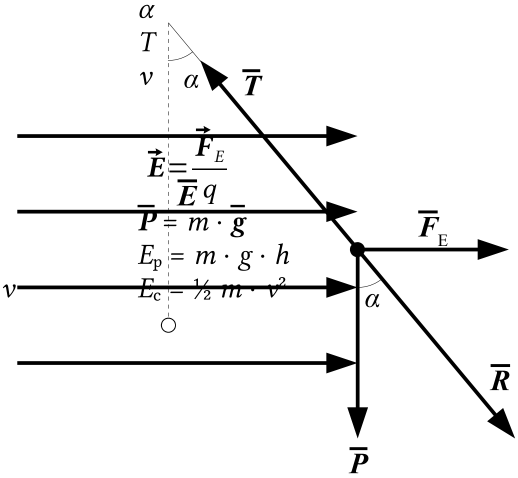
É inversamente proporcional á distancia entre ambas as cargas.
Como as cargas son de signo oposto, a enerxía potencial é negativa e aumenta coa distancia, chegando a cero a unha distancia infinita.
A gráfica da enerxía potencial do sistema en función da distancia entre ambas as cargas amósase á dereita.



● Péndulo eléctrico

1. Unha esfera metálica de masa m = 8 g e carga q = 7 µC, colga dun fío de 10 cm de lonxitude situado entre dúas láminas metálicas paralelas de cargas iguais e de signo contrario. Calcula:
   a) O ángulo que forma o fío co vertical se entre as láminas existe un campo electrostático uniforme de $2{,}5 \cdot 10^3$ N/C.
   b) A tensión do fío nese momento.
   c) Se as láminas descárganse, cal será a velocidade da esfera ao pasar pola vertical?
   Dato: g = 9,8 m/s². *(P.A.U. xuño 14)*
   Rta.: a) α = 12,6°; b) T = 0,0802 N; c) v = 0,217 m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa da esfera	m = 8,00 g = $8{,}00 \cdot 10^{-3}$ kg
Carga da esfera	q = 7,00 µC = $7{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Lonxitude do fío	L = 10,0 cm = 0,100 m
Valor do campo eléctrico	E = $2{,}50 \cdot 10^3$ N/C
Valor do campo gravitacional terrestre	g = 9,80 m/s²
Incógnitas	
Ángulo que forma o fío coa vertical	α
Tensión do fío	T
Velocidade da esfera ao pasar pola vertical	v
Ecuacións	
Campo eléctrico	$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q}$
Peso	$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
Enerxía potencial da forza peso	$E_p = m \cdot g \cdot h$
Enerxía cinética dunha masa, m, que se move cunha velocidade, v	$E_c = ½ \, m \cdot v^2$



Solución:

a) No enunciado non se especifica nin a dirección nin o sentido do campo eléctrico uniforme.
Se fose horizontal, o diagrama de forzas sería o seguinte:
Cando a esfera alcanza o equilibrio, a tensión equilibra á resultante das forzas peso e eléctrica. Estas valen:
Calcúlase a forza peso:

$$P = m \cdot g = 8{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9{,}80 \text{ [m·s}^{-2}\text{]} = 0{,}0784 \text{ N}$$

Calcúlase a forza eléctrica:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow F_E = q \cdot E = 7{,}00 \cdot 10^{-6} \text{ [C]} \cdot 2{,}50 \cdot 10^3 \text{ [N/C]} = 0{,}0175 \text{ N}$$

Como son perpendiculares, a forza resultante vale:

$$|\vec{R}| = \sqrt{(0{,}0784 \text{ [N]})^2 + (0{,}0175 \text{ [N]})^2} = 0{,}0802 \text{ N}$$

