Física do século XX

Método e recomendacións

◊ PROBLEMAS

● Física cuántica

1. Ao iluminar un metal con luz de frecuencia $2,5·10^{15}$ Hz obsérvase que emite electróns que poden deterse ao aplicar un potencial de freado de 7,2 V. Se a luz que se emprega co mesmo fin é de lonxitude de onda no baleiro $1,78·10^{-7}$ m, o devandito potencial pasa a ser de 3,8 V. Determina:
   a) O valor da constante de Planck.
   b) O traballo de extracción do metal.
   Datos: $|q_e| = 1,6·10^{-19}$ C; $c = 3·10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 22)*
   Rta.: a) $h = 6,7·10^{-34}$ J·s; b) $W_e = 5·10^{-19}$ J.

Datos	**Cifras significativas: 3**
Frecuencia da 1.ª radiación	$f_1 = 2,50·10^{15}$ Hz
Potencial de freado da 1.ª radiación	$V_1 = 7,20$ V
Lonxitude de onda da 2.ª radiación	$\lambda_2 = 1,78·10^{-7}$ m
Potencial de freado da 2.ª radiación	$V_2 = 3,80$ V
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3,00·10^8$ m/s
Carga do electrón	$q_e = -1,60·10^{-19}$ C
Incógnitas	
Constante de Planck	h
Traballo de extracción	W_e
Ecuacións	
Ecuación de Planck (enerxía do fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre a frecuencia dunha onda luminosa e a lonxitude de onda	$f = c / \lambda$
Enerxía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Relación entre a enerxía cinética dos electróns e o potencial de freado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h é a constante de Planck.
O potencial de freado é a diferencia de potencial que detén o paso de electróns, sendo unha medida da súa enerxía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$

A ecuación de Einstein quedaría:

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

O traballo de extracción e a constante de Planck poden calcularse resolvendo un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas:

$$h \cdot f_1 = W_e + q \cdot V_1$$
$$h \cdot f_2 = W_e + q \cdot V_2$$

Se expresamos a frecuencia f en función da lonxitude de onda λ: $f = c / \lambda$ e substituímos os datos, quedaría:

$$\begin{cases} h \cdot 2{,}50 \cdot 10^{15} = W_e + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 7{,}20 \\ \dfrac{h \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{1{,}78 \cdot 10^{-7}} = W_e + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 3{,}80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2{,}50 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 1{,}15 \cdot 10^{-18} \\ 1{,}69 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 6{,}08 \cdot 10^{-19} \end{cases}$$

Restando obteríamos o valor de h:

$$0{,}81 \cdot 10^{15} \cdot h = 5{,}4 \cdot 10^{-19}$$

$$h = \frac{5{,}4 \cdot 10^{-19}}{0{,}81 \cdot 10^{15}} = 6{,}7 \cdot 10^{-34} \text{ J·s}$$

Substituíndo na primeira ecuación calcularíamos o valor de W_e:

$$2{,}50 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-34} = W_e + 1{,}15 \cdot 10^{-18}$$

$$W_e = 2{,}50 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-34} - 1{,}15 \cdot 10^{-18} = 5 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3 \text{ eV}$$

Análise: O valor obtido da constante de Planck é bastante parecido a $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s. *O valor do traballo de extracción é razoable.*

2. Nunha célula fotoeléctrica, o cátodo ilumínase cunha radiación de lonxitude de onda $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ m.
   a) Estude se a radiación produce efecto fotoeléctrico, considerando que o traballo de extracción corresponde a unha frecuencia de $7{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
   b) Calcule a velocidade máxima dos electróns arrancados e a diferenza de potencial que hai que aplicar entre ánodo e cátodo para que se anule a corrente fotoeléctrica.
   DATOS: $|q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m·s⁻¹; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s. *(A.B.A.U. ord. 22)*
   Rta.: b) $v = 6{,}6 \cdot 10^{5}$ m/s; $V = 1{,}24$ V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Lonxitude de onda da radiación	$\lambda = 3{,}00 \cdot 10^{-7}$ m
Frecuencia á que corresponde o traballo de extracción do metal	$f = 7{,}00 \cdot 10^{14}$ Hz
Constante de Planck	$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s
Carga do electrón	$q_e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Masa do electrón	$m_e = 9{,}10 \cdot 10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Traballo de extracción	W_e
Enerxía da radiación	E_f
Velocidade máxima coa que son emitidos os electróns	v
Potencial de freado	V
Ecuacións	
Ecuación de Planck (enerxía do fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre a frecuencia dunha onda luminosa e a lonxitude de onda	$f = c / \lambda$
Enerxía cinética	$E_c = ½ m \cdot v^2$
Relación entre a enerxía cinética dos electróns e o potencial de freado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

a) Combinando as ecuacións de Planck, $E_f = h \cdot f$, e Einstein, $E_f = W_e + E_c$, obtense a relación entre o traballo de extracción, W_e, e a frecuencia limiar, f_0:

$$W_e = E_f - E_c = h \cdot f_0 - 0 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ [J·s]} \cdot 7{,}00 \cdot 10^{14} \text{ [s}^{-1}\text{]} = 4{,}63 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Da relación entre a lonxitude de onda e a frecuencia, $f = c / \lambda$, obtense a frecuencia da radiación:

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8} \text{ m·s}^{-1}}{3{,}00 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 1{,}00 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

Coa ecuación de Planck, $E_f = h \cdot f$, obtense a enerxía da radiación incidente:

$$E_f = h \cdot f = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \text{ [J·s]} \cdot 1{,}00 \cdot 10^{15} \text{ [s}^{-1}\text{]} = 6{,}62 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Vese que é maior que o traballo de extracción, e, polo tanto, produce efecto fotoeléctrico.

b) Para calcular a velocidade máxima dos electróns arrancados hai que calcular antes a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos, a partir da ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico:

$$E_c = E_f - W_e = 6{,}62 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} - 4{,}63 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} = 1{,}99 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

A velocidade será:

$$E_c = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]}}} = 6{,}60 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

Calcúlase o potencial de freado na ecuación que o relaciona coa enerxía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{1{,}99 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}}{1{,}60 \cdot 10^{-19} \text{ [C]}} = 1{,}24 \text{ V}$$

3. Ilumínase un metal con luz monocromática dunha certa lonxitude de onda. Se o traballo de extracción é de $4{,}8 \cdot 10^{-19}$ J e o potencial de freado é de 2,0 V, calcula:
   a) A velocidade máxima dos electróns emitidos.
   b) A lonxitude de onda da radiación incidente.
   c) Representa graficamente a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos en función da frecuencia da luz incidente.
   DATOS: $|q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s⁻¹; $c = 3 \cdot 10^8$ m ·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 19)*
   Rta.: a) $v = 8{,}4 \cdot 10^5$ m/s; b) λ =250 nm

Datos	***Cifras significativas: 2***
Traballo de extracción do metal	$W_e = 4{,}8 \cdot 10^{-19}$ J
Potencial de freado	$V = 2{,}0$ V
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s
Carga do electrón	$\|e\| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Masa do electrón	$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidade máxima dos electróns emitidos	v
Lonxitude de onda da radiación incidente	λ
Ecuacións	
Ecuación de Planck (enerxía do fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre a frecuencia dunha onda luminosa e a lonxitude de onda	$f = c / \lambda$
Enerxía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Relación entre a enerxía cinética dos electróns e o potencial de freado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

a) A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos calcúlase a partir do potencial de freado:

$$E_c = |e| \cdot V = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 2{,}0 \text{ [V]} = 3{,}2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

A velocidade calcúlase a partir da expresión da enerxía cinética:

$$E_c = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\,E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-20} \text{ [J]}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ [kg]}}} = 8{,}4 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

b) Calcúlase a enerxía da radiación empregando a ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 4{,}8 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} + 3{,}2 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} = 8{,}0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

A frecuencia dos fotóns incidentes calcúlase usando a ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{8{,}0 \cdot 10^{-19} \text{ [J]}}{6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ [J·s]}} = 1{,}2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} = 1{,}2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$$

A lonxitude de onda dos fotóns calcúlase usando a relación entre a frecuencia e a lonxitude de onda:

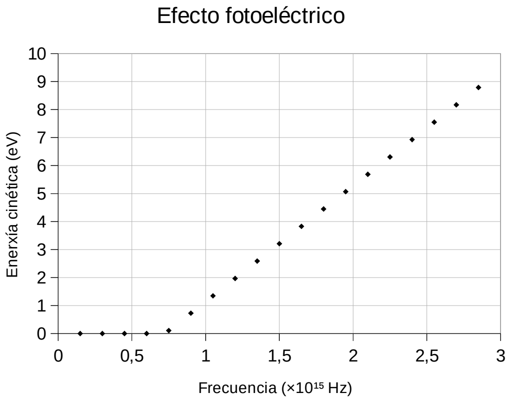
$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}0 \cdot 10^{8} \text{ [m/s]}}{1{,}2 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}} = 2{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 250 \text{ nm}$$

c) Calcúlase a frecuencia limiar combinando as ecuacións de Planck e Einstein:

$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{6{,}63 \cdot 10^{-24} \text{ J·s}} = 7{,}2 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

Por debaixo da frecuencia limiar non hai electróns.
Faise unha táboa con valores da frecuencia maiores ao valor da frecuencia limiar, e calcúlase a enerxía cinética dos electróns coa ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico.
A gráfica podería ser como a seguinte:



4. O traballo de extracción para o sodio é de 2,50 eV. Calcula:
   a) A lonxitude de onda da radiación que debemos usar para que a velocidade máxima dos electróns emitidos sexa de $1{,}00 \cdot 10^{7}$ m·s⁻¹.
   b) O potencial de freado.
   c) A lonxitude de onda de De Broglie asociada aos electróns emitidos polo metal con velocidade máxima.

   Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1}; $|q(e)| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; 1 nm = 10^{-9} m; $m(e) = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$.

   (A.B.A.U. extr. 18)

   Rta.: a) $\lambda = 4{,}33$ nm; b) V = 284 V; c) $\lambda_B = 72{,}9$ pm.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Traballo de extracción do sodio	$W_e = 2{,}50$ eV
Velocidade dos electróns emitidos	$v = 1{,}00 \cdot 10^{7}$ m/s
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s
Masa do electrón	$m_e = 9{,}10 \cdot 10^{-31}$ kg
Carga do electrón	$\lvert q_e \rvert = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Incógnitas	
Lonxitude de onda incidente para que a velocidade dos electróns emitidos sexa $1{,}00 \cdot 10^{7}$ m/s	λ
Potencial de freado	V
Lonxitude de onda de De Broglie asociada aos electróns	λ_B
Outros símbolos	
Enerxía do fotón	E_f
Ecuacións	
Ecuación de Planck (enerxía do fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre a frecuencia limiar e o traballo de extracción	$W_e = h \cdot f_0$
Relación entre a frecuencia dunha onda luminosa e a lonxitude de onda	$f = c / \lambda$
Enerxía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Lonxitude de onda de De Broglie	$\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$

Solución:

a) Calcúlase o traballo de extracción en unidades do S.I.:

$$W_e = 2{,}50\ [\text{eV}] \cdot \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]}{1\ [\text{e}]} = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{C·V} = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Calcúlase a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos:

$$E_c = m \cdot v^2 / 2 = 9{,}10 \cdot 10^{-31}\ [\text{kg}] \cdot (1{,}00 \cdot 10^7\ [\text{m/s}])^2 / 2 = 4{,}55 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

Calcúlase a enerxía da radiación empregando a ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico

$$E_f = W_e + E_c = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] + 4{,}55 \cdot 10^{-17}\ [\text{J}] = 4{,}59 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

Calcúlase a frecuencia dos fotóns incidentes usando a ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{4{,}59 \cdot 10^{-17}\ [\text{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]} = 6{,}93 \cdot 10^{16}\ \text{s}^{-1} = 6{,}93 \cdot 10^{16}\ \text{Hz}$$

Calcúlase a lonxitude de onda dos fotóns usando a relación entre a frecuencia e a lonxitude de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m/s}]}{6{,}93 \cdot 10^{16}\ \text{s}^{-1}} = 4{,}32 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 4{,}32\ \text{nm}$$

b) Calcúlase o potencial de freado na ecuación que o relaciona coa enerxía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{4{,}55 \cdot 10^{-17}\ [\text{J}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]} = 284\ \text{V}$$

c) Calcúlase a lonxitude de onda asociada aos electróns usando a ecuación de De Broglie.
A interpretación de Einstein do efecto fotoeléctrico demostrou que a luz se comporta como un chorro de partículas, chamadas fotóns, cuxa enerxía é proporcional á frecuencia:

$$E = h \cdot f$$

No efecto Compton, o fotón compórtase como unha partícula de momento lineal:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot f}{\lambda \cdot f} = \frac{h}{\lambda}$$

Como xa estaba establecido que a luz se propaga como unha onda, propúxose que o comportamento era dual: nalgúns experimentos o comportamento da luz parece ser corpuscular e noutros, ondulatorio.
De Broglie propuxo que este comportamento dual tamén afecto a calquera partícula. Nalgúns casos o comportamento de certas partículas podería interpretarse como o de ondas cuxa lonxitude de onda asociada λ vén dada pola expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Nesta ecuación h é a constante de Planck, m é a masa da partícula e v é a súa velocidade.

$$\lambda_B = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]}{9{,}10 \cdot 10^{-31}\ [\text{kg}] \cdot 1{,}00 \cdot 10^7\ [\text{m/s}]} = 7{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 72{,}9\ \text{pm}$$

5. Unha radiación monocromática que ten unha lonxitude de onda de 600 nm penetra nunha célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuxo traballo de extracción é $3{,}2 \cdot 10^{-19}$ J. Calcula:
   a) A lonxitude de onda limiar para o cesio.
   b) A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos.
   c) O potencial de freado.
   DATOS: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s^{-1}; $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; 1 nm = 10^{-9} m *(A.B.A.U. ord. 18)*
   Rta.: a) λ_0 = 621 nm; b) $E_c = 1{,}1 \cdot 10^{-20}$ J; c) V = 0,069 V

Datos	***Cifras significativas: 3***
Lonxitude de onda da radiación	λ = 600 nm = $6{,}00 \cdot 10^{-7}$ m
Traballo de extracción do metal	$W_e = 3{,}20 \cdot 10^{-19}$ J
Constante de Planck	$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Carga do electrón	$q_e = -1{,}60\cdot10^{-19}$ C
Incógnitas	
Lonxitude de onda limiar	λ_0
Enerxía cinética máxima coa que son emitidos os electróns	E_c
Potencial de freado	V
Ecuacións	
Ecuación de Planck (enerxía do fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre a frecuencia dunha onda luminosa e a lonxitude de onda	$f = c / \lambda$
Enerxía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Relación entre a enerxía cinética dos electróns e o potencial de freado	$E_c = \lvert e \rvert \cdot V$

Solución:

a) A lonxitude de onda limiar corresponde a unha radiación coa enerxía mínima para provocar o efecto fotoeléctrico. Combinando as ecuacións de Planck e Einstein, obtense a frecuencia limiar:

$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{3{,}20\cdot10^{-19}\ \text{J}}{6{,}62\cdot10^{-24}\ \text{J·s}} = 4{,}83\cdot10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

A lonxitude de onda limiar:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3{,}00\cdot10^{8}\ \text{m·s}^{-1}}{4{,}83\cdot10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 6{,}21\cdot10^{-7}\ \text{m} = 621\ \text{nm}$$

c) A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos calcúlase a partir da ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico:

$$E_c = E_f - W_e$$

A enerxía dos fotóns, despois de substituír a frecuencia pola súa expresión en función da lonxitude de onda, é:

$$E_f = h\cdot f = \frac{h\cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}62\cdot10^{-34}\ [\text{J·s}]\cdot3{,}00\cdot10^{8}\ [\text{m·s}^{-1}]}{6{,}00\cdot10^{-7}\ [\text{m}]} = 3{,}31\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos vale:

$$E_c = 3{,}31\cdot10^{-19}\ [\text{J}] - 3{,}20\cdot10^{-19}\ [\text{J}] = 1{,}1\cdot10^{-20}\ \text{J}$$

b) Calcúlase o potencial de freado na ecuación que o relaciona coa enerxía cinética:

$$E_c = \lvert e \rvert \cdot V \Rightarrow V = \frac{E_c}{\lvert e \rvert} = \frac{1{,}1\cdot10^{-20}\ [\text{J}]}{1{,}60\cdot10^{-19}\ [\text{C}]} = 0{,}069\ \text{V}$$

● Física nuclear e de partículas

1. O $^{210}_{82}$Pb transfórmase en polonio ao emitir dúas partículas beta e posteriormente, por emisión dunha partícula alfa, obtense chumbo.
   a) Escribe as reaccións nucleares descritas.
   b) O período de semidesintegración do $^{210}_{82}$Pb é de 22,3 anos. Si tiñamos inicialmente 3 moles de átomos dese elemento e transcorreron 100 anos, calcula o número de núcleos radioactivos que quedan sen desintegrar e a actividade inicial da mostra.
   DATO: $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 23)*
   Rta.: a) $^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^{210}_{83}\text{Bi} + {}^{0}_{-1}\text{e} \rightarrow {}^{210}_{84}\text{Po} + {}^{0}_{-1}\text{e} \rightarrow {}^{206}_{82}\text{Pb} + {}^{4}_{2}\text{He}$; b) $N = 8{,}07\cdot10^{22}$ núcleos; $A_0 = 1{,}78\cdot10^{15}$ Bq

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 22,3$ anos
Cantidade da mostra	$n_0 = 3,00$ mol
Número de Avogadro	$N_A = 6,02·10^{23}$ mol^{-1}
Tempo transcorrido	$t = 100$ anos
Incógnitas	
Número de núcleos que queda sen desintegrar despois de 100 anos	n
Actividade inicial	A
Outros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividade radioactiva	$A = -\text{d} N / \text{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) As partículas alfa son núcleos de helio ${}_2^4\text{He}$ e as partículas beta electróns ${}_{-1}^{0}\text{e}$.
As reaccións nucleares, aplicando os principios de conservación do número bariónico (ou número másico) e da carga, son:

$$ {}_{82}^{210}\text{Pb} \rightarrow {}_{83}^{210}\text{Bi} + {}_{-1}^{0}\text{e} \rightarrow {}_{84}^{210}\text{Po} + {}_{-1}^{0}\text{e} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb} + {}_{2}^{4}\text{He} $$

b) Calcúlase a constante radioactiva a partir do período de semidesintegración

$$ T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{22,3\ [\text{años}]} = 0,0311\ \text{ano}^{-1} = 9,85·10^{-10}\ \text{s}^{-1} $$

Calcúlase o número de núcleos que hai en 3 mol de ^{210}Pb.

$$ N = \frac{3,00\ \text{mol Pb} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}\ \text{átomos Pb}}{1\ \text{mol Pb}} \frac{1\ \text{núcleo Pb}}{1\ \text{átomo Pb}} = 1,81 \cdot 10^{24}\ \text{núcleos Pb} $$

Aplícase la lei de desintegración radioactiva:

$$ N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1,81 \cdot 10^{24}\ [\text{núcleos}] \cdot e^{0,0311 [\text{ano}] \cdot 100\ [\text{ano}]} = 8,07 \cdot 10^{22}\ \text{núcleos quedan sen desintegrar.} $$

A actividade inicial será:

$$ A = \lambda \cdot N = 9,85·10^{-10}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 1,81·10^{24}\ [\text{núcleos}] = 1,78·10^{15}\ \text{Bq} $$

2. Nun laboratorio recíbense 100 g dun isótopo descoñecido. Transcorridas 2 horas desintegrouse o 20 % da masa inicial do isótopo. Calcula:
   a) A constante radioactiva.
   b) O período de semidesintegración do isótopo e a masa que fica do isótopo orixinal transcorridas 20 horas.

