

PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHILLERATO

Ejemplo de uso da hoja de cálculo: «[FisicaBachEs.ods](#)»

● Comienzo

Al abrir la hoja de cálculo, se mostrará una alerta de seguridad. Pulse el botón **Activar macros**.

Para ir al índice puede elegir una de estas opciones:

- Pulse en la pestaña **Índice** situada en la parte inferior.
- Presione la tecla [Ctrl] mientras pulsa en la celda **Índice** situada en la parte superior derecha.

Para ver la ayuda puede elegir una de estas opciones:

- Pulse en la pestaña **Ayuda** situada en la parte inferior.
- Presione la tecla [Ctrl] mientras pulsa en la celda **Ayuda** situada en la parte superior derecha.

● Teclado y ratón

Teclas

| | |
|-----------------------|------------------------------------|
| Aceptar | [↵] ([Intro] o [Enter] o [Entrar]) |
| Borrar a la derecha | [Supr] (o [Del] o [Delete]) |
| Borrar a la izquierda | [⌫] ([←] o [Backspace]) |
| Espaciador | [Esp] |
| Flecha abajo | [↓] |
| Mayúscula | [⇧] o ([Shift] o [Mayús]) |
| Tabulador | [⇧] (o [Tab] o [tabulador]) |

Abreviatura

| |
|--------|
| [↵] |
| [Supr] |
| [⌫] |
| [Esp] |
| [↓] |
| [⇧] |
| [⇧] |

Teclas simples

| | | |
|-----------------|-----|-----|
| Aceptar | [↵] | [↵] |
| Celda siguiente | [⇧] | [⇧] |

Combinación de teclas

| | |
|----------------------------|--|
| Celda anterior | [⇧] y [⇧] |
| Copiar | [Ctrl] y [C] |
| Pegar | [Ctrl] y [V] |
| Pegar sin formato (menú) | [Ctrl], [⇧] y [V] |
| Pegar sin formato (rápido) | [Ctrl], [Alt], [⇧] y [V] |
| Punto multiplicación | [⇧] y [3] |
| Subíndice | [⇧] y [↓], {número o signo} y {, [⇧] o [↵]} |
| Superíndice | [⇧] y [↑], {número o signo} y {[Esp], [⇧] o [↵]} |
| Ver opciones | [Alt] y [↓] |
| Limpiar formato | [Ctrl] y [M] |

Presione a la vez las teclas:

Abreviatura

| |
|------------------------|
| ([Ctrl]+[C]) |
| ([Ctrl]+[V]) |
| ([Ctrl]+[Alt]+[V]) |
| ([Ctrl]+[Alt]+[⇧]+[V]) |
| ([⇧]+[3]) |
| ([↓]+n.º+[↵]) |
| ([⇧]+[↑]+n.º+[↵]) |
| ([Alt]+[↓]) |
| ([Ctrl]+[M]) |

Ratón

| | |
|-------------|-------------------------------|
| Seleccionar | Pulsar dos veces (doble clic) |
|-------------|-------------------------------|

Teclado y ratón

Seguir enlace (en hoja cálculo) [Ctrl] y pulsar


● Datos

Para borrar los datos puede elegir una de estas opciones:

- **Datos, instrucciones y enunciado:**
 1. Pulse en el menú: Editar → Seleccionar → Seleccionar celdas desprotegidas
 2. Presione la tecla [Supr].
- **Todos los datos:**
 1. Pulse en cualquier celda de datos: .
 2. Pulse en el botón **Borrar datos**.

3. En el diálogo «¿Borrar los datos de esta hoja?», pulse el botón **Aceptar**.
- **Solo algunos datos.**
 1. Seleccione con el ratón un área en la que se encuentren los datos que desea borrar.
 2. Pulse en el botón **Borrar datos**.
 3. En el diálogo «¿Borrar los datos en el intervalo seleccionado?», pulse el botón **Aceptar**.

Para elegir una opción siga estos pasos:


1. Pulse en la celda: .
2. Pulse en la flecha  para ver la lista desplegable.
3. Desplácese por la lista y elija una opción.

Para anotar una cantidad:





Pulse en la celda: , y escriba en ella a cantidad.

Si no le gusta el formato en el que se muestra un valor (por ejemplo 1,00E-01), pulse en la celda y presione a la vez las teclas [Ctrl] y [M] para limpiar el formato (se verá 0,1).

Para poner un valor en notación científica puede elegir una de estas opciones:


- Escriba el número en formato científico 0,0E-0 de la hoja de cálculo.
- Escriba el número en formato habitual 0,0·10⁻⁰.
- Seleccione el valor en otro documento, cópielo ([Ctrl]+[C]) y péguelo ([Ctrl]+[Alt]++[V]).

Ejemplos de escritura en formato científico:

| | Escriba: | En la celda aparecerá: |
|-------------------|---|---|
| Hoja de cálculo: | 3E-9 | 3,00E-09 |
| Formato habitual: | 3,00  310  [[^]]-[Esp][][][[^]]9[←] | 3,00·10⁻⁹ |


(Después del signo -, pulse el espaciador [Esp]. Pulse la tecla [] para borrar el espacio).

Si ese número ya estaba en un documento, puede copiar y pegar siguiendo estos pasos:

1. Selecciónelo: pulse al principio del número y arrastre el ratón hasta el final o doble clic
2. Cópielo: menú: Editar → Copiar o [Ctrl]+[C]
3. Pulse en la celda: .
4. Péguelo: menú: Editar → Pegado especial → Pegar texto sin formato o [Ctrl]+[Alt]++[V]

● Como pegar el enunciado en la hoja de cálculo

Si el enunciado se copió de la pestaña de ejemplos de la misma hoja, solo necesita pegarlo, pulsado a la vez las teclas [Ctrl] y [V]. Para pegar de otro origen:

1. Pulse dos veces (doble clic) en la celda situada debajo de la etiqueta «Problema» la hoja de cálculo. Selecciónela:
 - O presionando a la vez las teclas [Ctrl] y [E].
 - O bien, pulsando en el menú: Editar → Seleccionar todo
2. Péguelo, presionando a la vez las teclas [Ctrl], [Alt],  y [V].

En el caso que desapareciese el formato de la celda donde va el enunciado, copie cualquier otro enunciado de la hoja de cálculo y péguelo en ella.

● Otros cálculos

En todas las pestañas aparecen unas celdas bajo el epígrafe: OTROS CÁLCULOS.

En ellas se pueden escribir fórmulas para hacer cálculos.

Para poner una fórmula en una celda, hay que empezar escribiendo «=» y luego poner símbolos de operaciones («+», «-» «*» o «/») y pulsar en las celdas con las que operar.

Por ejemplo, para que la celda A3 haga la suma entre los números que hay en las celdas A1 y B1:

1. **Pulse en la celda** en la que quiere escribir la fórmula.
2. **Escriba el signo igual [=]** en la celda. Esto le indica a LibreOffice que escribe una fórmula.
3. Ahora puede seguir de cualquiera de estas maneras:
 - Pulse en la celda A1. Pulse la tecla [=] Pulse en la celda B1.
 - O escriba la fórmula: $=A1+B1$
donde A1 y B1 son las coordenadas de las celdas que quiere sumar.
4. **Presione la tecla [←]** para completar la entrada.

La celda mostrará ahora el resultado de la fórmula.

Puede usar una variedad de funciones matemáticas para las fórmulas, como SUM para sumar o RAZ para calcular la raíz cuadrada. Consulte la ayuda de LibreOffice para obtener una lista completa de las funciones disponibles.

Cuando la celda que contiene el dato está en formato científico, como $6,67 \cdot 10^{-11}$, tiene que emplear la función AVALOR, para que lo transforme en un número. Por ejemplo, la fórmula para calcular la velocidad en

la órbita $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$, si los datos se encuentran en las celdas del cuadro (y teniendo en cuenta que r es la suma: $R + h$), sería:

=RAIZ(AVALOR(J8)*J2/(J3+J6))

| | H | I | J | K |
|---|-----------------------------|-------|-----------------------|---|
| 2 | Masa | $M =$ | 5,97E+24 | kg |
| 3 | Radio | $R =$ | 6,37E+06 | m |
| 4 | | | | |
| 5 | Masa | $m =$ | | kg |
| 6 | Altura | $h =$ | 693 000 | m |
| 7 | | | | |
| 8 | Constante de la gravitación | $G =$ | $6,67 \cdot 10^{-11}$ | $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ |

La celda donde escribiera la fórmula, por ejemplo H22, presentaría el resultado: 7508,53966 609 457. Para obtener un aspecto más legible podría emplear la función NUMFORMA. Si en otra celda, por ejemplo J22, escribe la función =NUMFORMA(H22) lo que vería en J22 sería: $7,51 \cdot 10^3$.

En la pestaña «Intro» hay más información de las funciones exclusivas que puede emplear. Para verlas, haga clic en [funciones](#).

● Otros consejos

Haga una copia de seguridad de la hoja de cálculo.

Nunca pegue ([Ctrl]+[V]) en una celda de color naranja.

En vez de eso, pegue sin formato:

menú Editar → Pegado especial → Pegar texto sin formato o [Ctrl], [Alt] y [V].

Si ya lo hizo, pruebe a deshacerlo pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [Z].

Si eso no va, recupere desde la copia de seguridad o la descargue de nuevo.

Si cambió el aspecto de una celda que era de color blanco y borde azul, pruebe a presionar a la vez las teclas [Ctrl] y [M].

Si esto no funciona, pulse en otra celda que esté bien, y cópiela pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C].

Pulse en la celda que cambió de aspecto y presione a la vez las teclas [Ctrl], [Alt] y [V], y, en Preconfiguraciones, pulse en «Formatos solo»

● Tipos de problemas

En la página [Índice](#), aparecen los enlaces a las hojas con los tipos de problemas que puede resolver.

Para ir a alguno de ellos, mantenga pulsada la tecla [Ctrl] mientras hace clic con el ratón en el [Tema](#) que contiene el tipo de problemas deseado, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente.

El nombre de la pestaña de cada tipo de problemas está en la columna de **Pestaña** en la página [Índice](#).

Se pueden resolver ejercicios de los siguientes temas:

| Bloque | Tema | Pestaña |
|-------------|--|------------------|
| Gravitación | Satélites | Satelites |
| | Masas puntuales | Campos |
| | Electromagnetismo | Cargas puntuales |
| | Cálculo de una carga a partir del campo y el potencial en un punto | Equil2QoM |
| | Equilibrio con 2 o 3 cargas o masas | Equil2QoM |
| | Péndulo en campo eléctrico | Pendolo_Elec |
| | Esferas concéntricas | Esferas |

| | | |
|----------------------------|---|-------------|
| | Partícula cargada moviéndose en un campo magnético uniforme | Lorentz |
| | Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos | Conductores |
| Vibraciones y ondas | Movimiento armónico simple | MAS |
| | Péndulo | Pendolo |
| | Ondas | Ondas |
| Óptica geométrica | Espejos y lentes | Optica |
| Física moderna | Efecto fotoeléctrico | Fotoelectr |
| | Energía nuclear | EnerNuclear |
| | Desintegración radiactiva | Desintegr |

● Ejemplos

En la columna de la derecha de la página [Índice](#), aparecen los enlaces a las hojas que contienen copias de los datos de los problemas de los tipos que puede resolver. Si quiere consultarlos, mantenga pulsada la tecla [Ctrl] mientras hace clic con el ratón en el [Tema](#) que contiene el tipo de problemas deseado, o haga clic con el ratón en la pestaña inferior correspondiente. Note que las hojas con ejemplos comienzan todas por la letra D, desde [D_Satelites](#) hasta [D_Desintegr](#).

◊ Cálculo de coordenadas para figuras regulares

En la pestaña «Coords» se pueden calcular las coordenadas de figuras regulares planas (triángulo equilátero, cuadrado, pentágono o hexágono regular) o las del tetraedro o del octaedro. Debe escribir el valor del lado, radio o apotema para las figuras planas o de la arista o del radio circunscrito en las tridimensionales.

Se puede girar y/o desplazar la figura o situar alguno de los vértices en un punto concreto.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (8) de cifras decimales por otro entre 1 y 12.

1. Calcula las coordenadas de un triángulo equilátero de 80 cm de lado con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y.

[Borre los datos.](#)

| | | | |
|---------|----------------------|----------------------|----|
| Figura: | Triángulo equilátero | | |
| Lado | | | |
| | Longitud: | | cm |
| Girar: | | ° alrededor del eje: | Z |
| | : | | |
| x (cm) | y (cm) | z (cm) | |
| | | | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, [elija](#) la opción «Triángulo equilátero», en la celda situada a la derecha de «Figura», elija la opción «Lado», debajo de «Figura», escriba su valor (80) en la celda situada a la derecha de «Longitud», y elija la unidad (cm) en la celda de color naranja situada a su derecha.

| | | | |
|---------|----------------------|----|----|
| Figura: | Triángulo equilátero | | |
| Lado | | | |
| | Longitud: | 80 | cm |

Este será el diagrama, que sitúa el centro del triángulo en el punto (0, 0):

Para cumplir con la petición «con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y», se puede:

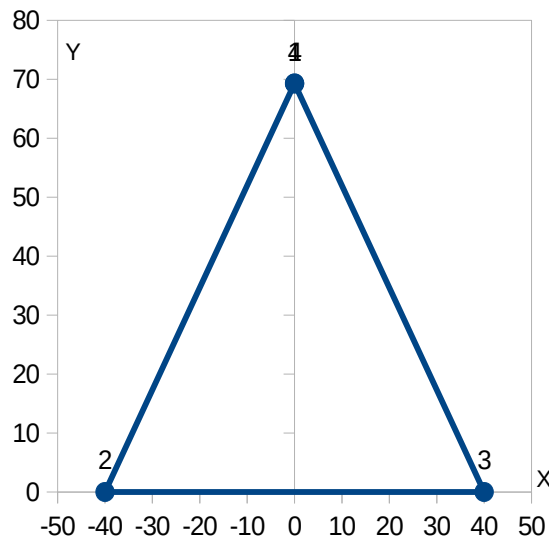
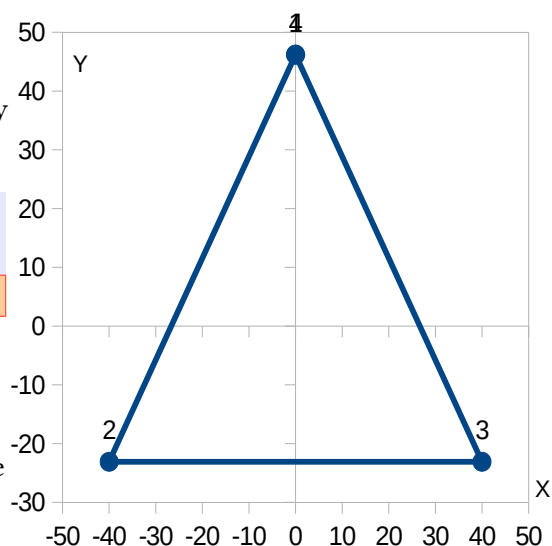
- Desplazar el triángulo hacia arriba hasta que la base quede en el eje X:

| | | | |
|------------|--------------|--------|--|
| Desplazar: | | | |
| x (cm) | y (cm) | z (cm) | |
| | -23,09401077 | | |

(el número -23,09401077 aparece en RESULTADOS como la coordenada «y» de los puntos 2 y 3).

- O bien situar el punto 3 en las coordenadas (40, 0)

| | | | |
|-----------------|--------|--------|--|
| Situación 3 en: | | | |
| x (cm) | y (cm) | z (cm) | |
| 40 | | | |



| | | | |
|----------------|--------|-------------|--------|
| Redondear a: 8 | | | |
| Coordenadas | | | |
| Pto. | x (cm) | y (cm) | z (cm) |
| 1 | 0 | 69,28203230 | 0 |
| 2 | -40 | 0 | 0 |
| 3 | 40 | 0 | 0 |

Para emplear las coordenadas calculadas aquí en la pestaña «Campos» puede optar por uno de los siguientes métodos:

- Seleccionar con el ratón las coordenadas calculadas en la pestaña «Coords» y copiarlas (pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]), ir a la pestaña «Campo», presionar sobre la celda situada debajo de x en la zona de «Coordenadas» y:
 - Pegarlas pulsando a la vez las teclas [Ctrl], [↵] y [V] y presionando sobre «Valores solo».
 - O bien presionar sobre el menú: **Editar** → **Pegado especial** → **Pegar solo números**.
- Ir a la pestaña «Campo», presionar sobre la celda (I33) situada a la derecha de «copie esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C], seleccionar con el ratón las celdas debajo de las coordenadas x e y, y:
 - Presionar sobre el menú: **Editar** → **Pegado especial** → **Pegar solo fórmula**.
 - O bien pegarlas pulsando a la vez las teclas [Ctrl], [↵] y [V], marcando «Fórmulas» en la columna en la celda situada debajo de «Pegar» y pulsando en «Aceptar».

