Física del siglo XX

Método y recomendaciones

◊ PROBLEMAS

● Efecto fotoeléctrico

1. Al iluminar un metal con luz de frecuencia $2{,}5·10^{15}$ Hz se observa que emite electrones que pueden detenerse al aplicar un potencial de frenado de 7,2 V. Si la luz que se emplea con el mismo fin es de longitud de onda en el vacío $1{,}78·10^{-7}$ m, dicho potencial pasa a ser de 3,8 V. Determina:
   a) El valor de la constante de Planck.
   b) El trabajo de extracción del metal.
   Datos: $|q_e| = 1{,}6·10^{-19}$ C; $c = 3·10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 22)*
   Rta.: a) $h = 6{,}7·10^{-34}$ J·s ; b) $W_e = 5·10^{-19}$ J.

Datos	**Cifras significativas: 3**
Frecuencia de la 1.ª radiación	$f_1 = 2{,}50·10^{15}$ Hz
Potencial de frenado de la 1.ª radiación	$V_1 = 7{,}20$ V
Longitud de onda de la 2.ª radiación	$\lambda_2 = 1{,}78·10^{-7}$ m
Potencial de frenado de la 2.ª radiación	$V_2 = 3{,}80$ V
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00·10^8$ m/s
Carga del electrón	$q_e = -1{,}60·10^{-19}$ C
Incógnitas	
Constante de Planck	h
Trabajo de extracción	W_e
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y su longitud de onda	$c = f \cdot \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\, m \cdot v^2$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = \lvert e \rvert \cdot V$

Solución:

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63·10^{-34}$ J·s.
El potencial de frenado es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$

La ecuación de Einstein quedaría:

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

El trabajo de extracción y la constante de Planck pueden calcularse resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$h \cdot f_1 = W_e + q \cdot V_1$$
$$h \cdot f_2 = W_e + q \cdot V_2$$

Expresando la frecuencia f en función de la longitud de onda λ: $f = c / \lambda$ y sustituyendo los datos, quedaría:

$$\begin{cases} h \cdot 2{,}50 \cdot 10^{15} = W_e + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 7{,}20 \\ \dfrac{h \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{1{,}78 \cdot 10^{-7}} = W_e + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 3{,}80 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2{,}50 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 1{,}15 \cdot 10^{-18} \\ 1{,}69 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 6{,}08 \cdot 10^{-19} \end{cases}$$

Restándolas, se obtendría una expresión en función de h:

$$0{,}81 \cdot 10^{15} \cdot h = 5{,}4 \cdot 10^{-19}$$

Se calcula h, despejándola de la relación anterior:

$$h = \frac{5{,}4 \cdot 10^{-19}}{0{,}81 \cdot 10^{15}} = 6{,}7 \cdot 10^{-34} \text{ J·s}$$

Se calcula el trabajo de extracción sustituyendo el valor de h en la primera de las dos ecuaciones:

$$2{,}50 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-34} = W_e + 1{,}15 \cdot 10^{-18}$$

$$W_e = 2{,}50 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{-34} - 1{,}15 \cdot 10^{-18} = 5 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 3 \text{ eV}$$

Análisis: El valor obtenido de la constante de Planck es bastante parecido a $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s. *El valor del trabajo de extracción es razonable.*

2. En una célula fotoeléctrica, el cátodo se ilumina con una radiación de longitud de onda $\lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ m.
   a) Estudia si la radiación produce efecto fotoeléctrico, considerando que el trabajo de extracción corresponde a una frecuencia de $7{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz.
   b) Calcula la velocidad máxima de los electrones arrancados y la diferencia de potencial que hay que aplicar entre ánodo y cátodo para que se anule la corriente fotoeléctrica.
   DATOS: $|q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s. *(A.B.A.U. ord. 22)*
   Rta.: b) $v = 6{,}6 \cdot 10^5$ m/s; $V = 1{,}24$ V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda de la radiación	$\lambda = 3{,}00 \cdot 10^{-7}$ m
Frecuencia a la que corresponde el trabajo de extracción del metal	$f = 7{,}00 \cdot 10^{14}$ Hz
Constante de Planck	$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^{8}$ m/s
Carga del electrón	$q_e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_e = 9{,}10 \cdot 10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Trabajo de extracción	W_e
Energía de la radiación	E_f
Velocidad máxima con la que son emitidos los electrones	E_c
Potencial de frenado	V
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y su longitud de onda	$c = f \cdot \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

a) Se emplea la relación entre el trabajo de extracción, W_e, y la frecuencia umbral, f_0.
En la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico se sustituye la energía del fotón por su equivalente en la ecuación de Planck:

$$\left.\begin{array}{l} E_\text{f}=W_\text{e}+E_\text{c} \\ E_\text{f}=h\cdot f \end{array}\right\} h\cdot f=W_\text{e}+E_\text{c}$$

La radiación que tenga la frecuencia umbral tendrá la energía estrictamente necesaria para arrancar el electrón, pero no sobrará nada para comunicarle energía cinética.

$$h \cdot f_0 = W_\text{e} + 0$$

La relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción es:

$$W_\text{e} = h \cdot f_0$$

$$W_\text{e} = h \cdot f_0 = 6{,}62\cdot10^{-34}\ [\text{J·s}] \cdot 7{,}00\cdot10^{14}\ [\text{s}^{-1}] = 4{,}63\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula la frecuencia de la con la relación entre la longitud de onda y la frecuencia:

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3{,}00\cdot 10^{8}\ [\text{m·s}^{-1}]}{3{,}00\cdot 10^{-7}\ [\text{m}]}=1{,}00\cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

Con la ecuación de Planck, $E_\text{f} = h \cdot f$, se calcula la energía de la radiación incidente:

$$E_f = h \cdot f = 6{,}62\cdot10^{-34}\ [\text{J·s}] \cdot 1{,}00\cdot10^{15}\ [\text{s}^{-1}] = 6{,}62\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Se ve que es mayor que el trabajo de extracción, y, por lo tanto, produce efecto fotoeléctrico.

b) Para calcular la velocidad máxima de los electrones arrancados hay que calcular antes la energía cinética máxima de los electrones emitidos, a partir de la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_\text{c} = E_\text{f} - W_\text{e} = 6{,}62\cdot10^{-19}\ [\text{J}] - 4{,}63\cdot10^{-19}\ [\text{J}] = 1{,}99\cdot10^{-19}\ \text{J}$$

Ahora se calcula la velocidad:

$$E_\text{c} = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow\ v=\sqrt{\frac{2\,E_\text{c}}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1{,}99\cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ [\text{kg}]}}=6{,}60\cdot 10^{5}\ \text{m/s}$$

Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_\text{c} = |e| \cdot V \Rightarrow\ V=\frac{E_\text{c}}{|e|}=\frac{1{,}99\cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{1{,}60\cdot 10^{-19}\ [\text{C}]}=1{,}24\ \text{V}$$

3. Se ilumina un metal con luz monocromática de una cierta longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de $4{,}8\cdot10^{-19}$ J y el potencial de frenado es de 2,0 V, calcula:
   a) La velocidad máxima de los electrones emitidos.
   b) La longitud de onda de la radiación incidente.
   c) Representa gráficamente la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente.
   DATOS: $|q_\text{e}| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; $m_\text{e} = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg; $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s⁻¹; $c = 3\cdot10^{8}$ m ·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 19)*
   Rta.: a) $v = 8{,}4\cdot10^5$ m/s; b) λ =250 nm.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Trabajo de extracción del metal	$W_\text{e} = 4{,}8\cdot10^{-19}$ J
Potencial de frenado	$V = 2{,}0$ V
Constante de Planck	$h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}0\cdot10^{8}$ m/s
Carga del electrón	$\|e\| = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C
Masa del electrón	$m_\text{e} = 9{,}1\cdot10^{-31}$ kg
Incógnitas	
Velocidad máxima de los electrones emitidos	v
Longitud de onda de la radiación incidente	λ
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_\text{e} + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y su longitud de onda	$c = f \cdot \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$

Ecuaciones

Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado $E_c = |e| \cdot V$

Solución:

a) La energía cinética máxima de los electrones emitidos se calcula a partir del potencial de frenado:

$$E_c = |e| \cdot V = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}] \cdot 2{,}0\ [\text{V}] = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La velocidad se calcula a partir de la expresión de la energía cinética:

$$E_c = ½\ m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-20}\ [\text{J}]}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ [\text{kg}]}} = 8{,}4 \cdot 10^5\ \text{m/s}$$

b) Se calcula la energía de la radiación empleando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_f = W_e + E_c = 4{,}8 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] + 3{,}2 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] = 8{,}0 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

La frecuencia de los fotones incidentes se calcula usando la ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow f = \frac{E_f}{h} = \frac{8{,}0 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]} = 1{,}2 \cdot 10^{15}\ \text{s}^{-1} = 1{,}2 \cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

La longitud de onda de los fotones se calcula usando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

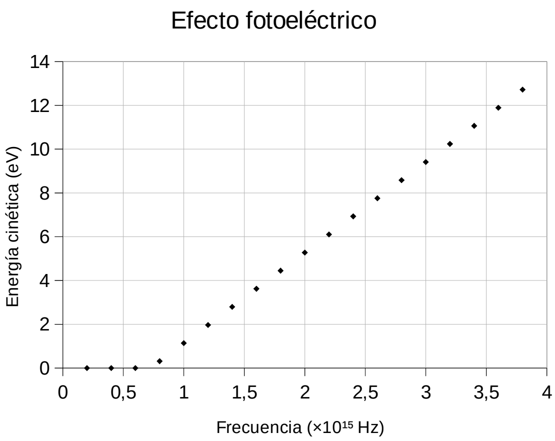
$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}0 \cdot 10^8\ [\text{m/s}]}{1{,}2 \cdot 10^{15}\ [\text{s}^{-1}]} = 2{,}5 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 250\ \text{nm}$$

c) Se calcula la frecuencia umbral combinando las ecuaciones de Planck y Einstein:

$$W_e = h \cdot f_0$$

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{4{,}8 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-24}\ [\text{J·s}]} = 7{,}2 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

Por debajo de la frecuencia umbral no hay electrones.
Se hace una tabla con valores de la frecuencia mayores al valor de la frecuencia umbral, y se calcula la energía cinética de los electrones con la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico.
La gráfica podría ser como la siguiente:



4. El trabajo de extracción para el sodio es de 2,50 eV. Calcula:
   a) La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que la velocidad máxima de los electrones emitidos sea de $1{,}00 \cdot 10^7$ m·s⁻¹.
   b) El potencial de frenado.
   c) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos por el metal con velocidad máxima.

   Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; $|q(e)| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; 1 nm = 10^{-9} m; $m(e) = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.

   (A.B.A.U. extr. 18)

   Rta.: a) $\lambda = 4{,}33$ nm; b) V = 284 V; c) $\lambda_B = 72{,}9$ pm.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Trabajo de extracción del sodio	$W_e = 2{,}50$ eV
Velocidad de los electrones emitidos	$v = 1{,}00 \cdot 10^7$ m/s
Constante de Planck	$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Masa del electrón	$m_e = 9{,}10 \cdot 10^{-31}$ kg
Carga del electrón	$|q_e| = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C

Incógnitas

Longitud de onda incidente para que la velocidad de los electrones emitidos sea $1{,}00 \cdot 10^7$ m/s	λ
Potencial de frenado	V
Longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones	λ_B
Otros símbolos	
Energía del fotón	E_f
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción	$W_e = h \cdot f_0$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y su longitud de onda	$c = f \cdot \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Longitud de onda de De Broglie	$\lambda = \dfrac{h}{m \cdot v}$

Solución:

a) Se calcula el trabajo de extracción en unidades del S.I.:

$$W_e = 2{,}50\ [\text{eV}] \cdot \frac{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]}{1\ [\text{e}]} = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{C·V} = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_c = m \cdot v^2 / 2 = 9{,}10 \cdot 10^{-31}\ [\text{kg}] \cdot (1{,}00 \cdot 10^7\ [\text{m/s}])^2 / 2 = 4{,}55 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

Se calcula la energía de la radiación empleando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_f = W_e + E_c = 4{,}00 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] + 4{,}55 \cdot 10^{-17}\ [\text{J}] = 4{,}59 \cdot 10^{-17}\ \text{J}$$

Se calcula la frecuencia de los fotones incidentes usando la ecuación de Planck:

$$E_f = h \cdot f \Rightarrow \quad f = \frac{E_f}{h} \ = \frac{4{,}59 \cdot 10^{-17}\ [\text{J}]}{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]} = 6{,}93 \cdot 10^{16}\ \text{s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda de los fotones usando la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

$$f = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \quad \lambda = \frac{c}{f} \ = \frac{3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m/s}]}{6{,}93 \cdot 10^{16}\ [\text{s}^{-1}]} = 4{,}32 \cdot 10^{-9}\ \text{m} = 4{,}32\ \text{nm}$$

b) Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Longrightarrow \quad V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{4{,}55 \cdot 10^{-17}\ [\text{J}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]} = 284\ \text{V}$$

c) Se calcula la longitud de onda asociada a los electrones usando la ecuación de De Broglie.
La interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico demostró que la luz se comporta como un chorro de partículas, llamadas fotones, cuya energía es proporcional a la frecuencia:

$$E = h \cdot f$$

En el efecto Compton, el fotón se comporta como una partícula de momento lineal:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} = \frac{h \cdot f}{\lambda \cdot f} = \frac{h}{\lambda}$$

Como ya estaba establecido que la luz se propaga como una onda, se propuso que el comportamiento era dual: en algunos experimentos el comportamiento de la luz parece ser corpuscular y en otros, ondulatorio. De Broglie propuso que este comportamiento dual también afecta a cualquier partícula. En algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

h es la constante de Planck, m es la masa de la partícula y v es su velocidad.

$$\lambda_B = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}]}{9{,}10 \cdot 10^{-31}\ [\text{kg}] \cdot 1{,}00 \cdot 10^{7}\ [\text{m/s}]} = 7{,}29 \cdot 10^{-11}\ \text{m} = 72{,}9\ \text{pm}$$

5. Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda de 600 nm penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuyo trabajo de extracción es $3{,}2 \cdot 10^{-19}$ J. Calcula:
   a) La longitud de onda umbral para el cesio.
   b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos.
   c) El potencial de frenado.
   DATOS: $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; $q_e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; 1 nm = 10^{-9} m *(A.B.A.U. ord. 18)*
   Rta.: a) λ_0 = 621 nm; b) $E_c = 1{,}1 \cdot 10^{-20}$ J; c) V = 0,069 V.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Longitud de onda de la radiación	λ = 600 nm = $6{,}00 \cdot 10^{-7}$ m
Trabajo de extracción del metal	$W_e = 3{,}20 \cdot 10^{-19}$ J
Constante de Planck	$h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J·s
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m/s
Carga del electrón	$q_e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ C
Incógnitas	
Longitud de onda umbral	λ_0
Energía cinética máxima con la que son emitidos los electrones	E_c
Potencial de frenado	V
Ecuaciones	
Ecuación de Planck (energía del fotón)	$E_f = h \cdot f$
Ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico	$E_f = W_e + E_c$
Relación entre la frecuencia de una onda luminosa y su longitud de onda	$c = f \cdot \lambda$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$
Relación entre la energía cinética de los electrones y el potencial de frenado	$E_c = \|e\| \cdot V$

Solución:

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

a) La longitud de onda umbral corresponde a una radiación con la energía mínima para provocar el efecto fotoeléctrico. Combinando las ecuaciones de Planck y Einstein, se obtiene la frecuencia umbral:
En la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico se sustituye la energía del fotón por su equivalente en la ecuación de Planck:

$$\left.\begin{array}{l} E_f = W_e + E_c \\ E_f = h \cdot f \end{array}\right\} h \cdot f = W_e + E_c$$

La radiación que tenga la frecuencia umbral tendrá la energía estrictamente necesaria para arrancar el electrón, pero no sobrará nada para comunicarle energía cinética.

$$h \cdot f_0 = W_e + 0$$

La relación entre la frecuencia umbral y el trabajo de extracción es:

$$W_e = h \cdot f_0$$

Se calcula la frecuencia despejándola de la ecuación anterior:

$$f_0 = \frac{W_e}{h} = \frac{3{,}20 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}]}{6{,}62 \cdot 10^{-24}\ [\text{J·s}]} = 4{,}83 \cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda umbral, despejándola de la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

$$\lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m·s}^{-1}]}{4{,}83 \cdot 10^{14}\ [\text{s}^{-1}]} = 6{,}21 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 621\ \text{nm}$$

c) Para calcular la energía cinética máxima de los electrones emitidos se usa la ecuación de Einstein:

$$E_c = E_f - W_e$$

Se calcula antes la energía de los fotones, después de sustituir la frecuencia por su expresión en función de la longitud de onda:

$$E_f = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}\ [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^8\ [\text{m·s}^{-1}]}{6{,}00 \cdot 10^{-7}\ [\text{m}]} = 3{,}31 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

Se calcula entonces la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

$$E_c = 3{,}31 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] - 3{,}20 \cdot 10^{-19}\ [\text{J}] = 1{,}1 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$$

b) Se calcula el potencial de frenado en la ecuación que lo relaciona con la energía cinética:

$$E_c = |e| \cdot V \Rightarrow \quad V = \frac{E_c}{|e|} = \frac{1{,}1 \cdot 10^{-20}\ [\text{J}]}{1{,}60 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]} = 0{,}069\ \text{V}$$

● Desintegración radiactiva

1. En una pieza extraída de una central nuclear existen 10^{20} núcleos de un material radiactivo con un período de semidesintegración de 29 años.
   a) Calcula el número de núcleos que se desintegran en el primer año.
   b) Si la pieza es considerada segura cuando su actividad es menor de 600 Bq, determina cuántos años deben transcurrir para alcanzar ese valor.