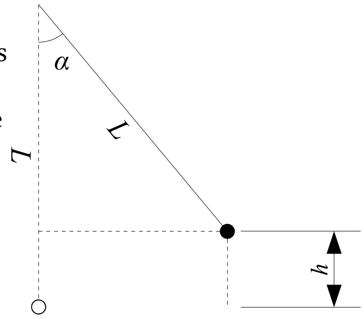
O ángulo entre a resultante e a vertical mide:

$$\alpha = \arccos \frac{P}{R} = \arccos \frac{0{,}0784}{0{,}0802} = 12{,}6\,°$$

b) O valor da tensión é o mesmo que o da forza resultante:

$$T = R = 0{,}0802 \text{ N}$$

c) Ao descargarse as láminas só actúa a forza peso, que é unha forza conservativa. A enerxía mecánica consérvase entre a posición inicial e o punto máis baixo da traxectoria.
A altura do punto de equilibrio respecto do punto máis baixo pode calcularse do triángulo:



$$h = L - L \cos \alpha = L\,(1 - \cos \alpha) = 0{,}100 \text{ [m] } (1 - \cos 12{,}6°) = 0{,}00240 \text{ m}$$

Calcúlase a enerxía potencial do peso no punto de partida, tomando como orixe de enerxías o punto máis baixo:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 8{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot 9{,}80 \text{ [m·s}^{-2}] \cdot 0{,}00240 \text{ [m]} = 1{,}88 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

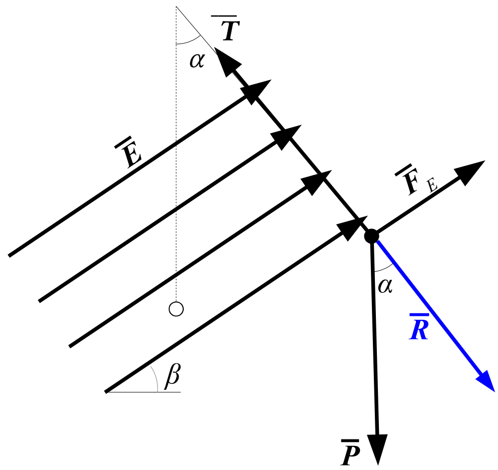
Aplícase o principio de conservación da enerxía entre a posición inicial e o punto máis baixo:

$$(E_c + E_p)_A = (E_c + E_p)_B$$
$$(\tfrac{1}{2}\, m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_A = (\tfrac{1}{2}\, m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h)_B$$
$$0 + 1{,}88 \cdot 10^{-4} \text{ [J]} = (9{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]} \cdot v^2 / 2) + 0$$

Calcúlase a velocidade despexando:

$$v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}88 \cdot 10^{-4} \text{ [J]}}{9{,}00 \cdot 10^{-3} \text{ [kg]}}} = 0{,}217 \text{ m/s}$$

Tamén podería suporse que o campo eléctrico fose vertical. Nese caso o fío non se desviaría da vertical. De estar dirixido cara arriba, a forza eléctrica (0,0175 N), non compensaría a forza peso (0,0784 N) e a esfera non se movería, pero a tensión variaría dos 0,0784 N coas placas descargadas a 0,0609 N cando as placas estean cargadas.



$$T = 0{,}0784 \text{ N} - 0{,}0175 \text{ N} = 0{,}0609 \text{ N}$$

Se o campo fose vertical, pero cara abaixo, a esfera tampouco se movería, e a tensión valería

$$T = 0{,}0784 \text{ N} + 0{,}0175 \text{ N} = 0{,}0959 \text{ N}$$

Por imaxinar, podería imaxinarse que as placas estivesen colocadas de tal modo que o campo eléctrico formase un ángulo β calquera coa horizontal.
Nun plano *XY*, a forza eléctrica podería expresarse como:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_E = 0{,}0175\,(\cos \beta\, \bar{\mathbf{i}} + \operatorname{sen} \beta\, \bar{\mathbf{j}}) \text{ N}$$

A forza resultante, $\overline{\boldsymbol{R}}$, sería a suma vectorial desta forza eléctrica e a forza peso:

$$\overline{\boldsymbol{P}} = -0{,}0784\, \bar{\mathbf{j}} \text{ N}$$
$$\overline{\boldsymbol{R}} = \overline{\boldsymbol{F}}_E + \overline{\boldsymbol{P}} = 0{,}0175 \cos \beta\, \bar{\mathbf{i}} + (0{,}0175 \operatorname{sen} \beta - 0{,}0784)\, \bar{\mathbf{j}} \text{ N}$$
$$|\vec{\boldsymbol{R}}| = \sqrt{(0{,}0175 \operatorname{sen} \beta - 0{,}0784)^2 [\text{N}]^2 + (0{,}0175 \cos \beta\, [\text{N}])^2}$$
$$|\vec{\boldsymbol{R}}| = \sqrt{(0{,}0175\, [\text{N}])^2 \operatorname{sen}(2\beta) + (0{,}0784\, [\text{N}])^2 + (0{,}0175\, [\text{N}])^2} = \sqrt{3{,}06 \cdot 10^{-4} \operatorname{sen}(2\beta)\, [N]^2 + 6{,}45 \cdot 10^{-3}\, [\text{N}]^2}$$