   (A.B.A.U. ord. 21)

   Rta.: a) $\lambda = 3,10·10^{-5}$ s^{-1}; b) $T_{½} = 2,24·10^4$ s; $m = 10,7$ g

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa inicial	$m_0 = 100$ g
Tempo transcorrido no que se desintegrou o 20 % da masa inicial	$t_d = 2,00$ h $= 7,20·10^3$ s
Porcentaxe desintegrado da mostra nese tempo	$m_d = 20,0\ \%\ m_0 = 0,200\ m_0$
Tempo para calcular a masa que fica	$t = 20,0$ h $= 7,20·10^4$ s
Incógnitas	
Constante radioactiva	λ
Período de semidesintegración	$T_{½}$
Masa que fica ás 20 h	m
Outros símbolos	

Incógnitas

Número de átomos iniciais	N_0
Número de átomos ao cabo dun tempo	N

Ecuacións

Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Cando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$

Solución:

a) Calcúlase a constante de desintegración radioactiva λ na ecuación de desintegración radioactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

É máis fácil usar a expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Como a masa é proporcional ao número de átomos:

$$m_0 / m = N_0 / N$$

Se a masa desintegrada é o 20 % da inicial, fica aínda:

$$m = m_0 - m_d = m_0 - 0{,}200\ m_0 = 0{,}800\ m_0$$

$$\lambda = \frac{\ln(N_0/N)}{t} = \frac{\ln(m_0/m)}{t} = \frac{\ln(1/0{,}800)}{7{,}20 \cdot 10^3\ [\text{s}]} = 3{,}10 \cdot 10^{-5}\ \text{s}^{-1} = 0{,}112\ \text{h}^{-1}$$

b) Calcúlase o período de semidesintegración a partir da constante de desintegración radioactiva:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{3{,}10 \cdot 10^{-5}\ [\text{s}^{-1}]} = 2{,}24 \cdot 10^3\ \text{s} = 6{,}21\ \text{h}$$

A masa que fica ao cabo de 20 h é

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$m = 100\ [\text{g}] \cdot e^{-0{,}112\ [\text{h}^{-1}] \cdot 20\ [\text{h}]} = 10{,}7\ \text{g}$$

3. Nunha cova encóntranse restos orgánicos e ao realizar a proba do carbono-14 obsérvase que a actividade da mostra é de 10^6 desintegracións/s. Sabendo que o período de semidesintegración do carbono-14 é de 5730 anos, calcula:
   a) A masa inicial da mostra.
   b) A masa da mostra cando transcorran 4000 anos.
   DATOS: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$; $A(^{14}\text{C}) = 14$. *(A.B.A.U. ord. 20)*
   Rta.: a) $m_0 = 6{,}06$ μg; b) $m = 3{,}74$ μg

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 5\,730$ anos $= 1{,}81 \cdot 10^{11}$ s
Actividade da mostra	$A_0 = 1{,}00 \cdot 10^6$ Bq
Tempo para calcular a actividade	$t = 4000$ anos $= 1{,}26 \cdot 10^{11}$ s
Masa atómica do ^{14}C	$M = 14{,}0$ g/mol
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
Incógnitas	
Masa inicial da mostra	m_0
Masa aos 4000 anos	A
Outros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$

Ecuacións

Actividade radioactiva	$A = -\mathrm{d}\, N / \mathrm{d}\, t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Pódese calcular o número de átomos N a partir da expresión da actividade radioactiva: $A = \lambda \cdot N$.
Antes hai que calcular a constante λ de desintegración radioactiva, a partir do período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1{,}81 \cdot 10^{11}\ [\mathrm{s}]} = 3{,}83 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{s}^{-1} = 0{,}000\,175\ \text{ano}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1{,}00 \cdot 10^{6}\ [\mathrm{Bq}]}{3{,}83 \cdot 10^{-12}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 2{,}61 \cdot 10^{17}\ \text{átomos}$$

A masa é proporcional á cantidade de átomos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A} \cdot M = \frac{2{,}61 \cdot 10^{17}\ [\text{átomos}]}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ [\text{átomos/mol}]} \cdot 14{,}0\ [\mathrm{g/mol}] = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{g} = 6{,}06\ \mu\mathrm{g}$$

Análise: Coa nula precisión do dato da actividade, 10^6 Bq, *o resultado podería ser calquera ente* 0,1 µg *e* 10 µg.

b) Como a masa é proporcional á cantidade de núcleos pódese obter unha expresión similar á lei da desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, na que aparece a masa no canto da cantidade de átomos. A constante de proporcionalidade é: N_A / M, o número de átomos que hai na unidade de masa dese elemento, onde N_A é o número de Avogadro e M é a masa atómica do elemento.

$$N = m \cdot N_A / M$$

$$m \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} = m_0 \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} e^{-\lambda\, t}$$

$$m = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

$$m = m_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\ [\mathrm{g}] \cdot \mathrm{e}^{-0{,}000175\ [\text{ano}]^{-1} \cdot 4000\ [\text{ano}]} = 3{,}74 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{g} = 3{,}74\ \mu\mathrm{g}$$

4. Para o núcleo de uranio, $^{238}_{92}\mathrm{U}$, calcula:
   a) O defecto de masa.
   b) A enerxía de enlace nuclear.
   c) A enerxía de enlace por nucleón.
   Datos: $m(^{238}_{92}\mathrm{U})$ = 238,051 u; 1 g = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ u; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; m(p) = 1,007277 u; m(n) = 1,008665 u
   (A.B.A.U. extr. 18)
   Rta.: a) Δm = 1,883 u = $3{,}128 \cdot 10^{-27}$ kg; b) $E_e = 2{,}81 \cdot 10^{-10}$ J/átomo; c) $E_{en} = 1{,}18 \cdot 10^{-12}$ J/nucleón

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa: uranio-238	$m(^{238}_{92}\mathrm{U})$ = 238,051 u
protón	$m(^1_1\mathrm{H})$ = 1,007277 u
neutrón	$m(^1_0\mathrm{n})$ = 1,008665 u
Unidade de masa atómica	1 g = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ u
Velocidade da luz no baleiro	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Incógnitas	
Defecto de masa	Δm
Enerxía de enlace	E_e
Enerxía de enlace por nucleón	$E_{e\,n}$
Ecuacións	
Equivalencia masa enerxía de Einstein	$E = m \cdot c^2$

Solución:

a) O defecto de masa é a diferencia entre a masa do núcleo de uranio-238 e a suma das masas dos protóns e neutróns que o forman. O número de protóns é o número atómico, 92, e o de neutróns é 146, a diferencia entre o número másico 238 e o número de protóns 92.

$$\Delta m = m(^{238}_{92}\text{U}) - 92 \cdot m(^1_1\text{H}) - 146 \cdot m(^1_0\text{n}) = 238{,}051\ [\text{u}] - 92 \cdot 1{,}0073\ [\text{u}] - 146 \cdot 1{,}008665\ [\text{u}] = -1{,}883\ \text{u}$$

$$\Delta m = -1{,}883\ [\text{u}] \cdot \frac{1\ [\text{g}]}{6{,}02 \times 10^{23}\ [\text{u}]} \cdot \frac{1\ [\text{kg}]}{10^3\ [\text{g}]} = -3{,}13 \cdot 10^{-27}\ \text{kg}$$

b) A enerxía equivalente calcúlase coa ecuación de Einstein

$$E_e = m \cdot c^2 = 3{,}13 \cdot 10^{-27}\ [\text{kg}] \cdot (3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m/s}])^2 = 2{,}81 \cdot 10^{-10}\ \text{J/átomo U}$$

c) A enerxía de enlace por nucleón calcúlase dividindo entre o número de nucleóns

$$E_{en} = \frac{2{,}81 \cdot 10^{-10}\ [\text{J/átomo U}]}{238\ [\text{nucleóns/átomo U}]} = 1{,}18 \cdot 10^{-12}\ \text{J/nucleón}$$

5. O ^{131}I é un isótopo radioactivo que se utiliza en medicina para o tratamento do hipertiroidismo. O seu período de semidesintegración é de 8 días. Se inicialmente se dispón dunha mostra de 20 mg de ^{131}I:
   a) Calcula a masa que queda sen desintegrar despois de estar almacenada nun hospital 50 días.
   b) Representa nunha gráfica, de forma cualitativa, a variación da masa en función do tempo.
   c) Cal é a actividade inicial de 2 mg de ^{131}I?
   DATO: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}. *(A.B.A.U. ord. 18)*
   Rta.: a) $m = 0{,}263$ mg; c) $A = 9{,}22 \cdot 10^{12}$ Bq