(A.B.A.U. extr. 24)

Rta.: a) $\Delta N = 2{,}4 \cdot 10^{18}$ núcleos; b) $\Delta t = 780$ años.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 29$ años $= 9{,}15 \cdot 10^8$ s
Cantidad de la muestra	$N_0 = 1{,}00 \cdot 10^{20}$ núcleos
Tiempo transcurrido	$t = 1{,}00$ año
Actividad final	$A = 600$ Bq
Incógnitas	
Número de núcleos que se desintegran en el primero año	ΔN
Tiempo para que la actividad sea de 600 Bq	Δt
Otros símbolos	
Constante de desintegración radioactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radioactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación del período de semidesintegración con ella constante de desintegración	$T_{½} \cdot \lambda = \ln 2$
Actividad radioactiva	$A = -\text{d} N / \text{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se deduce la relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración.
La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N = \lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radioactiva, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

SE calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 29{,}0\ [\text{años}]\ \frac{365{,}25\ [\text{días}]}{1\ [\text{año}]}\ \frac{24{,}0\ [\text{h}]}{1\ [\text{día}]}\ \frac{3600\ [\text{s}]}{1\ [\text{h}]} = 9{,}15 \cdot 10^{8}\ \text{s}$$

Se calcula la constante radioactiva:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{29{,}0\ [\text{años}]} = 0{,}023\ [\text{años}]^{-1} = \frac{0{,}693}{9{,}15 \cdot 10^{8}\ [\text{s}]} = 7{,}57 \cdot 10^{-10}\ \text{s}^{-1}$$

Se aplica la ley de desintegración radioactiva:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = 1{,}00 \cdot 10^{20}\ [\text{núcleos}] \cdot \mathrm{e}^{0{,}023\ [\text{año}^{-1}] \cdot 1{,}00\ [\text{años}]} = 7{,}39 \cdot 10^{10}\ \text{núcleos quedan sin desintegrar.}$$

Polo tanto, se desintegraron:

$$\Delta N = 1{,}00 \cdot 10^{20} - 9{,}76 \cdot 10^{19} = 2{,}4 \cdot 10^{18}\ \text{núcleos}$$

b) Se calcula la cantidad de núcleos que producen esa actividad radioactiva:

$$A = \lambda \cdot N \Rightarrow N = \frac{A}{\lambda} = \frac{600\ [\text{Bq}]}{7{,}57 \cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}]} = 7{,}93 \cdot 10^{11}\ \text{núcleos}$$

Se calcula el tiempo, con la ecuación de desintegración en versión logarítmica:

$$t = \frac{\ln (N_0 / N)}{\lambda} = \frac{\ln (1{,}00 \cdot 10^{20} / 7{,}93 \cdot 10^{11})}{0{,}023\ [\text{anos}^{-1}]} = 780\ \text{años}$$

2. Marie Curie recibió el Premio Nobel de Química en 1911 por el descubrimiento del radio. Si se hubiesen guardado ese año en su laboratorio 2,00 g de radio-226, calcula:
   a) La cantidad de radio que quedaría y la actividad de la muestra en la actualidad.
   b) Los años que pasarían hasta que la muestra de radio se redujese al 1 % de su valor inicial.
   DATOS: $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ partículas·mol^{-1}; tiempo de semidesintegración del radio = $1{,}59 \times 10^3$ años.
   (A.B.A.U. ord. 24)

   Rta.: a) $m = 1{,}90$ g; $A = 7{,}01 \cdot 10^{10}$ Bq; b) $t = 1{,}06 \cdot 10^4$ años.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 1{,}59 \cdot 10^3$ años $= 5{,}02 \cdot 10^{10}$ s
Masa inicial de la muestra	$m_0 = 2{,}00$ g
Tiempo para calcular la actividad	$t = 2024 - 1911 = 113$ años
Porcentaje que quedaría en uno cierto tiempo	$r = 1{,}00$ %
Masa atómica del ^{226}Ra	$M = 226$ g/mol

Datos	***Cifras significativas: 3***
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹
Incógnitas	
Masa (cantidad?) de radio que quedaría en la actualidad.	m
Actividad de la muestra en la actualidad	A
Tiempo hasta que la muestra de radio se redujera al 1 % de su valor inicial	t
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación entre período de semidesintegración y constante de desintegración	$T_{½} \cdot \lambda = \ln 2$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se puede calcular el número de átomos a partir de la expresión de la actividad radiactiva.
La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N = \lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\,N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\,N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 1{,}59 \cdot 10^3 \,[\text{anos}]\, \frac{365{,}25\,[\text{días}]}{1\,[\text{año}]} \frac{24{,}0\,[\text{h}]}{1\,[\text{día}]} \frac{3600\,[\text{s}]}{1\,[\text{h}]} = 5{,}02 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

Se calcula la constante λ de desintegración radiactiva, a partir del período de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{5{,}02 \cdot 10^{10}\,[\text{s}]} = 1{,}38 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

Se deduce la ley de la desintegración radiactiva en función de la masa.
Como la masa, m, es proporcional a la cantidad de átomos, N: ($m = N \cdot M / N_A$), se puede obtener una expresión similar a la ley de desintegración, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, multiplicando ambos miembros por (M / N_A):

$$N \cdot \frac{M}{N_A} = N_0 \cdot \frac{M}{N_A} e^{-\lambda\, t} \quad \Rightarrow \quad m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.
Se calcula el tiempo transcurrido desde el descubrimiento del rayo:

$$t = (2024 - 1911)\,[\text{años}]\, \frac{365{,}25\,[\text{días}]}{1\,[\text{año}]} \frac{24{,}0\,[\text{h}]}{1\,[\text{día}]} \frac{3600\,[\text{s}]}{1\,[\text{h}]} = 3{,}57 \cdot 10^9 \text{ s}$$

Se calcula la masa actual de la muestra:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 2{,}00\,[\text{g}] \cdot e^{-1{,}38 \cdot 10^{-11}\,[\text{s}^{-1}] \cdot 3{,}57 \cdot 10^9\,[\text{s}]} = 1{,}90 \text{ g}$$

Análisis: 113 *años son menos de* la 1/10 de *período de semidesintegración, por lo que la masa que debe quedar debe ser un poco menor que la inicial* (2 g), *lo que está de acuerdo con el resultado.*

La actividad radioactiva es el número de átomos que se desintegran en un segundo. Es proporcional a la cantidad de sustancia radioactiva, siendo λ, la constante radioactiva, característica de cada isótopo.

$$A=\frac{-\mathrm{d}\,N}{\mathrm{d}\,t}=\lambda\cdot N$$

Se calcula el número de átomos actual con el número de Avogadro:

$$N=\frac{m}{M}\cdot N_{\mathrm{A}}=\frac{1{,}90\ [\mathrm{g}]}{226\ [\mathrm{g/mol}]}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\ [\text{átomos/mol}]=5{,}07\cdot 10^{21}\ \text{átomos}$$

Se calcula la actividad radiactiva, que es proporcional a la cantidad de átomos:

$$A=\lambda\cdot N=1{,}38\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{s}^{-1}]\cdot 5{,}07\cdot 10^{21}\ [\text{átomos}]=7{,}01\cdot 10^{10}\,\mathrm{Bq}$$

b) Si la cantidad que queda en un tiempo es el 1 % de la inicial, se puede calcular ese tiempo con la expresión logarítmica de la ley de desintegración radiactiva:

$$\ln(N_0 / N)=\lambda\cdot t \Rightarrow\ t=\frac{\ln(N/N_0)}{\lambda}=\frac{\ln(0{,}01\,\mathrm{N}\ /\ \mathrm{N})}{\lambda}=\frac{\ln 0{,}01}{1{,}38\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{s}^{-1}]}=3{,}33\cdot 10^{11}\ \mathrm{s}$$

Se puede calcular ese tiempo en años:

$$t=3{,}33\cdot 10^{11}\ [\mathrm{s}]\frac{1\ [\mathrm{h}]}{3600\ [\mathrm{s}]}\ \frac{1\ [\text{día}]}{24{,}0\ [\mathrm{h}]}\ \frac{1\ [\text{año}]}{365{,}25\ [\text{días}]}=1{,}06\cdot 10^{4}\ \text{años}$$

Análisis: El 1 % (= 0,01) *está comprendido entre* $(1/2)^6 = 1/64 = 0{,}016$ *y* $(1/2)^7 = 1/128 = 0{,}08$, *por lo que deberán transcurrir más de* 6 *períodos* ($6\cdot 1{,}59\cdot 10^3 \approx 9{,}5\cdot 10^3$ *años), pero menos de 7,* ($\approx 1{,}1\cdot 10^4$ *años). El resultado calculado cumple estos requisitos.*

3. El $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ se transforma en polonio al emitir dos partículas beta y posteriormente, por emisión de una partícula alfa, se obtiene plomo.
   a) Escribe las reacciones nucleares descritas.
   b) El periodo de semidesintegración del $^{210}_{82}\mathrm{Pb}$ es de 22,3 años. Si teníamos inicialmente 3 moles de átomos de ese elemento y han transcurrido 100 años, calcula el número de núcleos radiactivos que quedan sin desintegrar y la actividad inicial de la muestra.
   DATO: $N_{\mathrm{A}} = 6{,}02\cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$. *(A.B.A.U. ord. 23)*
   Rta.: a) $^{210}_{82}\mathrm{Pb}\rightarrow{}^{210}_{83}\mathrm{Bi}+{}^{0}_{-1}\mathrm{e}\rightarrow{}^{210}_{84}\mathrm{Po}+{}^{0}_{-1}\mathrm{e}\rightarrow{}^{206}_{82}\mathrm{Pb}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$; b) $N = 8{,}07\cdot 10^{22}$ núcleos; $A_0 = 1{,}78\cdot 10^{15}$ Bq.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 22{,}3$ años $= 7{,}04\cdot 10^{8}$ s
Cantidad de la muestra	$n_0 = 3{,}00$ mol
Número de Avogadro	$N_{\mathrm{A}} = 6{,}02\cdot 10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$
Tiempo transcurrido	$t = 100$ años
Incógnitas	
Número de núcleos que queda sin desintegrar después de 100 años	n
Actividad inicial	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N=N_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda\cdot t}$
Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda\cdot N$