♦ Satélites

En la pestaña «Satelites» se pueden resolver ejercicios de gravitación de satélites. Se puede calcular:

- Radio o altura, velocidad, período o frecuencia, y energías cinética y potencial de un satélite en distintas unidades.
- Velocidad o energía para alcanzar una altura, ponerlo en órbita o mandarlo al infinito (velocidad de escape).
- Campo gravitatorio, fuerza, gravedad relativa o momento angular en la órbita.
- Masa de un astro central a partir de los datos de uno de sus satélites.

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Debajo de «Astro» puede elegir una de las opciones «Tierra», «Luna» o «Sol» y aparecerán los valores de su masa y su radio. Puede cambiar estos datos.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre.

a) ¿Cuántas vueltas da a la Tierra cada día?

b) ¿Qué velocidad hubo que proporcionarle en el lanzamiento para ponerlo en órbita?

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M(T) = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R(T) = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $f = 14,6 \text{ día}^{-1}$; b) $v = 8,29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

[Borre los datos.](#)

| | | | | |
|----------|----------------------|---------|--|------------------|
| Astro | Masa | $M =$ | | kg |
| | Radio | $R =$ | | |
| | Gravedad en el suelo | $g_0 =$ | | m/s ² |
| Satélite | Masa | $m =$ | | kg |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «Astro» puede elegir la opción «Tierra», y aparecerán los valores de su masa y su radio.

Puede cambiar estos datos, bien copiando ([Ctrl]+[C]) en el enunciado y pegando ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribiendo, en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual:

- El valor, en kg, de la masa ($5,97\text{E}24$ o $5,97 \cdot 10^{24}$) en la celda situada a la derecha de « $M =$ ».
- El valor del radio ($6,37\text{E}6$ o $6,37 \cdot 10^6$) en la celda situada a la derecha de « $R =$ ».

Debajo de «Masa», elija la opción «Altura», escriba su valor (693) en la celda situada a la derecha de « $h =$ », y elija la unidad (km) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Elija el otro valor ($6,67 \cdot 10^{-11}$) para la constante de la gravitación en la celda situada a la derecha de « $G =$ ».

| | | | | |
|-----------------------------|--------|-------|------------------------|-----------------------------------|
| Astro | Masa | $M =$ | 5,97E+24 | kg |
| Tierra | Radio | $R =$ | 6,37E+06 | m |
| | | | | |
| Satélite | Masa | $m =$ | | kg |
| | Altura | $h =$ | 693 | km |
| | | | | |
| Constante de la gravitación | | $G =$ | 6,67·10 ⁻¹¹ | N·m ² /kg ² |

Si copió y pegó los valores de la masa y el radio, desde el enunciado tal como están escritos, debería ver $5,97 \times 10^{24}$ en vez de $5,97\text{E}+24$ y $6,37 \cdot 10^6$ en vez de $6,37\text{E}+06$.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

a) Elija la opción «Frecuencia» debajo de «Cifras significativas» y la opción «día⁻¹» para las unidades.

b) Elija las opciones «Velocidad» y «ponerlo en órbita», en la línea donde se lee «en el suelo para».

| | Radio | km | Velocidad | m/s | Frecuencia | |
|--------------|------------------|------------------------|-----------|-------------------------|------------|-------------------------|
| Órbita | $r =$ | 7060 | | 7510 | | 14,6 día ⁻¹ |
| Energía | | cinética | | potencial | | mecánica J |
| en la órbita | | $2,82 \cdot 10^7$ J/kg | | $-5,64 \cdot 10^7$ J/kg | | $-2,82 \cdot 10^7$ J/kg |
| | | | Tierra | $g_0 =$ | | $9,82$ m/s ² |
| Velocidad | en el suelo para | ponerlo en órbita | | $v(\dot{\theta}) =$ | | $8,29 \cdot 10^3$ m/s |

Las unidades de energía son J/kg porque no se escribió el dato de la masa del satélite. La energía potencial es, en realidad, el potencial a esa altura.

2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de $7,00 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$.

a) Calcule la altura a la que orbita.

b) Si en ese momento si le suministra una energía igual a la energía cinética que ya tiene, calcule la distancia de la Tierra podría llegar.

Datos: $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $R(T) = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$.

(A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a) $h = 1750 \text{ km}$; b) $r = \infty$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elijas** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Para el radio de la Tierra, copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» ($6,37\text{E}6$) o en el habitual ($6,37 \cdot 10^6$), en la celda situada a la derecha de « $R =$ ».

Elija la opción «Velocidad», en la 2.ª celda situada debajo de «Masa», escriba su valor (7) y elija la unidad (km/s) en la celda de color naranja situada a su derecha.

| | | | | |
|----------|----------------------|---------|-------------------|------------------|
| Astro | Masa | $M =$ | | kg |
| | Radio | $R =$ | $6,37\text{E}+06$ | m |
| | Gravedad en el suelo | $g_0 =$ | 9,81 | m/s ² |
| Satélite | Masa | $m =$ | 200 | kg |
| | | | | |
| | Velocidad | $v =$ | 7 | km/s |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

a) Elija la opción «Altura», en lugar de «Radio».

| | | |
|--------|--------|------|
| | Altura | km |
| Órbita | $h =$ | 1750 |

b) Esta hoja no calcula esta cuestión, pero da pistas para resolverla. Compruebe que la energía cinética es opuesta a la energía total.

| | | | |
|--------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| Energía | cinética | potencial | mecánica J |
| en la órbita | $4,90 \cdot 10^9$ J | $-9,80 \cdot 10^9$ J | $-4,90 \cdot 10^9$ J |

En este caso, una energía cinética sumada a su energía mecánica da como resultado 0. Pero 0 es la energía potencial del infinito, porque se toma el infinito como origen de energía potencial. El satélite deberá llegar al infinito.

3. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determine:

a) La relación entre los radios de las dichas órbitas.

b) La relación entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $r_2 / r_1 = 5,2$; b) $a_2 / a_1 = 0,036$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

Escriba en la celda de color naranja situada a la derecha de «Astro» la palabra Júpiter. Recibirá un aviso: «Sin datos» (La pestaña solo tiene los datos de la Tierra, la Luna y el Sol). Pulse el botón **Aceptar**.

En la celda contigua de color naranja, elija «Tierra».

En la última celda de la columna encabezada por la etiqueta «Relación», escriba 12. En la primera celda de la izquierda de esta fila, elija la opción «Período».

| | | | | | Relación |
|------------------------------|---------|---------|--------|---------|-------------|
| Astro | | Júpiter | Tierra | Astro 2 | A_1 / A_2 |
| Masa $M =$ | | | | | |
| Radio $R =$ | | | | | |
| Gravedad en el suelo $g_0 =$ | | | | | |
| Satélite | Masa | $m =$ | 1 kg | | |
| | | | | | |
| | Período | $T =$ | | | 12 |

En RESULTADOS, elija en la celda de color naranja, situada a la derecha de «Relación entre», la opción «radios».

| | | | |
|----------------|---------------|---------------|------|
| Relación entre | radios | $r_1 / r_2 =$ | 5,24 |
|----------------|---------------|---------------|------|

Para el apartado b), sustituya «radios» por «aceleraciones»:

| | | | |
|----------------|----------------------|---------------|--------|
| Relación entre | aceleraciones | $a_1 / a_2 =$ | 0,0364 |
|----------------|----------------------|---------------|--------|

4. La masa del planeta Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,533 veces el radio de la Tierra. Calcule:

a) El tiempo que tarda un objeto en llegar a la superficie de Marte si se deja caer desde una altura de 50 m.

b) La velocidad de escape de ese objeto desde la superficie del planeta.

Datos: $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $R(T) = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) $t = 5,21 \text{ s}$; b) $v = 5,01 \cdot 10^3 \text{ m/s}$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Escriba en la celda de color naranja situada a la derecha de «Astro» la palabra Marte. Recibirá un aviso: «Sin datos» (La pestaña solo tiene los datos de la Tierra, la Luna y el Sol). Pulse el botón **Aceptar**.

En la celda contigua de color de color naranja, elija «Tierra».

Para el radio de la Tierra, copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y **péguelo** ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» ($6,37\text{E}6$) o en el habitual ($6,37 \cdot 10^6$), en la celda de la columna de la Tierra situada a la derecha de « $R =$ ».

En la celda debajo de ella, escriba (9,81) el valor de la aceleración.

En la columna de la derecha, debajo de la celda que contiene la etiqueta « A_1 / A_2 », escriba los valores de las relaciones entre las masas y los radios de ambos planetas.

| | | | | | |
|------------------------------|------|-----------------------|---|----------------|---------------|
| Constante gravitación $G =$ | | $6,67 \cdot 10^{-11}$ | $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ | | Relación |
| Astro 1 | | Marte | Tierra | Astro 2 | A_1 / A_2 |
| Masa $M =$ | | | | | $M_1 / M_2 =$ |
| Radio $R =$ | | | $6,37 \times 10^6$ | m | $R_1 / R_2 =$ |
| Gravedad en el suelo $g_0 =$ | | | 9,81 | m/s^2 | |
| Satélite | Masa | $m =$ | | | |

En RESULTADOS se ve la gravedad en Marte:

$$\text{Marte} \quad g_0 = 3,69 \text{ m/s}^2$$

El tiempo que tarda en llegar al suelo no lo calcula esta hoja. Debe hacerse con la ecuación del MRUA

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2. \text{ Despejando y sustituyendo: } t = \sqrt{(2 s / a)}$$

En OTROS CÁLCULOS escriba a la derecha de «Fórmula» =RAIZ(2*50/3,69)

OTROS CÁLCULOS

| | | | | | | | | |
|-----------|----------|--|--|--|--|--|--|--|
| Etiqueta: | t (caer) | | | | | | | |
| Fórmula: | 5,21 | | | | | | | |

b) La velocidad de escape de ese objeto desde la superficie del planeta se obtiene eligiendo en RESULTADOS las opciones «Velocidad» y «alcanzar el infinito» en la línea de «en el suelo para»:

$$\text{Velocidad en el suelo para alcanzar el infinito} \quad v(\text{esc.}) = 5,01 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Puede emplear la hoja de cálculo [Satélites \(es\)](#), con la ayuda de [Satélites PAU \(es\)](#) o [Satélites ABAU \(es\)](#), para poder ver más problemas resueltos de este tema.

◊ Masas o cargas puntuales: Masas

En la pestaña «Campos» se pueden resolver ejercicios de sistemas de masas o cargas puntuales. Para los ejercicios de masas puntuales tiene que [elegir](#) la opción «Masa» en la celda de color naranja situada debajo de «Constante».

Se pueden situar seis masas fijas y una masa móvil en uno de dos puntos en los que se puede calcular:

- La intensidad de campo o la fuerza gravitatoria sobre una masa móvil, y el potencial o la energía potencial gravitatoria.
- El trabajo para mover la masa entre dos puntos o la energía cinética o la velocidad con la que llega a uno de los puntos.
- La energía potencial gravitatoria de la disposición de las masas fijas.
- Un esquema del vector intensidad de campo gravitatorio en cualquiera de los puntos de la masa móvil.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:

- El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8).
- Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de $-1 \cdot 10^{-4} \hat{j} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, calcula su velocidad en el punto C.

(P.A.U. jun. 14)

Rta.: a) $g_c = 0$; $g_d = -1,6 \times 10^{-10} \text{ j m/s}^2$; $V_c = -3,34 \times 10^{-9} \text{ J/kg}$; $V_d = -2,00 \times 10^{-9} \text{ J/kg}$; b) $v = -1,13 \times 10^{-4} \text{ j m/s}$.

[Borre los datos.](#)

| | | | | | | |
|-------------------|-------------|---|-------|-------|---------------|---|
| Constante | $K =$ | 8,9875500·10 ⁹ N·m ² ·C ⁻² | | | $\epsilon' =$ | 1 |
| Carga | Coordenadas | | | | | |
| μC | Pto. | x (m) | y (m) | z (m) | | |
| | 1 | | | | | |
| | 2 | | | | | |
| | 3 | | | | | |
| | 4 | | | | | |
| | 5 | | | | | |
| | 6 | | | | | |
| móvil | A | | | | | |
| | B | | | | | |
| Punto de partida: | S | | | | | |
| Punto de llegada: | T | | | | | |
| Velocidad inicial | $v_0 =$ | m/s | m = | | kg | |
| ↑ Masa | | | | | | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», [elija](#) la opción «Masa».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «G =» puede elegir el otro valor ($6,67 \cdot 10^{-11}$).

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Coordenadas», elija las unidades (m).

En la celda de color naranja situada debajo de «Masa» elija la unidad (kg).

En las celdas situadas debajo de «kg», escriba los valores de las masas (150), y, en las celdas situadas a su derecha, los valores correspondientes de las coordenadas «x» e «y».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «móvil», elija la opción «C», y en la celda de abajo, elija la opción «D».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Punto de partida:», elija la opción «D», para indicar que la masa móvil sale del punto A. Para «Punto de llegada:» elija la opción «C».

Escriba el valor de la masa móvil (2), en la celda situada a la derecha de la etiqueta «móvil», y los valores correspondientes de las coordenadas «x» e «y» para los puntos C y D. (Cuando escriba 6, aparecerá $6,67 \cdot 10^{-11}$. Pulse la tecla [Supr] para que quede solo el 6).

En la celda (I15) situada a la derecha de «Velocidad inicial v_0 =» escriba $-1\text{E-}4$, o copie el dato en el enunciado del problema (seleccione -10^{-4} y pulse a la vez las teclas [Ctrl] y [C]) y péguelo en esa celda (clic en la celda I15 y pulse a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↕] y [V]).

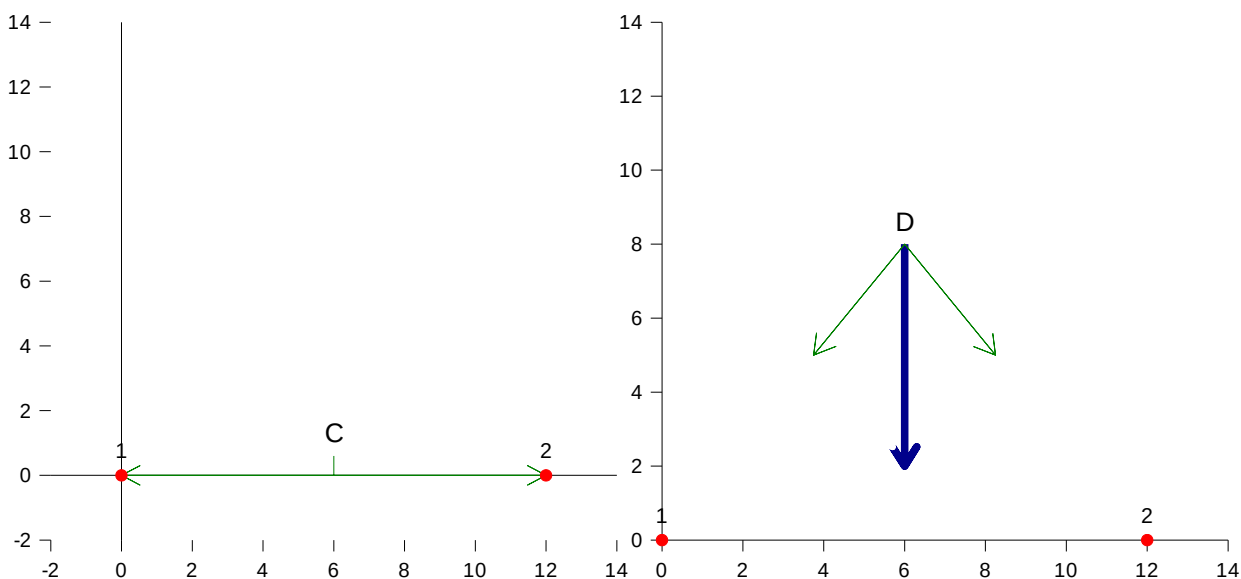
| | | | | | |
|-------------------|-----|-------------|-----------------------|--|-------|
| Constante | | $G =$ | $6,67 \cdot 10^{-11}$ | $\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ | 1 |
| Masa | | Coordenadas | | | m |
| kg | | Pto. | x (m) | y (m) | z (m) |
| | 150 | 1 | 0 | 0 | |
| | 150 | 2 | 12 | 0 | |
| | | 3 | | | |
| | | 4 | | | |
| | | 5 | | | |
| | | 6 | | | |
| móvil | 2 | C | 6 | 0 | C |
| | | D | 6 | 8 | D |
| | | | | | D |
| | | | | | C |
| Punto de partida: | | D | | | |
| Punto de llegada: | | C | | | |
| Velocidad inicial | | $v_0 =$ | $-1 \cdot 10^{-4}$ | m/s | kg |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Campo» en la celda de color naranja situada a la izquierda de «resultante», y la opción «Potencial» en la celda de color naranja situada más abajo.

| | | | | |
|------------------|----------------------------|--------------------------|------------------------|------|
| Campo resultante | | Cifras significativas: | | 3 |
| | g | g_x | g_y | |
| C | 0 N/kg | 0 | 0 | N/kg |
| D | $1,60 \cdot 10^{-10}$ N/kg | 0 | $-1,60 \cdot 10^{-10}$ | N/kg |
| Potencial | | Velocidad final: | | |
| C | $-3,34 \cdot 10^{-9}$ J/kg | $1,13 \cdot 10^{-4}$ m/s | | |
| D | 0 J/kg | | | |

GRÁFICAS

Los vectores campo gravitatorio pueden verse en la zona de GRÁFICAS, eligiendo la opción «C» en el primero caso y la opción «D» en el segundo. Los vectores campo, creados por cada una de las masas situadas en los puntos rojos 1 y 2, aparecen en color verde. En el punto D puede verse además el vector campo resultante, en color azul más grueso. El campo resultante en el punto C es nulo y no aparece en la gráfica.