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 8{,}00$ días $= 6{,}91 \cdot 10^5$ s
Masa da mostra	$m_0 = 20{,}0$ mg $= 2{,}00 \cdot 10^{-5}$ kg
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Masa atómica do iodo	$M = 131$ g/mol
Tempo transcorrido	$t = 50$ días $= 4{,}32 \cdot 10^6$ s
Incógnitas	
Masa que queda sen desintegrar despois de 50 días	m
Actividade inicial de 2 mg de ^{131}I	A
Outros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividade radioactiva	$A = -\text{d}\,N / \text{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Calcúlase a constante radioactiva a partir do período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{6{,}91 \cdot 10^5\ [\text{s}]} = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

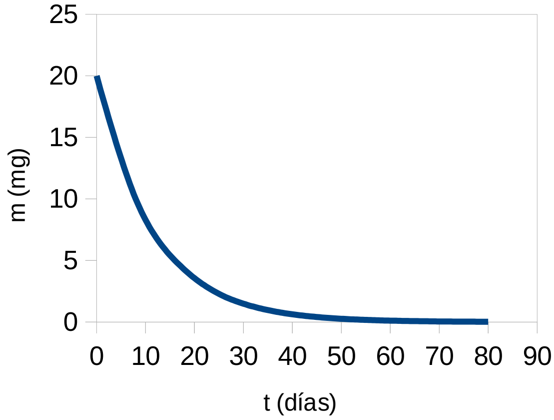
A lei de desintegración radioactiva, pode escribirse en función da masa porque o número de átomos dun elemento é proporcional a súa masa.
A constante de proporcionalidade é: N_A / M, o número de átomos que hai na unidade de masa dese elemento, onde N_A é o número de Avogadro e M é a masa atómica do elemento.

$$N = m \cdot N_A / M$$

$$m \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} = m_0 \frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}} e^{-\lambda t}$$

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = 20{,}0\ [\text{mg}] \cdot e^{-1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 4{,}32 \cdot 10^6\ [\text{s}]} = 0{,}263\ \text{mg}$$

b) A gráfica é unha función exponencial decrecente.



c) Para calcular a actividade calcúlase primeiro o número de átomos que hai en 2 mg de ^{131}I.

$$N = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{g}\ {}^{131}\text{I} \frac{1\ \text{mol}\ {}^{131}\text{I}}{131\ \text{g}\ {}^{131}\text{I}} \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ {}^{131}\text{I}}{1\ \text{mol}\ {}^{131}\text{I}} \frac{1\ \text{núcleo}\ {}^{131}\text{I}}{1\ \text{átomo}\ {}^{131}\text{I}} = 9{,}19 \cdot 10^{18}\ \text{núcleos}\ {}^{131}\text{I}$$

A actividade será:

$$A = \lambda \cdot N = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 9{,}19 \cdot 10^{18}\ [\text{núcleos}] = 9{,}22 \cdot 10^{12}\ \text{Bq}$$

6. En 2012 atopouse no Sahara un meteorito que contiña restos de U-238. Sabemos que no momento da súa formación había unha concentración de $5{,}00 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm³, mentres que na actualidade a concentración medida é de $2{,}50 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm³. Se o tempo de semidesintegración deste isótopo é de $4{,}51 \cdot 10^9$ anos, determina:
   a) A constante de desintegración do U-238.
   b) A idade do meteorito.
   c) Sabendo que o gas radon resulta da desintegración do U-238. completa a seguinte serie radioactiva coas correspondentes partículas ata chegar ao gas radon:
   $^{238}_{92}\text{U} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + \ldots \longrightarrow {}^{230}_{90}\text{Th} + \ldots \longrightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra} + \ldots \longrightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn}$

(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a) $\lambda = 4{,}87 \cdot 10^{-18}$ s⁻¹; b) $t = 4{,}51 \cdot 10^9$ anos; c) $^{238}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}\text{Pa} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\text{Rn}$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 4{,}51 \cdot 10^9$ anos $= 1{,}42 \cdot 10^{17}$ s
Átomos iniciais	$N_0 = 5{,}00 \cdot 10^{12}$ átomos/cm³
Átomos actuais	$N = 2{,}50 \cdot 10^{12}$ átomos/cm³
Incógnitas	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Idade do meteorito	t
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividade radioactiva	$A = -\text{d}\,N / \text{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Calcúlase a constante radioactiva a partir do período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1{,}42 \cdot 10^{17}\ [\text{s}]} = 4{,}87 \cdot 10^{-18}\ \text{s}^{-1}$$

b) Calcúlase o tempo na ecuación da lei de desintegración radioactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

É máis fácil usar a expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$t = \frac{\ln(N_0/N)}{\lambda} = \frac{\ln(5{,}00 \cdot 10^{12}/2{,}50 \cdot 10^{12})}{4{,}87 \cdot 10^{-18}\ [\mathrm{s}^{-1}]} = 1{,}42 \cdot 10^{17}\ \mathrm{s} = 4{,}51 \cdot 10^{9}\ \text{anos}$$

Análise: Posto que nese tempo a mostra reduciuse á metade, transcorreu 1 *período de semidesintegración que son* $4{,}51 \cdot 10^9$ *anos.*

c) Os procesos de emisión de partículas son

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$$^{234}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

$$^{234}_{91}\mathrm{Pa} \longrightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{U} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

$$^{234}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{230}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$$^{230}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{226}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$$^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Estas ecuacións cumpren as leis de conservación do número másico e da carga eléctrica nos procesos nucleares.
Sabendo que unha partícula alfa é un núcleo de helio-4 ($\alpha = {}^{4}_{2}\mathrm{He}$) e unha partícula beta(-) é un electrón ($\beta^- = {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$), o proceso pode resumirse:

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$$

7. O período de semidesintegración do $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ é 28 anos. Calcula:
   a) A constante de desintegración radioactiva expresada en s^{-1}.
   b) A actividade inicial dunha mostra de 1 mg.
   c) O tempo necesario para que esa mostra se reduza a 0,25 mg.
   Datos: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$; masa atómica do $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ = 90 g·mol⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 17)*
   Rta.: a) $\lambda = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{s}^{-1}$; b) $A_0 = 5{,}25 \cdot 10^9$ Bq; c) t = 56 anos

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 28{,}0$ anos $= 8{,}84 \cdot 10^8$ s
Masa da mostra	$m = 1{,}00$ mg $= 1{,}00 \cdot 10^{-3}$ g
Masa atómica do $^{90}_{38}\mathrm{Sr}$	$M = 90{,}0\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Incógnitas	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Actividade inicial dunha mostra de 1 mg.	A_0
Tempo necesario para que a masa se reduza de 1 mg a 0,25 mg	t
Ecuacións	
Lei da desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividade radioactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Calcúlase a constante radioactiva a partir do período de semidesintegración

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{8{,}84 \cdot 10^8\ [\mathrm{s}]} = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{s}^{-1}$$

b) Calcúlanse cantos átomos hai en 1 mg de Sr:

$$N=1{,}00\cdot 10^{-3}\ \text{g}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}\ \frac{1\ \text{mol}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{90{,}0\ \text{g}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}\ \frac{6{,}022\cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1\ \text{mol}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}\ \frac{1\ \text{núcleo}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1\ \text{átomo}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}=6{,}69\cdot 10^{18}\ \text{núcleos}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}$$

Despois calcúlase a actividade radioactiva

$$A = \lambda \cdot N = 7{,}84\cdot10^{-10}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 6{,}69\cdot10^{18}\ [\text{núcleos}] = 5{,}25\cdot10^{9}\ \text{Bq}$$

c) Calcúlase o tempo na ecuación da lei de desintegración radioactiva

$$N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$$

Como a masa é proporcional á cantidade de núcleos, $m = M \cdot N / N_A$, pódese obter unha expresión similar á lei da desintegración radioactiva, na que aparece a masa no canto da cantidade de átomos:

$$\lambda\cdot N=\lambda\cdot N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$$

É máis fácil usar a expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln(m / m_0) = \ln(m_0 / m) = \lambda \cdot t$$

$$t=\frac{\ln(m_0/m)}{\lambda}=\frac{\ln(1{,}00\ \text{mg}\,{}^{90}_{38}\text{Sr}/0{,}25\ \text{mg}\,{}^{90}_{38}\text{Sr})}{7{,}84\cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}]}=1{,}77\cdot 10^{9}\ \text{s}=56\ \text{anos}$$

Análise: Posto que nese tempo a mostra reduciuse á cuarta parte = $\left(\frac{1}{2}\right)^2$*, transcorreron* 2 *períodos de semidesintegración que son* 56 *anos.*

◊ CUESTIÓNS

● Física relativista

1. Unha muller situada na Terra observa que dúas naves espaciais, A e B, se dirixen cara a ela na mesma dirección e con sentidos opostos con velocidades 0,7 c e 0,6 c respectivamente. A velocidade relativa da nave A medida por unha observadora pertencente á nave B é:
A) 1,3 c
B) 0,9 c
C) 0,1 c

