Ondas

Método y recomendaciones

◊ PROBLEMAS

● Ecuación de onda

1. Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s⁻¹, una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determina:
   a) El periodo y la longitud de onda.
   b) La expresión matemática de la onda si en t = 0 s la partícula situada en el origen está en la posición de máxima elongación positiva.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) T = 0,100 s; λ = 2,00 m; b) y = 0,0200 sen(20 π t − π x + π/2) [m]

Datos	***Cifras significativas: 3***
Velocidad de propagación	v_p = 20,0 m/s
Frecuencia	f = 10,0 Hz = 10,0 s⁻¹
Amplitud	A = 0,0200 m
Elongación en x = 0 para t = 0	y = A = 0,0200 m
Incógnitas	
Período	T
Longitud de onda	λ
Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)	ω, k
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Ecuaciones	
Relación entre la frecuencia y el período	$f = 1 / T$
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$
Número de onda	$k = 2 \pi / \lambda$
Frecuencia angular	$\omega = 2 \pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se calcula el período a partir de la frecuencia:

$$f=\frac{1}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{f}=\frac{1}{10{,}0\ \mathrm{s}^{-1}}=0{,}100\ \mathrm{s}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda=\frac{v_p}{f}=\frac{20{,}0\ [\mathrm{m \cdot s^{-1}}]}{10{,}0\ [\mathrm{s^{-1}}]}=2{,}00\ \mathrm{m}$$

b) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2 \pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}0\ [\mathrm{s^{-1}}] = 20{,}0 \cdot \pi\ [\mathrm{rad \cdot s^{-1}}] = 62{,}8\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2 \cdot 3{,}14\ [\mathrm{rad}]}{2{,}00\ [\mathrm{m}]}=\pi\ \mathrm{rad/m}=3{,}14\ \mathrm{rad/m}$$

Se calcula la fase inicial a partir de la elongación en x = 0 para t = 0.

$$y(x, t) = 0{,}0200 \cdot \operatorname{sen}(20\ \pi\ t - \pi\ x + \varphi_0)\ [\mathrm{m}]$$

$$0{,}0200\ [\text{m}] = 0{,}0200 \cdot \text{sen}(20\ \pi\ t - \pi\ x + \varphi_0)\ [\text{m}] = 0{,}0200 \cdot \sin(\varphi_0)$$

$$\text{sen}(\varphi_0) = 0{,}0200 / 0{,}0200 = 1{,}00$$

$$\varphi_0 = \text{arcsen } 1{,}00 = \pi / 2 \text{ rad}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x,\ t) = 0{,}0200\ \text{sen}(20\ \pi\ t - \pi\ x + \pi/2)\ [\text{m}]$$

2. La expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje x es: $y = 0{,}5$ sen $[2\pi\ (3t - x)]$ (unidades en el SÍ). Determina:
   a) Los valores de la longitud de onda, velocidad de propagación, velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.
   b) La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que en un mismo instante vibran desfasados 2π radianes.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: A) λ = 1 m; v_p = 3,00 m·s⁻¹; v_m = 9,42 m/s; a_m = 177 m/s²; b) $\Delta x = \lambda$ = 1 m.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación de la onda	$y = 0{,}500 \cdot \text{sen}[2\ \pi(3{,}00 \cdot t - x)]$ [m]
Incógnitas	
Longitud de onda	λ
Velocidad de propagación	v_p
Velocidad máxima	v_m
Aceleración máxima	a_m
Distancia mínima entre dos puntos desfasados 2π radianes	Δx
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\ \pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\ \pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) La frecuencia angular y el número de onda se obtienen comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}500 \cdot \text{sen}[2\ \pi(3{,}00 \cdot t - x)] = 0{,}500 \cdot \text{sen}(6{,}00\ \pi \cdot t - 2\ \pi\ x)$$

Frecuencia angular: $\omega = 6{,}00\ \pi = 18{,}8\ \text{rad·s}^{-1}$
Número de onda: $k = 2{,}00\ \pi = 6{,}28\ \text{rad·m}^{-1}$
Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{2{,}00 \cdot 3{,}14\ [\text{rad·m}^{-1}]}=1{,}00\ \text{m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega=2\pi \cdot f \Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{18{,}8\ [\text{rad·s}^{-1}]}{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}=0{,}100\ \text{s}^{-1}=3{,}00\ \text{Hz}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 1{,}00\ [\text{m}] \cdot 3{,}00\ [\text{s}^{-1}] = 3{,}00\ \text{m·s}^{-1}$$

El signo opuesto de los términos en x y t indica que la onda se propaga en sentido positivo del eje X.

La velocidad de vibración de los puntos de la cuerda se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v=\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}\{0{,}050\ \ \theta\mathrm{sen}\,2\,\pi(3{,}00\cdot t-x)\}}{\mathrm{d}\,t}=0{,}050\ \ \theta 2\cdot\pi\cdot(3{,}00)\cdot\cos 2\,\pi(3{,}00\cdot t-x)\,[\mathrm{m/s}]$$

$$v = 3{,}00 \cdot \pi \cdot \cos 2\,\pi[2\,\pi\,(3{,}00 \cdot t - x)] = 9{,}42 \cdot \cos\,(6{,}00\,\pi \cdot t - 2\,\pi\,x)\ [\mathrm{m/s}]$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = 1$

$$v_{\mathrm{m}} = 9{,}42\ \mathrm{m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a=\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}\{3{,}00\cdot\pi\cdot\cos 2\,\pi(3{,}00\cdot t-x)\}}{\mathrm{d}\,t}=3{,}00\cdot\pi\cdot(2\,\pi)\cdot(3{,}00)\cdot(-\mathrm{sen}\,2\,\pi(3{,}00\cdot t-x))\,[\mathrm{m/s^2}]$$

$$a = -18{,}00 \cdot \pi^2 \cdot \mathrm{sen}\,[2\,\pi\,(3{,}00 \cdot t - x)] = -177 \cdot \mathrm{sen}\,(6{,}00\,\pi \cdot t - 2\,\pi\,x)\ [\mathrm{m/s^2}]$$

La aceleración es máxima cuando $\mathrm{sen}(\varphi) = -1$

$$a_{\mathrm{m}} = 177\ \mathrm{m/s^2}$$

b) En un instante t, la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = (6{,}00\,\pi \cdot t - 2\,\pi \cdot x_2) - (6{,}00\,\pi \cdot t - 2\,\pi \cdot x_1) = 2\,\pi \cdot \Delta x$$

Si la diferencia de fase es $2\,\pi$ rad

$$2\,\pi\,[\mathrm{rad/m}] \cdot \Delta x = 2\,\pi\ \mathrm{rad}$$

$$\Delta\,x=\frac{2\pi\,[\mathrm{rad}]}{2\,\pi\,[\mathrm{rad/m}]}=1{,}00\ \mathrm{m}$$

Análisis: Una diferencia de fase de $2\,\pi$ rad *corresponde a una distancia entre los puntos igual a la longitud de onda* $\lambda = 1{,}00$ m.

3. Una onda armónica transversal de frecuencia 2 Hz, longitud de onda 20 cm y amplitud 4 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje *X*. En el instante $t = 0$, la elongación en el punto $x = 0$ es $y = 2{,}83$ cm.
   a) Expresa matemáticamente la onda y represéntala gráficamente en ($t = 0$; $0 < x < 40$ cm)
   b) Calcula la velocidad de propagación de la onda y determina, en función del tiempo, la velocidad de oscilación transversal de la partícula situada en $x = 5$ cm.