♦ Masas o cargas puntuales: Cargas

En la pestaña «Campos» se pueden resolver ejercicios de sistemas de masas o cargas puntuales. Para los ejercicios de cargas puntuales tiene que [elegir](#) la opción «Carga» en la celda de color naranja situada debajo de «Constante».

Se pueden situar seis cargas fijas y una carga móvil en uno de dos puntos en los que se puede calcular:

- La intensidad de campo eléctrico o la fuerza electrostática sobre la carga móvil, y lo potencias eléctrico o la energía potencial eléctrica.
- El trabajo para mover la carga entre dos puntos o la energía cinética o la velocidad con la que llega a un de los puntos.
- La energía potencial eléctrica de la disposición de las cargas fijas.
- La posición y el valor de una carga que equilibraría la disposición de las cargas fijas
- Un esquema del vector intensidad de campo eléctrico en uno de los puntos de la carga móvil.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0,-1).

a) Calcule el vector campo eléctrico en el punto (0, 1).

b) Se coloca otra carga positiva de 1 μC en el punto (0,1), inicialmente en reposo y de suerte que es libre de moverse. Razone se llegará hasta el origen de coordenadas y, en caso afirmativo, calcule la energía cinética que tendrá en ese punto. Las posiciones están en metros.

Datos: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

(A.B.A.U. ord. 21)

Rta.: a) $E = -8,67 \text{ J N/C}$; b) $E_c = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$.

[Borre los datos.](#)

| | | | | | |
|-------------------|-------------|---------------------------|---|---------------|--------|
| Constante | $K =$ | 8,9875500·10 ⁹ | $\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ | $\epsilon' =$ | 1 |
| Carga | Coordenadas | | | | |
| μC | Pto. | x (m) | y (m) | z (m) | m |
| móvil | 1 | | | | |
| | 2 | | | | |
| | 3 | | | | |
| | 4 | | | | |
| | 5 | | | | |
| | 6 | | | | |
| | A | | | | |
| | B | | | | |
| Punto de partida: | S | | | | |
| Punto de llegada: | T | | | | |
| Velocidad inicial | $v_0 =$ | m/s | m = | | kg |
| | | | | | ↑ Masa |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», [elija](#) la opción «Carga».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «K =» elija el otro valor ($9,00 \cdot 10^9$).

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Coordenadas», elija las unidades (m).

En la celda de color naranja situada debajo de «Carga», elija la unidad (nC).

En las celdas situadas debajo de «nC», escriba los valores de las cargas (3, 3, y -6), y, a su derecha, los valores correspondientes de sus coordenadas «x» e «y».

En la celda situada a la derecha de la etiqueta «móvil», escriba el valor de la carga móvil (1000), y en las mismas unidades que el resto de las cargas!, y, a su derecha, los valores de las coordenadas (0 y 1).

En la celda de color naranja situada a la derecha de la etiqueta «Punto de partida:», elija la opción «A», para indicar que la carga móvil sale del punto A.

Para el punto de llegada, puede dejar el nombre del punto como se le propone (T) o cambiarlo, pero debe escribir los valores de las coordenadas (0 y 0).

| | | | | |
|-------------------|---------|-----------------------|---|-----------------|
| Constante | | $K = 9,00 \cdot 10^9$ | $\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ | $\epsilon' = 1$ |
| Carga | | Coordenadas | | |
| nC | Pto. | x (m) | y (m) | z (m) |
| 3 | 1 | 2 | 0 | |
| 3 | 2 | -2 | 0 | |
| -6 | 3 | 0 | -1 | |
| | 4 | | | |
| | 5 | | | |
| | 6 | | | |
| móvil | 1000 | A | 0 | 1 |
| | | B | | |
| Punto de partida: | A | | | A |
| Punto de llegada: | T | 0 | 0 | |
| Velocidad inicial | $v_0 =$ | m/s | m = | kg |

↑ Masa

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6. Elija la opción «Campo» en la celda de color naranja situada a la izquierda de «resultante», y la opción «Potencial» en la celda de color naranja situada más abajo.

| | | | |
|--|----------|---------------------------------|-------|
| Campo resultante | | Cifras significativas: 3 | |
| | E | E_x | E_y |
| A | 8,67 N/C | 0 | -8,67 |
| T | | | |
| Potencial | | | |
| A | -2,85 V | | |
| T | | | |
| Trabajo del campo desde A hasta T: | | $2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$ | |
| Energía potencial de las cargas fijas: | | $-1,25 \cdot 10^{-7} \text{ J}$ | |

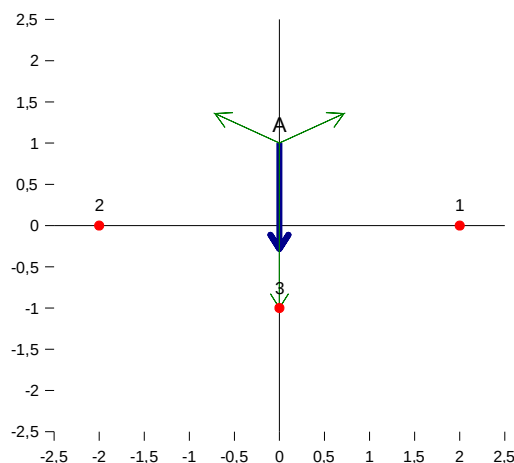
En GRÁFICAS aparece un diagrama con los vectores campo eléctrico, en color verde, creados por cada una de las cargas situadas en los puntos rojos 1, 2 y 3, y el vector campo resultante en el punto A, en color azul más grueso.

A la vista de la dirección y sentido del campo eléctrico y, teniendo en cuenta que la carga móvil es positiva, parece lógico pensar que pasará por el origen de coordenadas. Deduciendo que en todos los puntos de la parte positiva del eje Y, la dirección y sentido del vector campo no varían, se puede asegurar que la carga pasará por el origen.

Puesto que cuando la carga se desplaza desde A hasta el origen, el trabajo de la fuerza del campo es positivo, la carga adquiere una energía cinética igual a ese trabajo:

$$\Delta E_c = W = 2,41 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Si partió del reposo, esa será la energía cinética que tendrá.



2. Tres cargas de -2 , 1 y $1 \mu\text{C}$ están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m del centro del mismo.
- Calcula el trabajo necesario para llevar otra carga de $1 \mu\text{C}$ desde el infinito al centro del triángulo.
 - ¿Qué fuerza sufrirá la carga una vez que esté situada en el centro del triángulo?
 - Razona si en alguno punto de los lados del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.
- Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ (P.A.U. jun. 16)
- Rta.:** a) $W = 0$; b) $F = 0,0270$ hacia la carga negativa.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [péguelo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

Se pueden calcular las coordenadas en la pestaña «Coords» atendiendo las instrucciones siguientes:

Pulse en la pestaña «Coords» y [elija](#) la opción «Triángulo equilátero» y «Radio», escriba el valor del radio (1) y elija a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

| | |
|-----------|----------------------|
| Figura: | Triángulo equilátero |
| Radio | |
| Longitud: | 1 m |

Si en RESULTADOS mantiene «Redondear a 8 cifras decimales», verá:

| | | | Redondear a: | 8 |
|------|--------------|-------|--------------|------------------|
| | Coordenadas | | | cifras decimales |
| Pto. | x (m) | y (m) | z (m) | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | |
| 2 | -0,86602 540 | -0,5 | 0 | |
| 3 | 0,86602 540 | -0,5 | 0 | |

Vuelva a la pestaña «Campos» y copie la celda situada a la derecha de «copie esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]. Seleccione con el ratón las celdas debajo de las coordenadas «x» e «y» para los tres puntos. Elija en el menú: Editar → Pegado especial → Pegar solo fórmula. Escriba los valores de las cargas fijas (-2 , 1 , y 1) en las celdas situadas debajo de « μC ».

Escriba el valor de la carga móvil (1) en la celda situada a la derecha de etiqueta «móvil». Escriba, en las celdas a su derecha, los valores de las coordenadas de la carga móvil, que son las del centro del triángulo (0 y 0).

Elija la opción « ∞ » en la celda de color naranja a la derecha de «Punto de partida:», y la opción «A» en la celda de color naranja a la derecha de «Punto de llegada:»

| | | | | | |
|-------------------|---------------|-----------------------|---|-----------------|----------|
| | Constante | $K = 9,00 \cdot 10^9$ | $\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ | $\epsilon' = 1$ | |
| | Carga | Coordenadas | | | |
| | μC | Pto. | x (m) | y (m) | z (m) |
| | -2 | 1 | 0 | 1 | |
| | 1 | 2 | -0,86602 540 | -0,5 | |
| | 1 | 3 | 0,86602 540 | -0,5 | |
| | | 4 | | | |
| | | 5 | | | |
| | | 6 | | | |
| móvil | 1 | A | 0 | 0 | |
| | | B | | | |
| Punto de partida: | | ∞ | | | ∞ |
| Punto de llegada: | | A | | | A |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Elija la opción «Fuerza»:

| | | | | |
|---|-------------------|--------------------------|--------|-------|
| | Fuerza resultante | Cifras significativas: 3 | | |
| | F | F_x | F_y | F_z |
| A | 0,0270 N | 0 | 0,0270 | 0 N |

3. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A (0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada carga Q al punto A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:

- El valor de Q .
- La energía potencial de cada carga Q .
- La energía puesta en juego para que el triángulo rote 45° alrededor de un eje que pasa por A y es perpendicular al plano del papel.

Dato: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

(P.A.U. jun. 11)

Rta.: a) $Q = -3,46 \text{ mC}$; b) $E_p = 2,08 \times 10^4 \text{ J}$; c) $\Delta E = 0$.

a) El problema no se resuelve directamente. Se puede calcular el valor de una carga central que equilibraría tres cargas de 1 mC en los vértices.

[Borre los datos](#). Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [péguelo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

Se pueden calcular las coordenadas en la pestaña «Coords» atendiendo a las instrucciones siguientes:

Pulse en la pestaña «Coords» y [elija](#) las opciones «Triángulo equilátero» y «Lado», escriba $=3*\text{RAIZ}(3)$ en la celda situada a la derecha de «Longitud» y elija a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

| | |
|-----------|----------------------|
| Figura: | Triángulo equilátero |
| Lado | |
| Longitud: | 5,1961524227 m |

Si en RESULTADOS mantiene «Redondear a 8 cifras decimales», verá:

| Pto. | x (cm) | y (cm) |
|------|-------------|--------|
| 1 | 0 | 3 |
| 2 | -2,59807621 | -1,5 |
| 3 | 2,59807621 | -1,5 |

Vuelva a la pestaña «Campos» y copie la celda situada a la derecha de «copie esta celda →», haciendo clic en ella y pulsando a la vez las teclas [Ctrl] y [C]. Seleccione con el ratón las celdas debajo de las coordenadas «x» e «y» para los tres puntos. Elija en el menú: **Editar → Pegado especial → Pegar solo fórmula**. Escriba «1» para cada uno de los valores de las cargas fijas, en las celdas situadas debajo de «mC».

| Carga | Coordenadas | | |
|-------|-------------|-------------|-------|
| mC | Pto. | x (m) | y (m) |
| 1 | 1 | 0 | 3 |
| 1 | 2 | -2,59807621 | -1,5 |
| 1 | 3 | 2,59807621 | -1,5 |

En RESULTADOS, escriba 6 en la celda situada a la derecha de «Cifras significativas», para tener mayor precisión.

| | |
|------------------|--------------------------|
| Campo resultante | Cifras significativas: 6 |
|------------------|--------------------------|

Busque el valor de la carga que equilibra las cargas fijas.

| | |
|---------------------------------------|--------------|
| Carga que equilibra las cargas fijas: | -0,577350 mC |
|---------------------------------------|--------------|

La carga en el centro que equilibra tres cargas de 1 mC, situadas en los vértices, vale $q = -0,57735 \text{ mC}$.

Este equilibrio se mantendrá si se multiplican todas las cargas por el mismo número. Para que la carga en el centro sea de 2 mC, habrá que multiplicar su valor actual (-0,57735) por el factor $2/(-0,57735)$.

Este será el factor por el que habría que multiplicar las cargas en los vértices, que son de 1 mC.

Por lo tanto, las cargas en los vértices que equilibrarían una carga de 2 mC del centro valdrían:

$$Q = 2/(-0,57735) = -2/0,57735 \text{ mC}.$$

En DATOS, escriba la fórmula: $= -2/0,57735$ en vez del valor de la carga, en la celda situada debajo de «mC».

| mC | Pto. | x (m) | y (m) |
|----------------|------|-------|-------|
| $= -2/0,57735$ | 1 | 0 | 3 |

Puede copiar esta celda (G5) en las dos de abajo o escribir en cada una de ellas $=$, hacer clic en esta celda (G5) y presionar la tecla [↵].

En RESULTADOS verá ahora:

Carga que equilibra las cargas fijas: 2,00000 mC

b) Para este apartado, escriba 2, en el valor de la carga del punto 4, y 0, en las coordenadas x e y. Escriba el valor de la carga 1 (o 2 o 3) en la celda situada a la derecha de «móvil», y el valor de sus coordenadas en las celdas de la derecha.

| | Carga | Coordenadas | | |
|-------|-----------|-------------|--------------|-------|
| | mC | Pto. | x (m) | y (m) |
| | -3,464103 | 1 | 0 | 3 |
| | -3,464103 | 2 | -2,59807 621 | -1,5 |
| | -3,464103 | 3 | 2,59807 621 | -1,5 |
| | 2 | 4 | 0 | 0 |
| | | 5 | | |
| | | 6 | | |
| móvil | -3,464103 | A | 0 | 3 |

En RESULTADOS, elija la opción «E. potencial»:

E. potencial

A 2,07846·10⁴ J

c) En RESULTADOS, fíjese en el valor de la «Energía potencial de las cargas fijas:». Vale 0 J. Vaya ahora a la pestaña «Coords.» y haga girar el triángulo 45° alrededor del eje Z.

Girar: 45° alrededor del eje: Z

Las coordenadas cambiaron. Vuelva la pestaña «Campo», compruebe que las coordenadas son las nuevas, y compruebe que la energía es a misma: 0 J.

◊ Equilibrio 2 o 3 cargas o masas

En la pestaña «Equil2MoQ» se pueden resolver ejercicios para calcular:

- Las coordenadas de un punto, situado entre dos masas o cargas eléctricas, en los que el campo o el potencial es nulo.
- El valor de la carga o masa que, situada en un punto, neutraliza el potencial o el campo producido por una o dos cargas o masas en otro punto determinado,
- El valor de la carga o masa que crea un campo, y la distancia a la que se encuentra el punto de ella, dados los valores del potencial y del campo en ese punto,

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Una nave sitúa un objeto de 20 kg de masa entre la Tierra y el Sol en un punto donde la fuerza gravitatoria neta sobre el objeto es nula. Calcula en ese punto:

a) La distancia del objeto al centro de la Tierra.

b) La aceleración de la Tierra debida a la fuerza que el objeto ejerce sobre ella.

DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M(T) = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $M(S) = 2,00 \times 10^{30} \text{ kg}$;

distancia Tierra-Sol = $1,50 \times 10^{11} \text{ m}$.

(A.B.A.U. ord. 24)

Rta.: a) $r = 2,59 \cdot 10^8 \text{ m}$; b) $a = 1,99 \cdot 10^{-26} \text{ m/s}^2$.

[Borre los datos.](#)

| | | | | | |
|----------------------|--------------------------------|----------------------|---|----------------------|--------------------------------|
| Constante | | $K =$ | <input type="text" value="9,00·10<sup>9</sup> N·m<sup>2</sup>·C<sup>-2</sup>"/> | $\epsilon' =$ | <input type="text" value="1"/> |
| Carga | C | | x | y | |
| <input type="text"/> | M | | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text" value="m"/> |
| <input type="text"/> | N | | <input type="text"/> | <input type="text"/> | |
| Equilibrio en | A | | <input type="text"/> | <input type="text"/> | |
| Q móvil | Punto | | <input type="text"/> | <input type="text"/> | |
| <input type="text"/> | <input type="text"/> | | <input type="text"/> | <input type="text"/> | |
| | | Potencial (V) | <input type="text"/> | Campo (N/C) | <input type="text" value="u"/> |
| En el punto | <input type="text" value="A"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text"/> | <input type="text" value="i"/> |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada debajo de «Constante», [elija](#) la opción «Masa».

Puede elegir en la celda contigua la opción «kg», pero no es necesario, por ser la opción por defecto.

En la celda (F5) situada debajo de «Masa» escriba 5,98E24, o copie el dato en el enunciado del problema (seleccione $5,98 \times 10^{24}$ y pulse a la vez las teclas [Ctrl] y [C]) y péguelo en esa celda (clic en la celda F5 y pulse a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↕] y [V]).

Siga el mismo procedimiento para poner la masa del Sol en la celda de abajo (F6).

En las celdas de color blanco situadas a la derecha de «M», escriba los valores de las coordenadas «x» e «y» (0 y 0). A su derecha, puede elegir las unidades (m), aunque no es necesario, por ser la opción por defecto.

En la celda (I6) de color blanco, situada a la derecha de «N», escriba 1,5E11, o copie el dato en el enunciado del problema (seleccione $1,50 \times 10^{11}$ y pulse a la vez las teclas [Ctrl] y [C]) y péguelo en esa celda (clic en la celda I6 y pulse a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↕] y [V]).

En la celda situada debajo de «M móvil» escriba el valor (20) de la masa situado en el punto de equilibrio.

En la última celda (K11) de color blanco, situada debajo de «Campo (N/kg)», escriba 0, para indicar que el campo y, por tanto, la fuerza gravitatoria, se anulan en ese punto.

No es necesario que cambie el vector unitario (por defecto \hat{i} , el vector unitario del eje X).

Puede asignarle al punto de equilibrio otra letra distinta (A-D, G-I) en la celda de color naranja situada a la derecha de «En el punto».

| | | | |
|-----------------------|-------|---|------------------|
| Constante | | $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ | |
| Masa | kg | x | y |
| $5,98 \times 10^{24}$ | M | 0 | 0 m |
| $2,00 \times 10^{30}$ | N | $1,50 \times 10^{11}$ | 0 |
| Equilibrio en | A | | |
| M móvil | Punto | | |
| 20 | | | |
| En el punto | A | Potencial (J/kg) | Campo (N/kg) u |
| | | | 0 i |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

| | | |
|-----------------------|-------------------|-----|
| | x | y |
| Posición del punto A: | $2,59 \cdot 10^8$ | 0 m |

b) La aceleración de la Tierra debida a la fuerza que el objeto ejerce sobre ella, no la calcula esta pestaña. Tiene que escribir una fórmula en una de las celdas de OTROS CÁLCULOS, situada a la derecha de «Fórmula:». La fórmula más completa sería:

=NUMFORMA(AVALOR(I2)*F9/(AVALOR(I5)-AVALOR(J16))^2 + (AVALOR(K5)-AVALOR(K16))^2)

que corresponde a: $G \cdot \frac{m}{((x(M) - x(A))^2 + (y(M) - y(A))^2)}$

Aunque con estos datos, en los que casi todas las coordenadas valen 0, sería suficiente con:

=NUMFORMA(AVALOR(I2)*F10/AVALOR(J16)^2)

Para que esta fórmula muestre el resultado correcto, es necesario que haya seleccionado uno de los dos valores de la constante G. No es suficiente con que se vea el valor de G en la hoja.

En la celda de color naranja situada a la derecha de «G =» elija un valor.

2. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga $q_1 = 7,11 \text{ nC}$, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga $q_2 = 3,0 \text{ nC}$. Calcula:

- La expresión vectorial de la intensidad del campo eléctrico en el punto (4, 3).
- El valor del potencial eléctrico en el punto (4, 3).
- Indica el signo y el valor de la carga q_3 que hay que situar en el origen para que el potencial eléctrico en el punto (4, 3) se anule.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. Las coordenadas están expresadas en metros.

(A.B.A.U. ord. 19)

Rta.: a) $\vec{E} = (4 \hat{i} + 3 \hat{j}) \text{ N/C}$; b) $V = 25 \text{ V}$; c) $q_3 = -13,9 \text{ nC}$.

Para resolver este problema tiene que usar dos pestañas distintas. La pestaña «Campos» para los apartados a) y b), y la pestaña «Equil2MoQ» para el apartado c).

Apartados a) y b). Vaya a la pestaña «Campos» y [borre los datos](#).

Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [péguelo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

| | | | | | | | |
|----|----|-----------|-------------|---|-------|-----------------|--|
| a) | b) | Constante | | $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ | | $\epsilon' = 1$ | |
| | | Carga | Coordenadas | | | | |
| | | nC | Pto. | x (m) | y (m) | z (m) | |
| | | 7,11 | 1 | 0 | 3 | | |
| | | 3 | 2 | 4 | 0 | | |

3. Una carga eléctrica puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial eléctrico es $V = -120$ V y el campo eléctrico es $\vec{E} = -80 \vec{i}$ N/C. Si las coordenadas están dadas en metros, calcula:

- a) La posición del punto A y el valor de Q .
 b) El trabajo que realiza la fuerza eléctrica del campo para llevar un electrón desde el punto B (2,2) hasta el punto A.

DATOS: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $|q_e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

(A.B.A.U. ord. 24)

Rta.: a) $\vec{r}_A = (1,50, 0) \text{ m}$; $Q = -20,0 \text{ nC}$; b) $W_{B \rightarrow A} = -9,02 \cdot 10^{-18} \text{ J}$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En la celda (F9) situada debajo de «Q móvil» escriba $-1,6\text{E}-19$, o copie el dato en el enunciado del problema (seleccione $1,6 \times 10^{-19}$ y pulse a la vez las teclas [Ctrl] y [C]) y péguelo en esa celda (clic en la celda F9 y pulse a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↵] y [V]). Haga clic al principio del número, escriba el signo «-» y presione la tecla [←].

| | | | | | | |
|--|--------------------------------|-------|--|---|----------------------------------|--------------------------------|
| Constante | | $K =$ | <input type="text" value="9,00·10<sup>9</sup>"/> | $\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ | $\epsilon' =$ | <input type="text" value="1"/> |
| Carga | <input type="text" value="C"/> | | x | | y | |
| | M | | <input type="text" value="0"/> | | <input type="text" value="0"/> | <input type="text" value="m"/> |
| | N | | <input type="text"/> | | <input type="text"/> | |
| | A | | <input type="text"/> | | <input type="text"/> | |
| Q móvil | Punto | | | | | |
| <input type="text" value="-1,6×10<sup>-19</sup>"/> | <input type="text" value="B"/> | | <input type="text" value="2"/> | | <input type="text" value="2"/> | |
| | | | Potencial (V) | | Campo (N/C) | u |
| En el punto | <input type="text" value="A"/> | | <input type="text" value="-120"/> | | <input type="text" value="-80"/> | <input type="text" value="i"/> |

En RESULTADOS, elija, debajo de la etiqueta «Trabajo de la fuerza», las opciones: «del campo» y «B→A». Con 3 cifras significativas, se muestra:

| | | |
|--|-----------------------------------|--|
| | x | y |
| Posición del punto A: | <input type="text" value="1,50"/> | <input type="text" value="0"/> <input type="text" value="m"/> |
| Carga en M | $Q =$ | <input type="text" value="-2,00·10<sup>-8"/> "/> <input type="text" value="C"/> |
| Trabajo de la fuerza | | |
| <input type="text" value="del campo"/> | de | <input type="text" value="B → A"/> |
| | | <input type="text" value="-9,02·10<sup>-18"/> "/> <input type="text" value="J"/> |

En las celdas de color naranja, puede cambiar las unidades tanto de la carga como del trabajo.

♦ Péndulo en un campo eléctrico

En la pestaña «Péndulo_Elec» se pueden resolver ejercicios de un péndulo con carga en un campo eléctrico vertical u horizontal. Se puede calcular:

- Ángulo con la vertical, tensión del hilo, velocidad en el punto más bajo, período o frecuencia.
- Campo necesario para desviarlo un ángulo.
- Valor de la carga.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

- En una región del espacio en la que hay un campo eléctrico de intensidad $\vec{E} = 6 \cdot 10^3 \vec{i} \text{ N C}^{-1}$ cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de $8 \mu\text{C}$ y tiene una masa de 4 g. Calcula:
 - El ángulo que forma el hilo con la vertical.
 - La velocidad de la esfera cuando pasa por la vertical al desaparecer el campo eléctrico.
 Dato: $\vec{g} = -9,8 \vec{j} \text{ m s}^{-2}$. (A.B.A.U. extr. 23)
 Rta.: a) $\alpha = 50,8^\circ$; b) $v = 1,20 \text{ m/s}$.

[Borre los datos.](#)

| | | |
|-----------------------------|-------|-----------------------|
| Sentido del campo eléctrico | → | |
| Distancia entre placas | $d =$ | |
| Masa oscilante | $m =$ | |
| Carga | $q =$ | |
| Longitud del hilo | | |
| | | |
| | | |
| Aceleración de la gravedad | $g =$ | 9,81 m/s ² |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Sentido del campo eléctrico», elija la opción «→», y en la que se encuentra debajo de ella, elija la opción «Intensidad de campo eléctrico».

Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6E3) o en el habitual ($6 \cdot 10^3$), en la celda situada a la derecha de « $E =$ ».

Elija el valor de la aceleración de la gravedad (9,8) en la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ ».

| | | |
|-------------------------------|--------------------|----------------------|
| Sentido del campo eléctrico | → | |
| Intensidad de campo eléctrico | $E = 6 \cdot 10^3$ | N/C |
| Distancia entre placas | $d =$ | |
| Masa oscilante | $m =$ | 4 g |
| Carga | $q =$ | 8 μC |
| Longitud del hilo | $L =$ | 20 cm |
| | | |
| | | |
| Aceleración de la gravedad | $g =$ | 9,8 m/s ² |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Elija la opción «Velocidad máxima» en la celda de color naranja.

| | | |
|------------------------|-------------|----------|
| Ángulo con la vertical | $\varphi =$ | 50,8 ° |
| Tensión del hilo | $T =$ | 0,0620 N |
| Velocidad máxima | $v =$ | 1,20 m/s |

2. Un péndulo está constituido por una pequeña esfera metálica de masa $m = 1 \text{ g}$ y dimensiones despreciables, y un hilo inextensible de 150 cm de ancho y sin peso apreciable. Si la esfera tiene una carga positiva q y el péndulo se sitúa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10^5 \text{ N/C}$. Calcula:

- El valor de la carga q de la esfera sabiendo que cuando el campo es paralelo al eje X se alcanza la posición de equilibrio para un ángulo de 30° del hilo con la vertical.
- El período de oscilación del péndulo cuando el campo eléctrico es perpendicular al eje X y está dirigido de abajo arriba.

Toma $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Rta.: a) $q = 57,7 \text{ nC}$; b) $T = 3,74 \text{ s}$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de «Sentido del campo eléctrico», elija la opción «→», y en la que se encuentra debajo de ella, elija la opción «Intensidad de campo eléctrico». Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (1E5) o en el habitual ($1\cdot 10^5$), en la celda situada a la derecha de « $E =$ ».

Elija el valor de la aceleración de la gravedad (10) en la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ ».

| | | |
|-------------------------------|-------------------|---------------------|
| Sentido del campo eléctrico | → | |
| Intensidad de campo eléctrico | $E = 1\cdot 10^5$ | N/C |
| Distancia entre placas | $d =$ | |
| Masa oscilante | $m =$ | 1 g |
| Carga | $q =$ | |
| Longitud del hilo | $L =$ | 150 cm |
| Ángulo | $\varphi =$ | 30 ° |
| | | |
| Aceleración de la gravedad | $g =$ | 10 m/s ² |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

| | | |
|-----------------|-------|-------------------------------|
| Carga eléctrica | $q =$ | $5,77\cdot 10^{-8} \text{ C}$ |
|-----------------|-------|-------------------------------|

b) Copie ([Ctrl]+[C]) el resultado, seleccionándolo con el ratón y presionando al tiempo las teclas [Ctrl] y [C]. En DATOS, cambie el «Sentido del campo eléctrico» a «↑». Pulse en la celda situada a la derecha de « $q =$ » y presione a la vez las teclas [Ctrl], [Alt], [↕] y [V]. Elija las unidades (C) en la celda de color naranja situada a su derecha.

| | | | |
|-------------------|-------|---------------------|----|
| Carga | $q =$ | $5,77\cdot 10^{-8}$ | C |
| Longitud del hilo | $L =$ | 150 | cm |

En RESULTADOS verá un aviso de que el ángulo (30°) es demasiado grande para suponer M.A.S.

| | | |
|----------------------------------|-------|--------|
| $\varphi = 30^\circ > 15^\circ!$ | | |
| Período | $T =$ | 3,81 s |

La hoja da un resultado aproximado multiplicando el período de un M.A.S. ($T = 2\pi\sqrt{L/g}$) por el factor: $-\ln(\cos(\varphi/2))/(1-\cos(\varphi/2))^{1/2}$.

Borre «Ángulo», su valor y sus unidades.

| | | | |
|-------------------|-------|-----|----|
| Longitud del hilo | $L =$ | 150 | cm |
| | | | |

Ahora el resultado es:

| | | |
|---------|-------|--------|
| Período | $T =$ | 3,74 s |
|---------|-------|--------|

♦ Esferas concéntricas

En la pestaña «Esferas» se pueden resolver ejercicios de dos esferas concéntricas con carga eléctrica. Se puede calcular:

- Campo y potencial eléctrico en tres puntos.
- Diferencia de potencial entre las esferas.

Se muestran también dos gráficas con la variación del campo eléctrico y del potencial con la distancia.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de $+8 \mu\text{C}$ en equilibrio eléctrico. Calcula cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:

- El módulo de la intensidad del campo eléctrico.
- El potencial eléctrico.
- Representa las magnitudes anteriores en función de la distancia al centro de la esfera.

Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

(A.B.A.U. ord.18)

Rta.: a) $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = 0$; $|\vec{E}_3| = 2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$; b) $V_1 = V_2 = 1,80 \cdot 10^6 \text{ V}$; $V_3 = 1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$.