(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

Segundo a relatividade especial, a velocidade relativa entre dous obxectos en movemento non se pode calcular simplemente sumando ou restando as súas velocidades, como se faría na mecánica clásica. No seu lugar, débese usar a fórmula de composición de velocidades de Einstein:

$$v=\frac{v_1-v_2}{1-\frac{v_1\cdot v_2}{c^2}}$$

Nesta ecuación v é a velocidade relativa entre os dous obxectos, v_1 e v_2 son as súas velocidades medidas por un observador externo e c é a velocidade da luz.
Neste caso, a muller na Terra observa que as naves A e B diríxense cara a ela con velocidades de 0,7 c e −0,6 c respectivamente (o signo negativo indica que a nave B desprázase en dirección oposta á da nave A). A velocidade relativa a nave A medida por un observador pertencente á nave B pódese calcular utilizando a fórmula de Einstein:

$$v=\frac{0{,}7\,c-(-0{,}6\,c)}{1-\frac{0{,}7\,c\cdot(-0{,}6\,c)}{c^2}}=\frac{1{,}3\,c}{1{,}4}=0{,}9\,c$$

2. Un astronauta viaxa nunha nave espacial con velocidade constante $\overline{\boldsymbol{v}}$ respecto a un observador que está en repouso na Terra. O astronauta mide a lonxitude l (que coincide coa dirección de $\overline{\boldsymbol{v}}$) e a altura h da nave. As medidas da lonxitude l' e altura h' que fai o terrícola serán:
A) $l'<l$ e $h'<h$.
B) $l'<l$ e $h'=h$.
C) $l'>l$ e $h'>h$.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: B

A teoría da relatividade especial di que a lonxitude dun obxecto que se move a velocidades próximas as da luz, medida desde outro sistema en repouso, é menor que a que mediría un observador situado nese obxecto que se move. A lonxitude l' medida desde o sistema en repouso vén dada pola expresión:

$$l\,'=l\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Como o factor que contén a raíz cadrada é menor que 1, a lonxitude $l' < l$.
A contracción da lonxitude afecta só á medida da lonxitude que se move na mesma dirección, pero non á da altura, que é perpendicular á dirección do movemento.

3. Un astronauta (A) achégase a unha estrela cunha velocidade de 200 000 km/s e outro astronauta (B) distánciase da mesma estrela coa mesma velocidade coa que se achega o (A). A velocidade con que estes astronautas perciben a velocidade da luz da estrela é:
A) Maior para o astronauta (A) e menor para o (B).
B) Menor para o astronauta (A) e maior para o (B).
C) Igual para os dous astronautas.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

O segundo postulado da teoría especial da relatividade de Einstein establece que a velocidade da luz no baleiro é constante e independente do sistema de referencia inercial desde o que se mida.

4. Un vehículo espacial afástase da Terra cunha velocidade de 0,5 c (c = velocidade da luz). Desde a Terra envíase un sinal luminoso e a tripulación mide a velocidade do sinal obtendo o valor:
A) 0,5 c
B) c
C) 1,5 c

(A.B.A.U. extr. 22)

Solución: B

O segundo postulado da teoría especial da relatividade de Einstein establece que a velocidade da luz no baleiro é constante e independente do sistema de referencia inercial desde o que se mida.

5. Medimos o noso pulso na Terra (en repouso) observando que o tempo entre cada latexo é de 0,80 s. Despois facemos a medida viaxando nunha nave espacial á velocidade de 0,70 c, sendo c a velocidade da luz no baleiro. De acordo coa teoría especial da relatividade, o tempo que medimos será:
A) 1,12 s

B) 0,57 s
C) 0,80 s

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C

A teoría da relatividade especial predí que o tempo dun sistema que se move a velocidade moi alta relativa a un sistema en repouso, transcorre máis lentamente. A dilatación do tempo vén dada pola expresión:

$$\Delta t\,' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Pero o tempo propio, medido por un observador situado dentro do sistema que se move, é o mesmo que se estivese en repouso. O principio de relatividade di que non se pode determinar mediante a experiencia se un sistema está en repouso ou está movéndose.

6. A ecuación de Einstein $E = m \cdot c^2$ implica que:
A) Unha masa m necesita unha enerxía E para poñerse en movemento.
B) A enerxía E é a que ten unha masa m cando vai á velocidade da luz.
C) E é a enerxía equivalente a unha masa m.

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: C

A ecuación de Einstein establece a relación entre masa e enerxía.

$$E = m \cdot c^2$$

E representa a enerxía dunha partícula e m é a súa masa. Masa e enerxía son aspectos equivalentes. Pódese dicir que E é a enerxía que se pode obter dunha masa m se se desintegrase.

● Física cuántica

1. A teoría ondulatoria de Huygens sobre a natureza da luz vén confirmada polos fenómenos:
A) Reflexión e formación de sombras.
B) Refracción e interferencias.
C) Efecto fotoeléctrico e efecto Compton.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

A teoría ondulatoria de Huygens propón que a luz é unha onda que se propaga en todos os sentidos desde unha fonte luminosa. Esta teoría explica o fenómeno da refracción, que é o cambio de dirección e velocidade que sofre unha onda cando pasa dun medio a outro con diferente densidade. Tamén explica o fenómeno das interferencias, que é a superposición de dúas ou máis ondas que se cruzan, producindo zonas de reforzo e cancelación da luz. Estes fenómenos non poden ser explicados pola teoría corpuscular de Newton, que considera que a luz está formada por partículas. A teoría ondulatoria de Huygens foi confirmada experimentalmente por Young e Fresnel no século XIX.
As outras opcións:
A) Incorrecta. Estes fenómenos poden ser explicados tanto pola teoría ondulatoria como pola teoría corpuscular. A reflexión é o cambio de dirección que sofre unha onda ou unha partícula cando choca contra unha superficie. A formación de sombras é a ausencia de luz nunha zona onde un obxecto opaco impide o paso da luz.
C) Estes fenómenos contradín a teoría ondulatoria e apoian a teoría cuántica, que considera que a luz está formada por cuantos de enerxía chamados fotóns. O efecto fotoeléctrico é a emisión de electróns por un metal cando é iluminado por unha luz con suficiente enerxía. O efecto Compton é o cambio de lonxitude de

onda que sofre un fotón cando colide con un electrón. Estes fenómenos demostran que a luz ten comportamento dual, ondulatorio e corpuscular, dependendo das circunstancias.

2. Ao irradiar un metal con luz vermella (682 nm) prodúcese efecto fotoeléctrico. Se irradiamos o mesmo metal con luz amarela (570 nm):
A) Non se produce efecto fotoeléctrico.
B) Os electróns emitidos son máis rápidos.
C) Emítense máis electróns, pero á mesma velocidade.

(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

Nesta ecuación, h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
A frecuencia, f, e a lonxitude de onda, λ, da luz son inversamente proporcionais:

$$f \cdot \lambda = c$$

c é a velocidade da luz.
Cando un fotón golpea un electrón nun metal, lle transfire a súa enerxía. Se esta enerxía é suficiente para vencer a forza de atracción do metal, emitirase o electrón. A enerxía mínima requirida para emitir un electrón dun metal chámase función de traballo do metal.
No enunciado da cuestión indícase que irradiando o metal con luz vermella (λ = 682 nm) prodúcese efecto fotoeléctrico. Isto significa que a enerxía dos fotóns de luz vermella é suficiente para superar a función de traballo do metal e emitir electróns.
Se irradiamos o mesmo metal con luz amarela (λ = 570 nm), os fotóns desta luz terán maior frecuencia (xa que a frecuencia é inversamente proporcional á lonxitude de onda e λ é menor) e por tanto maior enerxía ($E = h \cdot f$). Isto significa que os fotóns da luz amarela transferirán máis enerxía aos electróns do metal, que serán emitidos a maior velocidade. Por tanto, os electróns emitidos son máis rápidos.

As outras opcións:
A) Falso. Se ao irradiar o metal con luz vermella prodúcese efecto fotoeléctrico, tamén se producirá ao irradialo con luz amarela, xa que a enerxía dos fotóns de luz amarela é maior que a enerxía dos fotóns de luz vermella.
C) Falso. El número de electróns emitidos depende da intensidade da luz incidente, non da súa frecuencia ou lonxitude de onda. Por tanto, si irradiamos o metal con luz amarela e vermella de igual intensidade, emitiranse o mesmo número de electróns.

3. Un fotón de luz visible con lonxitude de onda de 500 nm ten un momento lineal de:
A) 0
B) $3{,}31 \cdot 10^{-25}$ kg·m·s⁻¹
C) $1{,}33 \cdot 10^{-27}$ kg·m·s⁻¹
DATO: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: C

De Broglie propuxo que nalgúns casos o comportamento de certas partículas podería interpretarse como o de ondas cuxa lonxitude de onda asociada λ viría dada pola expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

Na ecuación, h é a constante de Planck e m a masa da partícula e v a súa velocidade.
h é unha constante e $m \cdot v$ é a expresión do momento lineal ou cantidade de movemento e λ a lonxitude da onda asociada.
Tamén que nalgúns casos o comportamento das ondas podería interpretarse como o de partículas cun momento lineal:

$$p=m\cdot v=\frac{h}{\lambda}$$

Para o fotón de λ = 500 nm = 5,00·10⁻⁷ m, o momento lineal valería:

$$p=m\cdot v=\frac{h}{\lambda}=\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\text{ J·s}}{5{,}00\cdot 10^{-7}\text{ m}}=1{,}33\cdot 10^{-27}\text{ kg·m·s}^{-2}$$

4. Un determinado feixe de luz provoca efecto fotoeléctrico nun determinado metal. Se aumentamos a intensidade do feixe incidente:
   A) Aumenta o número de fotoelectróns arrancados, así como a súa enerxía cinética.
   B) Aumenta o número de fotoelectróns arrancados sen se modificar a súa enerxía cinética.
   C) O número de fotoelectróns arrancados non varía, pero a súa enerxía cinética aumenta.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

Nesta ecuación, h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: h = 6,63·10⁻³⁴ J·s

Ao aumentar a intensidade da luz, aumenta o número de fotóns que chega ao cátodo, e, como cada fotón arranca un electrón, aumentará o número de electróns emitidos. Pero a enerxía cinética dos electróns non depende da intensidade da luz senón da súa frecuencia.

