Proba de Avaliación do Bacharelato para o Acceso á Universidade — Código: 23

XUÑO 2019

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado). No se valorará la simple anotación de una opción como solución a las cuestiones. Las respuestas deben ser razonadas. El/la alumno/a elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. La luz incidente, la reflejada y la refractada en la superficie de separación de dos medios de distinto índice de refracción tiene: A) Igual frecuencia, longitud de onda y velocidad. B) Distinta frecuencia, longitud de onda y velocidad. C) Igual frecuencia y distintas longitudes de onda y velocidad.

C.2. Para aumentar la potencia de una lente biconvexa simétrica situada en el aire deberíamos: A) Aumentar los radios de curvatura y disminuir el índice de refracción del material de la lente. B) Disminuir los radios de curvatura y aumentar el índice de refracción del material de la lente. C) Aumentar los radios de curvatura sin variar el índice de refracción del material de la lente.

C.3. Un determinado haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Si aumentamos la intensidad del haz incidente: A) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados, así como su energía cinética. B) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados sin modificarse su energía cinética. C) El número de fotoelectrones arrancados no varía, pero su energía cinética aumenta.

C.4. Describe el procedimiento que seguirías en el laboratorio para determinar si la luz es una onda transversal o longitudinal, así como el material que debes utilizar.

P.1. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga q_1 = 7,11 nC, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga q_2 = 3,0 nC. Las coordenadas están expresada en metros. Calcula: A) La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3). b) El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3). c) Indica el signo y el valor de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule. Dato: $K = 9·10^9$ N·m²·C⁻².

P.2. Un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra a una altura de 350 km respeto de la superficie terrestre. Calcula: A) La velocidad orbital del satélite. b) Su período de revolución. c) Compara el valor de su aceleración centrípeta con el valor de la intensidad del campo gravitatorio g a esa distancia de la Tierra. ¿Qué consecuencias se pueden extraer de este resultado? Datos: R(T) = $6,37·10^6$ m; g_0 = 9,81 m/s².

OPCIÓN B

C.1. El estroncio-90 es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 28 años. Si disponemos de una muestra de dos moles del dicho isótopo, el número de átomos de estroncio-90 que quedarán en la muestra después de 112 años será: A) 1/8 NA. B) 1/16 NA. C) 1/4 NA. (NA = $6,022·10^{23}$ partículas/mol).

C.2. ¿Cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica, con velocidad de fase de 100 m/s y 200 Hz de frecuencia, para que estén en el mismo estado de vibración?:
A) 2 n. B) 0,5 n. C) n, siendo n = 0, 1, 2, 3… y medido en el S.I.

C.3. Un astronauta (A) se acerca a una estrella con una velocidad de 200 000 km/s y otro astronauta (B) se aleja de ella con la misma velocidad con la que se acerca (A). La velocidad con que estos astronautas perciben la velocidad de la luz de la estrella es: A) Mayor para el astronauta (A) y menor para el (B). B) Menor para el astronauta (A) y mayor para el (B). C) Igual para los dos.

C.4. A partir de medidas del radio, r, y del período, T, de cuatro satélites que orbitan la Tierra se obtiene la tabla anexa. Representa esos datos en una gráfica y determina a partir de ella la masa de la Tierra. DATO: $G = 6,67·10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

Satélite	T^2/s²	r^3/km³
1	$3,18\times10^7$	$3,29\times10^{11}$
2	$3,89\times10^7$	$4,05\times10^{11}$
3	$4,75\times10^7$	$4,93\times10^{11}$
4	$1,44\times10^8$	$1,48\times10^{12}$

P.1. Un haz de luz de frecuencia $4,30\times10^{14}$ Hz incide desde un medio 1 de índice de refracción n_1 = 1,50 sobre otro medio 2 de índice de refracción n_2 = 1,30. El ángulo de incidencia es de 50°. Determina: A) La longitud de onda del haz en el medio 1. b) El ángulo de refracción. c) ¿A partir de que ángulo de incidencia se produce la reflexión total del haz incidente? DATO: $c = 3\times10^8$ m/s.