[Borre los datos.](#)

| | | | | | |
|-------------------------------|-------|---|--|---------------|---------------------------------|
| Constante | $K =$ | <input type="text" value="8,9875500·10<sup>9</sup>"/> | $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ | $\epsilon' =$ | <input type="text" value="1"/> |
| Esfera | | Interior | Exterior | | |
| Carga de la esfera | $Q =$ | <input type="text"/> | <input type="text"/> | | <input type="text"/> |
| Radio de la esfera | $R =$ | <input type="text"/> | <input type="text"/> | | <input type="text"/> |
| Distancia al centro del punto | $r =$ | <input type="text"/> | <input type="text"/> | | <input type="text" value="cm"/> |
| | | A | B | | C |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En la celda situada a la derecha de « $K =$ » [elija](#) el otro valor ($9,00 \cdot 10^9$).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y elija las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

| | | | | | |
|-------------------------------|-------|--|--|---------------|-----------------------------------|
| Constante | $K =$ | <input type="text" value="9,00·10<sup>9</sup>"/> | $\text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ | $\epsilon' =$ | <input type="text"/> |
| Esfera | | Interior | Exterior | | |
| Carga de la esfera | $Q =$ | <input type="text"/> | <input type="text" value="8"/> | | <input type="text" value="μC"/> |
| Radio de la esfera | $R =$ | <input type="text"/> | <input type="text" value="4"/> | | <input type="text" value="cm"/> |
| Distancia al centro del punto | $r =$ | <input type="text" value="0"/> | <input type="text" value="2"/> | | <input type="text" value="6 cm"/> |
| | | A | B | | C |

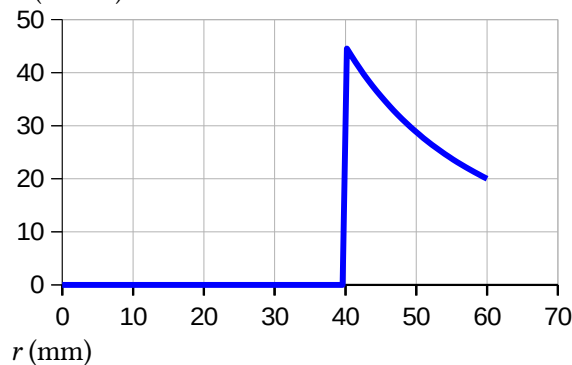
En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

| | | | |
|-----------|-------------------|-------------------|-------------------------------|
| Punto | A | B | C |
| Distancia | 0 | 2 | 6 cm |
| Campo | 0 | 0 | $2,00 \cdot 10^7 \text{ N/C}$ |
| Potencial | $1,80 \cdot 10^6$ | $1,80 \cdot 10^6$ | $1,20 \cdot 10^6 \text{ V}$ |

GRÁFICAS

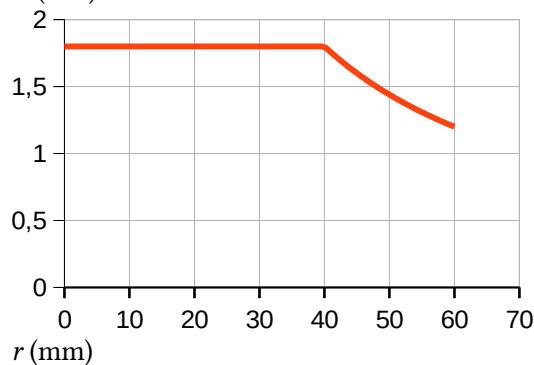
Valor del campo eléctrico con la distancia

$E \text{ (MN/C)}$



Potencial electrostático con la distancia

$V \text{ (MV)}$



2. Dos conductores esféricos concéntricos, huecos, tienen de radios 4 y 8 cm, respectivamente. La esfera interior tiene una carga de 24 nC y la exterior 40 nC. Determina:

- Los campos eléctricos en los puntos que distan del centro de las esferas 1, 5 y 10 cm.
- Los potenciales eléctricos en los puntos que distan del centro de las esferas 1, 5 y 10 cm.
- La diferencia de potencial entre los conductores

Rta.: a) $E_i = 0$; $E_5 = 86,4 \text{ kN/C}$; $E_{10} = 57,6 \text{ kN/C}$; b) $V_1 = 9,90 \text{ kV}$; $V_5 = 8,82 \text{ kV}$; $V_{10} = 5,76 \text{ kV}$; c) $\Delta V = 2,7 \text{ kV}$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situada a la derecha.

Elija el otro valor ($9,00 \cdot 10^9$) de la constante en la celda de color naranja situada a su derecha de « $K =$ ».

Escriba los valores (4 y 8) de los radios en las celdas situadas a la derecha de « $R =$ ». Elija la unidad (cm) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Escriba los valores (24 y 40) de las cargas en las celdas situadas a la derecha de « $Q =$ ». Elija la unidad (nC) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Escriba los valores (1, 5 y 10) de las distancias de los puntos al centro de las esferas, en las celdas situadas a la derecha de « $r =$ ».

Las distancias deben escribirse en orden creciente.

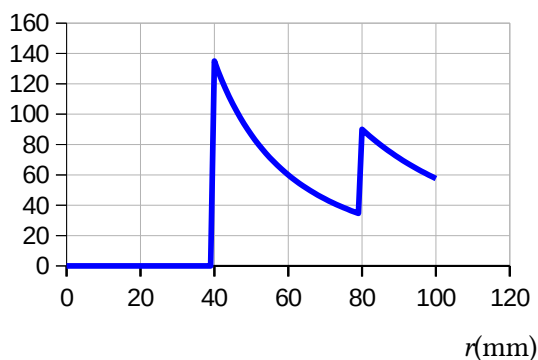
| | | | | | |
|-------------------------------|-------|----------------------|----------------------------------|---------------|----|
| Constante | $K =$ | 9,00·10 ⁹ | N·m ² /C ² | $\epsilon' =$ | 1 |
| Esfera | | Interior | Exterior | | |
| Carga de la esfera | $Q =$ | 24 | 40 | | nC |
| Radio de la esfera | $R =$ | 4 | 8 | | cm |
| Distancia al centro del punto | $r =$ | 1 | 5 | 10 | cm |
| | | A | B | C | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

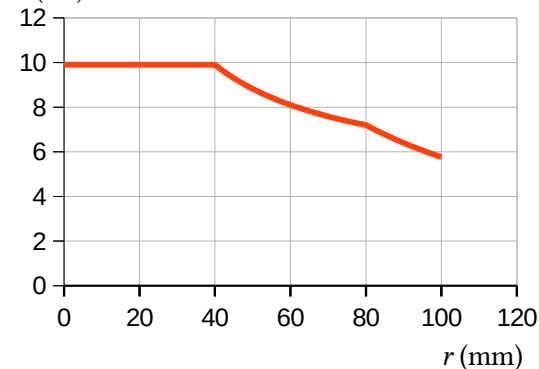
| | | | |
|-----------|---|-------------------|-------------------------------|
| Punto | A | B | C |
| Distancia | 1 | 5 | 10 cm |
| Campo | 0 | $8,64 \cdot 10^4$ | $5,76 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ |
| Potencial | $9,90 \cdot 10^3$ | $8,82 \cdot 10^3$ | $5,76 \cdot 10^3 \text{ V}$ |
| | Diferencia de potencial ($V_{\text{int}} - V_{\text{ext}} =$ | | $2,70 \cdot 10^3 \text{ V}$ |

GRÁFICAS:

Valor del campo eléctrico con la distancia
 $E \text{ (kN/C)}$



Potencial electrostático con la distancia
 $V \text{ (kV)}$



♦ Partículas cargadas en un campo magnético

En la pestaña «Lorentz» se pueden resolver ejercicios de partículas cargadas en el interior de un campo magnético. Se puede calcular:

- Fuerza magnética, rayo de la trayectoria, velocidad lineal y #angular, período o frecuencia,
- Campo eléctrico que anula la fuerza magnética.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Uno protón con una energía cinética de $4,0 \cdot 10^{-15}$ J penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 40 mT. Calcula:
 - a) El módulo de la fuerza a la que está sometido el protón dentro del campo.
 - b) El tipo de movimiento realizado por protón, la trayectoria que describe y el radio de esta.

Datos: $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg. (A.B.A.U. extr. 22)

Rta.: a) $F = 1,40 \cdot 10^{-14}$ N; b) $R = 0,571$ m.

[Borre los datos.](#)

| | | | | |
|--------------------------------------|----------------------------|-------------|-----|----------------------|
| Partícula | Carga | $q =$ | | |
| | Masa | $m =$ | | |
| | | | | clic |
| | Ángulo entre v y B | $\varphi =$ | 90° | |
| | Radio de la circunferencia | $R =$ | | |
| | Campo magnético | $B =$ | | T |
| | Tiempo | $t =$ | | 1 s |
| (para calcular el número de vueltas) | | | | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda de color naranja situada debajo de «Partícula» puede [elegir](#) la opción «Protón». Si lo hace, aparecerán los valores de su carga y masa. Puede cambiarlos, o copiando ([Ctrl]+[C]) el enunciado y pegando ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribirlos en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual:

- El valor de la carga ($1,6\text{E-}19$ o $1,6 \cdot 10^{-19}$), en la celda situada a la derecha de « $q =$ ».
- El valor de la masa ($1,67\text{E-}27$ o $1,67 \cdot 10^{-27}$), en la celda situada a la derecha de « $m =$ ».

Elija las unidades (C y kg) en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Debajo de «kg», donde se ve «[clic](#)», elija la opción «J». Aparecerá la etiqueta «Energía cinética». Copie ([Ctrl]+[C]) el valor de la energía cinética en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» ($4\text{E-}15$) o en el habitual ($4 \cdot 10^{-15}$), en la celda a la derecha de « $E =$ ». Escriba el valor del campo magnético (0,04) en la celda situada a la derecha de « $B =$ ».

| | | | | |
|--------------------------------------|----------------------------|-------------|----------|----|
| Partícula | Carga | $q =$ | 1,6E-19 | C |
| | Masa | $m =$ | 1,67E-27 | kg |
| | Energía cinética | $E =$ | 4E-15 | J |
| | Ángulo entre v y B | $\varphi =$ | 90° | |
| | Radio de la circunferencia | $R =$ | | |
| | Campo magnético | $B =$ | 0,04 | T |
| | Tiempo | $t =$ | | |
| (para calcular el número de vueltas) | | | | |

Si copió y pegó los valores de carga y masa, desde el enunciado tal como están escritos, debería ver:

| | | | | |
|--|-------|-------|------------------------|----|
| | Carga | $q =$ | $1,6 \cdot 10^{-19}$ | C |
| | Masa | $m =$ | $1,67 \times 10^{-27}$ | kg |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Elija la opción «Fuerza magnética» en la celda de color naranja situada debajo de «Radio de la trayectoria circular».

| | | | |
|----------------------------------|-------|-----------------------|---|
| Radio de la trayectoria circular | $R =$ | 0,571 | m |
| Fuerza magnética | $F =$ | $1,40 \cdot 10^{-14}$ | N |

2. Una partícula de masa 8 ng y carga eléctrica $-2 \mu\text{C}$ entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético $\vec{B} = 3 \vec{j} \text{ T}$, con una velocidad $\vec{v} = 6 \vec{i} \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$. Calcula:
- La velocidad angular con que se mueve.
 - La intensidad de campo eléctrico (vector) que se debe aplicar para que la partícula siga una trayectoria rectilínea.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $\omega = 7,5 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$; b) $\vec{E} = -1,80 \cdot 10^4 \vec{k} \text{ N/C}$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

| | | | | |
|--------------------------------------|----------------------------|-------------|------------|---|
| Partícula | Carga | $q =$ | | |
| | Masa | $m =$ | | |
| | | | | |
| | Ángulo entre v y B | $\varphi =$ | 90° | |
| | Radio de la circunferencia | $R =$ | | |
| | Campo magnético | $B =$ | | T |
| | Tiempo | $t =$ | | |
| (para calcular el número de vueltas) | | | | |

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Debajo de «ng», donde se ve «**clik**», elija la opción «m/s». Aparecerá la etiqueta «Velocidad». Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (6E3) o en el habitual (6000 o $6 \cdot 10^3$) en la celda situada a la derecha de « $v =$ ».

| | | | | |
|--------------------------------------|----------------------------|-------------|--------------------|--|
| Partícula | Carga | $q =$ | $-2 \mu\text{C}$ | |
| | Masa | $m =$ | 8 ng | |
| | Velocidad | $v =$ | 6000 m/s | |
| | Ángulo entre v y B | $\varphi =$ | 90° | |
| | Radio de la circunferencia | $R =$ | | |
| | Campo magnético | $B =$ | 3 T | |
| | Tiempo | $t =$ | | |
| (para calcular el número de vueltas) | | | | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

- a) Elija la opción «Velocidad angular» en la celda de color naranja situada debajo de «Radio de la trayectoria circular».

| | | | | |
|--|-------------------|------------|---------------------------------|--|
| | Velocidad angular | $\omega =$ | $7,50 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$ | |
|--|-------------------|------------|---------------------------------|--|

- b) Elija la opción «Intensidad de campo eléctrico» en lugar de «Velocidad angular».

| | | | | |
|-------------------------|-------------------------------|-------|-------------------------------|--|
| | Intensidad de campo eléctrico | $E =$ | $1,80 \cdot 10^4 \text{ N/C}$ | |
| que anula la desviación | | | | |

◊ **Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos**

En la pestaña «Conductores» se pueden resolver ejercicios de campos magnéticos producidos por dos conductores paralelos y la fuerza sobre un tercer conductor paralelo. Se puede calcular:

- Fuerza magnética por unidad de longitud y valor del campo magnético en un punto.
- Intensidad que circula por alguno de los conductores.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz , en la dirección del eje z , separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:

a) La fuerza por unidad de longitud que se ejercen mutuamente, indicando la dirección y el sentido de esta.

b) El vector campo magnético en el punto medio de la distancia que separa los conductores.

DATO: $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ T m A}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta.: a) $F/l = 3,6 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$; b) $\vec{B} = -1,20 \cdot 10^{-5} \vec{j} \text{ T}$.

[Borre los datos.](#)

| | | | | | |
|--------------------------------------|---------|----------------------|---|---------|----------------------|
| Intensidad en el conductor 1 | $I_1 =$ | <input type="text"/> | A | Sentido | <input type="text"/> |
| Intensidad en el conductor 2 | $I_2 =$ | <input type="text"/> | A | | |
| Separación entre conductores | $d =$ | <input type="text"/> | m | | |
| Distancia del punto P al conductor 1 | $d_1 =$ | <input type="text"/> | m | | |
| Distancia del punto P al conductor 2 | $d_2 =$ | <input type="text"/> | m | | |
| Intensidad en el conductor 3 | $I_3 =$ | <input type="text"/> | A | | |
| Longitud del conductor 3 | $L_3 =$ | <input type="text"/> | m | | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En la celda situada a la derecha de «Sentido» elija la opción «-», que indica sentido contrario.

| | | | | | |
|--------------------------------------|---------|----------------------|-------|---------|----------------------|
| Intensidad en el conductor 1 | $I_1 =$ | <input type="text"/> | 12 A | Sentido | <input type="text"/> |
| Intensidad en el conductor 2 | $I_2 =$ | <input type="text"/> | 12 A | | |
| Separación entre conductores | $d =$ | <input type="text"/> | 80 cm | | |
| Distancia del punto P al conductor 1 | $d_1 =$ | <input type="text"/> | 40 cm | | |
| Distancia del punto P al conductor 2 | $d_2 =$ | <input type="text"/> | 40 cm | | |
| Intensidad en el conductor 3 | $I_3 =$ | <input type="text"/> | A | | |
| Longitud del conductor 3 | $L_3 =$ | <input type="text"/> | 1 m | | |

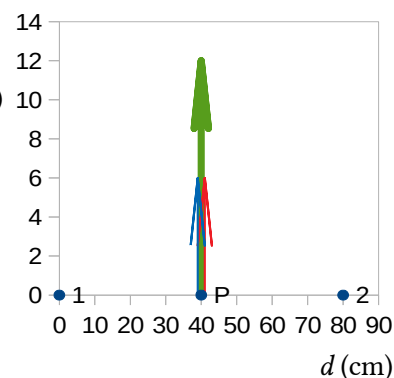
En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

| | | |
|---|----------------------------------|----------------------|
| Campo magnético en el punto P | Cifras significativas: | <input type="text"/> |
| debido al conductor 1 $B_1 =$ | $6,00 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ | |
| debido al conductor 2 $B_2 =$ | $+6,00 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ | |
| resultante $B_p =$ | $1,20 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ | |
| Fuerza entre los conductores 1 y 2 $F_{12} =$ | $3,60 \cdot 10^{-5} \text{ N/m}$ | |

GRÁFICA

$B (\times 10^{-6} \text{ T})$

Las flechas de colores azul y rojo representan los vectores campo magnético creados por los conductores 1 y 2. La flecha más gruesa de color verde representa el campo magnético resultante.



♦ Movimiento armónico simple

En la pestaña «MAS» se pueden resolver ejercicios de péndulo. Se puede calcular:

- El valor de la constante elástica al colgar del resorte una masa, dado el alargamiento.
- Las ecuaciones de elongación, velocidad, aceleración y fuerza en función del tiempo a partir de la amplitud, período o frecuencia, constante elástica, frecuencia angular e incluso a partir de la energía mecánica y la fuerza máxima.
- Los valores de la elongación, velocidad, aceleración, fuerza, energía cinética y potencial en un punto o instante determinados y sus valores máximos.
- Una gráfica de la variación de las energías cinética y potencial con la elongación.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

- La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simple es $6,0 \cdot 10^{-3}$ J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N.
 - Escribe la ecuación de la elongación en función del tiempo, si en el instante inicial se encuentra en el punto de máxima elongación positiva.
 - Calcula en el instante $T/4$ la energía cinética y la energía potencial.
 - Halla la frecuencia con la que oscilaría si se duplica su masa.