   (A.B.A.U. extr. 21)

   Rta.: a) $y = 0{,}0400\ \mathrm{sen}(4\,\pi\,t - 10\,\pi\,x + \pi / 4)$ [m]; b) $v_{\mathrm{p}} = 0{,}400$ m/s; $v = 0{,}503\cos(4\,\pi\,t - \pi / 4)$ [m/s]

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia	$f = 2{,}00\ \mathrm{Hz} = 2{,}00\ \mathrm{s^{-1}}$
Longitud de onda	$\lambda = 20{,}0\ \mathrm{cm} = 0{,}200\ \mathrm{m}$
Amplitud	$A = 0{,}0400\ \mathrm{m} = 0{,}0400\ \mathrm{m}$
Elongación en $x = 0$ para $t = 0$	$y = 2{,}83\ \mathrm{cm} = 0{,}0283\ \mathrm{m}$
Incógnitas	
Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)	ω, k
Velocidad de propagación	v_{p}
Velocidad de la partícula en $x = 5$ cm en función del tiempo	v
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Período	T
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$
Número de onda	$k = 2\,\pi / \lambda$
Frecuencia angular	$\omega = 2\,\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_{\mathrm{p}} = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X:

$$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\ \pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}00\ [\mathrm{s}^{-1}] = 4{,}00 \cdot \pi\ [\mathrm{rad \cdot s^{-1}}] = 12{,}6\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3{,}14\ [\mathrm{rad}]}{0{,}200\ [\mathrm{m}]} = 10\ \pi\ \mathrm{rad/m} = 31{,}4\ \mathrm{rad/m}$$

Se calcula la fase inicial a partir de la elongación en $x = 0$ para $t = 0$.

$$y(x, t) = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot x + \varphi_0)\ [\mathrm{m}]$$

$$0{,}0283\ [\mathrm{m}] = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(12{,}6 \cdot 0 - 31{,}4 \cdot 0 + \varphi_0)\ [\mathrm{m}] = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(\varphi_0)$$

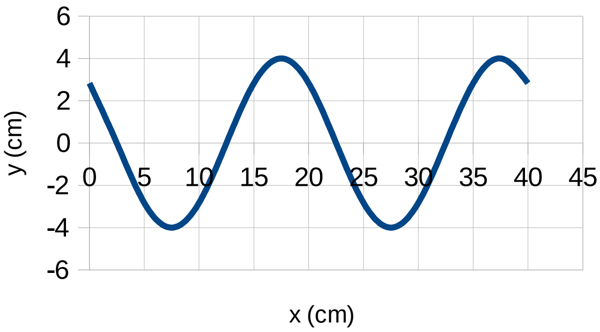
$$\operatorname{sen}(\varphi_0) = 0{,}0283 / 0{,}0400 = 0{,}721$$

$$\varphi_0 = \operatorname{arcsen} 0{,}721 = 0{,}786\ \mathrm{rad} = \pi / 4\ \mathrm{rad}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot x + 0{,}786)\ [\mathrm{m}] = 0{,}0400 \cdot \operatorname{sen}(4\ \pi \cdot t - 10\ \pi \cdot x + \pi / 4)\ [\mathrm{m}]$$

La representación gráfica es la de la figura:



b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la longitud de onda y la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}200\ [\mathrm{m}] \cdot 2{,}00\ [\mathrm{s}^{-1}] = 0{,}400\ \mathrm{m/s}$$

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respeto al tiempo:

$$v = \frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\{0{,}040\ 0 \operatorname{sen}(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot x + 0{,}786)\}}{\mathrm{d}\,t} = 0{,}040\ 0 12{,}6 \cos(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot x + 0{,}786)\ [\mathrm{m/s}]$$

$$v = 0{,}503 \cdot \cos(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot x + 0{,}786)\ [\mathrm{m/s}]$$

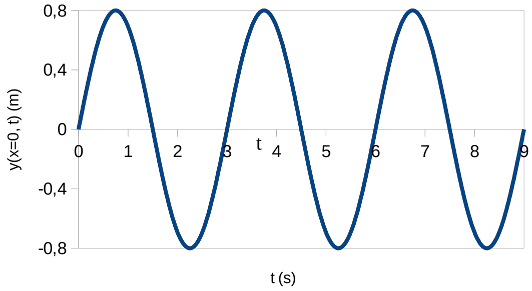
Para x = 5 cm (=0,05 m), la expresión queda:

$$v = 0{,}503 \cdot \cos(12{,}6 \cdot t - 31{,}4 \cdot 0{,}0500 + 0{,}786) = 0{,}503 \cdot \cos(12{,}6 \cdot t - 0{,}786) = 0{,}503 \cdot \cos(4\ \pi \cdot t - \pi / 4)\ [\mathrm{m/s}]$$

4. Una onda armónica transversal de longitud de onda λ = 60 cm se propaga en el sentido positivo del eje x. En la gráfica se muestra la elongación (y) del punto de coordenada x = 0 en función del tiempo. Determina:
   a) La expresión matemática que describe esta onda, indicando el desfase inicial, la frecuencia y la amplitud de la onda.
   b) La velocidad de propagación de la onda.

   (A.B.A.U. extr. 20)

   Rta.: a) $y(x, t) = 0{,}80 \cdot \operatorname{sen}(2{,}1 \cdot t - 10 \cdot x)$ [m]; $\varphi_0 = 0$; f = 0,33 s⁻¹; A = 0,80 m; b) $v_p = 0{,}20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$



Datos	***Cifras significativas: 2***
Longitud de onda	λ = 60 cm = 0,60 m
Gráfica	

Datos	***Cifras significativas: 2***
Incógnitas	
Ecuación de la onda (amplitud, frecuencia angular y número de onda)	A, ω, k
Velocidad de propagación	v_p
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Período	T
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x + \varphi_0)$
Número de onda	$k = 2 \pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia y el período	$f = 1 / T$
Frecuencia angular	$\omega = 2 \pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$
Velocidad de propagación	$v_p = \Delta x / \Delta t$

Solución:

a) La ecuación de una onda armónica es:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_0)$$

Podemos observar en la gráfica:
El tiempo de una oscilación completa es $T = 3{,}0$ s ⇒ período: $T = 3{,}0$ s
La elongación máxima vale $A = 0{,}80$ m ⇒ amplitud: $A = 0{,}80$ m
Cuando el tiempo es cero la elongación del punto $x = 0$ vale $y = 0$.
$0 = \text{sen}\ \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$ o $\varphi_0 = \pi$
Para $t = T / 4 = 0{,}75$ s, la elongación del punto $x = 0$ vale $y = 0{,}80$ m $= A > 0$.
$y = A \cdot \text{sen}((2 \cdot \pi / T) \cdot (T/4) + \varphi_0) = A \cdot \text{sen}(\pi/2 + \varphi_0) = A \Rightarrow \text{sen}(\pi/2 + \varphi_0) = 1 \Rightarrow \varphi_0 = 0$
El desfase inicial vale 0. ⇒ $\varphi_0 = 0$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{0{,}60\ [\text{m}]}=10\ \text{rad/m}$$

Se calcula la frecuencia a partir del período:

$$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{3{,}0\ \text{s}}=0{,}33\ \text{s}^{-1}$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2 \pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}33\ [\text{s}^{-1}] = 2{,}1\ \text{rad·s}^{-1}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}80 \cdot \text{sen}(2{,}1 \cdot t - 10 \cdot x)\ [\text{m}]$$

b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}60\ [\text{m}] \cdot 0{,}33\ [\text{s}^{-1}] = 0{,}20\ \text{m·s}^{-1}$$

5. En una cuerda se propaga una onda dada por la ecuación $y(x, t) = 0{,}04$ sen 2π $(2\ x - 4\ t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Calcula:
   a) La frecuencia, el número de onda, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda.
   b) La diferencia de fase, en un instante determinado, entre dos puntos de la cuerda separados 1 m y comprueba si dichos puntos están en fase o en oposición.
   c) Los módulos de la velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.
   (A.B.A.U. ord. 20, extr. 19)

   Rta.: a) $f = 4$ Hz; $k = 12{,}5\ \text{m}^{-1}$; $\lambda = 0{,}5$ m; $v_p = 2$ m/s; b) $\Delta\varphi = 4\ \pi$ rad; c) $v = 1{,}01$ m/s; $a = 25{,}3\ \text{m/s}^2$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación de la onda	$y = 0{,}0400$ sen 2π $(2{,}00\ x - 4{,}00\ t)$ [m]
Distancia entre los puntos	$\Delta x = 1{,}00$ m
Incógnitas	
Velocidad de propagación	v_p
Diferencia de fase entre dos puntos separados 25 cm	$\Delta\varphi$
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Longitud de onda	λ
Número de onda	k
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}0400 \text{ sen } 2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t) = 0{,}0400 \cdot \text{sen}(-8{,}00 \cdot \pi \cdot t + 4{,}00 \cdot \pi \cdot x)\ [\text{m}]$$

Frecuencia angular: $\omega = 8{,}00 \cdot \pi$ [rad/s] = 25,1 rad/s
Número de onda: $k = 4{,}00 \cdot \pi$ [rad/m] = 12,6 rad/m
Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{8{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2\pi\ [\text{rad}]} = 4{,}00\ \text{s}^{-1} = 4{,}00\ \text{Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi\ [\text{rad}]}{4{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}]} = 0{,}500\ \text{m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 0{,}500\ [\text{m}] \cdot 4{,}00\ [\text{s}^{-1}] = 2{,}00\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) En un instante t, la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = [2\ \pi\ (-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_2)] - [4\ \pi\ (2\ \pi\ (-4{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x_1)] = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot (x_1 - x_2) = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot \Delta x$$

$$\Delta\varphi = 2\ \pi \cdot 2{,}00 \cdot 1{,}00 = 4{,}00\ \pi\ \text{rad}$$

Análisis: La distancia entre los puntos es 1,00 m *que es el doble de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de* 2 π *se encuentran la una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de dos veces a longitud de onda corresponde a una diferencia de fase doble de* 2 π*, o sea,* 4 π rad.
Los dos puntos se encuentran en fase.

c) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\{0{,}040 \cdot \text{sen}\ 2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t)\}}{\mathrm{d}t} = 0{,}040 \cdot 2\pi \cdot (-4{,}00) \cdot \cos(2\pi(2{,}00 \cdot x - 4{,}00 \cdot t))\ [\text{m/s}]$$

$$v = -1{,}01 \cos 2\pi\ (2{,}00\ x - 4{,}00\ t) [\text{m/s}]$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 1{,}01\ \text{m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a=\frac{\mathrm{d}\, v}{\mathrm{d}\, t}=\frac{\mathrm{d}\{-1{,}01 \cos 2\pi(2{,}00 \cdot x-4{,}00 \cdot t)\}}{\mathrm{d}\, t}=-1{,}01 \cdot 2\pi \cdot(-4{,}00) \cdot \operatorname{sen}(2\pi(2{,}00 \cdot x-4{,}00 \cdot t))\,[\mathrm{m/s^2}]$$

$$a = 25{,}3 \cdot \operatorname{sen}(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\ [\mathrm{m/s^2}]$$

La aceleración es máxima cuando sen(φ) = 1

$$a_m = 25{,}3\ \mathrm{m/s^2}$$

6. La ecuación de una onda transversal que se propaga en una cuerda es $y(x, t) = 10 \operatorname{sen} \pi(x - 0{,}2\ t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Calcula:
   a) La amplitud, longitud de onda y frecuencia de la onda.
   b) La velocidad de propagación de la onda e indica en qué sentido se propaga.
   c) Los valores máximos de la velocidad y aceleración de las partículas de la cuerda.

   (A.B.A.U. extr. 17)

   Rta.: a) A = 10 m; λ = 2,00 m; f = 0,100 Hz; b) v = 0,200 m/s; sentido $+X$;
   c) v_m = 6,28 m/s; a_m = 3,95 m/s²

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación de la onda	$y = 10{,}0 \cdot \operatorname{sen} \pi(x - 0{,}200 \cdot t)$ [m]
Incógnitas	
Amplitud	A
Longitud de onda	λ
Frecuencia	f
Velocidad de propagación	v_p
Velocidad máxima	v_m
Aceleración máxima	a_m
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la amplitud, la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 10{,}0 \cdot \operatorname{sen} \pi(x - 0{,}200 \cdot t)\ [\mathrm{m}]$$

Amplitud: A = 10,0 m
Frecuencia angular: $\omega = 0{,}200\ \pi = 0{,}628\ \mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$
Número de onda: $k = \pi = 3{,}14\ \mathrm{rad{\cdot}m^{-1}}$
Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2 \cdot 3{,}14\ [\mathrm{rad}]}{3{,}14\ [\mathrm{rad{\cdot}m^{-1}}]}=2{,}00\ \mathrm{m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega=2\pi \cdot f \Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{0{,}628\ [\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}]}{2 \cdot 3{,}14\ [\mathrm{rad}]}=0{,}100\ \mathrm{s^{-1}}=0{,}100\ \mathrm{Hz}$$

b) Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 2{,}00\ [\mathrm{m}] \cdot 0{,}100\ [\mathrm{s^{-1}}] = 0{,}200\ \mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$$

El signo opuesto de los términos en x y t indica que la onda se propaga en sentido positivo del eje X.

c) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v=\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}\{10{,}0\cdot \operatorname{sen}\pi(x-0{,}200\cdot t)\}}{\mathrm{d}\,t}=10{,}0\cdot\pi\cdot(-0{,}200)\cdot\cos\pi(x-0{,}200\cdot t)\ [\mathrm{m/s}]$$

$$v = -2{,}00 \cdot \pi \cdot \cos \pi(x - 0{,}200 \cdot t) = -6{,}28 \cdot \cos \pi(x - 0{,}200 \cdot t)\ [\mathrm{m/s}]$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 6{,}28\ \mathrm{m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a=\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}\{-2{,}00\cdot\pi\cdot\cos\pi(x-0{,}200\cdot t)\}}{\mathrm{d}\,t}=-2{,}00\cdot\pi\cdot\pi\cdot(-0{,}200)\cdot(-\operatorname{sen}\pi(x-0{,}200\cdot t))\ [\mathrm{m/s^2}]$$

$$a = -0{,}400 \cdot \pi^2 \cdot \operatorname{sen} \pi(x - 0{,}200 \cdot t) = -\ 3{,}95 \cdot \operatorname{sen} \pi(x - 0{,}200 \cdot t)\ [\mathrm{m/s^2}]$$

La aceleración es máxima cuando $\operatorname{sen}(\varphi) = -1$

$$a_m = 3{,}95\ \mathrm{m/s^2}$$

7. La función de onda de una onda armónica que se mueve en una cuerda es $y(x, t)= 0{,}03 \operatorname{sen}(2{,}2\ x - 3{,}5\ t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Determina:
   a) La longitud de onda y el periodo de esta onda.
   b) La velocidad de propagación.
   c) La velocidad máxima de cualquier segmento de la cuerda.

   (A.B.A.U. ord. 17)

   Rta.: a) λ = 2,86 m; T = 1,80 s; b) v_p = 1,59 m·s⁻¹; c) v_m = 0,105 m/s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Ecuación de la onda	$y = 0{,}0300 \cdot \operatorname{sen}(2{,}20 \cdot x - 3{,}50 \cdot t)$ [m]
Incógnitas	
Longitud de onda	λ
Período	T
Velocidad de propagación	v_p
Velocidad máxima	v_m
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Amplitud	A
Frecuencia	f
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\ \pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\ \pi \cdot f$
Relación entre la frecuencia y el período	$f = 1 / T$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}0300 \cdot \operatorname{sen}(-3{,}50 \cdot t + 2{,}20 \cdot x)\ [\mathrm{m}]$$

Frecuencia angular:	$\omega = 3{,}50\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$
Número de onda:	$k = 2{,}20\ \mathrm{rad \cdot m^{-1}}$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}\Rightarrow \lambda=\frac{2\pi}{k}=\frac{2\cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{2{,}20\ [\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}]}=2{,}86\ \text{m}$$

Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega=2\pi\cdot f\Rightarrow f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{3{,}50\ [\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2\cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}=0{,}557\ \text{s}^{-1}=0{,}557\ \text{Hz}$$

Se calcula el período a partir de la frecuencia:

$$f=\frac{1}{T}\Rightarrow T=\frac{1}{f}=\frac{1}{0{,}557\ \text{s}^{-1}}=1{,}80\ \text{s}\quad f=\frac{1}{T}\Rightarrow T=\frac{1}{f}=\frac{1}{0{,}557\ \text{s}^{-1}}=1{,}80\ \text{s}$$

b) Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 2{,}86\ [\text{m}] \cdot 0{,}557\ [\text{s}^{-1}] = 1{,}59\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

c) La velocidad de un punto se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v=\frac{\text{d}y}{\text{d}t}=\frac{\text{d}\{0{,}030\ 0\,\text{sen}(-3{,}50\cdot t+2{,}20\cdot x)\}}{\text{d}t}=0{,}030\ 0(-3{,}50)\cdot\cos(-3{,}50\cdot t+2{,}20\cdot x)\ [\text{m/s}]$$

$$v = -0{,}105 \cdot \cos(-3{,}50 \cdot t + 2{,}20 \cdot x)\ [\text{m/s}]$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$v_m = 0{,}105\ \text{m/s}$$

● Intensidad sonora

1. Un altavoz emite ondas sonoras esféricas con una potencia de 200 W. Determina:
   a) La energía emitida en media hora.
   b) El nivel de intensidad sonora, en dB, a 4 m del altavoz.
   Dato: $I_0 = 10^{-12}$ $W\cdot m^2$. *(A.B.A.U. extr. 22)*
   Rta.: a) $E = 3{,}6\cdot10^5$ J; b) $S = 120$ dB.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Potencia de las ondas	$P = 200$ W
Nivel umbral de intensidad sonora	$I_0 = 10^{-12}$ W·m²
Incógnitas	
Energía emitida en media hora	E
Nivel de intensidad sonora, en dB, a 4 m del altavoz	S
Ecuaciones	
Potencia	$P = Y / t$
Intensidad de una onda	$I = P / (4\ \pi\ r^2)$
Nivel de intensidad sonora en dB	$S = 10 \log(I / I_0)$