P.2. Un protón se mueve en un círculo de radio r = 20 cm, perpendicularmente a un campo magnético B = 0,4 T. Determinar: A) La velocidad del protón. b) El período del movimiento. c) El campo eléctrico necesario para anular el efecto del campo magnético. DATOS: $q_p = 1,6\times10^{-19}$ C; $m_p = 1,67\times10^{-27}$ kg.

Soluciones

OPCIÓN A

C.1. La luz incidente, la reflejada y la refractada en la superficie de separación de dos medios de distinto índice de refracción tiene:
A) Igual frecuencia, longitud de onda y velocidad.
B) Distinta frecuencia, longitud de onda y velocidad.
C) Igual frecuencia y distintas longitudes de onda y velocidad.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

El índice de refracción de un medio respecto al vacío n_m es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad de la luz en el medio v_m.

$$n_m = c \,/\, v_m$$

La luz refractada cambia su velocidad mientras que la reflejada no.
Como la frecuencia de la luz es característica (no varía al cambiar de medio) y está relacionada con la velocidad de propagación de la luz en ese medio por:

$$v_m = \lambda_m \cdot f$$

Al variar la velocidad, tiene que variar la longitud de onda.

C.2. Para aumentar la potencia de una lente biconvexa simétrica situada en el aire deberíamos:
A) Aumentar los radios de curvatura y disminuir el índice de refracción del material de la lente.
B) Disminuir los radios de curvatura y aumentar el índice de refracción del material de la lente.
C) Aumentar los radios de curvatura sin variar el índice de refracción del material de la lente.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

La fórmula del constructor de lentes es:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

f es la distancia focal de la lente, n es el índice de refracción del material de la lente y R_1 y R_2 son los radios de curvatura de las caras anterior y posterior de la lente.
La potencia de una lente es la inversa de la distancia focal.

$$P=\frac{1}{f}$$

Para aumentar la potencia, o sea, disminuir la distancia focal, habrá que emplear un material con mayor índice de refracción y disminuir los radio para aumentar la curvatura de las caras de la lente.

C.3. Un determinado haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Si aumentamos la intensidad del haz incidente:
A) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados, así como su energía cinética.
B) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados sin modificarse su energía cinética.
C) El número de fotoelectrones arrancados no varía, pero su energía cinética aumenta.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.

Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Al aumentar la intensidad de la luz, aumenta el número de fotones que llega al cátodo, y, como cada fotón arranca un electrón, aumentará el número de electrones emitidos. Pero la energía cinética de los electrones no depende de la intensidad de la luz sino de su frecuencia.

C.4. Describe el procedimiento que seguirías en el laboratorio para determinar si la luz es una onda transversal o longitudinal, así como el material que debes utilizar.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución:

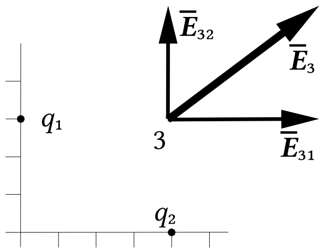
Las ondas transversales se polarizan.
POLARIZACIÓN en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

P.1. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga q_1 = 7,11 nC, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga q_2 = 3,0 nC. Las coordenadas están expresada en metros. Calcula:
a) La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).
b) El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).
c) Indica el signo y el valor de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.
DATO: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻². *(A.B.A.U. ord. 19)*
Rta.: a) $\bar{E} = (4\,\bar{\mathbf{i}} + 3\,\bar{\mathbf{j}})$ N/C; b) V = 25 V; c) q_3 = −13,9 nC.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Posición de la carga q_1	$\bar{r}_1$ = (0, 3,00) m
Posición de la carga q_2	$\bar{r}_2$ = (4,00, 0) m
Posición del punto 3	$\bar{r}_3$ = (4,00, 3,00) m
Valor de la carga situada en el punto 1	q_1 = 7,11 nC = $7{,}11 \cdot 10^{-9}$ C
Valor de la carga situada en el punto 2	q_2 = 3,00 nC = $3{,}00 \cdot 10^{-9}$ C
Constante de Coulomb	$K = 9{,}00 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²
Incógnitas	
Vector intensidad del campo eléctrico en el punto 3	$\bar{E}_3$
Potencial eléctrico en el punto 3	V_3
Valor de la carga situada en el origen para que el potencial en 3 sea nulo	q_3
Otros símbolos	
Distancia	r
Ecuaciones	
Campo eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$\vec{E} = K \dfrac{Q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{E}_A = \sum \vec{E}_{A\,i}$
Potencial eléctrico en un punto a una distancia, r, de una carga puntual, Q	$V = K \dfrac{Q}{r}$
Potencial eléctrico en un punto debido a varias cargas	$V = \sum V_i$

Solución:

a) Se hace un dibujo en el que se sitúan los puntos 1(0, 3), 2(4, 0) y 3(4, 3).