Solución:

a) Las partículas alfa son núcleos de helio, $^{4}_{2}\mathrm{He}$ y las partículas beta electrones $^{0}_{-1}\mathrm{e}$.
Las reacciones nucleares, aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, son:

$$^{210}_{82}\mathrm{Pb}\rightarrow{}^{210}_{83}\mathrm{Bi}+{}^{0}_{-1}\mathrm{e}\rightarrow{}^{210}_{84}\mathrm{Po}+{}^{0}_{-1}\mathrm{e}\rightarrow{}^{206}_{82}\mathrm{Pb}+{}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

b) Se deduce la relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración.
La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, (-dN = $\lambda \cdot N \cdot$ dt), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: (2 N) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\ N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 22{,}3\ [\text{años}]\ \frac{365{,}25\ [\text{días}]}{1\ [\text{año}]}\ \frac{24{,}0\ [\text{h}]}{1\ [\text{día}]}\ \frac{3600\ [\text{s}]}{1\ [\text{h}]} = 7{,}04 \cdot 10^{8}\ \text{s}$$

Se calcula la constante radiactiva:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{22{,}3\ [\text{años}]} = 0{,}031\ 1\text{año}^{-1} = \frac{0{,}693}{7{,}04 \cdot 10^{8}\ [\text{s}]} = 9{,}85 \cdot 10^{-10}\ \text{s}^{-1}$$

Se calcula el número de núcleos que hay en 3 moles de ^{210}Pb.

$$N = \frac{3{,}00\ \text{mol Pb} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{átomos Pb}}{1\ \text{mol Pb}}\ \frac{1\ \text{núcleo Pb}}{1\ \text{átomo Pb}} = 1{,}81 \cdot 10^{24}\ \text{núcleos Pb}$$

Se aplica la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t} = 1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\text{núcleos}] \cdot \mathrm{e}^{0{,}031\ 1[\text{año}^{-1}] \cdot 100\ [\text{años}]} = 8{,}07 \cdot 10^{22}\ \text{núcleos quedan sin desintegrar.}$$

Se calcula la actividad inicial:

$$A = \lambda \cdot N_0 = 9{,}85 \cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 1{,}81 \cdot 10^{24}\ [\text{núcleos}] = 1{,}78 \cdot 10^{15}\ \text{Bq}$$

4. En un laboratorio se reciben 100 g de un isótopo desconocido. Transcurridas 2 horas se ha desintegrado el 20 % de la masa inicial del isótopo. Calcula:
   a) La constante radiactiva.
   b) El período de semidesintegración del isótopo y la masa que queda del isótopo original transcurridas 20 horas.

   (A.B.A.U. ord. 21)

   Rta.: a) λ = 3,10·10⁻⁵s⁻¹ = 0,112 h⁻¹; b) $T_{½}$ = 6 h 13 min; m = 10,7 g.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa inicial	m_0 = 100 g
Tiempo transcurrido en el que se desintegró el 20 % de la masa inicial	t_d = 2,00 h
Porcentaje desintegrado de la muestra en ese tiempo	m_d = 20,0 % m_0 = 0,200 m_0
Tiempo para calcular la masa que queda	t = 20,0 h
Incógnitas	
Constante radiactiva	λ
Período de semidesintegración	$T_{½}$
Masa que queda a las 20 h	m
Otros símbolos	
Número de átomos iniciales	N_0
Número de átomos al cabo de un tiempo	N
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$

Ecuaciones

Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración $T_{½} = \ln 2 / \lambda$

Solución:

a) Si la masa desintegrada es el 20 % de la inicial, queda aún un 80 %:

$$m = m_0 - m_d = m_0 - 0{,}200\ m_0 = 0{,}800\ m_0$$

La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-dN = \lambda \cdot N \cdot dt$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.

Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Como la masa, m, es proporcional a la cantidad de átomos, N: ($m = N \cdot M / N_A$), se puede obtener una expresión similar, multiplicando N y N_0 por (M / N_A):

$$\lambda \cdot t = \ln\left(\frac{N_0 \cdot M / N_A}{N \cdot M / N_A}\right) = \ln\left(\frac{m_0}{m}\right)$$

N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.

Se calcula la constante de desintegración radiactiva, despejándola:

$$\lambda = \frac{\ln(m_0 / m)}{t} = \frac{\ln(1/0{,}800)}{2{,}00\ [\text{h}]} = 0{,}112\ \text{h}^{-1}$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.

Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\ N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\ N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

b) Se calcula el período de semidesintegración a partir de la constante de desintegración radiactiva:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{0{,}112\ [\text{h}^{-1}]} = 6{,}21\ \text{h} = 6\ \text{h}\ 13\ \text{min}$$

De la ecuación logarítmica ($\lambda \cdot t = \ln (m_0 / m)$) se obtiene:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Se calcula la masa que queda al cabo de 20 h:

$$m = 100\ [\text{g}] \cdot e^{-0{,}112\,[\text{h}^{-1}]\cdot 20\,[\text{h}]} = 10{,}7\ \text{g}$$

Análisis: 20 h son algo más de 3 períodos de semidesintegración (6 h 13 min), por lo que la masa que debe quedar debe ser un poco menor que $100 \cdot (1/2)^3 = 12{,}5$ g, lo que está de acuerdo con el resultado.

5. En una cueva se encuentran restos orgánicos y al realizar la prueba del carbono-14 se observa que la actividad de la muestra es de 10^6 desintegraciones/s. Sabiendo que el período de semidesintegración del carbono-14 es de 5730 años, calcula:
   a) La masa inicial de la muestra.
   b) La masa de la muestra cuando transcurran 4000 años.
   DATOS: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹; $A(^{14}C) = 14$. *(A.B.A.U. ord. 20)*
   Rta.: a) $m_0 = 6{,}06$ µg; b) $m = 3{,}74$ µg.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 5\ 730$ años $= 1{,}81 \cdot 10^{11}$ s

Datos	***Cifras significativas: 3***
Actividad de la muestra	$A_0 = 1{,}00 \cdot 10^6$ Bq
Tiempo para calcular la actividad	t = 4000 años = $1{,}26 \cdot 10^{11}$ s
Masa atómica del ^{14}C	M = 14,0 g/mol
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹
Incógnitas	
Masa inicial de la muestra	m_0
Masa a los 4000 años	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se puede calcular el número de átomos a partir de la expresión de la actividad radiactiva.
La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\mathrm{d}N = \lambda \cdot N \cdot \mathrm{d}t$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\,N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\,N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 5730\ [\text{años}]\ \frac{365{,}25\ [\text{días}]}{1\ [\text{año}]}\ \frac{24{,}0\ [\text{h}]}{1\ [\text{día}]}\ \frac{3600\ [\text{s}]}{1\ [\text{h}]} = 1{,}81 \cdot 10^{11}\ \text{s}$$

Se calcula la constante λ de desintegración radiactiva, a partir del período de semidesintegración.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{1{,}81 \cdot 10^{11}\ [\text{s}]} = 3{,}83 \cdot 10^{-12}\ \text{s}^{-1} = \frac{0{,}693}{5730\ [\text{anos}]} = 0{,}000175\ \text{ano}^{-1}$$

La actividad radioactiva es el número de átomos que se desintegran en un segundo. Es proporcional a la cantidad de sustancia radioactiva, siendo λ, la constante radioactiva, característica de cada isótopo.

$$A = \frac{-\mathrm{d}\,N}{\mathrm{d}\,t} = \lambda \cdot N$$

Se calcula el número de átomos inicial despejando en la actividad:

$$A = \lambda \cdot N \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1{,}00 \cdot 10^6\ [\text{Bq}]}{3{,}83 \cdot 10^{-12}\ [\text{s}^{-1}]} = 2{,}61 \cdot 10^{17}\ \text{átomos}$$

Se calcula la masa, que es proporcional a la cantidad de átomos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A} \cdot M = \frac{2{,}61 \cdot 10^{17}\ [\text{átomos}]}{6{,}02 \cdot 10^{23}\ [\text{átomos/mol}]} \cdot 14{,}0\ [\text{g/mol}] = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\ \text{g} = 6{,}06\ \mu\text{g}$$

Análisis: Con la nula precisión del dato de la actividad, 10^6 Bq, *el resultado podría ser cualquiera ente* 0,1 µg *y* 10 µg.

b) Se deduce la ley de la desintegración radiactiva en función de la masa.
Como la masa, *m*, es proporcional a la cantidad de átomos, *N*: ($m = N \cdot M / N_A$), se puede obtener una expresión similar a la ley de desintegración, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, multiplicando ambos miembros por (M / N_A):

$$N \cdot \frac{M}{N_A} = N_0 \cdot \frac{M}{N_A} e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_A es el número de Avogadro y *M* es la masa atómica del elemento.
Se calcula la masa de la muestra cuando transcurran 4000 años:

$$m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 6{,}06 \cdot 10^{-6}\,[\text{g}] \cdot e^{-0{,}000175\,[\text{año}]^{-1} \cdot 4000\,[\text{año}]} = 3{,}74 \cdot 10^{-6}\ \text{g} = 3{,}74\ \mu\text{g}$$

Análisis: 4000 *años son algo menos que* 1 *período de semidesintegración, por lo que la masa que debe quedar debe ser un poco más que la mitad de la inicial* (6,06 µg)*, lo que está de acuerdo con el resultado.*