Solución:

a) Como la potencia es la energía emitida en la unidad de tiempo, la energía emitida en media hora será:

$$E = P \cdot t = 200\ [\text{W}] \cdot 1800\ [\text{s}] = 3{,}6\cdot10^5\ \text{J}$$

b) A 4 m del altavoz, la intensidad sonora es:

$$I=\frac{P}{4\pi r^2}=\frac{200\ [\text{W}]}{4\cdot 3{,}14\cdot(4{,}0\ [\text{m}])^2}=0{,}99\ \text{W/m}^2$$

El nivel de intensidad sonora, en decibelios es:

$$S=10\log\frac{I}{I_0}=10\log\frac{0{,}99}{10^{-12}}=120\ \text{dB}$$

● Dioptrio plano

1. Una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, de índice de refracción 1,4, está en el aire, de índice de refracción 1,0. Un rayo de luz monocromática de frecuencia $4{,}3 \cdot 10^{14}$ Hz incide en la lámina desde el aire con un ángulo de 30° respecto a la normal a la superficie de separación de los dos medios. Calcula:
   a) La longitud de onda del rayo refractado.
   b) El ángulo de refracción.
   Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 21)*
   Rta.: a) λ_2 = 498 nm; b) θ_r = 20,9°

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia del haz de luz	$f = 4{,}30 \cdot 10^{14}$ Hz
Índice de refracción del aire	$n_1 = 1{,}00$
Índice de refracción del vidrio	$n_2 = 1{,}40$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 30{,}0°$
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Incógnitas	
Longitud de onda de la luz en el vidrio	λ_1
Ángulo de refracción	θ_r
Ecuaciones	
Índice de refracción de un medio «i» en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i	$n_i = \dfrac{c}{v_i}$
Relación entre la velocidad v, la longitud de onda λ y la frecuencia f	$v = \lambda \cdot f$
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \operatorname{sen} \theta_i = n_r \cdot \operatorname{sen} \theta_r$

Solución:

a) La velocidad de la luz en el vidrio es:

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}40} = 2{,}14 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el vidrio es:

$$\lambda_2 = \frac{v_2}{f} = \frac{2{,}14 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4{,}30 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4{,}98 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 498 \text{ nm}$$

b) El ángulo de refracción θ_r se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1{,}00 \cdot \operatorname{sen} 30° = 1{,}40 \cdot \operatorname{sen} \theta_r$$

$$\operatorname{sen} \theta_r = \frac{1{,}00 \cdot \operatorname{sen} 30°}{1{,}40} = 0{,}357$$

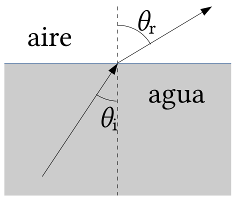
$$\theta_r = \arcsin 0{,}357 = 20{,}9°$$

2. Un buceador enciende una linterna dentro del agua y la enfoca hacia la superficie formando un ángulo de 30° con la normal.
   a) ¿Con qué ángulo emergerá la luz del agua?
   b) ¿Cuál es el ángulo de incidente a partir del cual la luz no saldrá del agua?
   Datos: n(agua) = 4/3; n(aire) = 1. *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: a) θ_r = 41,8°; b) λ = 48,6°

Datos	***Cifras significativas: 3***
Índice de refracción del aire	$n = 1,00$
Índice de refracción del agua	$n_a = 4 / 3 = 1,33$
Ángulo de incidente en el agua	$\theta_i = 30,0°$
Incógnitas	
Ángulo de refracción	θ_r
Ángulo límite	λ
Ecuaciones	
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$

Solución:

a) Aplicando la ley de Snell de la refracción:



$$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$$

$$1,33 \cdot \text{sen } 30,0 = 1,00 \cdot \text{sen } \theta_r$$

$$\text{sen } \theta_r = 1,33 \cdot \text{sen } 30,0 = 1,33 \cdot 0,500 = 0,667$$

$$\theta_r = \text{arcsen } 0,667 = 41,8°$$

b) Ángulo límite λ es el ángulo de incidente que produce un ángulo de refracción de 90°

$$1,33 \cdot \text{sen } \lambda = 1,00 \cdot \text{sen } 90,0°$$

$$\text{sen } \lambda = 1,00 / 1,33 = 0,75$$

$$\lambda = \text{arcsen } 0,75 = 48,6°$$

3. Un haz de luz de frecuencia $4,30 \cdot 10^{14}$ Hz incide desde un medio 1 de índice de refracción $n_1 = 1,50$ sobre otro medio 2 de índice de refracción $n_2 = 1,30$. El ángulo de incidencia es de 50°. Determina:
   a) La longitud de onda del haz en medio 1.
   b) El ángulo de refracción.
   c) ¿A partir de qué ángulo de incidencia se produce la reflexión total del haz incidente?
   Dato: $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹ *(A.B.A.U. ord. 19)*
   Rta.: a) $\lambda_1 = 465$ nm; b) $\theta_r = 62,1°$; c) $\theta_{il} = 60,0°$

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia del rayo de luz	$f = 4,30 \cdot 10^{14}$ Hz
Índice de refracción del medio 1	$n_1 = 1,50$
Índice de refracción del medio 2	$n_2 = 1,30$
Ángulo de incidencia	$\theta_i = 50,0°$
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s
Incógnitas	
Longitud de onda de la luz en el medio 1	λ_1
Ángulo de refracción	θ_r
Ángulo límite	θ_l
Ecuaciones	
Índice de refracción de un medio «i» en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i	$n_i = \frac{c}{v_i}$
Relación entre la velocidad v, la longitud de onda λ y la frecuencia f	$v = \lambda \cdot f$
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$

Solución:

a) La velocidad de la luz en el medio 1 es:

$$v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,50} = 2,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la longitud de onda de la luz en el medio 1 es:

$$\lambda_1=\frac{v_1}{f}=\frac{2{,}00\cdot 10^8\ \mathrm{m/s}}{4{,}30\cdot 10^{14}\ \mathrm{s}^{-1}}=4{,}65\cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}\ = 465\ \mathrm{nm}$$

b) El ángulo de refracción θ_r se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1{,}50 \cdot \mathrm{sen}\ 50° = 1{,}30 \cdot \mathrm{sen}\ \theta_r$$

$$\mathrm{sen}\,\theta_r=\frac{1{,}50\cdot \mathrm{sen}\,50°}{1{,}30}=0{,}884$$

$$\theta_r = \mathrm{arcsen}\ 0{,}884 = 62{,}1°$$

c) El ángulo límite es el ángulo de incidencia que corresponde a un ángulo de refracción de 90°. Aplicando de nuevo la ley de Snell

$$1{,}50 \cdot \mathrm{sen}\ \theta_l = 1{,}30 \cdot \mathrm{sen}\ 90°$$

$$\mathrm{sen}\,\theta_l=\frac{1{,}30\cdot \mathrm{sen}\,90°}{1{,}50}=0{,}867$$

$$\theta_l = \mathrm{arcsen}\ 0{,}867 = 60{,}0°$$

Actualizado: 19/02/24

◊ CUESTIONES

● Características y ecuación de las ondas

1. Dos focos de ondas sonoras emiten sonidos de 1,7 kHz de frecuencia con la misma fase inicial. Un observador que se encuentra a 8 m de uno de los focos y a 10 m del otro percibe en esa posición:
   A) Un mínimo de intensidad.
   B) Un máximo de intensidad.
   C) Una intensidad intermedia entre la máxima y la mínima.
   DATO: velocidad del sonido = 340 m s⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 23)*

Solución: B

Cuando dos ondas sonoras coherentes (de la misma frecuencia y fase inicial) se superponen, producen un fenómeno llamado interferencia. La interferencia puede ser constructiva (cuando las ondas están en fase y producen una intensidad máxima) o destructiva (cuando las ondas están en oposición de fase y producen una intensidad mínima).
La diferencia de camino entre ambas ondas es de:

$$\Delta s = 10\ \mathrm{m} - 8\ \mathrm{m} = 2\ \mathrm{m}$$

La longitud de onda de las ondas de sonido se puede calcular como $\lambda = v / f$, donde v es la velocidad del sonido y f es la frecuencia. Sustituyendo los valores conocidos, tenemos:

$$\lambda=\frac{340\ [\mathrm{m/s}]}{1{,}7\cdot 10^3\ [\mathrm{Hz}]}=0{,}2\ \mathrm{m}$$

La diferencia de camino entre las dos ondas es igual a 10 veces la longitud de onda:

$$\frac{\Delta s}{\lambda}=\frac{2\ [\mathrm{m}]}{0{,}2\ [\mathrm{m}]}=10$$

Las dos ondas llegan a la posición del observador en fase. Por tanto, la interferencia es constructiva y el observador percibe un máximo de intensidad en su posición.