O ángulo entre a resultante e a vertical mediría:

$$\alpha = \arccos \frac{P}{R} = \arccos \frac{0{,}0784}{\sqrt{3{,}06 \cdot 10^{-4} \operatorname{sen}(2\beta) + 6{,}45 \cdot 10^{-3}}}$$

Por exemplo, se β = 30°, o ángulo sería α = 17,0°.

◊ CUESTIONES

● Esferas

1. Un condutor macizo en forma de esfera recibe unha carga eléctrica. Cal das seguintes afirmacións é verdadeira?:
   A) O potencial electrostático é o mesmo en todos os puntos do condutor.
   B) A carga distribúese por todo o condutor.
   C) No interior do condutor o campo electrostático varía de forma lineal, aumentando ao achegarnos á superficie do condutor.

(P.A.U. xuño 16)

Solución: A

A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo electrostático no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula. Se non fose así, as cargas desprazaríanse debido á forza do campo.
A diferenza de potencial entre dous puntos, $V_1 - V_2$, é:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{r}$$

Ao ser nula a intensidade do campo, tamén o será a diferenza de potencial entre dous puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

Ou sexa, o potencial será constante.

$$V_1 = V_2$$

As outras opcións:
B: Falsa.
A carga distribúese pola superficie da esfera.
Se houbese carga no interior do condutor, esta crearía un campo eléctrico que produciría o movemento das cargas e o condutor xa non estaría en equilibrio.
C: Falsa.
A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo electrostático no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula. Se non fose así, as cargas desprazaríanse debido á forza do campo.

2. No interior dunha esfera condutora cargada:
   A) O potencial non é nulo.
   B) A carga non é nula.
   C) O campo eléctrico non é nulo.

(P.A.U. set. 15)

Solución: A

A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo electrostático no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula. Se non fose así, as cargas desprazaríanse debido á forza do campo.
A diferenza de potencial entre dous puntos, $V_1 - V_2$, é:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{r}$$

Ao ser nula a intensidade do campo, tamén o será a diferenza de potencial entre dous puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

Ou sexa, o potencial será constante.

$$V_1 = V_2$$

Pero non é nulo, porque nun punto da superficie, o campo xa non é cero, senón igual ao producido pola carga como si estivese concentrada no centro da esfera de raio *r*:

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

O potencial na superficie, e tamén no interior da esfera, é igual ao que produciría toda a carga concentrada no centro da esfera:

$$V = K \frac{Q}{r} \neq 0$$

3. Un condutor macizo de forma esférica recibe unha carga eléctrica Cal das seguintes afirmacións é verdadeira?:
   A) A carga distribúese por todo o condutor.
   B) O potencial é cero en todos os puntos do condutor.
   C) No interior do condutor non hai campo electrostático.

(P.A.U. set. 14)

Solución: C

A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo electrostático no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula.

As outras opcións:
B: Falsa.
A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo electrostático no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula. Se non fose así, as cargas desprazaríanse debido á forza do campo.
A diferenza de potencial entre dous puntos, $V_1 - V_2$, é:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \, d\vec{r}$$

Ao ser nula a intensidade do campo, tamén o será a diferenza de potencial entre dous puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

Ou sexa, o potencial será constante.

$$V_1 = V_2$$

Pero non é nulo, porque nun punto da superficie, o campo xa non é cero, senón igual ao producido pola carga como si estivese concentrada no centro da esfera de raio *r*:

$$\vec{E} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

O potencial na superficie, e tamén no interior da esfera, é igual ao que produciría toda a carga concentrada no centro da esfera:

$$V = K \frac{Q}{r} \neq 0$$

C: Falsa.
A carga distribúese pola superficie da esfera.
Se houbese carga no interior do condutor, esta crearía un campo eléctrico que produciría o movemento das cargas e o condutor xa non estaría en equilibrio.

