# Gravitación

Método, aproximaciones y recomendaciones

# ♦ PROBLEMAS

## Satélites

- 1. Un satélite artificial de masa 10<sup>2</sup> kg gira en torno a la Tierra a una altura de 4·10<sup>3</sup> km sobre la superficie terrestre. Calcula:
  - a) Su velocidad orbital, aceleración y período, supuesta la órbita circular.
  - b) Halla el módulo del momento angular del satélite respecto del centro de la Tierra.
  - c) Enuncia las leyes de Kepler.

Datos:  $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ;  $g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

(P.A.U. sep. 16)

**Rta.:** a) v = 6,20 km/s; T = 2 h 55 min;  $a = 3,70 \text{ m/s}^2$ ; b)  $L_0 = 6,42 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ .

- 2. La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía alrededor de la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7,62 km·s<sup>-1</sup>:
  - a) ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra se encontraba?
  - b) ¿Cuánto tiempo tardaba en dar una vuelta completa?
  - c) ¿Cuántos amaneceres veían cada 24 horas los astronautas que iban en el interior de la nave?

Datos:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $R_T = 6370 \text{ km}$ ;  $M_T = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

(P.A.U. jun. 16)

**Rta.**: a) h = 503 km; b) T = 1 h 34 min; c) n = 15.

- 3. Un satélite artificial de 500 kg de masa gira en una órbita circular a 5000 km de altura sobre la superficie de la Tierra. Calcula:
  - a) Su velocidad orbital.
  - b) Su energía mecánica en la órbita.
  - c) La energía que hay que comunicarle para que, partiendo de la órbita, llegue al infinito.

Datos: R = 6370 km;  $g_0 = 9.8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

(P.A.U. sep. 15)

**Rta.**: a) v = 5.91 km/s; b)  $E = -8.74 \cdot 10^9 \text{ J}$ ; c)  $\Delta E = 8.74 \cdot 10^9 \text{ J}$ .

- 4. El vehículo espacial Apolo VIII estuvo en órbita circular alrededor de la Luna a 113 km sobre su superficie. Calcula:
  - a) El período de la órbita.
  - b) Las velocidades lineal y angular del vehículo.
  - c) La velocidad de escape a la atracción lunar desde esa posición.

Datos:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ; R(Luna) = 1740 km;  $M(\text{Luna}) = 7.36 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ .

(P.A.U. jun. 15)

- **Rta.**: a) T = 1 h 59 min; b) v = 1,63 km/s;  $\omega = 8,79 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$ ; c)  $v_e = 1,68 \text{ km/s}$ .
- 5. Ceres es el planeta enano más pequeño del sistema solar y tiene un período orbital alrededor del Sol de 4,60 años, una masa de 9,43·10<sup>20</sup> kg y un radio de 477 km. Calcula:
  - a) El valor de la intensidad del campo gravitatorio que Ceres crea en su superficie.
  - b) La energía mínima que ha de tener una nave espacial de 1000 kg de masa para que, saliendo de la superficie, pueda escapar totalmente de la atracción gravitatoria del planeta.
  - c) La distancia media entre Ceres y el Sol, teniendo en cuenta que la distancia media entre la Tierra y el Sol es de 1,50·10<sup>11</sup> m y que el período orbital de la Tierra alrededor del Sol es de un año.

Dato:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

(P.A.U. sep. 14)

**Rta.**: a)  $g = 0.277 \text{ m/s}^2$ ; b)  $E = 1.32 \cdot 10^8 \text{ J}$ ; c)  $r = 4.15 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .

- 6. Se desea poner un satélite de masa 10³ kg en órbita alrededor de la Tierra y a una altura dos veces el radio terrestre. Calcula:
  - a) La energía que hay que comunicarle desde la superficie de la Tierra.
  - b) La fuerza centrípeta necesaria para que describa la órbita.
  - c) El período del satélite en dicha órbita.

Datos: R = 6370 km;  $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$ .