2. Cuando una onda armónica plana se propaga en el espacio, su energía es proporcional:
   A) A $1/f$ (f es la frecuencia).
   B) Al cuadrado de la amplitud A^2.
   C) Inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco emisor.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: B

La energía que transporta una onda material armónica unidimensional es la suma de la cinética y de potencial:

$$E = (E_c + E_p) = ½\ m \cdot v^2 + ½\ k \cdot x^2 = ½\ m \cdot v^2_m = ½\ k \cdot A^2$$

La ecuación de la onda armónica unidimensional es:	$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Derivando con respecto al tiempo:	$v = \mathrm{d}\ y / \mathrm{d}\ t = -A \cdot \omega \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Es máxima cuando $-\mathrm{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x) = 1$,	$v_m = A \cdot \omega$
Sustituyendo en la ecuación de la energía:	$E = ½\ m \cdot v^2_m = ½\ m \cdot A^2 \cdot \omega^2$

Como la pulsación ω o frecuencia angular es proporcional a la frecuencia f: $\omega = 2\ \pi \cdot f$

$$E = ½\ m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = ½\ m \cdot A^2\ (2\ \pi \cdot f)^2 = 2\ \pi^2\ m \cdot A^2 \cdot f^2$$

La energía que transporta una onda es proporcional a los cuadrados de la frecuencia y de la amplitud.

3. Una onda transversal se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 300 m·s⁻¹, siendo el período de oscilación de 2×10^{-2} s. Dos puntos que se encuentran, respectivamente, a distancias de 20 m y 38 m del centro de vibración estarán:
   A) En fase.
   B) En oposición de fase.
   C) En una situación distinta de las anteriores.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

Datos	***Cifras significativas: 2***
Velocidad de propagación de la onda	$v = 3{,}0 \cdot 10^2$ m·s^{-1}
Período de oscilación	$T = 2{,}0 \cdot 10^{-2}$ s
Distancia entre los puntos	$\Delta x = 38 - 20 = 18$ m
Incógnitas	
Diferencia de fase entre dos puntos separados 18 m	$\Delta\varphi$
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Longitud de onda	λ
Número de onda	k
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \mathrm{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\ \pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\ \pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) La diferencia de fase entre los dos puntos es:

$$\Delta\varphi = (k \cdot x_2 - \omega \cdot t_2) - (k \cdot x_1 - \omega \cdot t_1)$$

Para el mismo instante, $t_1 = t_2$.

$$\Delta\varphi = k \cdot x_2 - k \cdot x_1 = k\ (x_2 - x_1) = k \cdot \Delta x$$

Para obtener el número de onda hay que calcular la longitud de onda a partir de la frecuencia y la velocidad de propagación:

Frecuencia: $f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2\cdot 10^{-2}\,[\mathrm{s}]}=50\ \mathrm{s}^{-1}$

Longitud de onda: $v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda=\frac{v_p}{f}=\frac{300\,[\mathrm{m/s}]}{50\,[\mathrm{s}^{-1}]}=6{,}0\ \mathrm{m}$

Número de onda: $k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{2\cdot\pi\,[\mathrm{rad}]}{6{,}0\,[\mathrm{m}]}=\frac{\pi}{3}\ \mathrm{rad/m}$

La diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = \pi / 3\ [\mathrm{rad/m}] \cdot (38 - 20)\ [\mathrm{m}] = 6\ \pi\ \mathrm{rad}$$

Como la diferencia de fase es múltiplo de 2 π, los puntos se encuentran en fase.
Análisis: La distancia entre los puntos es 18 m *que es el triple de la longitud de onda. Como los puntos que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2 π se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda, una distancia de tres veces a longitud de onda corresponde a una diferencia de fase triple de 2 π, o sea,* 6 π rad.

4. ¿Cuál debería ser la distancia entre dos puntos de un medio por el que se propaga una onda armónica, con velocidad de fase de 100 m/s y 200 Hz de frecuencia, para que estén en el mismo estado de vibración?:
A) 2 *n*.
B) 0,5 *n*.
C) *n*, siendo *n* = 0, 1, 2, 3… y medido en el S.I.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

La longitud de onda λ es la distancia mínima entre dos puntos de una onda que se encuentran en fase, o sea, en el mismo estado de vibración.
La longitud de onda λ está relacionada con la frecuencia f y con la velocidad de propagación v_p de la onda por la ecuación

$$v_p=\lambda\cdot f \Rightarrow \lambda=\frac{100\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}}{200\ \mathrm{s}^{-1}}=0{,}500\ \mathrm{m}$$

Todos los puntos que se encuentren a una distancia que sea un múltiplo de la longitud de onda, estarán en fase con él.

$$d = n \cdot 0{,}500\ [\mathrm{m}]$$

5. La luz incidente, la reflejada y la refractada en la superficie de separación de dos medios de distinto índice de refracción tiene:
A) Igual frecuencia, longitud de onda y velocidad.
B) Distinta frecuencia, longitud de onda y velocidad.
C) Igual frecuencia y distintas longitudes de onda y velocidad.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

El índice de refracción de un medio respecto al vacío n_m es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío c y la velocidad de la luz en el medio v_m.

$$n_m = c / v_m$$

La luz refractada cambia su velocidad mientras que la reflejada no.
Como la frecuencia de la luz es característica (no varía al cambiar de medio) y está relacionada con la velocidad de propagación de la luz en ese medio por:

$$v_m = \lambda_m \cdot f$$

Al variar la velocidad, tiene que variar la longitud de onda.

6. En un mismo medio:
   A) La longitud de onda de un sonido grave es mayor que la de un agudo.
   B) La longitud de onda de un sonido grave es menor que la de un agudo.
   C) Ambos sonidos tienen la misma longitud de onda.

(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: A

Un sonido grave es un sonido de baja frecuencia. La frecuencia f está relacionada con la longitud de onda λ y con la velocidad de propagación v_p del sonido en el medio por la relación:

$$v_p = \lambda \cdot f$$

En un mismo medio, la velocidad de propagación es constante, por lo que la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda. Cuanto menor sea frecuencia mayor será la longitud de onda.

7. Una onda armónica de frecuencia 100 Hz se propaga a una velocidad de 300 m·s⁻¹. La distancia mínima entre dos puntos que se encuentran en fase es:
   A) 1,50 m.
   B) 3,00 m.
   C) 1,00 m.

(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: B

La longitud de onda λ es la distancia mínima entre dos puntos de una onda que se encuentran en fase.
La longitud de onda λ está relacionada con la frecuencia f y con la velocidad de propagación v_p de la onda por la relación

$$v_p = \lambda \cdot f$$

$$\lambda = \frac{v_p}{f} = \frac{300 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{100 \text{ s}^{-1}} = 3{,}00 \text{ m}$$

8. Para las ondas sonoras, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?:
   A) Se propagan en el vacío.
   B) No se pueden polarizar.
   C) No se pueden reflejar.

(A.B.A.U. ord. 18)

Solución: B

Las ondas sonoras son longitudinales porque la dirección en la que se propaga el sonido es la misma que la dirección en la que oscilan las partículas del medio.
Si pensamos en el sonido producido por una superficie plana (la piel de un tambor, la pantalla de un altavoz), la vibración de la superficie empuja a las partículas del medio (moléculas de aire) que se desplazan hasta chocar con otras vecinas y rebotar, en la dirección en la que oscila la superficie y en la que se desplaza el sonido.
La polarización es una característica de las ondas transversales. Una onda es transversal cuando la dirección de oscilación es perpendicular a la dirección de propagación de la onda. La polarización consiste en que la oscilación de la onda ocurre en un único plano.
Las ondas sonoras, al ser longitudinales y no transversales, no pueden polarizarse.

Las otras opciones:

A. Falsa. No se propagan en el vacío. Un dispositivo que lo confirma es un despertador colocado dentro de un recipiente en el que se hace el vacío. Se hace sonar y va haciéndose el vacío en el recipiente. Se ve como el timbre del despertador sigue golpeando la campana, pero el sonido se va haciendo más débil hasta desaparecer.
C. Falsa. Un ejemplo es el eco, que consiste en el sonido que oímos con retraso respecto al emitido, porque las ondas sonoras se ha reflejado en una pared o muro.

9. Un movimiento ondulatorio transporta:
A) Materia.
B) Energía.
C) Depende del tipo de onda.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: B

Una onda es una forma de transporte de energía sin desplazamiento neto de materia.
En una onda material, las partículas del medio oscilan alrededor del punto de equilibrio. Es la energía a que se va desplazando de una partícula a la siguiente.
En las ondas electromagnéticas lo que se desplaza es un campo magnético perpendicular a un campo eléctrico.