4. Dúas esferas de raio R con cargas $+Q$ e $-Q$, teñen os seus centros separados unha distancia d. A unha distancia $d/2$ (sendo $d/2 \gg R$); cúmprese:
A) O potencial é cero e o campo electrostático $4\ K\ Q\ d^{-2}$
B) O potencial é cero e o campo electrostático $8\ K\ Q\ d^{-2}$
C) O potencial é $4\ K\ Q\ d^{-1}$ e o campo cero.

(P.A.U. xuño 12)

Solución: B

Se $d/2 \gg R$, as esferas poden considerarse como cargas puntuais.
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
Por tanto o potencial electrostático no punto medio creado por ambas as cargas é cero:

$$V=V_{+}+V_{-}=K\frac{+Q}{d/2}+K\frac{-Q}{d/2}=0$$

O principio de superposición di que a intensidade de campo eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma vectorial dos campos producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o campo nun punto, calcúlanse os campos creados nese punto por cada carga, e despois súmanse os vectores.
A forza eléctrica entre dúas cargas puntuais, Q e q, separadas por unha distancia, r, vén dada pola lei de Coulomb, na que K é a constante de Coulomb e $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ o vector unitario na liña que une as cargas.

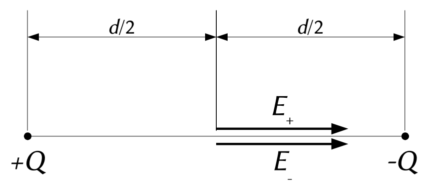
$$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

O campo eléctrico nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é a forza sobre a unidade de carga positiva situada nese punto:

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}_E}{q}=\frac{K\frac{Q\cdot \cancel{q}}{r^2}\vec{u}_r}{\cancel{q}}=K\frac{Q}{r^2}\vec{u}_r$$

$$\vec{E}=\vec{E}_{+}+\vec{E}_{-}=K\frac{+Q}{(d/2)^2}\vec{\mathbf{i}}+K\frac{-Q}{(d/2)^2}(-\vec{\mathbf{i}})=2\left(4K\frac{Q}{d^2}\right)\vec{\mathbf{i}}=8K\frac{Q}{d^2}\vec{\mathbf{i}}$$

$$|\vec{E}|=8K\frac{Q}{d^2}$$



5. Dadas dúas esferas condutoras cargadas e de diferente raio, con cargas Q_A e Q_B, se ponse en contacto:
a) Iguálanse as cargas nas dúas esferas.
b) Iguálanse os potenciais das esferas.
c) Non ocorre nada.

(P.A.U. set. 09)

Solución: B

Cando dúas esferas condutoras cargadas ponse en contacto eléctrico as cargas desprázanse desde a esfera que ten maior potencial cara á que o ten menor, ata que os seus potenciais iguálanse. As cargas eléctricas positivas desprázanse sempre no sentido dos potenciais decrecentes. Supoñendo que o sistema de dúas esferas está illado do exterior, a carga eléctrica deberá conservarse. Por tanto poderíase calcular a carga final, q', de cada esfera resolvendo o sistema de ecuacións:

$$q'_1 + q'_2 = q_1 + q_2$$

$$V'_1 = K\frac{q'_1}{R_1} = K\frac{q'_2}{R_2} = V'_2$$

● Campo e potencial

1. Explica cal das seguintes afirmacións é verdadeira:
   A) Non se realiza traballo cando unha carga eléctrica trasládase entre dous puntos dunha superficie equipotencial.
   B) As liñas de forza do campo electrostático son pechadas.
   C) As liñas de forza sempre se cortan.

(P.A.U. set. 16)

Solución: A

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A \to B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

Se os puntos están nunha superficie equipotencial, a diferenza de potencial entre eles é cero, polo que o traballo da forza de campo tamén será cero.
Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.
Non se realiza traballo cando unha carga eléctrica trasládase entre dous puntos dunha superficie equipotencial.