5. O efecto fotoeléctrico prodúcese se:
   A) A intensidade da radiación incidente é moi grande.
   B) A lonxitude de onda da radiación é grande.
   C) A frecuencia da radiación é superior á frecuencia limiar.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: C

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

Nesta ecuación, h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s

As outras opcións:
A. Falsa. Se a intensidade da luz é moi grande haberá un gran número de fotóns. Pero se cada un deles non ten enerxía suficiente, non se producirá efecto fotoeléctrico.
B. Falsa. A lonxitude de onda é inversamente proporcional á frecuencia. A maior lonxitude de onda, menor frecuencia e, por tanto, menor enerxía dos fotóns. Con menos enerxía é menos probable que se supere o traballo de extracción.

6. Nunha célula fotoeléctrica, o cátodo metálico ilumínase cunha radiación de λ = 175 nm e o potencial de freado é de 1 V. Cando usamos unha luz de 250 nm, o potencial de freado será:
   A) Menor.
   B) Maior.
   C) Igual.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: A

Cando a luz interactúa co metal da célula fotoeléctrica faino coma se fose un chorro de partículas chamadas fotóns (paquetes de enerxía).
Cada fotón choca cun electrón e transmítelle toda a súa enerxía.
Para que se produza efecto fotoeléctrico, os electróns emitidos deben ter enerxía suficiente para chegar ao anticátodo, o que ocorre cando a enerxía do fotón é maior que o traballo de extracción, que é unha característica do metal.
A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

Nesta ecuación, h é a constante de Planck e ten un valor moi pequeno: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
A frecuencia dunha onda é inversamente proporcional a súa lonxitude de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto maior sexa a súa lonxitude de onda, menor será a frecuencia e menor será a enerxía do fotón.
A enerxía cinética máxima dos electróns emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

A enerxía do fotón, que depende da frecuencia f, escríbese en función da lonxitude de onda λ.

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

A enerxía cinética E_c máxima dos electróns escríbese en función do potencial de freado

$$E_c = |e| \cdot V$$

A ecuación de Einstein queda:

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W_e + |e| \cdot V$$

Por tanto, canto maior sexa a súa lonxitude de onda menor será a enerxía dos fotóns e a enerxía cinética e o potencial de freado dos electróns emitidos.

Se tivésemos todos os datos para facer os cálculos (a constante de Planck, a velocidade da luz no baleiro e a carga do electrón) descubririamos que a radiación de 250 nm non produciría efecto fotoeléctrico.
O traballo de extracción é:

$$W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \cdot V = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [\mathrm{J \cdot s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} [\mathrm{m/s}]}{175 \cdot 10^{-9} [\mathrm{m}]} - 1{,}60 \cdot 10^{-19} [\mathrm{C}] \cdot 1 [\mathrm{V}] = 9{,}74 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

E a enerxía do fotón de 250 nm vale:

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [\mathrm{J \cdot s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} [\mathrm{m/s}]}{250 \cdot 10^{-9} [\mathrm{m}]} = 7{,}95 \cdot 10^{-19} [\mathrm{J}]$$

Enerxía menor que o traballo de extracción. Non sería suficiente para producir efecto fotoeléctrico.

7. A hipótese de De Broglie refírese a que:
   A) Ao medir con precisión a posición dunha partícula atómica altérase a súa enerxía.
   B) Todas as partículas en movemento levan asociada unha onda.
   C) A velocidade da luz é independente do movemento da fonte emisora de luz.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

De Broglie propuxo que nalgúns casos o comportamento de certas partículas podería interpretarse como o de ondas cuxa lonxitude de onda asociada λ viría dada pola expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

Na ecuación, h é a constante de Planck e m a masa da partícula e v a súa velocidade.
Como h é unha constante e $m \cdot v$ é a expresión do momento lineal ou cantidade de movemento, a lonxitude da onda asociada a un protón é inversamente proporcional ao seu momento lineal.

As outras opcións.
A. Falsa. É unha consecuencia do principio de indeterminación de Heisenberg.
C. Falsa. É un dos postulados da teoría da relatividade especial de Einstein.

● Física nuclear e de partículas

1. Algúns átomos de nitróxeno ($^{14}_{7}N$) atmosférico chocan cun neutrón e transfórmanse en carbono ($^{14}_{6}C$) que, por emisión β, se converte de novo en nitróxeno. Neste proceso:
   A) Emítese radiación gamma.
   B) Emítese un protón.
   C) Non pode existir este proceso xa que se obtería $^{14}_{5}B$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

As reaccións nucleares descritas no enunciado son:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{14}_{6}C$$

$$^{14}_{6}C \longrightarrow ^{0}_{-1}e + {}_{7}N$$

A primeira reacción, tal como está escrita, non respecta os principios de conservación da carga nin o do número másico. Supoñendo que na primeira reacción se emite unha partícula $^{A}{}_{Z}X$, e aplicando os principios de conservación do número bariónico (ou número másico) e da carga, queda:

$$14 + 1 = 14 + A \Rightarrow A = 1$$

$$7 + 0 = 6 + Z \Rightarrow Z = 1$$

A partícula $^{A}{}_{Z}X$ é $^{1}_{1}H$, un protón.
As ecuacións completas son:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$$

$$^{14}_{6}C \longrightarrow ^{0}_{-1}e + ^{14}_{7}N$$

2. Obsérvase que o número de núcleos N_0 inicialmente presentes nunha mostra de isótopo radioactivo queda reducida a $N_0/16$ ao cabo de 24 horas. O período de semidesintegración é:
A) 4 h
B) 6 h
C) 8,6 h

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: B

O período de semidesintegración dunha sustancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. É un valor constante.
A lei de desintegración radioactiva pode resumirse na ecuación:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Sendo λ a constante de desintegración.
Para atopar a relación co período $T_{½}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln (N / N_0) = \lambda \cdot t$$

$$-\ln \frac{(N_0/16)}{N_0} = -\ln \frac{1}{16} = \ln 16 = 2{,}77 = \lambda \cdot 24[\text{h}]$$

$$\lambda = \frac{2{,}77}{24[\text{h}]} = 0{,}116 \text{ h}^{-1}$$

Para $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln \frac{(N_0/2)}{N_0} = \lambda\, T_{1/2}$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{0{,}116\ [\text{h}^{-1}]} = 6 \text{ h}$$

Análise: Se o período de semidesintegración é de 6 *horas, ao cabo de* 24 / 6 = 4 *períodos de semidesintegración quedarán* $N_0 \cdot (1 / 2)^4 = 1 / 16\ N_0$.

3. O estroncio-90 é un isótopo radioactivo cun período de semidesintegración de 28 anos. Se dispoñemos dunha mostra de dous moles do dito isótopo, o número de átomos de estroncio-90 que quedarán na mostra despois de 112 anos será:

A) 1/8 N_A
B) 1/16 N_A
C) 1/4 N_A
DATO: N_A = 6,022·10²³ partículas/mol. *(A.B.A.U. ord. 19)*

Solución: A

O período de semidesintegración dunha sustancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. É un valor constante.
A lei de desintegración radioactiva pode resumirse na ecuación:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Sendo λ a constante de desintegración.
Para atopar a relación co período $T_{½}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln (N / N_0) = \lambda \cdot t$$

Para $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln \frac{(N_0/2)}{N_0} = \lambda T_{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{28 \text{ [ano]}} = 0{,}024 \text{ \&ano}^{-1}$$

Dous moles son 2 · N_A. Pasados 112 anos quedarán

$$N = 2 \cdot N_A \cdot e^{-0{,}024 \text{ \&ano}^{-1} \cdot 112 \text{ ano}} = \frac{N_A}{8}$$

Análise: Como o período de semidesintegración é de 28 *anos, ao cabo de* 112 / 28 = 4 *períodos de semidesintegración quedarán* 2 · N_A · (1 / 2)⁴ = 2 / 16 N_A = 1 / 8 N_A.

4. Unha mostra dunha substancia radioactiva contiña hai 10 anos o dobre de núcleos que no instante actual; polo tanto, o número de núcleos que había hai 30 anos respecto ao momento actual era:
A) Seis veces maior.
B) Tres veces maior.
C) Oito veces maior.
(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: C

O período de semidesintegración dunha sustancia radioactiva é o tempo que transcorre ata que só queda a metade da mostra orixinal. É un valor constante. Do enunciado da cuestión dedúcese que o período de semidesintegración da sustancia radioactiva é de 10 anos xa que daquela había o dobre de núcleos que agora. De hai trinta anos ata agora transcorreron 3 períodos, polo que a cantidade que había entón era 2^3 = 8 veces maior que agora.