10. La propagación en la dirección x de la onda de una explosión en un cierto medio puede describirse por la onda armónica $y(x, t) = 5 \text{ sen}(12\ x \pm 7680\ t)$, donde las longitudes se expresan en metros y el tiempo en segundos. Al cabo de un segundo de producirse la explosión, su sonido alcanza una distancia de:
A) 640 m
B) 1536 m
C) 38 km

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

Para calcular la distancia alcanzada por el sonido en un segundo, necesitamos determinar su velocidad a partir de la ecuación de onda-
La ecuación de una onda armónica unidimensional puede escribirse como:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

En la que
y es la elongación del punto que oscila (separación de la posición de equilibrio)
A es la amplitud (elongación máxima)
ω es la frecuencia angular que está relacionada con la frecuencia f por $\omega = 2\ \pi \cdot f$.
t es el tiempo
k es el número de onda, la cantidad de ondas que entran en una longitud de 2 π metros. Está relacionada con la longitud de onda λ por $k = 2\ \pi\ /\ \lambda$
x es la distancia del punto al foco emisor.
El signo ± entre $\omega \cdot t$ y $k \cdot x$ es negativo si la onda se propaga en sentido positivo del eje X, y positivo si lo hace en sentido contrario.
Comparando la ecuación general con la del problema obtenemos:
$A = 5$ m
$\omega = 7680$ rad/s
$k = 12$ rad/m

La velocidad de propagación de una onda en un medio puede calcularse de la expresión:

$$u = \lambda \cdot f = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k} = \frac{7689 \text{ rad/s}}{12 \text{ rad/m}} = 641 \text{ m/s}$$

Por tanto, la distancia recorrida en 1 s es 641 m.

● Efecto Doppler

1. Un ciclista se desplaza en línea recta por una carretera a velocidad constante. En esta carretera hay dos coches parados, un delante, C1, y otro detrás, C2, del ciclista. Los coches tienen bocinas idénticas pero el ciclista sentirá que la frecuencia de las bocinas es:
   A) Mayor la de C1.
   B) La misma.
   C) Mayor la de C2.

(A.B.A.U. ord. 21)

Solución: A

La ecuación del efecto Doppler es:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son}) \pm v(\text{obs})}{v(\text{son}) \pm v(\text{em})}$$

En la que
f(obs) es la frecuencia que percibe el observador.
f(em) es la frecuencia emitida por la fuente.
v(son) es la velocidad del son.
v(obs) es la velocidad del observador.
v(em) es la velocidad del emisor de la frecuencia.
Para un observador dirigiéndose hacia una fuente a ecuación anterior queda:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son})}{v(\text{son}) - v(\text{obs})}$$

La frecuencia percibida por el observador es mayor que la emitida.
La situación es equivalente a la de un observador en reposo y una fuente dirigiéndose hacia él.
Esto se puede comprobar escuchando el silbato de un tren que pasa cerca de nosotros. Cuando pasa a nuestro lado el sonido se vuelve más grave. Es más agudo cuando se está acercando y se vuelve más grave cuando se aleja.

2. El silbato de una locomotora emite un sonido de 435 Hz de frecuencia. Si la locomotora se mueve acercándose la un observador en reposo, la frecuencia percibida por el observador es:
   A) 435 Hz.
   B) Mayor que 435 Hz.
   C) Menor que 435 Hz.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: B

La ecuación del efecto Doppler es:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son}) \pm v(\text{obs})}{v(\text{son}) \pm v(\text{em})}$$

En la que
f(obs) es la frecuencia que percibe el observador.
f(em) es la frecuencia emitida por la fuente.
v(son) es la velocidad del sonido.
v(obs) es la velocidad del observador.
v(em) es la velocidad del emisor de la frecuencia.
Para un observador en reposo y una fuente dirigiéndose hacia él la ecuación anterior queda:

$$f(\text{obs}) = f(\text{em}) \frac{v(\text{son})}{v(\text{son}) - v(\text{em})}$$

La frecuencia percibida por el observador es mayor que la emitida.
Esto se puede comprobar escuchando el silbato de un tren que pasa cerca de nosotros. Cuando pasa a nuestro lado el sonido se torna más grave. Es más agudo cuando se está acercando y se hace más grave cuando se aleja.

● Intensidad sonora

1. Un motor produce un nivel de intensidad sonora de 80 dB. La potencia que tiene el ruido del motor, si está situado a 2 m, es:
A) 500 mW
B) 50 mW
C) 5 mW
DATO: $I_0 = 10^{-12}$ W m⁻². *(A.B.A.U. extr. 23)*

Solución: C

Para resolver esta cuestión, se puede utilizar a fórmula para calcular la intensidad sonora en decibelios (dB) a partir da intensidad sonora en vatios por metro cuadrado (W/m²):

$$S = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

Donde S es el nivel de intensidad sonora en dB, I es la intensidad sonora e I_0 es la intensidad de referencia.
Substituyendo los valores en la fórmula:

$$80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$$

Despejando I:

$$I = 10^{-12} \cdot 10^{8} = 10^{-4} \text{ W/m}^2$$

La potencia del ruido del motor a una distancia de 2 m es igual a la intensidad sonora multiplicada por el área de la esfera de radio 2 m:

$$P = I \cdot A = I \cdot 4 \pi r^2 = 10^{-4} [\text{W/m}^2] \cdot 4 \pi (2 [\text{m}])^2 = 0{,}005 \text{ W} = 5 \text{ mW}$$

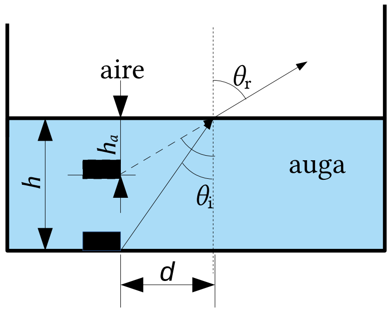
● Dioptrio plano

1. En el fondo de un recipiente lleno de agua se encuentra un tesoro. La distancia aparente entre el tesoro y la superficie es de 30 cm. ¿Cuál es la profundidad del recipiente?:
A) 30 cm
B) Mayor de 30 cm.
C) Menor de 30 cm.
Datos: n(aire) = 1; n(agua) = 1,33. *(A.B.A.U. extr. 21)*

Solución: B

Aplicando la ley de Snell de la refracción:

$$1,33 \cdot \text{sen } \theta_i = 1,00 \cdot \text{sen } \theta_r$$



Por tanto:

$$\text{sen } \theta_i < \text{sen } \theta_r$$

$$\theta_i < \theta_r$$

A la vista del dibujo debe cumplirse que: $h > h_a$

2. Una superficie plana separa dos medios de índices de refracción distintos n_1 y n_2. Un rayo de luz incide desde el medio de índice n_1. Razona cuál de las afirmaciones siguientes es verdadera:
A) El ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de reflexión.
B) Los ángulos de incidencia y de refracción son siempre iguales.
C) Si $n_1 < n_2$ no se produce reflexión total.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: C

Para que exista reflexión total a luz debe pasar de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a uno menos denso.
Por la ley de Snell

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$$

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para lo cual el ángulo de refracción vale 90°.

$$n_1 \cdot \text{sen } \lambda_1 = n_2 \cdot \text{sen } 90° = n_2$$

Si $n_2 > n_1$ entonces:

$$\text{sen } \lambda_1 = n_2 / n_1 > 1$$

Es imposible. El seno de un ángulo no puede ser mayor que uno.

3. Una onda incide sobre la superficie de separación de dos medios. Las velocidades de propagación de la onda en el primer y segundo medio son, respectivamente, 1750 m·s⁻¹ y 2300 m·s⁻¹. Si el ángulo de reflexión es 45°, el de refracción será:
A) 68°
B) 22°
C) 45°
DATO: $c = 3 \times 10^8$ m·s^{-1}

(A.B.A.U. ord. 18)

Solución: A

Datos	***Cifras significativas: 3***
Velocidad de la onda en el primer medio	$v_1 = 1750$ m·s^{-1}
Velocidad de la onda en el segundo medio	$v_2 = 2300$ m·s^{-1}
Ángulo de reflexión	$\theta_{rx} = 45,0°$
Incógnitas	
Ángulo de refracción	θ_r
Ecuaciones	
Índice de refracción de un medio i en el que la luz se desplaza a la velocidad v_i	$n_i = \dfrac{c}{v_i}$
Ley de Snell de la refracción	$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$

Solución:

Para calcular el ángulo de refracción habrá que aplicar la ley de Snell de la refracción:

$$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$$

Como los datos son las velocidades de propagación de la onda en ambos medios, reescribimos esta ecuación en función de la velocidad, teniendo en cuenta que:

$$n_{\mathrm{i}}=\frac{c}{v_{\mathrm{i}}}$$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{v_1}=\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{v_2}$$