(P.A.U. Set. 16)

Rta.: a) $x = 0,0400 \cos(3,87 t)$ (m); b) $E_p = 0$; $E_c = 6,0 \cdot 10^{-3}$ J; c) $f' = 0,436$ Hz.

[Borre los datos.](#)

| | | | | | | |
|----------------------------|---------------|------|--------------------------------|--------|----------|-----------|
| Ecuación | $x = A$ | sen | $(\omega \cdot t + \varphi_0)$ | | | |
| Masa oscilante | $m =$ | | | | | |
| Amplitud | $A =$ | | | | | |
| | | | | Tiempo | Posición | Velocidad |
| Fase inicial | $\varphi_0 =$ | | | (s) | (m) | (m/s) |
| | | | | | | inicial |
| | | | | | | |
| Aceleración de la gravedad | $g =$ | 9,81 | m/s ² | | | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Elija la opción «cos» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Ecuación», y las opciones «Energía mecánica» y «Fuerza máxima» en las celdas de color naranja situadas debajo de «Fase inicial».

Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» ($6E-3$) o en el habitual ($6,0 \cdot 10^{-3}$), en la celda situada a la derecha de «E =».

Escriba 0,3 en la celda situada a la derecha de «F =».

En la celda de color naranja situada a la derecha de «g =» puede elegir otro valor.

Escriba el valor (0,5) de la masa en la celda situada a la derecha de «m =» y elija a la unidad (kg) en la celda de color naranja situada a su derecha.

| | | | | | | |
|----------------------------|---------------|---------------------|--------------------------------|--------|----------|-----------|
| Ecuación | $x = A$ | cos | $(\omega \cdot t + \varphi_0)$ | | | |
| Masa oscilante | $m =$ | 0,5 | kg | | | |
| Amplitud | $A =$ | | | | | |
| Constante elástica | $k =$ | | N/m | Tiempo | Posición | Velocidad |
| Fase inicial | $\varphi_0 =$ | | | (s) | (m) | (m/s) |
| Energía mecánica | $E =$ | $6,0 \cdot 10^{-3}$ | J | | | inicial |
| Fuerza máxima | $F =$ | 0,3 | N | | | |
| Aceleración de la gravedad | $g =$ | 9,81 | m/s ² | | | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Elija la opción «Elongación» en la celda situada debajo de «Ecuación».

| Ecuación | | Cifras significativas | | |
|------------|---------------------------------------|-----------------------|--|--------------|
| Elongación | $x = 0,0400 \cos(3,87 t) \text{ (m)}$ | | | |
| Frecuencia | $f = 0,616 \text{ Hz}$ | | | |
| | Posición | Velocidad | | E. potencial |
| | m | m/s | | J |
| Máxima | 0,0400 | 0,110 | | 0,00600 |

Si no está seguro de cuál debe ser la fase inicial, fíjese en el valor (0,04) de la amplitud (posición máxima) eligiendo «Máxima» en la última fila de resultados.

Escriba su valor en la posición inicial.

| Tiempo (s) | Posición (m) | Velocidad (m/s) | |
|------------|--------------|-----------------|---------|
| 0 | 0,04 | | inicial |
| | | | |

b) Mire en RESULTADOS el valor del período:

| | |
|---------|----------------------|
| Período | $T = 1,62 \text{ s}$ |
|---------|----------------------|

Escriba en la segunda fila de los DATOS la fórmula:

=H14/4 o.

1. Escriba =
2. Pulse en la celda que contiene el valor del Período.
3. Siga escribiendo /4
4. Presione la tecla [↵]

| Tiempo (s) | Posición (m) | Velocidad (m/s) | |
|------------|--------------|-----------------|---------|
| 0 | 0,04 | | inicial |
| 0,41 | | | |

H14 es la celda que contiene el valor del período.

Esta fórmula hace la división: $1,62 / 4 = 0,405$

c) Cambie en los DATOS el valor de la masa:

| | |
|----------------|--------------------|
| Masa oscilante | $m = 1 \text{ kg}$ |
|----------------|--------------------|

En RESULTADOS elija la opción «Frecuencia» en lugar de «Período».

| | |
|------------|------------------------|
| Frecuencia | $f = 0,436 \text{ Hz}$ |
|------------|------------------------|

2. Se cuelga un cuerpo de 10 kg de masa de un resorte y se alarga 2,0 cm. Después se le añaden otros 10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3,0 cm.

- Calcule la constante elástica del resorte y la frecuencia del movimiento.
- Escriba, en función del tiempo, las ecuaciones de la elongación, velocidad, aceleración y fuerza.
- Calcule la energía cinética y la energía potencial elástica a los 2 s de empezar a oscilar.

Dato: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

(P.A.U. set. 14)

Rta.: a) $k = 4,90 \cdot 10^3 \text{ N/m}$; $f = 2,49 \text{ Hz}$; b) $x = 0,0300 \cos(15,7 t) \text{ [m]}$; $v = -0,470 \sin(15,7 t) \text{ [m/s]}$;

$a = -7,35 \cos(15,7 t) \text{ [m/s}^2\text{]}$; $F = -147 \cos(15,7 t) \text{ [N]}$; c) $E_c = 0,0270 \text{ J}$; $E_p = 2,18 \text{ J}$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Fíjese que los datos de la masa oscilante y la amplitud son diferentes de los del alargamiento al colgar una masa de 10 kg.

Debe poner 3 en la celda situada debajo de Posición en la línea correspondiente a «inicial».

Si en la expresión de «Ecuación» elige la opción «cos», las ecuaciones tienen fase inicial nula.

| Ecuación | | $x = A \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$ | | |
|----------------------------|---------------------------|--|---------------|-----------------|
| Masa oscilante | $m = 20 \text{ kg}$ | | | |
| Amplitud | $A = 3 \text{ cm}$ | | | |
| | | Tiempo (s) | Posición (cm) | Velocidad (m/s) |
| Fase inicial | $\varphi_0 =$ | | | |
| Alargamiento producido | $\Delta x = 2 \text{ cm}$ | 0 | 3 | inicial |
| al colgar una masa | $m = 10 \text{ kg}$ | 2 | | |
| Aceleración de la gravedad | $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ | | | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

a) Elija la opción «Constante elástica» en la celda de color naranja situada debajo de «Elongación».

| | | |
|--------------------|-------|-------------------------------|
| Constante elástica | $k =$ | $4,90 \cdot 10^3 \text{ N/m}$ |
|--------------------|-------|-------------------------------|

Cambie la opción «Constante elástica» por «Frecuencia».

| | | |
|------------|-------|-------------------|
| Frecuencia | $f =$ | $2,49 \text{ Hz}$ |
|------------|-------|-------------------|

b) Elija la opción «Elongación» en la celda de color naranja situada debajo de «Ecuación».

| | | | |
|------------|---------------------------------------|------------------------|---|
| Ecuación | | Cifras significativas: | 3 |
| Elongación | $x = 0,0300 \cos(15,7 t) \text{ (m)}$ | | |

Cambie la opción «Elongación» por «Velocidad».

| | | |
|-----------|---|--|
| Velocidad | $v = -0,470 \sin(15,7 t) \text{ (m/s)}$ | |
|-----------|---|--|

Cambie la opción «Velocidad» por «Aceleración».

| | | |
|-------------|--|--|
| Aceleración | $la = -7,35 \cos(15,7 t) \text{ (m/s}^2\text{)}$ | |
|-------------|--|--|

Cambie la opción «Aceleración» por «Fuerza».

| | | |
|--------|-----------------------------------|--|
| Fuerza | $F = -147 \cos(15,7 t) \text{ N}$ | |
|--------|-----------------------------------|--|

Si elige « π » debajo del número de cifras significativas, las expresiones se muestran en función de π .

| | | |
|------------|--|-------|
| Elongación | $x = 0,0300 \cos(5 \pi t) \text{ (m)}$ | π |
|------------|--|-------|

c) En DATOS, escriba 2 en la celda situada debajo de 0, correspondiente a «Tiempo»

En RESULTADOS, elija la opción «E. cinética» en la celda de color naranja situada debajo de «Energía».

| | Posición | Velocidad | E. cinética |
|----------|----------|-----------|-------------|
| | cm | m/s | J |
| En t=2 s | 2,98 | 0,0520 | 0,0270 |
| Máxima | 3,00 | 0,470 | 2,21 |

El ejercicio estaba pensado para que $E_c = 0$, si la frecuencia fuera exactamente 2,5 Hz.

En cuyo caso $T = 0,4 \text{ s}$ y $x = 3 \text{ cm}$, pero no es así.

Cambie la opción «E. cinética» por «E. potencial».

El valor que se obtiene es $E_p = 2,18 \text{ J}$, es ligeramente inferior al valor máximo.

♦ Péndulo

En la pestaña «Péndulo» se pueden resolver ejercicios de movimiento armónico simple. Se puede calcular:

- La ecuación de movimiento.
- La frecuencia o el período a partir de su longitud y viceversa.
- Los valores de la velocidad o altura máximos.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Un péndulo simple de longitud $l = 2,5$ m, se desvía del equilibrio hasta un punto a $0,03$ m de altura y se suelta. Calcula:

- La velocidad máxima.
- El período.
- La amplitud del movimiento armónico simple descrito por péndulo.

Dato $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

(P.A.U. jun. 11)

Rta.: a) $v_m = 0,77 \text{ m/s}$; b) $T = 3,2 \text{ s}$; c) $A = 0,39 \text{ m}$.

[Borre los datos.](#)

| | | |
|----------------------------|--------------|----------------------|
| Longitud del hilo | $L =$ | |
| | | |
| | | |
| Fase inicial | $\theta_0 =$ | $\pi/2 \text{ rad}$ |
| Aceleración de la gravedad | $g =$ | $9,81 \text{ m/s}^2$ |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

En DATOS, escriba el valor (2,5) de la longitud del hilo en la celda situada a la derecha de « $L =$ » y elija la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

Debajo de ella elija la opción «Altura máx.», escriba su valor (0,03) en la celda situada a la derecha de « h_m =» y elija a la unidad (m) en la celda de color naranja situada a su derecha.

En la celda de color naranja situada a la derecha de « $g =$ » elija el valor 9,8.

| | | |
|----------------------------|--------------|----------------------|
| Longitud del hilo | $L =$ | 2,5 m |
| Altura máx. | $h_m =$ | 0,03 m |
| | | |
| Fase inicial | $\theta_0 =$ | $\pi/2 \text{ rad}$ |
| Aceleración de la gravedad | $g =$ | 9,8 m/s ² |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Elija la opción «Período» debajo de la ecuación, y «Velocidad máxima» en la última fila.

La ecuación se expresa en las mismas unidades que elija para la «Amplitud». Si elige la opción «m» verá:

| | | |
|---|---------|-----------|
| Ecuación | | |
| $s = 0,388 \sin(1,98 t + 1,57) \text{ (m)}$ | | |
| Período | $T =$ | 3,17 s |
| Amplitud | $A =$ | 0,388 m |
| Velocidad máxima | $v_m =$ | 0,767 m/s |

♦ Ondas

En la pestaña «Ondas» se pueden resolver ejercicios de ondas. Se puede calcular:

- El valor de la velocidad de propagación, la longitud de onda o la frecuencia (o período) a partir de los otros dos atributos.
- Las ecuaciones de elongación, velocidad y aceleración en función de la posición y del tiempo a partir de la amplitud, período, frecuencia o pulsación, longitud de onda o número de onda.
- Los valores de la elongación, velocidad y aceleración en un punto o instante determinados y sus valores máximos.
- La distancia mínima entre dos puntos conociendo la diferencia de fase y viceversa.
- Una gráfica de la elongación de cada punto en un determinado instante o de un punto en función del tiempo.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

- Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s^{-1} , una amplitud de $0,02 \text{ m}$ y una frecuencia de 10 Hz . Determina:
 - El período y la longitud de onda.
 - La expresión matemática de la onda si en $t = 0 \text{ s}$ la partícula situada en el origen está en la posición de máxima elongación positiva.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $T = 0,100 \text{ s}$; $\lambda = 2,00 \text{ m}$; b) $y = 0,0200 \sin(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$.

[Borre los datos.](#)

| Ecuación | $y = A$ | sen | $(\omega t \pm kx + \phi_0)$ |
|--------------------|----------------|-----|------------------------------|
| Amplitud | $A =$ | | |
| | | | |
| | | | |
| en el instante | $t =$ | s | |
| Elongación inicial | $y_0 =$ | m | |
| Diferencia de fase | $\Delta\phi =$ | rad | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, en la celda situada a la derecha de «Ecuación» puede elegir entre «sen» y «cos». Por defecto es «sen».

Escriba el valor (0,02) de la amplitud en la celda situada a la derecha de « $A =$ » y [elija](#) a la unidad (m).

Debajo de «Amplitud» elija la opción «Frecuencia», y escriba su valor (10) en la celda situada a la derecha de « $f =$ ».

Debajo de ella, elija la opción «Velocidad de propagación» y escriba su valor (20) en la celda situada a la derecha de « $v =$ ».

Para el apartado b) escriba 0 en la celda situada a la derecha de «en el instante $t =$ », y 0,02 en la celda situada a la derecha de «Elongación inicial $y_0 =$ ».

| Ecuación | $y = A$ | sen | $(\omega t \pm kx + \phi_0)$ |
|--------------------------|----------------|--------|------------------------------|
| Amplitud | $A =$ | 0,02 m | |
| Frecuencia | $f =$ | 10 Hz | |
| Velocidad de propagación | $v =$ | 20 m/s | |
| | | | |
| en el instante | $t =$ | 0 s | |
| Elongación inicial | $y_0 =$ | 0,02 m | |
| Diferencia de fase | $\Delta\phi =$ | rad | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Elija las opciones «Período» y «Longitud de onda» en las celdas de color naranja debajo de «Atributos».

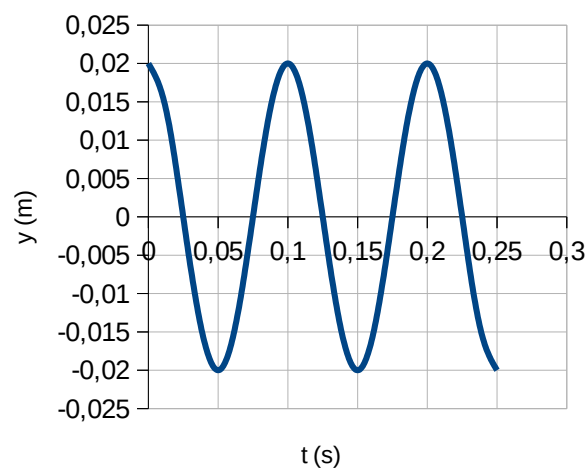
b) Elija «general», en la celda situada a la derecha de «Ecuación» y «Elongación» debajo de ella. Para que aparezca π en la expresión de la elongación, elija la opción « π » en la celda de color naranja situada debajo del número de cifras significativas.

| | | | |
|------------------|---|--------------------------|-------|
| | | Cifras significativas: 3 | |
| Ecuación | general | | π |
| Elongación | $y = 0,0200 \sin(20 \pi t - \pi x + \pi/2) \text{ (m)}$ | | |
| Valor | | | |
| Atributos | | | |
| Período | $T =$ | 0,100 s | |
| Longitud de onda | $\lambda =$ | 2,00 m | |

GRÁFICAS

También puede ver una gráfica de la elongación de un punto en $x = 0$, entre 0 y 0,25 s:

| Posición (cm) | | mín. | máx. |
|---------------|------------|------|------|
| 0 | Tiempo (s) | 0 | 0,25 |



2. La expresión matemática de una onda armónico transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje x es: $y = 0,5 \sin [2\pi (3t - x)]$ (unidades en el SI). Determina:
- Los valores de la longitud de onda, velocidad de propagación, velocidad y aceleración máximas de vibración de los puntos de la cuerda.
 - La distancia mínima que separa dos puntos de la cuerda que en un mismo instante vibran desfasados 2π radianes.

