Vibracións

MÉTODO E RECOMENDACIÓNS

● MÉTODO

1. En xeral:
   a) Debúxanse as forzas que actúan sobre o sistema.
   b) Calcúlase cada forza.
   c) Calcúlase a resultante polo principio de superposición.
   d) Aplícase a 2ª lei de Newton (lei Fundamental da Dinámica): $\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$. Como a aceleración ten a mesma dirección e sentido que a forza resultante, pódese escribir para os módulos

$$|\Sigma\overline{\boldsymbol{F}}| = m \cdot |\overline{\boldsymbol{a}}| = m \cdot a.$$

2. Nos problemas de resortes:
   Se o resorte móvese nun eixo vertical, o tratamento é o mesmo que si o fixese nunha liña horizontal, tendo en conta que a orixe é a posición de equilibrio, o punto no que a forza elástica equilibra a forza peso.
   A ecuación de movemento nun M.H.S. é:

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) \quad \text{ou} \quad x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi'_0)$$

Nestas expresións:

- x é a elongación: separación da posición de equilibrio. Tamén é a posición do móbil no sistema de referencia elixido.
- A é a amplitude: elongación máxima.
- ω é a pulsación ou frecuencia angular: número de oscilacións do móbil en 2 π segundos. Está relacionada co período T e coa frecuencia f polas expresións: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- t é o tempo.
- φ_0 é a fase inicial. Emprégase para determinar a posición inicial x_0. Ten distinto valor coa función seno que coa función coseno: $\varphi_0 = \varphi'_0 + \pi / 2$

Para obter a ecuación de movemento hai que calcular os valores de A, ω e φ_0 a partir dos datos.

Cando se estira o resorte e se solta, o móbil oscila a ambos os dous lados da posición de equilibrio. O alongamento inicial é o alongamento máximo. Ese dato xa é a amplitude A.
Para calcular a frecuencia angular ω, no caso de non ter nin o período T nin a frecuencia f, emprégase o valor da constante elástica do resorte k.
A relación matemática entre a frecuencia angular ω e a constante elástica do resorte k é:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Pódese demostrar polo seguinte camiño:
Obtense a ecuación da velocidade derivando a ecuación de movemento con respecto ao tempo:

$$v = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\{A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{\mathrm{d}\,t} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Volvendo derivar obtense a ecuación da aceleración:

$$a = \frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\{A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{\mathrm{d}\,t} = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Ao substituír $A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$ por x queda:

$$a = -\omega^2 \cdot x$$

A aceleración é proporcional e de sentido contrario á elongación.
A forza resultante pode escribirse, pola 2ª lei de Newton, como:

$$F = m \cdot a = m\,(-\omega^2 \cdot x)$$

No movemento vertical, a forza resultante entre a forza elástica e o peso é unha forza recuperadora que se rexe pola expresión:

$$F = -k \cdot x$$

Igualando as dúas expresións queda:

$$-k \cdot x = m\,(-\omega^2 \cdot x)$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

A expresión de ω obtense despexando:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Para calcular a fase inicial φ_0, substitúese na ecuación de movemento o valor da posición inicial x_0 cando o tempo $t = 0$.

$$x_0 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot 0 + \varphi_0) = A \cdot \text{sen}(\varphi_0)$$

$$\varphi_0 = \text{arcsen}(x_0 / A)$$

No caso de que a posición inicial sexa a do resorte totalmente estirado sería (para $t = 0$, $x_0 = A$):

$$\varphi_0 = \text{arcsen}(1) = \pi/2 \text{ [rad]}$$

Neste caso é máis sinxelo escribir a ecuación de movemento en función do coseno porque $\varphi'_0 = 0$.
A enerxía potencial elástica en cada punto de elongación x é:

$$E_p = ½\, k \cdot x^2$$

Sendo unha forza conservativa, a enerxía mecánica valerá o mesmo para calquera elongación: é constante.

$$E = (E_c + E_p) = ½\, m \cdot v^2 + ½\, k \cdot x^2$$

No punto de elongación máxima a velocidade é nula.

$$E = ½\, m \cdot 0^2 + ½\, k \cdot A^2 = ½\, k \cdot A^2$$

● RECOMENDACIÓNS

1. Farase unha lista cos datos, pasándoos ao Sistema Internacional se non o estivesen.

2. Farase outra lista coas incógnitas.

3. Debuxarase un esbozo da situación, procurando que as distancias do esbozo sexan coherentes con ela. Deberase incluír cada unha das forzas ou das intensidades de campo, e a súa resultante.

4. Farase unha lista das ecuacións que conteñan as incógnitas e algún dos datos, mencionando á lei ou principio ao que se refiren.

5. En caso de ter algunha referencia, ao terminar de facer os cálculos farase unha análise do resultado para ver se é o esperado. En particular, comprobar que os vectores campo gravitacional teñen a dirección e o sentido acorde co esbozo.

6. En moitos problemas as cifras significativas dos datos son incoherentes. Resolverase o problema supoñendo que os datos que aparecen con unha ou dúas cifras significativas teñen a mesma precisión que o resto dos datos (polo xeral tres cifras significativas), e ao final farase un comentario sobre as cifras significativas do resultado.

Cuestións e problemas das Probas de avaliación de Bacharelato para o acceso á Universidade (A.B.A.U. e P.A.U.) en Galiza.
Respostas e composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.