Se dibujan los vectores del campo en el punto 3, un vector por cada carga, prestando atención al sentido, que es de repulsión, porque las cargas son positivas.
Se dibuja el vector suma, que es el campo resultante, $\overline{\boldsymbol{E}}_3$.
El principio de superposición dice que la intensidad de campo electrostático en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma vectorial de los campos producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el campo en un punto, se calculan los campos creados en ese punto por cada carga, y luego se suman los vectores.
La fuerza eléctrica entre dos cargas puntuales, Q y q, separadas por una distancia, r, viene dada por la ley de Coulomb, en la que K es la constante de Coulomb y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ el vector unitario en la línea que une las cargas.

$$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es la fuerza sobre la unidad de carga positiva situada en ese punto:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_E}{q} = \frac{K \frac{Q \cdot \cancel{q}}{r^2} \vec{u}_r}{\cancel{q}} = K \frac{Q}{r^2} \vec{u}_r$$

La distancia del punto 1 al punto 3 es: r_{13} = |(4,00, 3,00) [m] – (0, 3,00) [m]| = 4,00 m.
El vector unitario del punto 3, tomando como origen el punto 1, es $\overline{\mathbf{i}}$, el vector unitario del eje X.
Se calcula el campo en el punto 3, debido a la carga de 7,11 nC situada en el punto 1:

$$\vec{E}_{31} = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{7{,}11 \cdot 10^{-9} \ [\text{C}]}{(4{,}00 \ [\text{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = 4{,}00 \ \vec{\mathbf{i}} \ \text{N/C}$$

La distancia del punto 2 al punto 3 es: r_{23} = |(4,00, 3,00) [m] – (4,00, 0) [m]| = 3,00 m.
El vector unitario del punto 3, tomando como origen el punto 2, es $\overline{\mathbf{j}}$, el vector unitario del eje Y.
Se calcula el campo en el punto 3, debido a la carga de 3,00 nC situada en el punto 2:

$$\vec{E}_{32} = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \ [\text{C}]}{(3{,}00 \ [\text{m}])^2} \vec{\mathbf{j}} = 3{,}00 \ \vec{\mathbf{j}} \ \text{N/C}$$

Por el principio de superposición, el vector intensidad de campo eléctrico resultante en el punto 3 es la suma vectorial de los vectores intensidad de campo de cada carga:

$$\overline{\boldsymbol{E}}_3 = \overline{\boldsymbol{E}}_{31} + \overline{\boldsymbol{E}}_{32} = 4{,}00 \ \overline{\mathbf{i}} \ [\text{N/C}] + 3{,}00 \ \overline{\mathbf{j}} \ [\text{N/C}] = (4{,}00 \ \overline{\mathbf{i}} + 3{,}00 \ \overline{\mathbf{j}}) \ \text{N/C}$$

Análisis: La dirección del campo resultante está de acuerdo con el dibujo.

b)
El potencial eléctrico en un punto, debido a la presencia de varias cargas, es la suma de los potenciales producidos en ese punto por cada carga, como si el resto de las cargas no estuviese presente.
Para determinar el potencial eléctrico en un punto, se calculan los potenciales creados en ese punto por cada carga, y luego se suman.
La ecuación del potencial eléctrico en un punto situado a una distancia, r, de una carga puntual, Q, es:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

K es la constante de Coulomb.
Se calcula el potencial en el punto 3 debido, a la carga de 7,11 nC situada en el punto 1:

$$V_{31} = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{7{,}11 \cdot 10^{-9} \ [\text{C}]}{(4{,}00 \ [\text{m}])} = 16{,}0 \ \text{V}$$