As outras opcións.
B. Falsa. As liñas de forza dun campo electrostático xorden das cargas positivas (fontes) e terminan nas cargas negativas (sumidoiros). Son abertas.
C. Falsa. Por definición, as liñas de forza debúxanse de forma que o campo eléctrico sexa tanxente a elas en cada punto. O campo eléctrico nun punto é único. Se as liñas de forza cortásense, habería dúas tanxentes e dous vectores campo eléctrico.

2. Dúas cargas distintas Q e q, separadas unha distancia d, producen un potencial cero nun punto P situado entre as cargas e na liña que as une. Isto quere dicir que:
   A) As cargas deben ter o mesmo signo.

B) O campo eléctrico debe ser nulo en P.
C) O traballo necesario para traer unha carga desde o infinito ata P é cero.

(P.A.U. xuño 15)

Solución: C

O campo eléctrico é un campo conservativo, porque o traballo realizado pola forza do campo, cando unha carga se move entre dous puntos, é independente do camiño seguido e depende só dos puntos inicial e final. Defínese unha función escalar chamada enerxía potencial, E_p, asociada ao campo vectorial de forzas, de tal xeito que o traballo realizado pola forza do campo ao mover unha carga entre dous puntos é igual á variación da enerxía potencial entre estes dous puntos, cambiada de signo.

$$W = -\Delta E_p$$

Tamén se define outra magnitude escalar, chamada potencial eléctrico, que é igual á enerxía potencial da unidade de carga.

$$V = \frac{E_p}{q}$$

O traballo realizado pola forza de campo, cando unha carga se move do punto A ao punto B, é:

$$W_{A\rightarrow B} = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA}) = (E_{pA} - E_{pB}) = q \cdot V_A - q \cdot V_B = q\,(V_A - V_B)$$

O potencial eléctrico do infinito é cero, porque se toma coma orixe de potenciais. Se o potencial do punto P tamén é nulo, o traballo que fai a forza eléctrica cando unha carga se traslada desde o infinito ata o punto P, será:

$$W_{\infty\rightarrow P} = q\,(V_\infty - V_P) = q\,(0 - 0) = 0$$

Supoñendo que chega coa mesma velocidade coa que sae, o traballo da forza resultante, igual ao cambio de enerxía cinética, será cero:

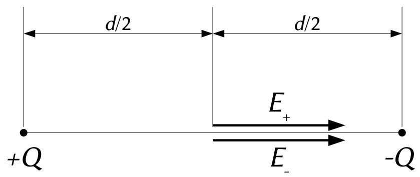
$$W(\text{resultante}) = W(\text{campo}) + W(\text{exterior}) = \Delta E_c = 0$$

O traballo a realizar é o contrario ao da forza de campo.
O traballo necesario para traer unha carga desde o infinito ata P é cero.

As outras opcións.
A. Falsa. Se as cargas tivesen o mesmo signo, o potencial no punto creado por ambas as cargas, que é a suma dos potenciais producidos por cada carga, $V = K \cdot Q / r$, sempre se acumularían, nunca poderían anularse.
B. Falsa. Nun caso simple dun punto P que equidista de dúas cargas de igual valor e signo oposto, o potencial no punto é nulo:

$$V = K\frac{Q}{r} + K\frac{-Q}{r} = 0$$

Pero o campo eléctrico non é nulo, porque os vectores intensidade de campo eléctrico teñen o mesmo sentido.



3. Disponse de varias cargas eléctricas puntuais. Se nun punto do espazo próximo ás cargas o potencial eléctrico é nulo:
A) Pode haber campo eléctrico nese punto.
B) As liñas do campo córtanse nese punto.
C) O campo non é conservativo.

(P.A.U. xuño 13)