6. El ^{131}I es un isótopo radiactivo que se utiliza en medicina para el tratamiento del hipertiroidismo. Su periodo de semidesintegración es de 8 días. Si inicialmente se dispone de una muestra de 20 mg de ^{131}I:
   a) Calcula la masa que queda sin desintegrar después de estar almacenada en un hospital 50 días.
   b) Representa en una gráfica, de forma cualitativa, la variación de la masa en función del tiempo.
   c) ¿Cuál es la actividad inicial de 2 mg de ^{131}I?
   DATO: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}. *(A.B.A.U. ord. 18)*
   Rta.: a) $m = 0{,}263$ mg; c) $A = 9{,}22 \cdot 10^{12}$ Bq.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 8{,}00$ días $= 6{,}91 \cdot 10^5$ s
Masa de la muestra	$m_0 = 20{,}0$ mg
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Masa atómica del yodo	$M = 131$ g/mol
Tiempo transcurrido	$t = 50$ días $= 4{,}32 \cdot 10^6$ s
Incógnitas	
Masa que queda sin desintegrar después de 50 días	m
Actividad inicial de 2 mg de ^{131}I	A
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\,N / \mathrm{d}\,t = \lambda \cdot N$

Solución:

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de *t*, queda:

$$\ln (2\,N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

a) Se calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 8{,}00\,[\text{días}] \frac{24{,}0\,[\text{h}]}{1\,[\text{día}]} \frac{3600\,[\text{s}]}{1\,[\text{h}]} = 6{,}91 \cdot 10^5\ \text{s}$$

Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{6{,}91 \cdot 10^5\,[\text{s}]} = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

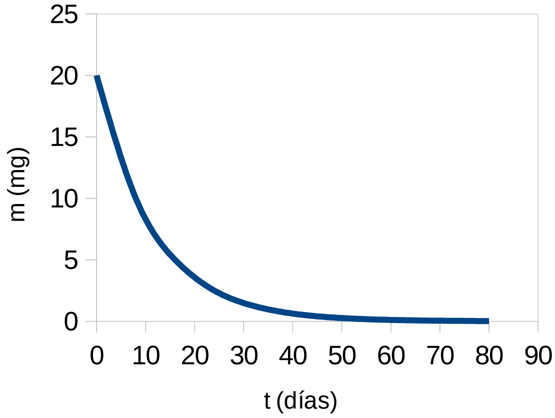
Se deduce la ley de la desintegración radiactiva en función de la masa.
Como la masa, m, es proporcional a la cantidad de átomos, N: ($m = N \cdot M / N_A$), se puede obtener una expresión similar a la ley de desintegración, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, multiplicando ambos miembros por (M / N_A):

$$N \cdot \frac{M}{N_A} = N_0 \cdot \frac{M}{N_A} e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.
Se calcula la masa que queda sin desintegrar después de estar almacenada en un hospital 50 días:

$$m = m_0 e^{-\lambda t} = 20{,}0\ [\text{mg}] \cdot e^{-1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 4{,}32 \cdot 10^{6}\ [\text{s}]} = 0{,}263\ \text{mg}$$

b) La gráfica es una función exponencial decreciente.



c) Para calcular la actividad se calcula primero el número de átomos que hay en 2 mg de ^{131}I:

$$N = 2{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{g}\ ^{131}\text{I} \frac{1\ \text{mol}\ ^{131}\text{I}}{131\ \text{g}\ ^{131}\text{I}} \frac{6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ ^{131}\text{I}}{1\ \text{mol}\ ^{131}\text{I}} \frac{1\ \text{núcleo}\ ^{131}\text{I}}{1\ \text{átomo}\ ^{131}\text{I}} = 9{,}19 \cdot 10^{18}\ \text{núcleos}\ ^{131}\text{I}$$

Se calcula ahora la actividad:

$$A = \lambda \cdot N = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 9{,}19 \cdot 10^{18}\ [\text{núcleos}] = 9{,}22 \cdot 10^{12}\ \text{Bq}$$

7. En 2012 se encontró en el Sáhara un meteorito que contenía restos de U-238. Sabemos que en el momento de su formación había una concentración de $5{,}00 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm^3, mientras que en la actualidad a concentración medida es de $2{,}50 \cdot 10^{12}$ átomos de U-238 por cm^3. Si el tiempo de semidesintegración de este isótopo es de $4{,}51 \cdot 10^9$ años, determina:
   a) La constante de desintegración del U-238.
   b) La edad del meteorito.
   c) Sabiendo que el gas radón resulta de la desintegración del U-238, completa la siguiente serie radiactiva con las correspondientes partículas hasta llegar al gas radón:
   $^{238}_{92}\text{U} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + \ldots \longrightarrow {}^{234}_{92}\text{U} + \ldots \longrightarrow {}^{230}_{90}\text{Th} + \ldots \longrightarrow {}^{226}_{88}\text{Ra} + \ldots \longrightarrow {}^{222}_{86}\text{Rn}$

(A.B.A.U. extr. 17)

Rta.: a) $\lambda = 4{,}87 \cdot 10^{-18}$ s^{-1}; b) $t = 4{,}51 \cdot 10^9$ años; c) $^{238}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}\text{Pa} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{92}\text{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}\text{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}\text{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\text{Rn}$.

Datos	**Cifras significativas: 3**
Período de semidesintegración	$T_{½} = 4{,}51 \cdot 10^9$ años $= 1{,}42 \cdot 10^{17}$ s
Átomos iniciales	$N_0 = 5{,}00 \cdot 10^{12}$ átomos/cm^3
Átomos actuales	$N = 2{,}50 \cdot 10^{12}$ átomos/cm^3
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}
Incógnitas	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Edad del meteorito	t
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$

Ecuaciones

Actividad radiactiva $A = -\mathrm{d}\, N / \mathrm{d}\, t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se deduce la relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración:
El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: (2 N) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\, N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2}=4{,}51 \cdot 10^9 \text{ [años]} \frac{365{,}25 \text{ [días]}}{1 \text{ [año]}} \frac{24{,}0 \text{ [h]}}{1 \text{ [día]}} \frac{3600 \text{ [s]}}{1 \text{ [h]}}=1{,}42 \cdot 10^{17} \text{ s}$$

Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración:

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0{,}693}{1{,}42 \cdot 10^{17} \text{ [s]}}=4{,}87 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$$

b) Se calcula el tiempo en la ecuación de la ley de desintegración radiactiva en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$t=\frac{\ln (N_0/N)}{\lambda}=\frac{\ln (5{,}00 \cdot 10^{12}/2{,}50 \cdot 10^{12})}{4{,}87 \cdot 10^{-18} \text{ [s}^{-1}\text{]}}=1{,}42 \cdot 10^{17} \text{ s}=4{,}51 \cdot 10^9 \text{ años}$$

Análisis: Puesto que en ese tiempo la muestra se redujo a la mitad, transcurrió 1 *período de semidesintegración que son* $4{,}51 \cdot 10^9$ *años.*

c) Los procesos de emisión de partículas son

$${}^{238}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$${}^{234}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

$${}^{234}_{91}\mathrm{Pa} \longrightarrow {}^{234}_{92}\mathrm{U} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$$

$${}^{234}_{92}\mathrm{U} \longrightarrow {}^{230}_{90}\mathrm{Th} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$${}^{230}_{90}\mathrm{Th} \longrightarrow {}^{226}_{88}\mathrm{Ra} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

$${}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \longrightarrow {}^{222}_{86}\mathrm{Rn} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$$

Estas ecuaciones cumplen las leyes de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga eléctrica en los procesos nucleares.
Sabiendo que una partícula alfa es un núcleo de helio-4 ($\alpha = {}^{4}_{2}\mathrm{He}$) y una partícula beta(-) es un electrón ($\beta^- = {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$), el proceso puede resumirse en la siguiente expresión:

$${}^{238}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{234}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow{\beta} {}^{234}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\alpha} {}^{230}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\alpha} {}^{226}_{88}\mathrm{Ra} \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}\mathrm{Rn}$$

8. El periodo de semidesintegración del ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ es 28 años. Calcula:
   a) La constante de desintegración radiactiva expresada en s^{-1}.
   b) La actividad inicial de una muestra de 1 mg.
   c) El tiempo necesario para que esa muestra se reduzca a 0,25 mg.
   Datos: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹; masa atómica del ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr}$ = 90 g·mol⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 17)*
   Rta.: a) $\lambda = 7{,}84 \cdot 10^{-10}$ s⁻¹; b) $A_0 = 5{,}25 \cdot 10^9$ Bq; c) t = 56 años.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Período de semidesintegración	$T_{½} = 28{,}0$ años $= 8{,}84 \cdot 10^8$ s
Masa de la muestra	$m = 1{,}00$ mg $= 1{,}00 \cdot 10^{-3}$ g
Masa atómica del ${}^{90}_{38}\mathrm{Sr}$	$M = 90{,}0$ g·mol⁻¹
Número de Avogadro	$N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹

Incógnitas

Constante de desintegración radiactiva	λ
Actividad inicial de una muestra de 1 mg.	A_0
Tiempo necesario para que la masa se reduzca de 1 mg a 0,25 mg	t
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\text{d} N / \text{d} t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se deduce la relación entre el período de semidesintegración y la constante de desintegración.
La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-\text{d}N = \lambda \cdot N \cdot \text{d}t$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\ N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2\ N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración en segundos:

$$T_{1/2} = 28{,}0\ [\text{años}] \frac{365{,}25\ [\text{días}]}{1\ [\text{año}]} \frac{24{,}0\ [\text{h}]}{1\ [\text{día}]} \frac{3600\ [\text{s}]}{1\ [\text{h}]} = 8{,}84 \cdot 10^8\ \text{s}$$