Se calcula el potencial en el punto 3, debido a la carga de 4,00 nC situada en el punto 2:

$$V_{32} = 9{,}00 \cdot 10^9 \ [\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}] \frac{3{,}00 \cdot 10^{-9} \ [\text{C}]}{(3{,}00 \ [\text{m}])} = 9{,}00 \ \text{V}$$

El potencial eléctrico en el punto 3 es la suma.

$$V_3 = V_{31} + V_{32} = 16,0\ [\text{V}] + 9,00\ [\text{V}] = 25,0\ \text{V}$$

c) Se calcula la distancia del punto 3 al origen:

$$r_{3\text{O}}=\sqrt{(3,00\ [\text{m}])^2+(4,00\ [\text{m}])^2}=5,00\ \text{m}$$

Se escribe la expresión del potencial en el punto 3, debido a la carga q_3 situada en el origen:

$$V_{3\text{O}}=9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{q_3\ [\text{C}]}{(5,00\ [\text{m}])}$$

Para que el nuevo potencial en el punto 3 sea nulo, debe cumplirse que:

$$V_{31} + V_{32} + V_{3\text{O}} = 0$$

$$16,0[\text{V}]+9,00[\text{V}]+9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]\frac{q_3}{(5,00\ [\text{m}])}=0$$

El valor de la carga 3 se obtiene despejando q_3:

$$q_3=\frac{-25,0\ [\text{V}]\cdot 5,00\ [\text{m}]}{9,00\cdot 10^9\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}]}=-1,39\cdot 10^{-8}\ \text{C}=-13,9\ \text{nC}$$

Análisis: El signo de la carga es correcto, ya que produce un potencial negativo que contrarresta los potenciales positivos de las cargas de los datos. El valor de la carga parece aceptable, porque es parecida a las de los datos.

P.2. Un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra a una altura de 350 km respecto a la superficie terrestre. Calcula:

a) La velocidad orbital del satélite.

b) Su período de revolución.

c) Compara el valor de su aceleración centrípeta con el valor de la intensidad del campo gravitatorio g la esa distancia de la Tierra. ¿Qué consecuencias se pueden extraer de este resultado?

Datos: $R(\text{T}) = 6,37\cdot 10^6$ m; $g_0 = 9,81$ m/s². *(A.B.A.U. ord. 19)*

Rta.: a) $v = 7,70$ km/s; b) $T = 1$ h 31 min.; c) $g = 8,81$ m/s².

Datos	***Cifras significativas: 3***
Radio de la Tierra	$R = 6,37\cdot 10^6$ m
Altura de la órbita	$h = 350$ km $= 3,50\cdot 10^5$ m
Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra	$g_0 = 9,81$ m/s²
Incógnitas	
Velocidad orbital del satélite	v
Período de revolución	T
Aceleración centrípeta	a
Intensidad del campo gravitatorio a esa distancia de la Tierra	g_h
Otros símbolos	
Masa de la Tierra	M
Valor de la velocidad del satélite en la órbita alrededor de la Tierra	v
Constante de la gravitación universal	G
Radio de la órbita	r
Ecuaciones	
Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce un planeta esférico sobre un cuerpo puntual)	$\vec{F}_G=-G\dfrac{M\cdot m}{r^2}\vec{u}_r$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{a}$
Velocidad lineal en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v=\dfrac{2\pi\cdot r}{T}$
Aceleración normal de un objeto que se mueve con una velocidad lineal, v, en una trayectoria circular de radio r	$a_N=\dfrac{v^2}{r}$
Intensidad del campo gravitatorio terrestre a una distancia r del centro	$g=\dfrac{F_G}{m}=G\dfrac{M}{r^2}$

Solución:

La fuerza gravitatoria, $\overline{\boldsymbol{F}}_G$, que ejerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r, es una fuerza central, está dirigida hacia el astro, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{\boldsymbol{u}}_r$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, el vector unitario en la dirección de la línea que une el astro con el satélite. En módulos:

$$F_G = G \frac{M \cdot m}{r^2}$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal, a_N. Al no tener aceleración tangencial, el módulo, v, de la velocidad lineal es constante y el movimiento es circular uniforme. La aceleración normal, en un movimiento circular uniforme de radio r, se obtiene de la expresión:

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra, se puede considerar que es la única fuerza que actúa.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_G$$

La 2.ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza, siendo su masa, m, la constante de proporcionalidad.