Solución: A

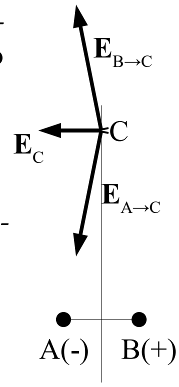
O potencial eléctrico nun punto, debido á presencia de varias cargas, é a suma dos potenciais producidos nese punto por cada carga, coma se o resto das cargas non estivese presente.
Para determinar o potencial eléctrico nun punto, calcúlanse os potenciais creados nese punto por cada carga, e despois súmanse.
A ecuación do potencial eléctrico, V, nun punto situado a unha distancia, r, dunha carga puntual, Q, é:

$$V=K\frac{Q}{r}$$

K é a constante de Coulomb.
O exemplo máis sinxelo é o dipolo eléctrico, que é o conxunto de dúas cargas do mesmo valor e distinto signo contrario.
Calquera punto que se atopa na mediatriz á mesmo distancia de ambas as cargas, terá un potencial nulo, xa que o potencial nese punto será a suma dos potenciais creados por cada unha das cargas:

$$V=K\frac{Q}{r}+K\frac{-Q}{r}=0$$

As cargas son opostas e as distancias iguais.
Pero o campo electrostático nese punto non é nulo, pois é a suma vectorial dos vectores campo creados por cada unha das dúas cargas que produce unha resultante que non é nula, como se pode ver na figura.



As outras opcións:
B. Falsa. Unha das propiedades das liñas de campo é que non se cortan en ningún punto, xa que o campo en cada punto é único en valor e dirección. As liñas de campo debúxanse de forma que o vector campo é tanxente a elas en cada punto. Se nun punto se cortasen dúas liñas, existirían dous vectores de campo tanxentes a cada liña nese punto, o que contradí a definición.

C. Falsa. O campo electrostático é un campo conservativo. O traballo da forza do campo cando unha carga de proba móvese entre dous puntos é independente do camiño. (Tamén se podería dicir que a circulación do vector campo ao longo dunha liña pechada é nula).

4. Cando se compara a forza eléctrica entre dúas masas, coa gravitacional entre dúas masas (cargas e masas unitarias e a distancia unidade):
   A) Ambas son sempre atractivas.
   B) Son dunha orde de magnitude semellante.
   C) As dúas son conservativas.

(P.A.U. set. 10)

Solución: C

Unha forza é conservativa cando o traballo que realiza cando se despraza unha magnitude sensible (masa para as forzas gravitacionais, carga para as forzas eléctricas) entre dous puntos, é independente do camiño seguido, e só depende das posicións inicial e final. Neses casos pódese definir unha magnitude chamada enerxía potencial que depende, ademais da magnitude sensible, só das posicións inicial e final. Por tanto o traballo da forza é a variación (cambiada de signo) da enerxía potencial.

$$W_{1\to 2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$$

É o caso das forzas gravitacional e eléctrica.

	Gravitacional	***Eléctrica***
Forza	$\vec{F}_G=-G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$	$\vec{F}_E=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$

Enerxía potencial	$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$	$E_{pE} = K \frac{Q \cdot q}{r}$

As outras opcións:
A. Falsa. A forza gravitacional é sempre atractiva, pero a forza eléctrica é atractiva para cargas de distinto signo, pero repulsiva para cargas do mesmo signo.
B. Falsa. Dado o valor tan diferente das constantes ($K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻² e $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²), a forza entre masas ou cargas unitarias separadas pola distancia unidade, será ≈ 10^{20} maior no caso da forza eléctrica, aínda que esta comparación non teña moito sentido.

5. Se unha carga de 1 µC móvese entre dous puntos da superficie dun condutor separados 1 m (cargado e en equilibrio electrostático), cal é a variación de enerxía potencial que experimenta esta carga?:
A) 9 kJ.
B) Depende do potencial do condutor.
C) Cero.
Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²; 1 µC = 10^{-6} C. *(P.A.U. set. 08)*

Solución: C

A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo electrostático no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula. Se non fose así, as cargas desprazaríanse debido á forza do campo.
A diferenza de potencial entre dous puntos, $V_1 - V_2$, é:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}\, \mathrm{d}\vec{r}$$

Ao ser nula a intensidade do campo, tamén o será a diferenza de potencial entre dous puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

Ou sexa, o potencial será constante.

$$V_1 = V_2$$

Como o potencial, V, dun punto é a enerxía potencial, E_p, da unidade de carga situada nese punto, a variación de enerxía potencial valerá cero:

$$\Delta E_p = q \cdot \Delta V = 0$$

6. Se o fluxo do campo eléctrico a través dunha superficie gaussiana que rodea a unha esfera condutora cargada e en equilibrio electrostático é Q / ε_0, o campo eléctrico no exterior da esfera é:
A) Cero
B) $Q / (4 \pi \varepsilon_0 r^2)$
C) Q / ε_0
(P.A.U. set. 05)