La ley de Snell de la reflexión dice que los ángulos de incidencia y de reflexión son iguales. Por tanto, el ángulo de incidencia vale θ_{i} = 45,0°.
La ecuación anterior queda:

$$\frac{\operatorname{sen} 45{,}0°}{1750}=\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{2300}$$

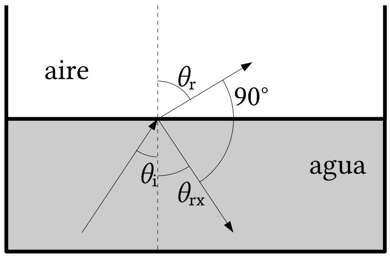
$$\operatorname{sen}\theta_{\mathrm{r}} = 0{,}929$$

$$\theta_{\mathrm{i}} = \operatorname{arcsen} 0{,}929 = 68{,}3°$$

4. Cuando la luz pasa de un medio a otro de distinto índice de refracción, el ángulo de refracción es:
A) Siempre mayor que el incidente.
B) Siempre menor que el incidente.
C) Depende de los valores de los índices de refracción. Justifica la respuesta haciendo un esquema de la marcha de los rayos.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: B



Cuando la luz pasa de un medio más denso ópticamente (con mayor índice de refracción) a otro menos denso (por ejemplo del agua al aire) el rayo refractado se aleja de la normal. Por la segunda ley de Snell de la refracción:

$$n_{\mathrm{i}} \cdot \operatorname{sen}\theta_{\mathrm{i}} = n_{\mathrm{r}} \cdot \operatorname{sen}\theta_{\mathrm{r}}$$

Si $n_{\mathrm{i}} > n_{\mathrm{r}}$, entonces $\operatorname{sen}\theta_{\mathrm{r}} > \operatorname{sen}\theta_{\mathrm{i}}$, y $\theta_{\mathrm{r}} > \theta_{\mathrm{i}}$

5. Se hace incidir desde el aire (índice de refracción n = 1) un haz de luz láser sobre la superficie de una lámina de vidrio de 2 cm de espesor, cuyo índice de refracción es n = 1,5, con un ángulo de incidencia de 60°. El ángulo de refracción después de atravesar la lámina es:
A) 35°
B) 90°
C) 60°
Haz un breve esquema de la marcha de los rayos.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: A

Datos	***Cifras significativas: 2***
Ángulo de incidencia	θ_{i1} = 60°
Espesor de la lámina de vidrio	e = 2,0 cm = 0,020 m
Índice de refracción del vidrio	n_{v} = 1,50
Índice de refracción del aire	n_{a} = 1,00
Incógnitas	
Ángulo de desviación del rayo al salir de la lámina	θ_{r2}
Ecuaciones	
Índice de refracción de un medio $_{\mathrm{i}}$ en el que la luz se desplaza a la velocidad v_{i}	$n_{\mathrm{i}}=\dfrac{c}{v_{\mathrm{i}}}$

Ecuaciones
Ley de Snell de la refracción $n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$

Solución:

Las leyes de Snell de la refracción son:
1ª El rayo incidente, el rayo refractado y la normal están en el mismo plano.
2ª La relación matemática entre los índices de refracción n_i y n_r de los medios incidente y refractado y los ángulos de incidencia y refracción θ_i y θ_r, es:

$$n_i \cdot \text{sen } \theta_i = n_r \cdot \text{sen } \theta_r$$

En la figura se representa la trayectoria de la luz. El rayo incidente en el punto A con un ángulo de incidencia θ_{i1} = 30° pasa del aire al vidrio dando un rayo refractado que forma el primer ángulo de refracción θ_{r1} y el segundo ángulo de incidencia θ_{i2} entre el vidrio y el aire. Finalmente, sale de la lámina de vidrio por el punto B con el segundo ángulo de refracción θ_{r2}.

Como el espesor de la lámina es de 10 cm, la longitud recorrida por el rayo es la hipotenusa L del triángulo ABC.
El primer ángulo de refracción θ_{r1} se puede calcular aplicando la ley de Snell

$$1{,}00 \cdot \text{sen } 60° = 1{,}50 \cdot \text{sen } \theta_{r1}$$

$$\text{sen } \theta_{r1} = \frac{1{,}0 \cdot \text{sen } 60°}{1{,}5} = 0{,}58$$

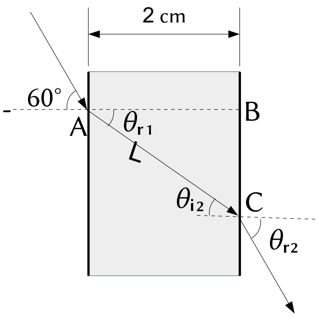
$$\theta_{r1} = \text{arcsen } 0{,}58 = 35°$$

Por tanto, la hipotenusa L vale

$$L = \frac{e}{\cos \theta_{r1}} = \frac{2{,}0 \text{ [cm]}}{\cos 35°} = 1{,}6 \text{ cm}$$

Como la lámina de vidrio es de caras paralelas, el segundo ángulo de incidencia a_{i2} es igual al primer ángulo de refracción:

$$\theta_{i2} = \theta_{r1} = 35°$$



Para calcular el ángulo con el que sale de la lámina, se vuelve a aplicar la ley de Snell entre el vidrio (que ahora es el medio incidente) y el aire (que es el medio refractado):

$$1{,}50 \cdot \text{sen } 35° = 1{,}00 \cdot \text{sen } \theta_{r2}$$

$$\text{sen } \theta_{r2} = \frac{1{,}5 \cdot \text{sen } 35°}{1{,}0} = 0{,}87$$

$$\theta_{r2} = \text{arcsen } 0{,}87 = 60°$$

Análisis: Este resultado es correcto porque el rayo sale paralelo al rayo incidente original.

◊ LABORATORIO

● Interferencia, difracción y polarización

1. Describe el procedimiento que seguirías en el laboratorio para determinar si la luz es una onda transversal o longitudinal, así como el material que debes utilizar.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución:

Las ondas transversales se polarizan.
POLARIZACIÓN en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

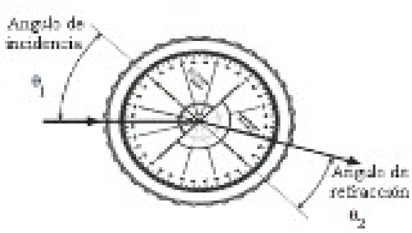
2. Haz un esquema del montaje experimental necesario para medir la longitud de onda de una luz monocromática y describe el procedimiento. Explica qué sucede si cambias la red de difracción por otra con el doble número de líneas por milímetro.

(A.B.A.U. ord. 18)

Solución:

INTERFERENCIA E DIFRACCIÓN en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*
La separación entre máximos se hace el doble.

● Dioptrio plano



1. a) Describe el procedimiento utilizado en el laboratorio para determinar el índice de refracción con un dispositivo como el de la figura.

θ_1(°)	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0
θ_2(°)	12,0	15,8	20,1	23,6	27,5

b) Determine el índice de refracción a partir de los datos de la tabla.
DATO: n(aire) = 1. θ_1: ángulo de incidencia; θ_2: ángulo de refracción

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta.: $n_r = 1{,}24$

Solución:

1. Colocar el emisor de luz, la lente convergente y la pantalla en una superficie plana y nivelada, asegurándose de que estén bien sujetos y alineados.
2. Encender el emisor de luz y ajustar su posición para que el rayo de luz incida sobre la lente convergente.
3. Observar la imagen formada por la lente convergente en la pantalla y ajustar su posición hasta obtener una imagen nítida.
4. Medir el ángulo de incidencia del rayo de luz que entra en la lente convergente utilizando el círculo graduado.
5. Medir el ángulo de refracción del rayo de luz que sale de la lente convergente utilizando el círculo graduado.
6. Utilizar la ley de Snell para calcular el índice de refracción de la lente a partir de los ángulos de incidencia y refracción medidos. La ley de Snell establece que $n_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) = n_2 \cdot \text{sen}(\theta_2)$, donde n_1 es el índice de refracción del medio en el que incide el rayo de luz, θ_1 es el ángulo de incidencia, n_2 es el índice de refracción del medio en el que se refracta el rayo de luz y θ_2 es el ángulo de refracción.
7. Repetir las medidas cuatro o cinco veces, variando la posición del emisor de luz para que el ángulo de incidencia sea distinto de cada vez.
8. Construir una tabla con los ángulos de incidencia y refracción, sus senos y el cociente entre ellos y calcular el valor medio del cociente.

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

b) La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen } \varphi_i = n_r \cdot \text{sen } \varphi_r$$

Si el medio de incidente es el aire, $n_i = 1$, el índice de refracción del vidrio será:

$$n_r = \frac{\text{sen } \varphi_i}{\text{sen } \varphi_r}$$

Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidente y refracción.