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para los módulos, queda:

$$\left| \sum \vec{\boldsymbol{F}} \right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_G = m \cdot a_N$$

Sustituyendo la expresión del módulo, F_G, de la fuerza gravitatoria, queda:

$$G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Cuando no se tienen los datos de la constante de la gravitación universal, G, o de la masa, M, del astro, pero sí del valor de la aceleración de la gravedad en su superficie, se puede encontrar una relación entre ellas usando que, en la superficie del astro, el peso de un cuerpo, $m \cdot g_0$, es igual a la fuerza gravitatoria:

$$\cancel{m}\, g_0 = G \frac{M \cdot \cancel{m}}{R^2}$$

R representa el radio del astro y g_0 el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie.
La relación es:

$$G \cdot M = g_0 \cdot R^2$$

a) Se calcula el radio de la órbita:

$$r = R + h = 6{,}37 \cdot 10^6 \text{ [m]} + 3{,}50 \cdot 10^5 \text{ [m]} = 6{,}72 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Se calcula la velocidad orbital, sustituyendo $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{r}} = \sqrt{\frac{9{,}81 \text{ [m/s}^2] \cdot (6{,}37 \cdot 10^6 \text{ [m]})^2}{6{,}72 \cdot 10^6 \text{ [m]}}} = 7{,}70 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

b) El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad lineal en el movimiento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}\Rightarrow T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 6{,}72\cdot 10^{7}\ [\text{m}]}{7{,}70\cdot 10^{3}\ [\text{m/s}]}=5{,}49\cdot 10^{3}\ \text{s}=1\ \text{h}\ 31\ \text{min}$$

c) La intensidad del campo gravitatorio se calcula sustituyendo $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$g_\text{h}=\frac{F_\text{G}}{m}=G\frac{M}{r^2}=\frac{g_0\cdot R^2}{r^2}=\frac{9{,}81\ [\text{m/s}^2]\cdot(6{,}37\cdot 10^6\ [\text{m}])^2}{(6{,}72\cdot 10^6\ [\text{m}])^2}=8{,}81\ \text{m/s}^2$$

Se calcula la aceleración centrípeta:

$$a_\text{N}=\frac{v^2}{r}=\frac{(7{,}70\cdot 10^3\ [\text{m/s}])^2}{6{,}72\cdot 10^6\ [\text{m}]}=8{,}81\ \text{m/s}^2$$

Análisis: El resultado tiene que ser el mismo porque la velocidad se calcula suponiendo que la única fuerza sobre el satélite es la fuerza gravitatoria y, por la 2.ª ley de Newton, igualando la fuerza gravitatoria al producto masa por aceleración centrípeta.

OPCIÓN B

C.1. El estroncio-90 es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 28 años. Si disponemos de una muestra de dos moles del dicho isótopo, el número de átomos de estroncio-90 que quedarán en la muestra después de 112 años será:
A) 1/8 N_A.
B) 1/16 N_A.
C) 1/4 N_A.
DATO: N_A = 6,022·10²³ partículas/mol. *(A.B.A.U. ord. 19)*

Solución: A

La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\text{d}N = \lambda \cdot N \cdot \text{d}t$), puede expresarse como:

$$N=N_0\cdot \text{e}^{-\lambda\cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N=N_0\cdot \text{e}^{-\lambda\cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\ N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\ N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula la constante de desintegración radioactiva de la relación con el período de semidesintegración:

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=0\frac{,693}{28\ [\text{ano}]}=0{,}024\ \text{8año}^{-1}$$

Pasados 112 años quedarán:

$$N=2\cdot N_\text{A}\cdot \text{e}^{-0{,}024\ \text{8año}^{-1}\cdot 112\ \text{año}}=\frac{N_\text{A}}{8}$$

Análisis: Como el período de semidesintegración es de 28 años, al cabo de 112 / 28 = 4 períodos de semidesintegración quedarán $2 \cdot N_\text{A} \cdot (1 / 2)^4 = 2 / 16\ N_\text{A} = 1 / 8\ N_\text{A}$.