Se calcula la constante radiactiva a partir del período de semidesintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{8{,}84 \cdot 10^8\ [\text{s}]} = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ \text{s}^{-1}$$

b) Se calculan cuántos átomos hay en 1 mg de estroncio:

$$N = 1{,}00 \cdot 10^{-3}\ \text{g}\ {}^{90}_{38}\text{Sr} \frac{1\ \text{mol}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{90{,}0\ \text{g}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}} \frac{6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{átomos}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1\ \text{mol}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}} \frac{1\ \text{núcleo}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}}{1\ \text{átomo}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}} = 6{,}69 \cdot 10^{18}\ \text{núcleos}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}$$

Después se calcula la actividad radiactiva:

$$A = \lambda \cdot N = 7{,}84 \cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}] \cdot 6{,}69 \cdot 10^{18}\ [\text{núcleos}] = 5{,}25 \cdot 10^9\ \text{Bq}$$

c) Se calcula el tiempo con la ecuación de la ley de desintegración radiactiva
Como la masa, m, es proporcional a la cantidad de átomos, N: ($m = N \cdot M / N_A$), se puede obtener una expresión similar a la ley de desintegración, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, multiplicando ambos miembros por (M / N_A):

$$N \cdot \frac{M}{N_A} = N_0 \cdot \frac{M}{N_A} e^{-\lambda t} \quad \Rightarrow \quad m = m_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.
Pasando m_0 al otro lado y aplicando logaritmos:

$$-\ln (m / m_0) = \ln (m_0 / m) = \lambda \cdot t$$

Se calcula el tiempo necesario para que esa muestra se reduzca a 0,25 mg:

$$t=\frac{\ln(m_0/m)}{\lambda}=\frac{\ln(1{,}00\ \text{mg}\ {}^{90}_{38}\text{Sr}/0{,}25\ \text{mg}\ {}^{90}_{38}\text{Sr})}{7{,}84\cdot 10^{-10}\ [\text{s}^{-1}]}=1{,}77\cdot 10^{9}\ \text{s}=56\ \text{años}$$

Análisis: Puesto que en ese tiempo la muestra se ha reducido a la cuarta parte = (1/2)², han transcurrido 2 períodos de semidesintegración que son 56 años.

● Energía nuclear

1. Para el núcleo de uranio, ${}^{238}_{92}U$, calcula:
   a) El defecto de masa.
   b) La energía de enlace nuclear.
   c) La energía de enlace por nucleón.
   Datos: $m({}^{238}_{92}U)$ = 238,051 u; 1 g = $6{,}02\cdot 10^{23}$ u; $c = 3\cdot 10^8$ m·s⁻¹; m(p) = 1,007277 u; m(n) = 1,008665 u
   (A.B.A.U. extr. 18)
   Rta.: a) Δm =1,883 u = $3{,}128\cdot 10^{-27}$ kg; b) $E_e = 2{,}81\cdot 10^{-10}$ J/átomo; c) $E_{en} = 1{,}18\cdot 10^{-12}$ J/nucleón.

Datos		***Cifras significativas: 3***
Masa:	uranio-238	$m({}^{238}{}_{92}U)$ = 238,051 u
	protón	$m({}^1_1H)$ = 1,007277 u
	neutrón	$m({}^1_0n)$ = 1,008665 u
Unidad de masa atómica		1 g = $6{,}02\cdot 10^{23}$ u
Velocidad de la luz en el vacío		$c = 3{,}00\cdot 10^8$ m/s
Incógnitas		
Defecto de masa		Δm
Energía de enlace		E_e
Energía de enlace por nucleón		E_{en}
Ecuaciones		
Equivalencia masa energía de Einstein		$E = m \cdot c^2$

Solución:

a) El defecto de masa es la diferencia entre la masa del núcleo de uranio-238 y la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman. El número de protones es el número atómico, 92, y el de neutrones es 146, la diferencia entre el número másico 238 y el número de protones 92.

$$\Delta m = m({}^{238}{}_{92}U) - 92 \cdot m({}^1_1H) - 146 \cdot m({}^1_0n) = 238{,}051\ [u] - 92 \cdot 1{,}0073\ [u] - 146 \cdot 1{,}008665\ [u] = -1{,}883\ u$$

$$\Delta m=-1{,}883\ [u]\cdot\frac{1\ [g]}{6{,}02\times 10^{23}\ [u]}\cdot\frac{1\ [kg]}{10^3\ [g]}=-3{,}13\cdot 10^{-27}\ kg$$

b) La energía equivalente se calcula con la ecuación de Einstein:

$$E_e = m \cdot c^2 = 3{,}13\cdot 10^{-27}\ [kg] \cdot (3{,}00\cdot 10^8\ [m/s])^2 = 2{,}81\cdot 10^{-10}\ \text{J/átomo U}$$

c) La energía de enlace por nucleón se calcula dividiendo entre el número de nucleones:

$$E_{en}=\frac{2{,}81\cdot 10^{-10}\ [\text{J/átomo U}]}{238\ [\text{nucleones/átomo U}]}=1{,}18\cdot 10^{-12}\ \text{J/nucleón}$$

◊ CUESTIONES

● Física relativista

1. Una nave espacial viaja a una velocidad uniforme 0,866 c relativa a la Tierra. Si un observador de la Tierra registra que la nave en movimiento mide 100 m, ¿cuánto medirá la nave para su piloto?:

A) 50 m.
B) 100 m.
C) 200 m.
Nota: c es la velocidad de la luz en el vacío. *(A.B.A.U. ord. 24)*

Solución: C

La teoría de la relatividad especial dice que la longitud de un objeto que se mueve a velocidades próximas las de la luz, medida desde otro sistema en reposo, es menor que la que mediría un observador situado en ese objeto que se mueve. La longitud l', medida desde el sistema en reposo, viene dada por la expresión:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Como el factor que contiene la raíz cuadrada es menor que 1, la longitud $l' < l$.
La contracción de la longitud afecta solo a la medida de la longitud que se mueve en la misma dirección, pero no a la de la altura, que es perpendicular a la dirección del movimiento.
Por lo tanto, la longitud (de la nave) para el piloto será mayor.
Se puede aplicar la ecuación para determinar el valor:

$$l' = l \cdot \sqrt{1 - \frac{(0{,}866\ c)^2}{c^2}} = l \cdot \sqrt{1 - \frac{0{,}75 \cdot c^2}{c^2}} = l \cdot \sqrt{0{,}25} = 0{,}5 \cdot l$$

$$l = \frac{100\ [\text{m}]}{0{,}5} = 200\ \text{m}$$

2. Una mujer situada en la Tierra observa que dos naves espaciales, A y B, se dirigen hacia ella en la misma dirección y con sentidos opuestos con velocidades 0,7 c y 0,6 c respectivamente. La velocidad relativa de la nave A medida por una observadora perteneciente a la nave B es:
A) 1,3 c
B) 0,9 c
C) 0,1 c
(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

Según la relatividad especial, la velocidad relativa entre dos objetos en movimiento no se puede calcular simplemente sumando o restando sus velocidades, como se haría en la mecánica clásica. En su lugar, se debe usar la fórmula de composición de velocidades de Einstein:

$$v = \frac{v_1 - v_2}{1 - \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$

En esta ecuación v es la velocidad relativa entre los dos objetos, v_1 y v_2 son sus velocidades medidas por un observador externo y c es la velocidad de la luz.
La mujer en la Tierra observa que las naves A y B se dirigen hacia ella con velocidades de 0,7 c y −0,6 c respectivamente (el signo negativo indica que la nave B se desplaza en dirección opuesta a la de la nave A). La velocidad relativa la nave A medida por un observador perteneciente a la nave B se puede calcular utilizando la fórmula de Einstein:

$$v = \frac{0{,}7\,c - (-0{,}6\,c)}{1 - \frac{0{,}7\,c \cdot (-0{,}6\,c)}{c^2}} = \frac{1{,}3\,c}{1{,}4} = 0{,}9\,c$$

3. Un astronauta viaja en una nave espacial con velocidad constante $\overline{\boldsymbol{v}}$ respecto a un observador que está en reposo en la Tierra. El astronauta mide la longitud l (que coincide con la dirección de $\overline{\boldsymbol{v}}$) y la altura h de la nave. Las medidas de la longitud l' y altura h' que hace el terrícola serán:
A) $l' < l$ y $h' < h$.

B) $l'<l$ y $h'=h$.
C) $l'>l$ y $h'>h$.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: B

La teoría de la relatividad especial dice que la longitud de un objeto que se mueve a velocidades próximas las de la luz, medida desde otro sistema en reposo, es menor que la que mediría un observador situado en ese objeto que se mueve. La longitud l', medida desde el sistema en reposo, viene dada por la expresión:

$$l'=l\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

Como el factor que contiene la raíz cuadrada es menor que 1, la longitud $l' < l$.
La contracción de la longitud afecta solo a la medida de la longitud que se mueve en la misma dirección, pero no a la de la altura, que es perpendicular a la dirección del movimiento.

4. Un astronauta (A) se acerca a una estrella con una velocidad de 200 000 km/s y otro astronauta (B) se aleja de ella con la misma velocidad con la que se acerca (A). La velocidad con que estos astronautas perciben la velocidad de la luz de la estrella es:
A) Mayor para el astronauta (A) y menor para el (B).
B) Menor para el astronauta (A) y mayor para el (B).
C) Igual para los dos astronautas.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: C

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde lo que se mida. Tampoco depende de la velocidad relativa entre el observador y la fuente de luz.