(A.B.A.U. ord. 22)

Rta.: a) $\lambda = 1 \text{ m}$; $v_p = 3,00 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$; $v_m = 9,42 \text{ m/s}$; $a_m = 177 \text{ m/s}^2$; b) $\Delta x = \lambda = 1 \text{ m}$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema». En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha. Como la ecuación es $y = 0,5 \sin [2\pi (3t - x)]$, comparada con $y = \sin[2\pi(t/T - x/\lambda)]$, se puede deducir que: $1/T = f = 3 \text{ Hz}$ y $1/\lambda = 1 \text{ m}^{-1}$. En la celda correspondiente a «Diferencia de fase», situada a la derecha de « $\Delta\varphi =$ » puede escribir 2 :pi, o =2*PI().

| Ecuación | | $y = A$ | sen | $(\omega t \pm kx + \varphi_0)$ |
|----------------------------|-------------------|---------|-----------------|---------------------------------|
| Amplitud | $A =$ | 0,5 | m | |
| Frecuencia | $f =$ | 3 | Hz | |
| Número de onda $1/\lambda$ | $n =$ | 1 | m^{-1} | |
| | | | | |
| en el instante | $t =$ | | s | |
| Elongación inicial | $y_0 =$ | | m | |
| Diferencia de fase | $\Delta\varphi =$ | 2 π | rad | |

Puede comprobar que la elección de los atributos es la correcta en RESULTADOS, eligiendo la opción «Elongación» en la celda situada debajo de «Ecuación» y la opción « π » en la celda situada debajo del número de cifras significativas, y escribiendo 2 en la celda situada a su izquierda.

| | | | | |
|------------|---|------------------------|--|---------|
| | | Cifras significativas: | | 3 |
| Ecuación | | general | | 2 π |
| Elongación | $y = 0,500 \sin 2\pi(3t - x) \text{ (m)}$ | | | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

- a) Elija la opción «Velocidad» en la celda situada debajo de «Valor», y la opción «Longitud de onda» en la segunda celda debajo de «Atributos».

| Valor | Máximo | |
|--------------------------|-------------|----------|
| Velocidad | $v_m =$ | 9,42 m/s |
| Atributos | | |
| | | |
| Longitud de onda | $\lambda =$ | 1,00 m |
| Velocidad de propagación | $v =$ | 3,00 m/s |

Cambie la opción «Velocidad» por «Aceleración», par ver la aceleración máxima.

| | | |
|-------------|---------|--------------------|
| Aceleración | $a_m =$ | 178 m/s^2 |
|-------------|---------|--------------------|

- b) Fíjese en la última línea de RESULTADOS.

| | | | | |
|------------------------|--------------|-----------|------------------------------------|--|
| Distancia entre puntos | $\Delta x =$ | 1,00 m si | $\Delta\varphi = 6,28 \text{ rad}$ | |
|------------------------|--------------|-----------|------------------------------------|--|

Puede elegir la opción « π » en la celda de color naranja de la derecha.

| | | | | |
|------------------------|--------------|-----------|-------------------------------------|-------|
| Distancia entre puntos | $\Delta x =$ | 1,00 m si | $\Delta\varphi = 2 \pi \text{ rad}$ | π |
|------------------------|--------------|-----------|-------------------------------------|-------|

◊ Espejos y lentes

En la pestaña «Optica» se pueden resolver ejercicios de espejos y lentes. Se puede calcular:

- La posición y tamaño de la imagen de un objeto producida por un espejo o una lente.
- Un esquema con las posiciones y tamaños del objeto y su imagen.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

- Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm.
 - Determina la posición y el tamaño de la imagen.
 - Dibuja un esquema (marcha de rayos) con la posición del objeto, la lente y la imagen.

(A.B.A.U. extr. 23)

Rta.: a) $s' = -7,5$ cm; $y' = 1,5$ cm.

[Borre los datos.](#)

| Lente | convergente | Unidades | cm |
|--------|---------------|-------------|----|
| | Posición (cm) | Altura (cm) | |
| Foco | | | |
| Objeto | | | |
| Imagen | | | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, [elija](#) la opción «Lente» en la primera celda de color naranja.

Elija la opción «Foco» en la celda de color naranja debajo de ella.

Escriba el valor de la posición del foco, con signo «-» (-20), en la celda situada a la derecha de «Foco». A etiqueta de la lente cambia la «divergente».

Escriba en la celda situada a la derecha de «Objeto» el valor de la posición del objeto (4), pero le dará un mensaje de que tiene que ser negativa. Ponga el signo «-» (-4).

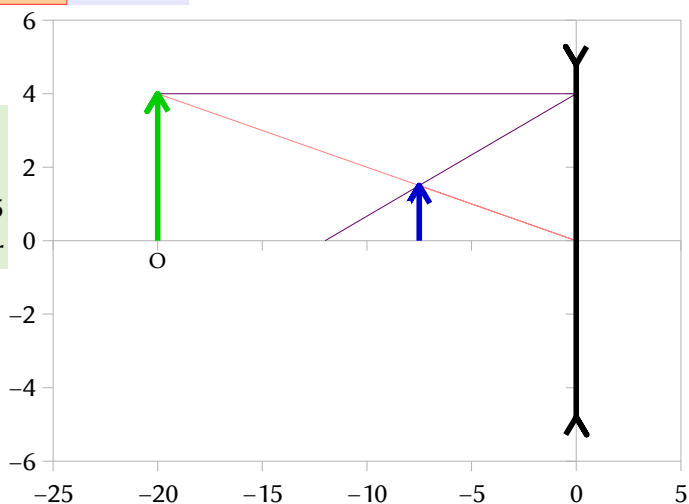
Escriba la altura del objeto en la celda de la derecha.

| Lente | divergente | Unidades | cm |
|--------|---------------|-------------|----|
| | Posición (cm) | Altura (cm) | |
| Foco | -12 | | |
| Objeto | -20 | 4 | |
| Imagen | | | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

| | Posición (cm) | Altura (cm) | |
|---------------|---------------|-------------|---------|
| Objeto | -20,0 | 4,00 | Aumento |
| Imagen | -7,50 | 1,50 | 0,375 |
| Imagen | Virtual | Derecha | Menor |

GRÁFICA



2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:
- La posición del objeto si se usa un espejo cóncavo de $R = 15$ cm.
 - La posición del objeto si se usa una lente convergente con la misma distancia focal que el espejo.
- Dibuja la marcha de los rayos para los dos apartados anteriores.

(P.A.U. jun. 11)

Rta.: a) $s_e = -11$ cm; b) $s_l = -11$ cm.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y [péguelo](#) en la celda situada debajo de «Problema».

Elija la opción «cm» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Unidades».

a) Cambie la opción «Lente» por «Espejo».

En la celda de color naranja más abajo elija la opción «Centro (radio)» y escriba 15 en la celda situada a su derecha. Verá que aparece la etiqueta «convexo» a la derecha de «espejo». Para que el espejo sea cóncavo, el radio tiene que ser negativo. Escriba -15 en lugar de 15. Para emplear el dato «doble tamaño», elija la opción «Aumento ↑» en la celda de color naranja situada debajo de «Altura (cm)». Escriba 2 en la celda de color blanco situada encima de ella. Verá en RESULTADOS que la imagen es virtual. Para que sea real, deberá cambiar el signo del aumento y escribir -2.

| | | | |
|----------------|---------------|-------------|----|
| Espejo | cóncavo | Unidades | cm |
| | Posición (cm) | Altura (cm) | |
| Centro (radio) | -15 | | |
| Objeto | | 1,5 | |
| | | -2 | |
| | | Aumento ↑ | |

RESULTADOS y GRÁFICA

| | | | |
|--------|-------------------|-------------|---------|
| | Posición del foco | -7,50 cm | |
| | Posición (cm) | Altura (cm) | |
| Objeto | -11,3 | 1,50 | Aumento |
| Imagen | -22,5 | -3,00 | -2,00 |
| Imagen | Real | Invertida | Mayor |

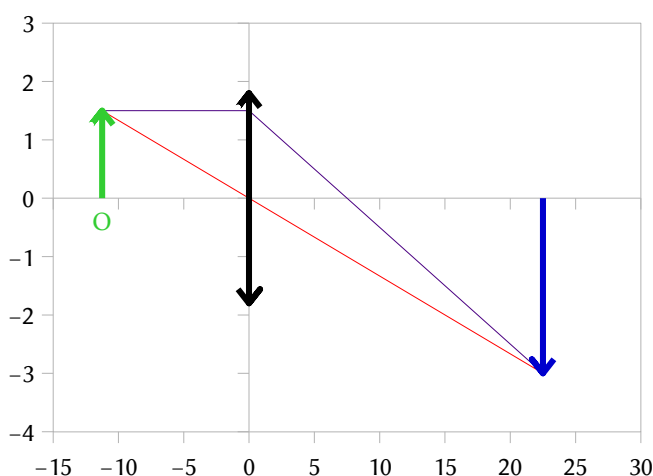
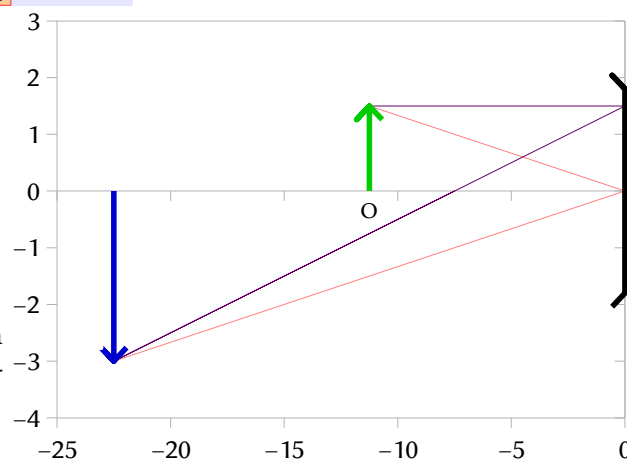
Anote la posición del foco para el apartado b).

b) Cambie la opción «Espejo» por «Lente», y la opción «Centro (radio)» por «Foco». Escriba 7,5 en la celda situada a su derecha y compruebe que la lente es convergente. (Si escribiera -7,5, la lente sería divergente).

| | | | |
|--------|---------------|-------------|----|
| Lente | convergente | Unidades | cm |
| | Posición (cm) | Altura (cm) | |
| Foco | 7,5 | | |
| Objeto | | 1,5 | |
| | | -2 | |
| | | Aumento ↑ | |

RESULTADOS y GRÁFICA

| | | | |
|--------|---------------|-------------|---------|
| | Posición (cm) | Altura (cm) | |
| Objeto | -11,3 | 1,50 | Aumento |
| Imagen | 22,5 | -3,00 | -2,00 |
| Imagen | Real | Invertida | Mayor |



♦ Dioptrio plano

En la pestaña «Dioptrio» se pueden resolver ejercicios de dioptrio plano. Se puede calcular:

- El ángulo de refracción en un segundo o tercer medio y el ángulo límite.
- La longitud de onda de la onda refractada.
- Un esquema con la trayectoria de los rayos.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14}$ Hz incide con un ángulo de incidencia de 30° sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:

- a) Enuncia las leyes de la refracción y dibuja la marcha de los rayos en el aire y en el interior de la lámina de vidrio.
- b) Calcula la longitud de onda de la luz en el aire y en el vidrio, y la longitud recorrida por el rayo en el interior de la lámina.
- c) Halla el ángulo que forma el rayo de luz con la normal cuando emerge de nuevo al aire.

Dato: $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s

(P.A.U. sep. 14)

Rta.: b) $\lambda(\text{aire}) = 600$ nm; $\lambda(\text{vidrio}) = 400$ nm; $L = 10,6$ cm; c) $\theta_{r2} = 30^\circ$

[Borre los datos.](#)

| Índice de refracción | | Ángulo de incidencia | Espesor |
|----------------------|-----|----------------------|---------|
| Medios | n | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|--|--|--|--|
| | | | |
|--|--|--|--|

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Elija, en las celdas de color naranja debajo de «Medios» las opciones «Aire» y «Vidrio». Cambie el valor del índice de refracción del vidrio a 1,5 y escriba el valor (30) del ángulo de incidencia.

Escriba el valor (10) del espesor de la lámina a la derecha de la etiqueta «Espesor».

En la última línea, elija «Frecuencia» en la celda de color naranja de la izquierda.

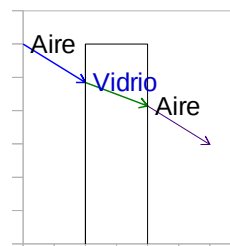
Puede copiar ([Ctrl]+[C]) en el enunciado la frecuencia ($5 \cdot 10^{14}$) y pegarla ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escribir, en formato científico «hoja de cálculo» o en el habitual, su valor (5E14 o $5 \cdot 10^{14}$) en la celda de color blanco situada a la derecha de «Frecuencia».

| Índice de refracción | | Ángulo de incidencia | Espesor |
|----------------------|-----|----------------------|---------|
| Medios | n | | |
| Aire | 1 | | |
| Vidrio | 1,5 | | |
| Aire | 1 | | |

| | | |
|------------|-------------------|----|
| Frecuencia | $5 \cdot 10^{14}$ | Hz |
|------------|-------------------|----|

Los RESULTADOS, con 3 cifras significativas, son:

| | Ángulo refractado | límite |
|---|-------------------|--------|
| Aire-Vidrio | 19,5° | |
| Vidrio-Aire | 30,0° | 41,8° |
| Longitud recorrida por el rayo en la lámina | 10,6 cm | |
| | Aire | Vidrio |
| Longitud de onda | 600 | 400 |
| | | 600 nm |



♦ Efecto fotoeléctrico

En la pestaña «Fotoelectr» se pueden resolver ejercicios de efecto fotoeléctrico. Se puede calcular:

- A partir de la ecuación de Einstein cualquiera de las magnitudes relacionadas con la energía para el cátodo (trabajo de extracción, frecuencia o longitud de onda umbral), los fotones (energía, frecuencia o longitud de onda) o los electrones (energía, velocidad máxima o potencial de frenado).
- Una gráfica para la energía cinética o potencial de frenado de los electrones en función de la frecuencia de los fotones o de la energía o frecuencia de los fotones en función de la energía cinética o potencial de frenado de los electrones

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

- Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4,8 \cdot 10^{-19}$ J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:
 - La velocidad máxima de los electrones emitidos.
 - La longitud de onda de la radiación incidente.
 - Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.

Datos: $|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s⁻¹; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

(A.B.A.U. extr. 19)

Rta.: a) $v = 8,4 \cdot 10^5$ m/s; b) $\lambda = 250$ nm.

Borre los datos.

| | |
|----------------------------------|--|
| Cátodo (Elija una unidad →) | |
| Fotones (Elija una unidad →) | |
| Electrones (↑ Elija la magnitud) | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS [elija](#) la opción «J» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Cátodo». La etiqueta cambiará a «Trabajo de extracción». Copie ([Ctrl]+[C]) el valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↵])+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (7E14) o en el habitual ($7,0 \cdot 10^{14}$), en la celda situada a la derecha de « $W_0 =$ ».

Elija la opción «Potencial de frenado» en la celda situada encima de «Electrones (↑ Elija la magnitud)». Escriba su valor (2) en la celda situada a la derecha de «V=».

| | | | |
|-----------------------|---------|----------------------|---|
| Trabajo de extracción | $W_0 =$ | $4,8 \cdot 10^{-19}$ | J |
| Potencial de frenado | V = | 2 | V |
| de los electrones | | | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

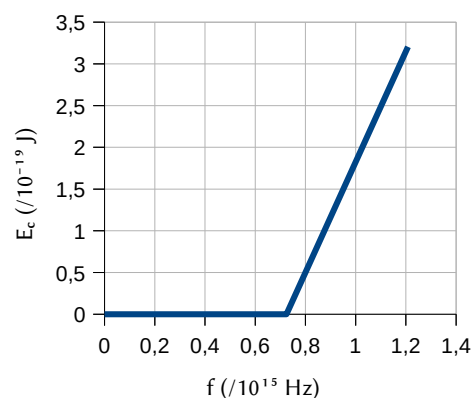
- Elija la opción «Velocidad máxima», en la celda situada encima de «Electrones (↑ Elija la magnitud)»
- Elija la opción «nm» o «m» en la fila de «Fotones (Elija una unidad →)». La etiqueta cambia:

| | | | |
|---------------------------------|-------------|-------------------|-----|
| Longitud de onda de los fotones | $\lambda =$ | 248 | nm |
| Velocidad máxima | $v =$ | $8,39 \cdot 10^5$ | m/s |
| de los electrones | | | |

En GRÁFICAS elija la opción «electrones» en la celda de color naranja situada a la derecha de «de los», «Energía cinética» a la izquierda de «frente a», y «Frecuencia» su derecha.

| | | |
|-------------------|----------|------------|
| Energía cinética | frente a | Frecuencia |
| de los electrones | | de los |

Si lo desea, escriba el valor de la frecuencia máxima a la derecha de «f=». El valor máximo prefijado es el doble de la frecuencia umbral.



2. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcula:

- La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de $1,00 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
- El potencial de frenado.
- La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por metal con velocidad máxima.