C.2. ¿Cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica, con velocidad de fase de 100 m/s y 200 Hz de frecuencia, para que estén en el mismo estado de vibración?:

A) 2 *n*.
B) 0,5 *n*.
C) *n*, siendo *n* = 0, 1, 2, 3… y medido en el S.I.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

La longitud de onda λ es la distancia mínima entre dos puntos de una onda que se encuentran en fase, o sea, en el mismo estado de vibración.
La longitud de onda λ está relacionada con la frecuencia f y con la velocidad de propagación v_p de la onda por la ecuación

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{100 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{200 \text{ s}^{-1}} = 0{,}500 \text{ m}$$

Todos los puntos que se encuentren a una distancia que sea un múltiplo de la longitud de onda, estarán en fase con él.

$$d = n \cdot 0{,}500 \text{ [m]}$$

C.3. Un astronauta (A) se acerca a una estrella con una velocidad de 200 000 km/s y otro astronauta (B) se aleja de ella con la misma velocidad con la que se acerca (A). La velocidad con que estos astronautas perciben la velocidad de la luz de la estrella es:
A) Mayor para el astronauta (A) y menor para el (B).
B) Menor para el astronauta (A) y mayor para el (B).
C) Igual para los dos astronautas.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde lo que se mida. Tampoco depende de la velocidad relativa entre el observador y la fuente de luz.

C.4. A partir de medidas del radio, *r*, y del período, *T*, de cuatro satélites que orbitan la Tierra se obtiene la tabla anexa. Representa esos datos en una gráfica y determina a partir de ella la masa de la Tierra.

Satélite	T^2/s²	r^3/km³
1	3,18·10⁷	3,29·10¹¹
2	3,89·10⁷	4,05·10¹¹
3	4,75·10⁷	4,93·10¹¹
4	1,44·10⁸	1,48·10¹²

DATO: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución:

La fuerza gravitatoria, $\overline{\boldsymbol{F}}_G$, que ejerce un astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r, es una fuerza central, está dirigida hacia el astro, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_G = -G\frac{M\cdot m}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

En esta expresión, G es la constante de la gravitación universal, y $\overline{\boldsymbol{u}}_r$, el vector unitario en la dirección de la línea que une el astro con el satélite. En módulos:

$$F_G = G\frac{M\cdot m}{r^2}$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal, a_N. Al no tener aceleración tangencial, el módulo, v, de la velocidad lineal es constante y el movimiento es circular uniforme. La aceleración normal, en un movimiento circular uniforme de radio r, se obtiene de la expresión:

$$a_{\mathrm{N}}=\frac{v^2}{r}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra, se puede considerar que es la única fuerza que actúa.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_{\mathrm{G}}$$

La 2.ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza, siendo su masa, m, la constante de proporcionalidad.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Expresada para los módulos, queda:

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}|$$

$$F_{\mathrm{G}} = m \cdot a_{\mathrm{N}}$$

Sustituyendo la expresión del módulo, F_G, de la fuerza gravitatoria, queda:

$$G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}}=\cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$

La velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r y período T es:

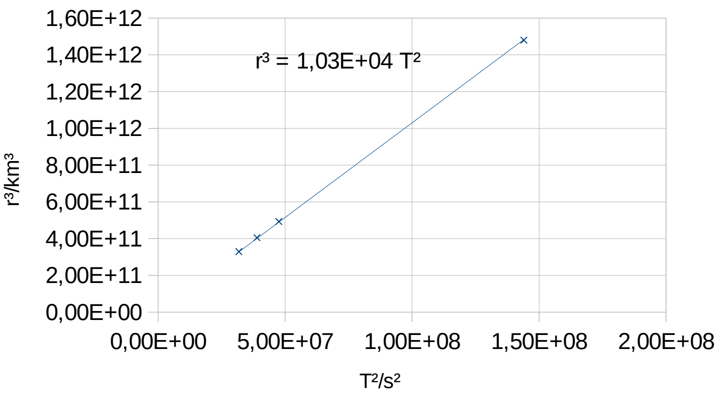
$$v=\frac{2\pi\cdot r}{T}$$

Igualando esta expresión con la anterior y elevando al cuadrado queda:

$$\left(\frac{2\pi\cdot r}{T}\right)^2=\frac{G\cdot M}{r}$$

Agrupando términos:

$$4\,\pi^2 \cdot r^3 = G \cdot M \cdot T^2$$



Reescribiendo esta ecuación para expresar la relación entre los cubos de los radios de las órbitas y los cuadrados de los períodos queda:

$$\frac{r^3}{T^2}=\frac{G\cdot M}{4\pi^2}$$

La pendiente de la recta de la gráfica obtenida en una hoja de cálculo es:

pendiente = $1{,}03\cdot10^4$ km³/s² = $1{,}03\cdot10^{13}$ m³/s²

Despejando la masa M de la Tierra queda:

$$M=\frac{4\pi^2\cdot pendiente}{G}=\frac{4\cdot 3{,}14^2\cdot 1{,}03\cdot 10^{13}\ [\mathrm{m^2/s^2}]}{6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}]}=6{,}06\cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$$

Análisis: El resultado es semejante al valor correcto $5{,}96\cdot10^{24}$ kg.

Pero en la prueba no disponemos de una hoja de cálculo. La pendiente de la recta dibujada en un papel puede aproximarse al cociente de los datos más altos:

$$\frac{r_4^3}{T_4^2}=\frac{1{,}48\cdot 10^{12}\ [\text{km}]^3}{1{,}44\cdot 10^{8}\ [\text{s}]^2}=1{,}03\cdot 10^{4}\ \frac{\text{km}^3}{\text{s}^2}\ \frac{(10^3\ \text{m})^3}{(1\ \text{km})^3}=1{,}03\cdot 10^{13}\ \text{m}^3/\text{s}^2$$

Que es el mismo resultado que la pendiente obtenida en la hoja de cálculo.
Un valor mejor sería el promedio de los cocientes.

Satélite	T^2/s²	r^3/km³	r^3/T^2 (km³/s²)
1	$3{,}18\cdot 10^{7}$	$3{,}29\cdot 10^{11}$	$1{,}03\cdot 10^{4}$
2	$3{,}89\cdot 10^{7}$	$4{,}05\cdot 10^{11}$	$1{,}04\cdot 10^{4}$
3	$4{,}75\cdot 10^{7}$	$4{,}93\cdot 10^{11}$	$1{,}04\cdot 10^{4}$
4	$1{,}44\cdot 10^{8}$	$1{,}48\cdot 10^{12}$	$1{,}03\cdot 10^{4}$

El valor medio es $1{,}04\cdot 10^4$ km³/s² = $1{,}04\cdot 10^{13}$ m³/s² que daría una masa de la Tierra $6{,}13\cdot 10^{24}$ kg.

P.1. Un haz de luz de frecuencia $4{,}30\times 10^{14}$ Hz incide desde un medio 1 de índice de refracción n_1 = 1,50 sobre otro medio 2 de índice de refracción n_2 = 1,30. El ángulo de incidencia es de 50°. Determina:
a) La longitud de onda del haz en medio 1.
b) El ángulo de refracción.
c) ¿A partir de qué ángulo de incidencia se produce la reflexión total del haz incidente?
DATO: $c = 3\times 10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 19)*
Rta.: a) λ = 465 nm; b) θ_2 = 62,1°; c) θ_{il} = 60,0°.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia del rayo de luz	$f = 4{,}30\cdot 10^{14}$ Hz
Índice de refracción del medio 1	$n_1 = 1{,}50$
Índice de refracción del medio 2	$n_2 = 1{,}30$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 50{,}0°$
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00\cdot 10^8$ m/s
Incógnitas	
Longitud de onda de la luz en el medio 1	λ_1
Ángulo de refracción	θ_r
Ángulo límite	θ_l
Ecuaciones	
Índice de refracción de un medio «i» en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i	$n_i=\frac{c}{v_i}$
Relación entre la velocidad v, la longitud de onda λ y la frecuencia f	$v = \lambda \cdot f$
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \text{sen}\ \theta_i = n_r \cdot \text{sen}\ \theta_r$