N.º exp.	$\varphi_i/°$	$\varphi_r/°$	sen φ_i	sen φ_r	$n_r = \frac{\text{sen}\,\varphi_i}{\text{sen}\,\varphi_r}$
1	15	12,0	0,26	0,21	1,24
2	20	15,8	0,34	0,27	1,26
3	25	20,1	0,42	0,34	1,23
4	30	23,6	0,5	0,4	1,25
5	35	27,5	0,57	0,46	1,24

El valor medio de los índices de refracción es:

$$n_r = 1{,}24$$

2. En el laboratorio de física se monta un experimento para determinar el índice de refracción de una lámina de vidrio haciendo incidir rayos de luz con distintos ángulos de incidencia θ_1 y midiendo en cada caso el ángulo de refracción θ_2.

θ_1(°)	18	24	32	40	50
θ_2(°)	12	15	20	25	30

   a) ¿En qué ley física nos basaremos para hacerlo?
   b) Determina el índice de refracción de la lámina a partir de los datos experimentales mostrados en la tabla.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: b) n_r = 1,53.

Solución:

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

a) La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen}\ \varphi_i = n_r \cdot \text{sen}\ \varphi_r$$

Si el medio de incidente es el aire, n_i = 1, el índice de refracción del vidrio será

$$n_r = \frac{\text{sen}\,\varphi_i}{\text{sen}\,\varphi_r}$$

b) Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidente y refracción.

N.º exp.	$\varphi_i/°$	$\varphi_r/°$	sen φ_i	sen φ_r	$n_r = \frac{\text{sen}\,\varphi_i}{\text{sen}\,\varphi_r}$
1	18	12	0,309	0,208	1,49
2	24	15	0,407	0,259	1,57
3	32	20	0,530	0,342	1,55
4	40	25	0,643	0,423	1,52
5	50	30	0,766	0,500	1,53

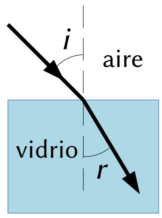
El valor medio de los índices de refracción es:

$$n_r = 1{,}53$$

3. Estudiando el fenómeno de la refracción en una lámina de vidrio se hace incidir un rayo de luz con distintos ángulos sobre la superficie. En la tabla al margen aparecen los ángulos de incidencia y los ángulos de refracción.

a) Calcula el índice de refracción del material a partir de los datos de la tabla.
b) Indica en qué condiciones se produciría reflexión total.
DATOS: n(aire) = 1; $c = 3·10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 20)*
Rta.: a) n_r = 1,6; b) φ > 38°

i (°)	r (°)
27	16
36	21
48	27
57	31



Solución:

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

a) La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen } i = n_r \cdot \text{sen } r$$

Si el medio de incidencia es el aire, n_i = 1, el índice de refracción del vidrio será

$$n_r = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r}$$

Si se hace una representación gráfica de sen r frente a sen i, la pendiente de la gráfica será la inversa del índice de refracción.

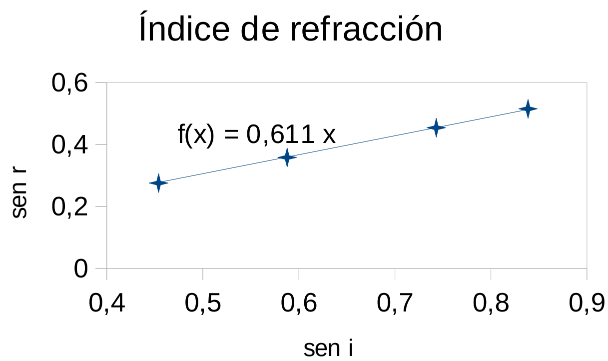
$$\text{sen } r = (1 / n_r) \cdot \text{sen } i$$

Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidencia y refracción.

i (°)	*r* (°)	sen *i*	sen *r*	sen *i* / sen *r*
27	16	0,454	0,276	1,647
36	21	0,588	0,358	1,640
48	27	0,743	0,454	1,637
57	31	0,839	0,515	1,628

En una hoja de cálculo se representan en una gráfica sen *r* frente a sen *i* y se traza la línea de tendencia que pasa por el origen de coordenadas.
La inversa de la pendiente será el índice de refracción:

$$n_r = \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{1}{0{,}611} = 1{,}64$$



Si no se tiene una hoja de cálculo se traza a ojo la recta por los puntos. En cuyo caso la incertidumbre va a ser mucho mayor.

$$n_r = 1{,}6 \pm 0{,}1$$

A falta de papel milimetrado, el valor del índice de refracción puede calcularse como la media aritmética de los cocientes sen *i* / sen *r*

$$n_r = \frac{1{,}647 + 1{,}640 + 1{,}637 + 1{,}628}{4} = 1{,}64$$

b) La reflexión total de un rayo de luz ocurre cuando pasa de uno medio de un determinado índice de refracción a otro que tiene un índice mayor si el ángulo de incidencia fuera mayor que el ángulo límite. En este caso podría ocurrir para el rayo de luz en el interior del vidrio al llegar a la superficie de separación del aire. El ángulo límite entre este vidrio y el aire es el ángulo de incidencia a lo que correspondería un ángulo de refracción de 90°.

$$n_i \cdot \text{sen } \lambda = n_r \cdot \text{sen } 90°$$

$$\lambda = \arcsin \frac{n_r}{n_i} = \arcsin \frac{1}{1{,}64} = 38°$$

4. Determina gráficamente el índice de refracción de un vidrio a partir de la siguiente tabla de valores de los ángulos de incidencia, φ_i, y de refracción, φ_r, de la luz. Estima su incertidumbre.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: n_r = 1,47.

Solución:

DETERMINACIÓN DO ÍNDICE DE REFRACCIÓN DUN MEDIO en Prácticas: Orientacións xerais del *Grupo de Traballo.*

La ley de Snell puede resumirse en la ecuación:

$$n_i \cdot \text{sen } \varphi_i = n_r \cdot \text{sen } \varphi_r$$

Si el medio de incidencia es el aire, n_i = 1, el índice de refracción del vidrio será

$$n_r = \frac{\text{sen } \varphi_i}{\text{sen } \varphi_r}$$

Si se hace una representación gráfica de sen φ_r frente a sen φ_i, la pendiente de la gráfica será la inversa del índice de refracción.

$$\text{sen } \varphi_r = (1 / n_r) \cdot \text{sen } \varphi_i$$

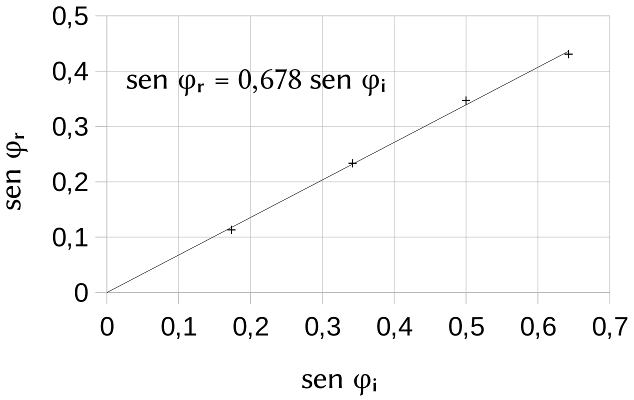
Se hace una tabla calculando los senos de los ángulos de incidencia y refracción.

N.º exp.	φ_i/°	φ_r/°	sen φ_i	sen φ_r
1	10	6,5	0,174	0,113
2	20	13,5	0,342	0,233
3	30	20,3	0,500	0,347
4	40	25,5	0,643	0,431

En una hoja de cálculo se representan en una gráfica sen φ_r frente a sen φ_i y se traza la línea de tendencia que pasa por el origen de coordenadas.

La inversa de la pendiente será el índice de refracción:

$$n_r = \frac{\text{sen } \varphi_i}{\text{sen } \varphi_r} = \frac{1}{0{,}678} = 1{,}47$$



La incertidumbre depende de la incertidumbre de las medidas (¿medio grado?) y del cálculo. Lo más sencillo es ponerlo en función de las cifras significativas.

$$n_r = 1{,}47 \pm 0{,}01$$

Si no se tiene una hoja de cálculo se traza a ojo la recta por los puntos. En cuyo caso la incertidumbre va a ser mucho mayor.

$$n_r = 1{,}5 \pm 0{,}1$$

Actualizado: 19/02/24

ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz: $3·10^8$ m/s cree que es 300 000 000,000000 000 000 000… m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar $3·10^8$ que 299 792 458 m/s).
Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como $c = 3·10^8$ m/s y lo reescribo como:
Cifras significativas: 3
$c = 3,00·10^8$ m/s
Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ($3·10^8$ m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisible. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Sumario

ONDAS

Índice de pruebas A.B.A.U.