Datos: $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $|q(y)| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$; $m(y) = 9,1 \times 10^{-31}$.

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a) $\lambda = 4,32 \text{ nm}$; b) $V = 284 \text{ V}$; c) $\lambda_d = 72,7 \text{ pm}$.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS **elija** la opción «eV» en la celda de color naranja situada a la derecha de «Cátodo». La etiqueta cambiará a «Trabajo de extracción». Escriba el valor (2,5) en la celda situada a la derecha de « $W_0 =$ ».

Elija la opción «Velocidad máxima» en la celda de color naranja situada encima de «Electrones». Copie ([Ctrl]+[C]) su valor en el enunciado y péguelo ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) o escríbalo, en formato científico «hoja de cálculo» (1E7) o en el habitual ($1 \cdot 10^7$), en la celda situada a la derecha de « $v =$ ».

| | | | |
|---------------------------------------|---------|-------------------|-----|
| Trabajo de extracción | $W_0 =$ | 2,5 | eV |
| Velocidad máxima de los electrones | $v =$ | $1,00 \cdot 10^7$ | m/s |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Elija la opción «Potencial de frenado», en la celda de color naranja situada encima de «Electrones (↑ Elija la magnitud)»

| | | | |
|---|-------------|------|----|
| Longitud de onda de los fotones | $\lambda =$ | 4,32 | nm |
| Potencial de frenado de los electrones | $V =$ | 284 | V |

c) Cambie la opción «Potencial de frenado» por «Longitud de onda de De Broglie».

| | | | |
|--------------------------------|---------------|-----------------------|---|
| Longitud de onda de De Broglie | $\lambda_d =$ | $7,27 \cdot 10^{-11}$ | m |
|--------------------------------|---------------|-----------------------|---|

♦ Energía nuclear

En la pestaña «EnerNuclear» se pueden resolver ejercicios de energía nuclear. Se puede calcular:

- La energía de enlace por nucleón.
- La energía liberada en una reacción nuclear.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

1. Para el núcleo de uranio, $^{238}_{92}\text{U}$, calcula:

- El defecto de masa.
- La energía de enlace nuclear.
- La energía de enlace por nucleón.

Datos: $m(^{238}_{92}\text{U}) = 238,051 \text{ u}$; $1 \text{ g} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ u}$; $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m(\text{p}) = 1,007277 \text{ u}$; $m(\text{n}) = 1,008665 \text{ u}$

(A.B.A.U. extr. 18)

Rta.: a) $\Delta m = 1,883 \text{ u} = 3,128 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; b) $E_e = 2,81 \cdot 10^{-10} \text{ J/átomo}$; c) $E_{en} = 1,18 \cdot 10^{-12} \text{ J/nucleón}$.

[Borre los datos.](#)

| | N.º atómico | Z | N.º másico A |
|----------------------|-------------|---|--------------|
| Partícula proyectil | | | |
| Núclido diana | | | |
| Núclido formado | | | |
| 2º núclido/partícula | | | |
| Masa de la muestra | | | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↵]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

Escriba el valor de la carga (92) en la celda situada a la derecha de «Núclido formado», y de su masa en la celda de la derecha (238,051). Elija la unidad (u) en la celda de color naranja situada a su derecha.

| | Carga | (e ⁺) | Masa |
|----------------------|-------|-------------------|----------|
| Partícula proyectil | | | |
| Núclido diana | | | |
| Núclido formado | 92 | | 238,05 u |
| 2º núclido/partícula | | | |
| Masa de la muestra | | | |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

a) Elija la opción «u» o «kg», en la celda de color naranja situada a la izquierda de «/átomo».

| | | | |
|--|--------------|-------|----------|
| $92 \text{ } ^1_1\text{H} + 146 \text{ } ^1_0\text{n} \rightarrow ^{238}_{92}\text{U}$ | | | |
| Defecto de masa | $\Delta m =$ | -1,88 | u /átomo |

b) Elija ahora «J» o «MeV» en la misma celda.

| | | | |
|-------------------|---------|------------------------|----------|
| Energía de enlace | $E_e =$ | $-2,81 \cdot 10^{-10}$ | J /átomo |
|-------------------|---------|------------------------|----------|

c) Elija la opción «/nucleón» en vez de «/átomo» en la celda de color naranja situada a su derecha.

| | | | |
|-------------------|---------|------------------------|------------|
| Energía de enlace | $E_e =$ | $-1,18 \cdot 10^{-12}$ | J /nucleón |
|-------------------|---------|------------------------|------------|

2. El isótopo del boro ${}^{10}_5\text{B}$ es bombardeado por una partícula α y se produce ${}^{13}_6\text{C}$ y otra partícula.

a) Escribe la reacción nuclear.

b) Calcula la energía liberada por núcleo de boro bombardeado.

c) Calcula la energía liberada si se considera 1 g de boro.

Datos: masa atómica(${}^{10}_5\text{B}$) = 10,0129 u; masa atómica(${}^{13}_6\text{C}$) = 13,0034 u; masa(α) = 4,0026 u; masa(proton) = 1,0073 u; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s; $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ mol $^{-1}$; 1 u = $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg. (P.A.U. sep. 16)

Rta.: a) ${}^{10}_5\text{B} + {}^4_2\text{He} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$; b) $E = 7,15 \cdot 10^{-13}$ J/átomo; c) $E_2 = 43,1$ GJ/g.

Borre los datos. Copie ([Ctrl]+[C]) el enunciado y **péguelo** en la celda situada debajo de «Problema».

En DATOS, escriba o pegue ([Ctrl]+[Alt]+[↕]+[V]) los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y **elija** las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

| | Carga | (e ⁺) | Masa | |
|----------------------|-------|-------------------|---------|----------|
| Partícula proyectil | | 2 | 4 u | |
| Núclido diana | | 5 | 10,01 u | |
| Núclido formado | | 6 | 13 u | |
| 2º núclido/partícula | | | | |
| | | | | |
| Masa de la muestra | | | 1 g | N. diana |

En RESULTADOS aparece un mensaje:

Faltan datos: $\Delta Z = -1$; $\Delta A = -1$

Esto indica que falta una partícula de $A = 1$ y $Z = 1$.

Por tanto, hay que añadir los datos del protón debajo de los de «Núclido formado»

| | | |
|-------------------|---|--------|
| Núclido formado | 6 | 13 u |
| Partícula emitida | 1 | 1,01 u |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

a) Elija la opción «J» o «MeV», en la celda de color naranja situada a la izquierda de «/átomo».

| | | | |
|--|-------|------------------------|-------------------------|
| ${}^4_2\text{He} + {}^{10}_5\text{B} \rightarrow {}^{13}_6\text{C} + {}^1_1\text{H}$ | | | |
| Energía | $E =$ | $-7,16 \cdot 10^{-13}$ | J /átomo |
| Energía de la muestra | $E =$ | $4,31 \cdot 10^{10}$ | J/g ${}^{10}_5\text{B}$ |

♦ Desintegración radiactiva

En la pestaña «Desintegr» se pueden resolver ejercicios de desintegración radiactiva. Se puede calcular:

- La cantidad de sustancia radiactiva que queda al cabo de un tiempo, y su actividad radiactiva, conocido el dato del período de semidesintegración o la vida media y viceversa.

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

- El $^{210}_{82}\text{Pb}$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene chumbo.
 - Escribe las reacciones nucleares descritas.
 - El período de semidesintegración del $^{210}_{82}\text{Pb}$ es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de átomos diera elemento y transcurrieron 100 años, calcula el número de núcleos radioactivos que quedan sin desintegrar y la actividad inicial de la muestra.

Dato: $E_{n\text{ la}} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

(A.B.A.U. ord. 23)

Rta: a) $^{210}_{82}\text{Pb} \rightarrow {}^0_{-1}\text{e} + {}^{210}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}^0_{-1}\text{e} + {}^{210}_{84}\text{Po} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^{206}_{82}\text{Pb}$; b) $N = 8,07 \cdot 10^{22}$ núcleos; $A_0 = 1,78 \cdot 10^{15} \text{ Bq}$.

[Borre los datos.](#)

| | | | |
|--|------------------|--------------|-------|
| | | | |
| | Cantidad inicial | | |
| | | | |
| | Después de... | $\Delta t =$ | |
| | Masa atómica | $M =$ | g/mol |
| | Tiempo | $t =$ | |

Para ver el enunciado en la misma hoja, selecciónelo en la página de origen y cópielo ([Ctrl]+[C]).

Pulse en la celda de la hoja de cálculo situada debajo de la etiqueta «Problema», y [pegue el enunciado](#).

En DATOS, [elija](#) la opción «Período de semidesintegración» en la primera celda de la izquierda de color naranja.

Escriba los valores de las magnitudes en las celdas de color blanco correspondientes a ellas, y [elija](#) las unidades en las celdas de color naranja situadas a su derecha.

| | | | |
|-------------------------------|--------------|------|-------|
| Período de semidesintegración | $T =$ | 22,3 | años |
| Cantidad inicial | $N_0 =$ | 3 | mol |
| | | | |
| Después de... | $\Delta t =$ | | |
| Masa atómica | $M =$ | | g/mol |
| Tiempo | $t =$ | 100 | años |

En RESULTADOS, se puede cambiar el número prefijado (3) de cifras significativas por otro entre 1 y 6.

Elija la opción «átomos» en la celda de color naranja situada a la derecha de «clic →».

| | | |
|-------------|----------------------|--------|
| | Cantidad | átomos |
| Inicial | $1,81 \cdot 10^{24}$ | |
| En 100 años | $8,07 \cdot 10^{22}$ | |
| | | |
| | Actividad | Bq |
| Inicial | $1,78 \cdot 10^{15}$ | |

Actualizado: 13/07/24

Sumario

PROBLEMAS DE FÍSICA DE 2.º DE BACHILLERATO

| | |
|--|-----------|
| Comienzo..... | 1 |
| Teclado y ratón..... | 1 |
| Datos..... | 1 |
| Como pegar el enunciado en la hoja de cálculo..... | 2 |
| Otros cálculos..... | 2 |
| Otros consejos..... | 3 |
| Tipos de problemas..... | 3 |
| Ejemplos..... | 4 |
| Cálculo de coordenadas para figuras regulares..... | 5 |
| 1. Calcula las coordenadas de un triángulo equilátero de 80 cm de lado con la base en el eje X y el vértice superior en el eje Y..... | 5 |
| Satélites..... | 7 |
| 1. El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre..... | 7 |
| 2. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de $7,00 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ | 8 |
| 3. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determine:..... | 8 |
| 4. La masa del planeta Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,533 veces el radio de la Tierra. Calcule:..... | 9 |
| Masas o cargas puntuales: Masas..... | 11 |
| 1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:..... | 11 |
| Masas o cargas puntuales: Cargas..... | 13 |
| 1. Dos cargas eléctricas positivas de 3 nC cada una están fijas en las posiciones (2, 0) y (-2, 0) y una carga negativa de -6 nC está fija en la posición (0,-1)..... | 13 |
| 2. Tres cargas de -2, 1 y 1 μC están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m del centro del mismo..... | 15 |
| 3. Una carga q de 2 mC está fija en el punto A (0, 0), que es el centro de un triángulo equilátero de lado $3\sqrt{3}$ m. Tres cargas iguales Q están en los vértices y la distancia de cada carga Q al punto A es 3 m. El conjunto está en equilibrio electrostático. Calcula:..... | 16 |
| Equilibrio 2 o 3 cargas o masas..... | 18 |
| 1. Una nave sitúa un objeto de 20 kg de masa entre la Tierra y el Sol en un punto donde la fuerza gravitatoria neta sobre el objeto es nula. Calcula en ese punto:..... | 18 |
| 2. En un punto de coordenadas (0, 3) está situada una carga $q_1 = 7,11 \text{ nC}$, y en el punto de coordenadas (4, 0) está situada otra carga $q_2 = 3,0 \text{ nC}$. Calcula:..... | 19 |
| 3. Una carga eléctrica puntual de valor Q ocupa la posición (0,0) del plano XY en el vacío. En un punto A del eje X el potencial eléctrico es $V = -120 \text{ V}$ y el campo eléctrico es $E = -80 \text{ i N/C}$. Si las coordenadas están dadas en metros, calcula:..... | 21 |
| Péndulo en un campo eléctrico..... | 22 |
| 1. En una región del espacio en la que hay un campo eléctrico de intensidad $E = 6\cdot 10^3 \text{ i N C}^{-1}$ cuelga, de un hilo de 20 cm de longitud, una esfera metálica que posee una carga eléctrica de 8 μC y tiene una masa de 4 g. Calcula:..... | 22 |
| 2. Un péndulo está constituido por una pequeña esfera metálica de masa $m = 1 \text{ g}$ y dimensiones despreciables, y un hilo inextensible de 150 cm de ancho y sin peso apreciable. Si la esfera tiene una carga positiva q y el péndulo se sitúa en una región donde existe un campo eléctrico uniforme de intensidad $E = 10^5 \text{ N/C}$. Calcula:..... | 23 |
| Esferas concéntricas..... | 24 |
| 1. Una esfera conductora de radio 4 cm tiene una carga de +8 μC en equilibrio eléctrico. Calcula cuánto valen en puntos que distan 0, 2 y 6 cm del centro de la esfera:..... | 24 |
| 2. Dos conductores esféricos concéntricos, huecos, tienen de radios 4 y 8 cm, respectivamente. La esfera interior tiene una carga de 24 nC y la exterior 40 nC. Determina:..... | 25 |
| Partículas cargadas en un campo magnético..... | 26 |

| | |
|--|-----------|
| 1. Uno protón con una energía cinética de $4,0 \cdot 10^{-15}$ J penetra perpendicularmente en un campo magnético uniforme de 40 mT. Calcula:..... | 26 |
| 2. Una partícula de masa 8 ng y carga eléctrica $-2 \mu\text{C}$ entra en una región del espacio en la que hay un campo magnético $B = 3 \text{ j T}$, con una velocidad $v = 6 \text{ i km} \cdot \text{s}^{-1}$. Calcula:..... | 27 |
| Campo y fuerza magnética entre conductores paralelos..... | 28 |
| 1. Dos conductores rectilíneos, paralelos e infinitos, están situados en el plano yz, en la dirección del eje z, separados una distancia de 80 cm. Si por cada uno de ellos circula una corriente de 12 A en sentidos contrarios, calcula:..... | 28 |
| Movimiento armónico simple..... | 29 |
| 1. La energía total de un cuerpo de masa 0,5 kg que realiza un movimiento armónico simple es $6,0 \cdot 10^{-3}$ J y la fuerza máxima que actúa sobre él es 0,3 N..... | 29 |
| 2. Se cuelga un cuerpo de 10 kg de masa de un resorte y se alarga 2,0 cm. Después se le añaden otros 10 kg y se le da un tirón hacia abajo, de modo que el sistema comienza a oscilar con una amplitud de 3,0 cm..... | 30 |
| Péndulo..... | 32 |
| 1. Un péndulo simple de longitud $l = 2,5 \text{ m}$, se desvía del equilibrio hasta un punto a 0,03 m de altura y se suelta. Calcula:..... | 32 |
| Ondas..... | 33 |
| 1. Una onda se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s^{-1} , una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determina:..... | 33 |
| 2. La expresión matemática de una onda armónico transversal que se propaga por una cuerda tensa orientada según el eje x es: $y = 0,5 \sin [2\pi (3t - x)]$ (unidades en el SI). Determina:..... | 35 |
| Espejos y lentes..... | 36 |
| 1. Un objeto de 4 cm de altura está situado 20 cm delante de una lente delgada divergente de distancia focal 12 cm..... | 36 |
| 2. Se quiere formar una imagen real y de doble tamaño de un objeto de 1,5 cm de altura. Determina:..... | 37 |
| Dioptrio plano..... | 38 |
| 1. Un rayo de luz de frecuencia $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide con un ángulo de incidencia de 30° sobre una lámina de vidrio de caras plano-paralelas de espesor 10 cm. Sabiendo que el índice de refracción del vidrio es 1,50 y el del aire 1,00:..... | 38 |
| Efecto fotoeléctrico..... | 39 |
| 1. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4,8 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:..... | 39 |
| 2. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcula:..... | 40 |
| Energía nuclear..... | 41 |
| 1. Para el núcleo de uranio, ${}^{238}_{92}\text{U}$, calcula:..... | 41 |
| 2. El isótopo del boro ${}^{10}_5\text{B}$ es bombardeado por una partícula α y se produce ${}^{13}_6\text{C}$ y otra partícula..... | 42 |
| Desintegración radiactiva..... | 43 |
| 1. El ${}^{210}_{82}\text{Pb}$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene chumbo..... | 43 |