5. Un vehículo espacial se aleja de la Tierra con una velocidad de 0,5 c (c = velocidad de la luz). Desde la Tierra se envía una señal luminosa y la tripulación mide la velocidad de la señal obteniendo el valor:
A) 0,5 c
B) c
C) 1,5 c

(A.B.A.U. extr. 22)

Solución: B

El segundo postulado de la teoría especial de la relatividad de Einstein establece que la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del sistema de referencia inercial desde lo que se mida. Tampoco depende de la velocidad relativa entre el observador y la fuente de luz.

6. Medimos nuestro pulso en la Tierra (en reposo) observando que el tiempo entre cada latido es de 0,80 s. Después hacemos la medida viajando en una nave espacial a la velocidad de 0,70 c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. De acuerdo con la teoría especial de la relatividad, el tiempo que mediremos será:
A) 1,12 s
B) 0,57 s
C) 0,80 s

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: C

La teoría de la relatividad especial predice que el tiempo de un sistema que se mueve la velocidad muy alta relativa a un sistema en reposo, transcurre más lentamente. La dilatación del tiempo ven dada por la expresión:

$$\Delta t\,' = \frac{\Delta t}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Pero el tiempo propio, medido por un observador situado dentro del sistema que se mueve, es el mismo que si estuviera en reposo. El principio de relatividad dice que no se puede determinar mediante la experiencia si un sistema está en reposo o está moviéndose sea cual sea la velocidad.

7. La ecuación de Einstein $E = m \cdot c^2$ implica que:
   A) Una masa m necesita una energía E para ponerse en movimiento.
   B) La energía E es la que tiene una masa m cuando va a la velocidad da luz.
   C) E es la energía equivalente a una masa m.

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: C

La ecuación de Einstein establece la relación entre masa y energía.

$$E = m \cdot c^2$$

E representa la energía de una partícula y m es su masa. Masa y energía son aspectos equivalentes. Se puede decir que *E es* la energía que se puede obtener de una masa m si se desintegrase.

● Física cuántica

1. Se ilumina el cátodo de una célula fotoeléctrica con una radiación de frecuencia $1{,}6\times10^{15}$ Hz y el potencial de frenado es de 2 V. Si usamos una luz de 187,5 nm, el potencial de frenado será:
   A) Menor.
   B) Mayor.
   C) Igual.

   DATO: $c = 3{,}0\times10^8$ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. ord. 24)*

Solución: C

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s.
La frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ,

$$f=\frac{c}{\lambda}$$

Cuanto mayor sea su longitud de onda, menor será la frecuencia y menor será la energía del fotón.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía cinética E_c máxima de los electrones se escribe en función del potencial de frenado

$$E_c = |e|\cdot V$$

La ecuación de Einstein queda:

$$h\cdot f=W_e+|e|\cdot V$$

Por tanto, cuanto menor sea la frecuencia de la radiación, menor será la energía de los fotones y la energía cinética y el potencial de frenado de los electrones emitidos.
Con el dato de la velocidad de la luz en el vacío, se puede calcular la frecuencia correspondiente a la longitud de onda de 187,5 nm:

$$f=\frac{c}{\lambda} \quad =\frac{3\cdot 10^{8}\ \text{m/s}}{187{,}5\cdot 10^{-9}\ \text{m}}=1{,}6\cdot 10^{15}\ \text{Hz}$$

Como la frecuencia es la misma, el potencial de frenado también valdrá lo mismo.

2. La teoría ondulatoria de Huygens sobre la naturaleza de la luz está confirmada por los fenómenos:
   A) Reflexión y formación de sombras.
   B) Refracción e interferencias.
   C) Efecto fotoeléctrico y efecto Compton.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

La teoría ondulatoria de Huygens propone que la luz es una onda que se propaga en todos los sentidos desde una fuente luminosa. Esta teoría explica el fenómeno de la refracción, que es el cambio de dirección y velocidad que sufre una onda cuando pasa de un medio a otro con diferente densidad. También explica el fenómeno de las interferencias, que es la superposición de dos o más ondas que se cruzan, produciendo zonas de refuerzo y cancelación de la luz. Estos fenómenos no pueden ser explicados por la teoría corpuscular de Newton, que considera que la luz está formada por partículas. La teoría ondulatoria de Huygens fue confirmada experimentalmente por Young y Fresnel en el siglo XIX.
Las otras opciones:
A) Incorrecta. Estos fenómenos pueden ser explicados tanto por la teoría ondulatoria cómo por la teoría corpuscular. La reflexión es el cambio de dirección que sufre una onda o una partícula cuando choca contra una superficie. La formación de sombras es la ausencia de luz en una zona donde un objeto opaco impide el paso de la luz.
C) Estos fenómenos contradicen la teoría ondulatoria y apoyan la teoría cuántica, que considera que la luz está formada por cuantos de energía llamados fotones. El efecto fotoeléctrico es la emisión de electrones por un metal cuando es iluminado por una luz con suficiente energía. El efecto Compton es el cambio de longitud de onda que sufre un fotón cuando choca con un electrón. Estos fenómenos demuestran que la luz tiene comportamiento dual, ondulatorio y corpuscular, dependiendo de las circunstancias.

3. Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm):
   A) No se produce efecto fotoeléctrico.
   B) Los electrones emitidos son más rápidos.
   C) Se emiten más electrones, pero a la misma velocidad.

(A.B.A.U. ord. 23)

Solución: B

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.
La frecuencia, f, y la longitud de onda, λ, de la luz son inversamente proporcionales:

$$f \cdot \lambda = c$$

c es la velocidad de la luz.
Cuando un fotón golpea un electrón en un metal, le transfiere su energía. Si esta energía es suficiente para vencer la fuerza de atracción del metal, se emitirá el electrón. La energía mínima requerida para emitir un electrón de un metal se llama función de trabajo del metal.
En el enunciado de la cuestión se indica que irradiando el metal con luz roja (λ = 682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Esto significa que la energía de los fotones de luz roja es suficiente para superar la función de trabajo del metal y emitir electrones.
Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (λ = 570 nm), los fotones de esta luz tendrán mayor frecuencia (ya que la frecuencia es inversamente proporcional a la longitud de onda y λ es menor) y por tanto mayor energía ($E = h \cdot f$). Esto significa que los fotones de la luz amarilla transferirán más energía a los electrones del metal, que serán emitidos a mayor velocidad. Por lo tanto, los electrones emitidos son más rápidos.

Las otras opciones:
A) Falso. Si se produce efecto fotoeléctrico al irradiar el metal con luz roja, también se producirá al irradiarlo con luz amarilla, ya que la energía de los fotones de luz amarilla es mayor que la energía de los fotones de luz roja.
C) Falso. El número de electrones emitidos depende de la intensidad de la luz incidente, no de su frecuencia o longitud de onda. Por lo tanto, si irradiamos el metal con luz amarilla y roja de igual intensidad, se emitirán el mismo número de electrones.

4. Un fotón de luz visible con longitud de onda de 500 nm tiene un momento lineal de:
   A) 0
   B) $3{,}31 \cdot 10^{-25}$ kg·m·s⁻¹
   C) $1{,}33 \cdot 10^{-27}$ kg·m·s⁻¹
   DATO: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s *(A.B.A.U. ord. 21)*

Solución: C

La interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico demostró que la luz se comporta como un chorro de partículas, llamadas fotones, cuya energía es proporcional a la frecuencia:

$$E = h \cdot f$$

En el efecto Compton, el fotón se comporta como una partícula de momento lineal:

$$p=\frac{E}{c}=\frac{h\cdot f}{c}=\frac{h\cdot f}{\lambda\cdot f}=\frac{h}{\lambda}$$

Como ya estaba establecido que la luz se propaga como una onda, se propuso que el comportamiento era dual: en algunos experimentos el comportamiento de la luz parece ser corpuscular y en otros, ondulatorio. De Broglie propuso que este comportamiento dual también afecta a cualquier partícula. En algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ viene dada por la expresión:

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{m\cdot v}$$

h es la constante de Planck, m es la masa de la partícula y v es su velocidad.
También que en algunos casos el comportamiento de las ondas podría interpretarse como el de partículas con un momento lineal:

$$p=m\cdot v=\frac{h}{\lambda}$$

Para el fotón de λ = 500 nm = $5{,}00\cdot 10^{-7}$ m, el momento lineal valdría:

$$p=m\cdot v=\frac{h}{\lambda}=\frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\text{ J·s}}{5{,}00\cdot 10^{-7}\text{ m}}=1{,}33\cdot 10^{-27}\text{ kg·m·s}^{-2}$$

5. Un determinado haz de luz provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Si aumentamos la intensidad del haz incidencia:
   A) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados, así como su energía cinética.
   B) Aumenta el número de fotoelectrones arrancados sin modificarse su energía cinética.
   C) El número de fotoelectrones arrancados no varía, pero su energía cinética aumenta.

(A.B.A.U. ord. 19)

Solución: B

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h\cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s.

Al aumentar la intensidad de la luz, aumenta el número de fotones que llega al cátodo, y, como cada fotón arranca un electrón, aumentará el número de electrones emitidos. Pero la energía cinética de los electrones no depende de la intensidad de la luz sino de su frecuencia.