(P.A.U. sep. 13)

**Rta.**: a)  $\Delta E = 5,20 \cdot 10^{10}$  J; b)  $F = 1,09 \cdot 10^3$  N; c) T = 7 h 19 min.

- 7. Un satélite de 200 kg describe una órbita circular a 600 km sobre la superficie terrestre:
  - a) Deduce la expresión de la velocidad orbital.
  - b) Calcula el período de giro.
  - c) Calcula la energía mecánica.

Datos: 
$$R = 6400 \text{ km}$$
;  $g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

(P.A.U. jun. 13)

**Rta.**: a) 
$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$
; b)  $T = 1 \text{ h } 37 \text{ min; b) } E = -5.74 \cdot 10^9 \text{ J.}$ 

- 8. La luz del Sol tarda 5·10<sup>2</sup> s en llegar a la Tierra y 2,6·10<sup>3</sup> s en llegar a Júpiter. Calcula:
  - a) El período de Júpiter orbitando alrededor del Sol.
  - b) La velocidad orbital de Júpiter.
  - c) La masa del Sol.

Datos: T (Tierra) alrededor del Sol:  $3,15\cdot10^7$  s;  $c = 3\cdot10^8$  m/s;  $G = 6,67\cdot10^{-11}$  N·m²·kg⁻². (Se suponen las órbitas circulares). (*P.A.U. sep. 12*)

**Rta.**: a) 
$$T = 3.74 \cdot 10^8$$
 s;  $v = 1.31 \cdot 10^4$  m/s; b)  $M = 2.01 \cdot 10^{30}$  kg.

- 9. Un satélite artificial de 200 kg describe una órbita circular a una altura de 650 km sobre la Tierra. Calcula:
  - a) El período y la velocidad del satélite en la órbita.
  - b) La energía mecánica del satélite.
  - c) El cociente entre los valores de la intensidad de campo gravitatorio terrestre en el satélite y en la superficie de la Tierra.

Datos: 
$$M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$
;  $R = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ;  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ . (P.A.U. sep. 11)  
**Rta.**: a)  $v = 7.54 \text{ km/s}$ ;  $T = 1 \text{ h} 38 \text{ min}$ ; b)  $E = -5.68 \cdot 10^9 \text{ J}$ ; c)  $g_b/g_0 = 0.824$ .

- Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un radio de 2·10⁴ km. Calcula:
  - a) La velocidad orbital y el período.
  - b) La energía mecánica y la potencial.
  - c) Si por fricción se pierde algo de energía, ¿qué le ocurre al radio y a la velocidad?

Datos 
$$g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$$
;  $R = 6370 \text{ km}$ .  
**Rta.**: a)  $v = 4.46 \text{ km/s}$ ;  $T = 7 \text{ h} 50 \text{ min}$ ; b)  $E = -4.97 \cdot 10^9 \text{ J}$ ;  $E_p = -9.94 \cdot 10^9 \text{ J}$ .

(P.A.U. sep. 10)

- 11. Las relaciones entre las masas y los radios de la Tierra y la Luna son:  $M_T/M_L = 79,63$  y  $R_T/R_L = 3,66$ .
  - a) Calcula la gravedad en la superficie de la Luna.
  - b) Calcula la velocidad de un satélite girando alrededor de la Luna en una órbita circular de 2300 km de radio.
  - c) ¿Dónde es mayor el período de un péndulo de longitud L, en la Tierra o en la Luna?

Datos: 
$$g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$$
;  $R_L = 1700 \text{ km}$ .

(P.A.U. jun. 10)

**Rta.**: a) 
$$g_L = 1,65 \text{ m/s}^2$$
; b)  $v = 1,44 \text{ km/s}$ .

- 12. Se desea poner en órbita un satélite de 1800 kg que gire a razón de 12,5 vueltas por día. Calcula:
  - a) El período del satélite.
  - b) La distancia del satélite a la superficie terrestre.
  - c) La energía cinética del satélite en esa órbita.

Datos: 
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$
;  $R = 6378 \text{ km}$ ;  $M = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

(P.A.U. sep. 09)

**Rta.**: a) 
$$T = 1 \text{ h}$$
 55 min; b)  $h = 1470 \text{ km}$ ; c)  $E_c = 4,58 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .

- 13. Los satélites Meteosat son satélites geoestacionarios (situados sobre el ecuador terrestre y con período orbital de un día). Calcula:
  - a) La altura a la que se encuentran, respecto a la superficie terrestre.
  - b) La fuerza ejercida sobre el satélite.
  - c) La energía mecánica.

Datos: 
$$R = 6,38 \cdot 10^6$$
 m;  $M = 5,98 \cdot 10^{24}$  kg;  $m = 8 \cdot 10^2$  kg;  $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>·kg<sup>-2</sup>. (P.A.U. sep. 08)   
**Rta.**: a)  $h = 3,59 \cdot 10^7$  m; b)  $F = 179$  N; c)  $E_c = 3,78 \cdot 10^9$  J;  $E_p = -7,56 \cdot 10^9$  J;  $E = -3,78 \cdot 10^9$  J.

14. Un satélite artificial de 100 kg describe órbitas circulares a una altura de 6000 km sobre la superficie de la Tierra. Calcula:

- a) El tiempo que tarda en dar una vuelta completa.
- b) El peso del satélite a esa altura.

Datos: Tierra:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$ ; R = 6400 km.

(P.A.U. jun. 06)

**Rta.**: a) T = 3 h 48 min.; b)  $P_h = 261 \text{ N}$ .

- 15. Un satélite artificial de 64,5 kg gira alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio r = 2,32 R. Calcula:
  - a) El período de rotación del satélite.
  - b) El peso del satélite en la órbita.

Datos: Tierra:  $g_0 = 9,80 \text{ m/s}^2$ ; R = 6370 km.

(P.A.U. jun. 05)

**Rta.**: a) T = 4 h 58 min.; b)  $P_h = 117 \text{ N}$ .

## Campo gravitatorio

- Si la masa de la Luna es 0,012 veces la de la Tierra y su radio es 0,27 el terrestre, halla:
  - a) El campo gravitatorio en la Luna.
  - b) La velocidad de escape en la Luna.
  - c) El período de oscilación, en la superficie lunar, de un péndulo cuyo período en la Tierra es 2 s.

Datos:  $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$ ;  $R_L = 1.7 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

(P.A.U. jun. 12)

**Rta.**: a)  $g_L = 1.6 \text{ m/s}^2$ ; b)  $v_e = 2.3 \text{ km/s}$ ; c) T = 4.9 s.

# Masas puntuales

- Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:
  - a) El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8).
  - b) Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de  $-10^{-4}$   $\bar{i}$  m/s, calcula su velocidad en el punto C.
  - c) Razona si el movimiento entre C y D es rectilíneo uniforme, rectilíneo uniformemente acelerado, o de cualquiera otro tipo.

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ . Rta.: a)  $\vec{g}_{C} = \vec{0}$ ;  $\vec{g}_{D} = -1.6 \cdot 10^{-10} \, \vec{j} \, \text{N/kg}$ ;  $V_{C} = -3.34 \cdot 10^{-9} \, \text{J/kg}$ ;  $V_{D} = -2.00 \cdot 10^{-9} \, \text{J/kg}$ ; b)  $\vec{v} = -1.13 \cdot 10^{-4} \, \vec{j} \, \text{m/s}$ .

- Tres masas de 100 kg están situadas en los puntos A(0, 0), B(2, 0), C(1,  $\sqrt{3}$ ) (en metros). Calcula:
  - a) El campo gravitatorio creado por estas masas en el punto D(1, 0)
  - b) La energía potencial que tendría una masa de 5 kg situada en D.
  - c) ¿Quién tendría que realizar trabajo para trasladar esa masa desde D al infinito, el campo o fuerzas externas?

Dato:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ . (P.A.U. sep. 09) **Rta.**: a)  $\overline{\mathbf{g}}_D = 2,22 \cdot 10^{-9} \, \overline{\mathbf{j}} \, \text{N/kg}$ ; b)  $E_p = -8,60 \cdot 10^{-8} \, \text{J}$ ; c) externas.

- Dos masas de 50 kg están situadas en A(-30, 0) y B(30, 0) respectivamente (coordenadas en metros). Calcula:
  - a) El campo gravitatorio en P(0, 40) y en D(0, 0).
  - b) El potencial gravitatorio en P y D.
  - c) Para una masa m, ¿dónde es mayor la energía potencial gravitatoria, en P o en D?