Solución: B

Como o fluxo elemental, $d\Phi$, do vector campo eléctrico, $\overline{\boldsymbol{E}}$, que atravesa unha superficie elemental, dS, que se pode representar polo vector, d$\overline{\boldsymbol{S}}$, perpendicular a ela dirixido cara ao exterior, é o produto escalar de ambos os vectores.

$$d\,\Phi = \overline{\boldsymbol{E}} \cdot \mathrm{d}\overline{\boldsymbol{S}}$$

O fluxo total a través dunha superficie pechada é:

$$\Phi = \oiint_S \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

A unha distancia, r, do centro da esfera o vector campo eléctrico, $\overline{\boldsymbol{E}}$, ten dirección radial e é paralelo ao vector de superficie que represente calquera superficie elemental na superficie da esfera.

En todos os puntos dunha esfera imaxinaria de raio R o valor de campo eléctrico é o mesmo porque todos distan o mesmo do centro da esfera.

O fluxo do vector campo eléctrico, $\overline{\boldsymbol{E}}$, que atravesa esa esfera imaxinaria é:

$$\Phi=\oiint_S \vec{\boldsymbol{E}}\cdot\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{S}}=\oiint_S |\vec{\boldsymbol{E}}|\cdot|\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{S}}|\cos 0=\oiint_S E\cdot\mathrm{d}\,S=E\oiint_S \mathrm{d}\,S=E\cdot S=E\cdot 4\,\pi\,R^2$$

Como o fluxo total vén dado polo teorema de Gauss:

$$\Phi=\frac{Q_{\text{encerrada}}}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Igualando as expresións anteriores, queda:

$$E\,4\,\pi\,R^2=\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

Despexando o módulo, E, do campo eléctrico:

$$E=\frac{Q}{4\,\pi\,R^2\,\varepsilon_0}$$

7. No interior dun condutor esférico cargado e en equilibrio electrostático cúmprese:
   A) O potencial e o campo aumentan desde o centro ata a superficie da esfera.
   B) O potencial é nulo e o campo constante.
   C) O potencial é constante e o campo nulo.

(P.A.U. xuño 05)

Solución: C

A intensidade, $\overline{\boldsymbol{E}}$, de campo electrostático no interior dun condutor metálico en equilibrio é nula. Se non fose así, as cargas desprazaríanse debido á forza do campo.
A diferenza de potencial entre dous puntos, $V_1 - V_2$, é:

$$V_1-V_2=\int_{r_1}^{r_2}\vec{\boldsymbol{E}}\,\mathrm{d}\,\vec{\boldsymbol{r}}$$

Ao ser nula a intensidade do campo, tamén o será a diferenza de potencial entre dous puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

Ou sexa, o potencial será constante.

$$V_1 = V_2$$

Actualizado: 21/02/24

ACLARACIÓNS

Os datos dos enunciados dos problemas non adoitan ter un número adecuado de cifras significativas, ben porque o redactor pensa que a Física é unha rama das Matemáticas e os números enteiros son números «exactos» (p. ex. a velocidade da luz: $3\cdot10^8$ m/s cre que é 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) ou porque aínda non se decatou de que se pode usar calculadora no exame e parécelle máis sinxelo usar $3\cdot10^8$ que 299 792 458 m/s).
Por iso supuxen que os datos teñen un número de cifras significativas razoables, case sempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en certos casos, cunha incerteza desmedida. Así que cando tomo un dato como $c = 3\cdot10^8$ m/s e reescríboo como:
Cifras significativas: 3
$c = 3{,}00\cdot10^8$ m/s
O que quero indicar é que supoño que o dato orixinal ten tres cifras significativas (non que as teña en

realidade) para poder realizar os cálculos cunha incerteza máis pequena que a que tería nese caso. ($3·10^8$ m/s ten unha soa cifra significativa, e unha incerteza relativa do 30 %. Como as incertezas adóitanse acumular ao longo do cálculo, a incerteza final sería inadmisible. Entón, para que realizar os cálculos? Cunha estimación sería suficiente).

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metroloxía (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Sumario

Índice de probas P.A.U.