5. A vida media dun núclido radioactivo e o período de semidesintegración son:
A) Conceptualmente iguais.
B) Conceptualmente diferentes pero valen o mesmo.
C) Diferentes, a vida media é maior.
(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: C

A vida media τ é a esperanza de vida dunha substancia radioactiva. É o valor medio dos tempos que tardarían en desintegrarse todos os núclidos dunha mostra.

$$\tau=\frac{\int_{N_0}^{0} t\cdot dN}{N_0}=\frac{\int_0^{\infty} t\cdot(-\lambda\, N)\, dt}{N_0}$$

Como $N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda\cdot t}$

$$\tau=\frac{\int_0^{\infty} t\cdot N_0\cdot e^{-\lambda}\, t\, dt}{N_0}=\int_0^{\infty} t\cdot e^{-\lambda}\, t\, dt$$

Debemos realizar unha integración por partes.

$$\int u\, dv=u\cdot v-\int v\, d\, u$$

Chamando: $u = t \Rightarrow \mathrm{d}u = 1$

$\mathrm{d}\, v=e^{-\lambda t}\mathrm{d}\, t \Rightarrow v=-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}$

queda

$$\tau=\int_0^{\infty} t\cdot e^{-\lambda}\, t\, dt=\left[-\frac{t}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^{\infty}-\int_0^{\infty}\frac{-1}{\lambda}e^{-\lambda t}\,\mathrm{d}\, t=\left[\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^{\infty}=\frac{1}{\lambda}$$

O período de semidesintegración é o tempo que tarda en reducirse á metade a cantidade de mostra. Poñendo na ecuación de desintegración N_0 / 2 no lugar de N_0, e $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\frac{N_0}{2}=N_0 e^{-\lambda T_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2}=e^{-\lambda T_{1/2}}$$

Aplicando logaritmos

$$-\ln 2 = -\lambda\, T_{1/2} \Rightarrow T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}$$

Como ln 2 = 0,693, $\tau > T_{1/2}$.

6. A masa dun núcleo atómico é:
   A) Maior cá suma das masas das partículas que o constitúen.
   B) Menor cá suma das masas das partículas que o constitúen.
   C) Igual á suma das masas das partículas que o constitúen.

(A.B.A.U. extr. 22)

Solución: B

A masa dun núcleo atómico é menor cá suma das masas das partículas que o constitúen.
Na súa formación libérase unha gran cantidade de enerxía que é equivalente ao defecto de masa, segundo a ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

7. Na reacción ${}^{235}_{92}\mathrm{U}+{}^{1}_{0}\mathrm{n}\rightarrow{}^{141}_{56}\mathrm{Ba}+{}^{A}_{Z}\mathrm{X}+3\,{}^{1}_{0}\mathrm{n}$, cúmprese que:
   A) É unha fusión nuclear.
   B) Ponse en xogo unha gran cantidade de enerxía correspondente ao defecto de masa.
   C) Ao elemento X correspóndelle o número atómico 36 e o número másico 94.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: B

Nas reaccións nucleares libérase moita enerxía que é equivalente ao defecto de masa, segundo a ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

As reaccións de fisión prodúcense ao bombardear un núcleo pesado, uranio ou plutonio, con neutróns térmicos, que se moven á velocidade adecuada para producir a fragmentación do núcleo en dous núcleos máis pequenos e a emisión de dous ou tres neutróns que producen unha reacción en cadea (se non se controla).

As outras opcións.
A) Falsa. É unha reacción de fisión. O núcleo de uranio rómpese en outros máis pequenos ao ser bombardeado con neutróns. Os neutróns que se desprenden provoca unha reacción en cadea.
C) Falsa.

$$^{235}_{92}\text{U} + ^{1}_{0}\text{n} \rightarrow ^{141}_{56}\text{Ba} + ^{A}_{Z}\text{X} + 3\,^{1}_{0}\text{n}$$

Aplicando os principios de conservación do número bariónico (ou número másico) e da carga, queda:

$$235 + 1 = 141 + A + 3 \Rightarrow A = 92$$

$$92 = 56 + Z \Rightarrow Z = 36$$

O número atómico coincide, pero non o número másico.

8. O $^{232}_{90}\text{Th}$ desintégrase emitindo 6 partículas α e 4 partículas β, o que dá lugar a un isótopo estable do chumbo de número atómico:
A) 82
B) 78
C) 74

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: A

As partículas alfa son núcleos de helio $^{4}_{2}\text{He}$, as partículas beta electróns $^{0}_{-1}\text{e}$ e as radiacións gamma fotóns $^{0}_{0}\gamma$.
Escribindo a reacción nuclear:

$$^{232}_{90}\text{Th} \rightarrow 6\,^{4}_{2}\text{He} + 4\,^{0}_{-1}\text{e} + ^{A}_{Z}\text{D}$$

Aplicando os principios de conservación do número bariónico (ou número másico) e da carga, queda:

$$232 = 6 \cdot 4 + A \Rightarrow A = 208$$

$$90 = 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + Z \Rightarrow Z = 82$$

◊ LABORATORIO

● Física cuántica

1. Ao iluminar a superficie dun metal con luz de lonxitude de onda 280 nm, a emisión de fotoelectróns cesa para un potencial de freado de 1,3 V.
   a) Determina a función traballo do metal e a frecuencia limiar de emisión fotoeléctrica.
   b) Representa a gráfica enerxía cinética − frecuencia e determina o valor da constante de Planck a partir da dita gráfica.
   DATOS: $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J s; $c = 3\cdot10^8$ m s^{-1}; $|q_e| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 23)*
   Rta.: a) $W_e = 5{,}0\cdot10^{-19}$ J; $f_0 = 7{,}6\cdot10^{14}$ Hz

Solución:

Esta cuestión non ten sentido. Para poder calcular a función traballo necesitamos o valor da constante de Planck (que é un dato!). Pero no apartado b) nos piden que calculemos a constante de Planck!
Piden que fagamos unha gráfica, pero só nos dan valores para un punto!

Pódese resolver o apartado a) co dato da constante de Planck.
Da relación entre a lonxitude de onda e a frecuencia, $f = c / \lambda$, obtense a frecuencia da radiación:

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3{,}00\cdot10^{8}\,[\mathrm{m\cdot s^{-1}}]}{280\,[\mathrm{nm}]}\frac{1\,[\mathrm{nm}]}{10^{-9}\,[\mathrm{m}]}=1{,}07\cdot10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

A partir do potencial de obtense a enerxía cinética:

$$E_c = |q_e| \cdot V = 1{,}6\cdot10^{-19}\,[\mathrm{C}] \cdot 1{,}3\,[\mathrm{V}] = 2{,}1\cdot10^{-19}\ \mathrm{J}$$

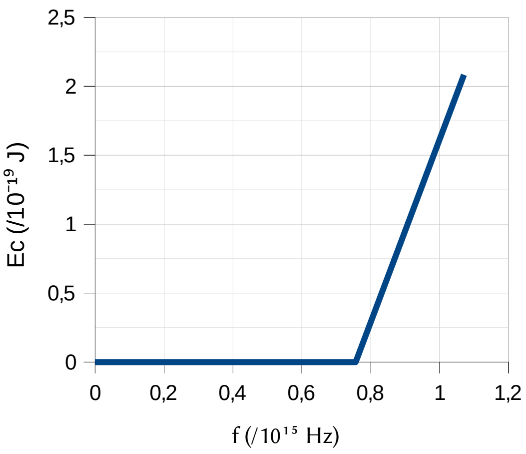
Combinando as ecuacións de Planck, $E_f = h \cdot f$, e Einstein, $E_f = W_e + E_c$, obtense o traballo de extracción:

$$W_e = E_f - E_c = 6{,}63\cdot10^{-34}\,[\mathrm{J\cdot s}] \cdot 1{,}07\cdot10^{15}\,[\mathrm{s^{-1}}] - 2{,}08\cdot10^{-19}\,[\mathrm{J}] = 5{,}0\cdot10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Da relación entre o traballo de extracción, W_e, e a frecuencia limiar, f_0, obtense a frecuencia limiar:

$$W_e = h \cdot f_0 \Rightarrow\ f_0=\frac{W_e}{h}=\frac{5{,}0\cdot10^{-19}\,[\mathrm{J}]}{6{,}63\cdot10^{-34}\,[\mathrm{J\cdot s}]}=7{,}6\cdot10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

Pódese tamén facer unha gráfica con dous puntos, o dos datos e o da frecuencia limiar.



Pero non se pode determinar o valor da constante de Planck, porque temos empregado o valor do dato nos cálculos anteriores.
De ter os datos axeitados, cunha folla de cálculo poderíase debuxar a gráfica e obter a ecuación da liña de tendencia.

Ordenando a ecuación de Einstein para que se axuste á gráfica da enerxía cinética fronte a frecuencia.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta é a ecuación dunha recta:

$$y = m \cdot x + b$$

Nela E_c é a variable dependente (y), f é a variable independente (x), h sería a pendente (m) e ($-W_e$) a ordenada b na orixe.
Calculando o valor da pendente determinaríase o valor da constante de Planck.