(P.A.U. sep. 08)

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ . (P.A. Rta.: a)  $\overline{g}_P = -2,13 \cdot 10^{-12} \, \overline{\mathbf{j}} \text{ N/kg}; \, \overline{g}_D = \overline{\mathbf{0}}; \text{ b) } V_P = -1,33 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}; \, V_D = -2,22 \cdot 10^{-10} \text{ J/kg}; \text{ c) En P.}$ 

#### **CUESTIONES**

## Satélites

- 1. En torno a un planeta giran dos satélites, M y N, cuyos períodos de revolución son 32 y 256 días respectivamente. Si el radio de la órbita del satélite M es 10<sup>4</sup> km, el radio del satélite N será:
  - A) 4·10<sup>4</sup> km.
  - B) 1,6·10<sup>5</sup> km.
  - C) 3,2·10<sup>5</sup> km.

(P.A.U. sep. 16)

- 2. Supongamos que la masa de la Luna disminuyese a la mitad de su valor real. Justifique si la frecuencia con que veríamos la luna llena sería:
  - A) Mayor que ahora.
  - B) Menor que ahora.
  - C) Igual que ahora.

(P.A.U. jun. 16)

- 3. Un satélite artificial de masa *m* que gira alrededor de la Tierra en una órbita de radio *r* tiene una velocidad *v*. Si cambia de órbita pasando a otra más próxima a la Tierra, su velocidad debe:
  - A) Aumentar.
  - B) Disminuir.
  - C) No necesita cambiar de velocidad.

(P.A.U. jun. 15)

- 4. Un planeta gira alrededor del Sol con una trayectoria elíptica. El punto de dicha trayectoria en el que la velocidad orbital del planeta es máxima es:
  - A) En el punto más próximo al Sol.
  - B) En el punto más alejado del Sol.
  - C) Ninguno de los puntos citados.

(P.A.U. sep. 14)

- 5. Si un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra, justifica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta en relación con su energía mecánica E y sus velocidades orbital v y de escape  $v_e$ :
  - A) E = 0,  $v = v_e$
  - B) E < 0,  $v < v_e$
  - C) E > 0,  $v > v_e$

(P.A.U. jun. 14)

- 6. Un planeta describe una órbita plana y elíptica en torno al Sol. ¿Cuál de las siguientes magnitudes es constante?
  - A) El momento lineal.
  - B) La velocidad areolar.
  - C) La energía cinética.

(P.A.U. jun. 13)

- 7. Dos satélites idénticos, 1 y 2, describen órbitas circulares de diferente radio en torno a la Tierra  $(r_1 < r_2)$ . Por lo que:
  - A) 2 tiene mayor energía cinética.
  - B) 2 tiene mayor energía potencial.
  - C) Los dos tienen la misma energía mecánica.

(P.A.U. sep. 12)

- 8. En el movimiento de los planetas en órbitas elípticas y planas alrededor del Sol se mantiene constante:
  - A) La energía cinética.
  - B) El momento angular.
  - C) El momento lineal.

(P.A.U. jun. 12)

- 9. Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indica cuál de las siguientes magnitudes es mayor en el afelio (punto más alejado del Sol) que en el perihelio (punto más próximo al Sol):
  - A) Momento angular respecto a la posición del Sol.
  - B) Momento lineal.
  - C) Energía potencial.

(P.A.U. sep. 11)

- 10. Dos satélites 1 y 2 de masas  $m_1$  y  $m_2$  ( $m_1 < m_2$ ), giran alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio r:
  - A) Los dos tienen la misma energía mecánica.
  - B) 1 tiene menor energía potencial y menor energía cinética que 2.
  - C) 1 tiene mayor energía potencial y menor energía cinética que 2.

(P.A.U. jun. 10)

- 11. Si dos planetas distan del Sol r y 4 r respectivamente sus períodos de revolución son:
  - A) T y 4 T.
  - B) Ty T/4.
  - C) Ty8 T.