Solución:

a) La velocidad de la luz en el medio 1 es:

$$v_1=\frac{c}{n_1}=\frac{3{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s}}{1{,}50}=2{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el medio 1 es:

$$\lambda_1=\frac{v_1}{f}=\frac{2{,}00\cdot 10^8\ \text{m/s}}{4{,}30\cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}}=4{,}65\cdot 10^{-7}\ \text{m} = 465\ \text{nm}$$

b) El ángulo de refracción θ_r se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1{,}50 \cdot \text{sen}\ 50° = 1{,}30 \cdot \text{sen}\ \theta_r$$

$$\text{sen}\ \theta_r=\frac{1{,}50\cdot \text{sen}\ 50°}{1{,}30}=0{,}884$$

$$\theta_r = \text{arcsen}\ 0{,}884 = 62{,}1°$$

c) El ángulo límite es el ángulo de incidencia que corresponde a un ángulo de refracción de 90°. Aplicando de nuevo la ley de Snell

$$1{,}50 \cdot \text{sen } \theta_l = 1{,}30 \cdot \text{sen } 90°$$

$$\text{sen } \theta_l = \frac{1{,}30 \cdot \text{sen } 90°}{1{,}50} = 0{,}867$$

$$\theta_l = \text{arcsen } 0{,}867 = 60{,}0°$$

P.2. Un protón se mueve en un círculo de radio r = 20 cm, perpendicularmente a un campo magnético B = 0,4 T. Determina:

a) La velocidad del protón.

b) El período del movimiento.

c) El campo eléctrico necesario para anular el efecto del campo magnético.

DATOS: $q_p = 1{,}6\times10^{-19}$ C; $m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg. *(A.B.A.U. ord. 19)*

Rta.: a) $v = 7{,}66\cdot10^{6}$ m/s; b) $T = 1{,}64\cdot10^{-7}$ s; c) $E = 3{,}07\cdot10^{6}$ N/C.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Radio de la trayectoria circular	R = 20,0 cm = 0,200 m
Intensidad del campo magnético	B = 0,400 T
Carga del protón	$q_p = 1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Masa del protón	$m_p = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg
Incógnitas	
Velocidad del protón	$\overline{\boldsymbol{v}}$
Período del movimiento	T
Vector campo eléctrico que anule el efecto del campo magnético	$\overline{\boldsymbol{E}}$
Otros símbolos	
Vector fuerza magnética sobre el electrón	$\overline{\boldsymbol{F}}_B$
Vector fuerza eléctrica sobre el electrón	$\overline{\boldsymbol{F}}_E$
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga, q, que se desplaza en el interior de un campo magnético, $\overline{\boldsymbol{B}}$, con una velocidad, $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$
Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R)	$a_N = \frac{v^2}{R}$
2.ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R	$v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$
Fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}_E$ ejercida por un campo electrostático $\overline{\boldsymbol{E}}$ sobre una carga q	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q \cdot \overline{\boldsymbol{E}}$

Solución:

a) Como solo actúa la fuerza magnética, que es perpendicular a la velocidad, el protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N.

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m\frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética:

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \text{sen}\,\varphi = m\frac{v^2}{R}$$

Despejando la velocidad, v:

$$v = \frac{|q| \cdot B \cdot R \cdot \text{sen}\,\varphi}{m} = \frac{|1{,}60\cdot10^{-19}\,[\text{C}]| \cdot 0{,}400\,[\text{T}] \cdot 0{,}200\,[\text{m}] \cdot \text{sen } 90°}{1{,}67\cdot10^{-27}\,[\text{kg}]} = 7{,}66\cdot10^{6}\ \text{m/s}$$

b) Despejando el período en la ecuación de la velocidad en un movimiento circular uniforme:

$$v=\frac{2\pi\cdot R}{T} \Rightarrow T=\frac{2\pi\cdot R}{v}=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 0{,}200\ [\mathrm{m}]}{7{,}66\cdot 10^{6}\ [\mathrm{m/s}]}=1{,}64\cdot 10^{-7}\ \mathrm{s}$$

c) Si actúa una fuerza eléctrica que anula la magnética,

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B + \overline{\boldsymbol{F}}_E = q\,(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}}) + q\cdot \overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{0}}$$

El campo eléctrico debe valer, en módulo:

$$|\overline{\boldsymbol{E}}| = |-(\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})| = 7{,}66\cdot 10^{6}\ [\mathrm{m/s}]\cdot 0{,}400\ [\mathrm{T}]\cdot \sin 90° = 3{,}07\cdot 10^{6}\ \mathrm{N/C}$$

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 22/03/24