2. Nunha experiencia para medir h, ao iluminar unha superficie metálica cunha radiación de lonxitude de onda $\lambda = 200 \cdot 10^{-9}$ m, o potencial de freado para os electróns é de 1,00 V. Se $\lambda = 175 \cdot 10^{-9}$ m, o potencial de freado é 1,86 V.
   a) Determina o traballo de extracción do metal.
   b) Representa o valor absoluto do potencial de freado fronte á frecuencia e obtén da dita representación o valor da constante de Planck.
   DATOS: $|q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 21)*
   Rta.: a) $W_e = 8{,}3 \cdot 10^{-19}$ J; b) $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J·s

Solución:

a) A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h é a constante de Planck.
O potencial de freado V é a diferencia de potencial que detén o paso de electróns, sendo unha medida da súa enerxía cinética máxima E_c , sendo q a carga do electrón en valor absoluto:

$$E_c = q \cdot V$$

A ecuación de Einstein quedaría:

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

O traballo de extracción e a constante de Planck poden calcularse resolvendo un sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas:

$$\begin{aligned} h \cdot f_1 &= W_e + q \cdot V_1 \\ h \cdot f_2 &= W_e + q \cdot V_2 \end{aligned}$$

Se expresamos a frecuencia f en función da lonxitude de onda λ: $f = c / \lambda$ e substituímos os datos, supoñendo tres cifras significativas, quedaría:

$$\begin{cases} \dfrac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}00 \\ \dfrac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}86 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1{,}50 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \\ 1{,}71 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 2{,}98 \cdot 10^{-19} \end{cases}$$

Restando obteríamos o valor de h:

$$0{,}21 \cdot 10^{15} \cdot h = 1{,}38 \cdot 10^{-19}$$

$$h = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-19}}{0{,}21 \cdot 10^{15}} = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \text{ J·s}$$

Substituíndo na primeira ecuación calcularíamos o valor de W_e:

$$1{,}5\cdot10^{15}\cdot6{,}6\cdot10^{-34}=W_e+1{,}6\cdot10^{-19}$$

$$W_e=1{,}5\cdot10^{15}\cdot6{,}6\cdot10^{-34}-1{,}6\cdot10^{-19}=8{,}3\cdot10^{-19}\text{ J}$$

b) Cunha folla de cálculo pódese debuxar a gráfica e obter a ecuación da liña de tendencia.
Ordenamos a ecuación de Einstein para que se axuste á gráfica do potencial de freado fronte a frecuencia.

$$V=(h\ /\ q)\cdot f-W_e\ /\ q$$

Esta é a ecuación dunha recta:

$$y=m\cdot x+b$$

Nela, V é a variable dependente (y), f é a variable independente (x), (h / q) sería a pendente m e ($-W_e$ / q) a ordenada b na orixe.

$$V=4{,}01\cdot10^{-15}\ f-5{,}02$$

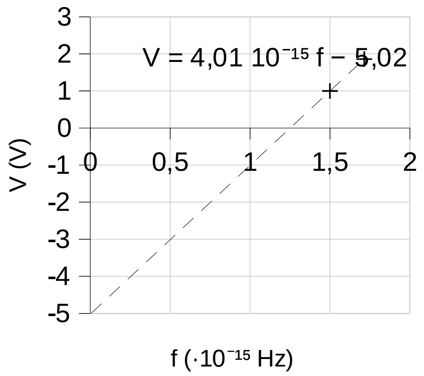
O traballo de extracción W_e pode calcularse da ordenada na orixe b:

$$b=-5{,}02=-W_e\ /\ q$$

$$W_e=5{,}02\cdot q=5{,}02\text{ [V]}\cdot1{,}6\cdot10^{-19}\text{ [C]}=8{,}0\cdot10^{-19}\text{ J}$$

A constante de Planck h obtense da pendente m:

$$h=q\cdot m=1{,}6\cdot10^{-19}\text{ [C]}\cdot4{,}01\cdot10^{-15}\text{ [V/s}^{-1}\text{]}=6{,}4\cdot10^{-34}\text{ J·s}$$



3. Nunha experiencia para calcular o traballo de extracción dun metal observamos que os fotoelectróns expulsados da súa superficie por unha luz de $4\cdot10^{-7}$ m de lonxitude de onda no baleiro son freados por unha diferenza de potencial de 0,80 V. E se a lonxitude de onda é de $3\cdot10^{-7}$ m o potencial de freado é 1,84 V.
   a) Representa graficamente a frecuencia fronte ao potencial de freado.
   b) Determina o traballo de extracción a partir da gráfica.
   DATOS: $c=3\cdot10^8$ m·s⁻¹; $h=6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s; $|q_e|=1{,}6\cdot10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: $W_e=2{,}3$ eV

Solución:

A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f=W_e+E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f=h\cdot f$$

En esta ecuación, h é a constante de Planck.
O potencial de freado é a diferencia de potencial que detén o paso de electróns, sendo unha medida da súa enerxía cinética máxima:

$$E_c=q\cdot V$$

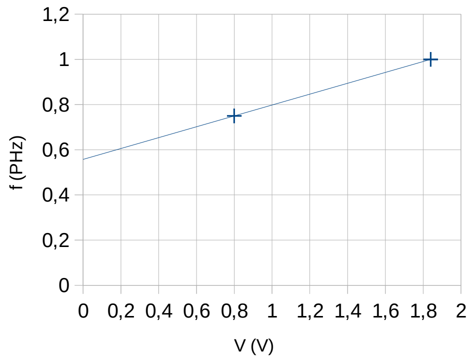
Ordenamos a ecuación de Einstein para que se axuste á gráfica da frecuencia fronte ao potencial de freado.

$$h\cdot f=W_e+q\cdot V$$

$$f=(q\ /\ h)\cdot V+W_e\ /\ h$$

Esta é a ecuación dunha recta

$$y = m \cdot x + b$$



Nela, f é a variable dependente (y), V é a variable independente (x), (q / h) sería a pendente m e (W_e / h) a ordenada b na orixe.
O traballo de extracción pode calcularse da ordenada na orixe:

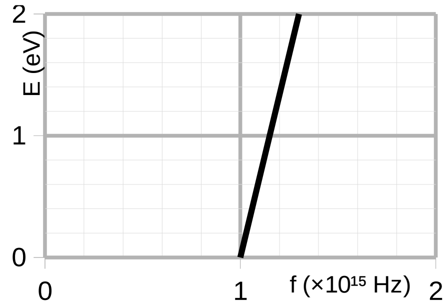
$$b = 0{,}55 \cdot 10^{15} = W_e / h$$

$$W_e = 0{,}55 \cdot 10^{15} \cdot h = 0{,}55 \cdot 10^{15}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}] = 3{,}7 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$$W_e = 3{,}7 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] / 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [\text{J/eV}] = 2{,}3\ \text{eV}$$

4. Pódese medir experimentalmente a enerxía cinética máxima dos electróns emitidos ao facer incidir luz de distintas frecuencias sobre unha superficie metálica. Determina o valor da constante de Planck a partir dos resultados que se mostran na gráfica adxunta. DATO: 1 eV = 1,6·10⁻¹⁹ J.

(A.B.A.U. extr. 18)



Solución:

A ecuación de Einstein do efecto fotoeléctrico pode escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

Na ecuación, E_f representa a enerxía do fotón incidente, W_e o traballo de extracción do metal e E_c a enerxía cinética máxima dos electróns (fotoelectróns) emitidos.
A enerxía que leva un fotón de frecuencia f é:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h é a constante de Planck.
Ordenamos a ecuación de Einstein para que se axuste á gráfica.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta é a ecuación dunha recta na que E_c é a variable dependente (y), f é a variable independente (x), e h sería a pendente m.
A pendente pode calcularse:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \Rightarrow \qquad h = \frac{\Delta E_c}{\Delta f}$$

Lendo os valores na gráfica:

$f_1 = 1{,}0 \cdot 10^{15}$ Hz $\quad E_{c1} = 0$ eV $= 0$ J
$f_2 = 1{,}3 \cdot 10^{15}$ Hz $\quad E_{c1} = 2$ eV $= 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ J

$$h = \frac{\Delta E_c}{\Delta f} = \frac{(3{,}2 \cdot 10^{-19} - 0)\ \text{J}}{(1{,}3 \cdot 10^{15} - 1{,}0 \cdot 10^{15})\ \text{s}^{-1}} = \frac{(3{,}2 \cdot 10^{-19} - 0)\ \text{J}}{3 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}} = 1 \cdot 10^{-33}\ \text{J·s}$$

Análise: O resultado do noso cálculo ten unha soa cifra significativa porque o denominador só ten unha cifra significativa. O valor da constante de Planck é h = $6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s *como pode verse nos datos do problema 1 da opción B. É da mesma orde de magnitude.*

Actualizado: 27/02/24

ACLARACIÓNS

Os datos dos enunciados dos problemas non adoitan ter un número adecuado de cifras significativas, ben porque o redactor pensa que a Física é unha rama das Matemáticas e os números enteiros son números «exactos» (p. ex. a velocidade da luz: 3·10⁸ m/s cre que é 300 000 000,000000 000 000 000… m/s) ou porque aínda non se decatou de que se pode usar calculadora no exame e parécelle máis sinxelo

usar $3 \cdot 10^8$ que 299 792 458 m/s).
Por iso supuxen que os datos teñen un número de cifras significativas razoables, case sempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en certos casos, cunha incerteza desmedida. Así que cando tomo un dato como $c = 3 \cdot 10^8$ m/s e reescríboo como:
Cifras significativas: 3
$c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s
O que quero indicar é que supoño que o dato orixinal ten tres cifras significativas (non que as teña en realidade) para poder realizar os cálculos cunha incerteza máis pequena que a que tería nese caso.
($3 \cdot 10^8$ m/s ten unha soa cifra significativa, e unha incerteza relativa do 30 %. Como as incertezas adóitanse acumular ao longo do cálculo, a incerteza final sería inadmisible. Entón, para que realizar os cálculos? Cunha estimación sería suficiente).

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algúns cálculos fixéronse cunha folla de cálculo de LibreOffice do mesmo autor.
Algunhas ecuacións e as fórmulas orgánicas construíronse coa extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
A tradución ao/desde o galego realizouse coa axuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Procurouse seguir as recomendacións do Centro Español de Metrología (CEM).
Consultouse ao Copilot de Microsoft Edge e tivéronse en conta algunhas das súas respostas nas cuestións.

Sumario

FÍSICA DO SÉCULO XX

Índice de probas A.B.A.U.