(P.A.U. sep. 07)

- 12. Dos satélites de comunicación 1 y 2 con diferentes masas  $(m_1 > m_2)$  giran alrededor de la Tierra con órbitas estables de diferente radio siendo  $r_1 < r_2$ 
  - A) 1 gira con mayor velocidad lineal.
  - B) 2 tiene menor período de revolución.
  - C) Los dos tienen la misma energía mecánica.

(P.A.U. jun. 07)

- 13. Si por una causa interna, la Tierra sufriera un colapso gravitatorio y redujera su radio a la mitad, manteniendo constante la masa, su período de revolución alrededor del Sol sería:
  - A) El mismo.
  - B) 2 años.
  - C) 0,5 años.

(P.A.U. jun. 07)

- 14. Dos satélites artificiales 1 y 2 de masas  $m_1$  y  $m_2$  ( $m_1 = 2$   $m_2$ ), giran alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio r.
  - A) Tienen la misma velocidad de escape.
  - B) Tienen diferente período de rotación.
  - C) Tienen la misma energía mecánica.

(P.A.U. jun. 05)

- 15. En torno al Sol giran dos planetas cuyos períodos de revolución son 3,66·10² días y 4,32·10² días respectivamente. Si el radio de la órbita del primero es 1,49·10¹¹ m, la órbita del segundo es:
  - A) La misma.
  - B) Menor.
  - C) Mayor.

(P.A.U. jun. 04)

- 16. Para un satélite geoestacionario el radio de su órbita se obtiene mediante la expresión:
  - A)  $R = (T^2 G M / 4\pi^2)^{1/3}$
  - B)  $R = (T^2 g_0 R / 4\pi^2)^{1/2}$
  - C)  $R = (T G m^2 / 4\pi^2)^{1/3}$

(P.A.U. jun. 04)

## • Campo gravitatorio.

- 1. Para una partícula sometida a una fuerza central se verifica que:
  - A) Se conserva su momento angular respecto al centro de fuerzas.
  - B) El trabajo realizado por dicha fuerza depende de la trayectoria seguida entre dos puntos dados.
  - C) Se conserva el vector momento lineal.

(P.A.U. sep. 15)

- 2. Si la Tierra se contrae reduciendo su radio a la mitad y manteniendo la masa:
  - A) La órbita alrededor del Sol será la mitad.
  - B) El período de un péndulo será la mitad.
  - C) El peso de los cuerpos será el doble.

(P.A.U. sep. 10)

- 3. Cuando se compara la fuerza eléctrica entre dos masas, con la gravitatoria entre dos masas (cargas y masas unitarias y a distancia unidad):
  - A) Ambas son siempre atractivas.
  - B) Son de un orden de magnitud semejante.
  - C) Las dos son conservativas.

(P.A.U. sep. 10)

- 4. Si una masa se mueve estando sometida solo a la acción de un campo gravitacional:
  - A) Aumenta su energía potencial.
  - B) Conserva su energía mecánica.
  - C) Disminuye su energía cinética.

(P.A.U. jun. 09)

- 5. El trabajo realizado por una fuerza conservativa:
  - A) Disminuye la energía potencial.
  - B) Disminuye la energía cinética.
  - C) Aumenta la energía mecánica.

(P.A.U. jun. 08)

- 6. En relación con la gravedad terrestre, una masa *m*:
  - A) Pesa más en la superficie de la Tierra que a 100 km de altura.
  - B) Pesa menos.
  - C) Pesa igual.

(P.A.U. jun. 08)

- 7. En el campo gravitatorio:
  - A) El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria depende de la trayectoria.
  - B) Las líneas de campo se pueden cortar.
  - C) Se conserva la energía mecánica.

(P.A.U. sep. 06)

- 8. En el movimiento de la Tierra alrededor del Sol:
  - A) Se conservan el momento angular y el momento lineal.
  - B) Se conservan el momento lineal y el momento de la fuerza que los une.
  - C) Varía el momento lineal y se conserva el angular.

(P.A.U. sep. 04)

Cuestiones y problemas de las <u>Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad</u> (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.

Actualizado: 30/06/24