6. El efecto fotoeléctrico se produce si:
   A) La intensidad de la radiación incidente es muy grande.
   B) La longitud de onda de la radiación es grande.
   C) La frecuencia de la radiación es superior a la frecuencia umbral.

(A.B.A.U. extr. 17)

Solución: C

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

Las otras opciones:
A. Falsa. Si la intensidad de la luz es muy grande habrá un gran número de fotones. Pero si cada uno de ellos no tiene energía suficiente, no se producirá efecto fotoeléctrico.
B. Falsa. La longitud de onda es inversamente proporcional a la frecuencia. A mayor longitud de onda, menor frecuencia y, por tanto, menor energía de los fotones. Con menos energía es menos probable que se supere el trabajo de extracción.

7. En una célula fotoeléctrica, el cátodo metálico se ilumina con una radiación de λ = 175 nm y el potencial de frenado es de 1 V. Cuando usamos una luz de 250 nm, el potencial de frenado será:
   A) Menor.
   B) Mayor.
   C) Igual.

(A.B.A.U. ord. 20)

Solución: A

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.
La frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto mayor sea su longitud de onda, menor será la frecuencia y menor será la energía del fotón.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía del fotón, que depende de la frecuencia f, se escribe en función de la longitud de onda λ.

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

La energía cinética E_c máxima de los electrones se escribe en función del potencial de frenado

$$E_c = |e| \cdot V$$

La ecuación de Einstein queda

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W_e + |e| \cdot V$$

Por lo tanto, cuanto mayor sea su longitud de onda menor será la energía de los fotones y la energía cinética y el potencial de frenado de los electrones emitidos.

Si tuviésemos todos los datos para hacer los cálculos (la constante de Planck, la velocidad de la luz en el vacío y la carga del electrón) descubriríamos que la radiación de 250 nm no produciría efecto fotoeléctrico.
El trabajo de extracción es:

$$W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \cdot V = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} [\text{m/s}]}{175 \cdot 10^{-9} [\text{m}]} - 1{,}60 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1 [\text{V}] = 9{,}74 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La energía del fotón de 250 nm vale:

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} [\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8} [\text{m/s}]}{250 \cdot 10^{-9} [\text{m}]} = 7{,}95 \cdot 10^{-19} [\text{J}]$$

Energía menor que el trabajo de extracción. No sería suficiente para producir efecto fotoeléctrico.

8. La hipótesis de De Broglie se refiere a que:
   A) Al medir con precisión la posición de una partícula atómica se altera su energía.
   B) Todas las partículas en movimiento llevan asociada una onda.
   C) La velocidad de la luz es independiente del movimiento de la fuente emisora de luz.

(A.B.A.U. ord. 17)

Solución: B

De Broglie propuso que en algunos casos el comportamiento de ciertas partículas podría interpretarse como el de ondas cuya longitud de onda asociada λ vendría dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$$

En la ecuación, h es la constante de Planck y m la masa de la partícula y v su velocidad.
Como h es una constante y $m \cdot v$ es la expresión del momento lineal o cantidad de movimiento, la longitud de la onda asociada a un protón es inversamente proporcional a su momento lineal.

Las otras opciones.
A. Falsa. Es una consecuencia del principio de indeterminación de Heisenberg.
C. Falsa. Es uno de los postulados de la teoría de la relatividad especial de Einstein.

● Desintegración radioactiva

1. Se observa que el número de núcleos N_0 inicialmente presentes en una muestra de isótopo radiactivo queda reducida a $N_0/16$ al cabo de 24 horas. El período de semidesintegración es:
   A) 4 h
   B) 6 h
   C) 8,6 h

(A.B.A.U. extr. 21)

Solución: B

La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-dN = \lambda \cdot N \cdot dt$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

Se calcula la constante de desintegración radioactiva sustituyendo N por $N_0/16$ y t por 24 h en la expresión logarítmica:

$$-\ln \frac{(N_0/16)}{N_0} = -\ln \frac{1}{16} = \ln 16 = 2{,}77 = \lambda \cdot 24[\text{h}]$$

$$\lambda = \frac{2{,}77}{24[\text{h}]} = 0{,}116 \text{ h}^{-1}$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula el período de semidesintegración de la relación con la constante de desintegración radioactiva:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{0{,}116 \, [\text{h}^{-1}]} = 6 \text{ h}$$

Análisis: Si el período de semidesintegración es de 6 horas, al cabo de 24 / 6 = 4 períodos de semidesintegración quedarán $N = N_0 \cdot (1/2)^4 = 1/16\ N_0$.

2. El estroncio-90 es un isótopo radiactivo con un período de semidesintegración de 28 años. Si disponemos de una muestra de dos moles del dicho isótopo, el número de átomos de estroncio-90 que quedarán en la muestra después de 112 años será:
   A) $1/8\ N_A$
   B) $1/16\ N_A$
   C) $1/4\ N_A$
   DATO: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ partículas/mol. *(A.B.A.U. ord. 19)*

Solución: A

La ley de desintegración radiactiva, que dice que la cantidad de átomos que se desintegran en la unidad de tiempo es proporcional al número de átomos presentes, ($-dN = \lambda \cdot N \cdot dt$), puede expresarse como:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

N es la cantidad de átomos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t, N_0 es la cantidad inicial de átomos y λ es la constante de desintegración.
Se obtiene una versión más manejable de la ecuación de desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, pasando N_0 al otro miembro, aplicando logaritmos neperianos y cambiando el signo:

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln (2N / N) = \lambda \cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda \cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Se calcula la constante de desintegración radioactiva de la relación con el período de semidesintegración:

$$\lambda=\frac{\ln 2}{T_{1/2}}=\frac{0,693}{28\ [\text{ano}]}=0,0248\ \text{año}^{-1}$$

Pasados 112 años quedarán:

$$N=2\cdot N_A\cdot e^{-0,024\,8\,\text{año}^{-1}\cdot 112\ \text{año}}=\frac{N_A}{8}$$

Análisis: Como el período de semidesintegración es de 28 años, al cabo de 112 / 28 = 4 períodos de semidesintegración quedarán $2\cdot N_A\cdot(1/2)^4 = 2/16\ N_A = 1/8\ N_A$.

3. Una muestra de una sustancia radiactiva contenía hace 10 años el doble de núcleos que en el instante actual; por lo tanto, el número de núcleos que había hace 30 años respecto al momento actual era:
A) Seis veces mayor.
B) Tres veces mayor.
C) Ocho veces mayor.

(A.B.A.U. extr. 20)

Solución: C

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante. Del enunciado de la cuestión se deduce que el período de semidesintegración de la sustancia radiactiva es de 10 años, ya que entonces había el doble de núcleos que ahora.
De hace treinta años hasta ahora transcurrieron 3 períodos, por lo que la cantidad que había entonces era 2^3 = 8 veces mayor que ahora.

4. La vida media de un núclido radiactivo y el período de semidesintegración son:
A) Conceptualmente iguales.
B) Conceptualmente diferentes, pero valen lo mismo.
C) Diferentes, la vida media es mayor.

(A.B.A.U. extr. 18)

Solución: C

La vida media τ es la esperanza de vida de una substancia radiactiva. Es el valor medio de los tiempos que tardarían en desintegrarse todos los núclidos de una muestra.

$$\tau=\frac{\int_{N_0}^{0} t\cdot dN}{N_0}=\frac{\int_{0}^{\infty} t\cdot(-\lambda N)\,dt}{N_0}$$

Como $N=N_0\cdot e^{-\lambda\cdot t}$:

$$\tau=\frac{\int_0^\infty t\cdot N_0\cdot e^{-\lambda}t\,dt}{N_0}=\int_0^\infty t\cdot e^{-\lambda}t\,dt$$

Debemos realizar una integración por partes:

$$\int u\,dv=u\cdot v-\int v\,d u$$

Llamando: $u = t \quad\Rightarrow\quad du = 1$

$$\mathrm{d}v=e^{-\lambda t}\mathrm{d}t \quad\Rightarrow\quad v=-\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}$$

queda

$$\tau=\int_0^\infty t\cdot e^{-\lambda}\,t\,dt=\left[-\frac{t}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^\infty-\int_0^\infty\frac{-1}{\lambda}e^{-\lambda t}\mathrm{d}\,t=\left[\frac{1}{\lambda}e^{-\lambda t}\right]_0^\infty=\frac{1}{\lambda}$$

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$.
Poniendo en la ecuación logarítmica: ($2\ N$) en lugar de N_0, y $T_{1/2}$ en vez de t, queda:

$$\ln(2\ N/\ N) = \lambda\cdot T_{1/2} \qquad \Rightarrow \lambda\cdot T_{1/2} = \ln 2$$

Como ln 2 = 0,693 < 1:

$$\tau=\frac{1}{\lambda}>\frac{\ln 2}{\lambda}=T_{1/2}$$

● Energía nuclear

1. La masa de un núcleo atómico es:
   A) Mayor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen.
   B) Menor que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen.
   C) Igual que la suma de las masas de las partículas que lo constituyen.

(A.B.A.U. extr. 22)

Solución: B

El defecto de masa es la diferencia entre la masa total de un núcleo atómico y la suma de las masas de sus partículas constituyentes (protones y neutrones). Esta diferencia de masa es debida a la energía de enlace que mantiene unidas las partículas en el núcleo, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m\cdot c^2$$

E es la energía, m es la masa y V es la velocidad de la luz.
Esta energía de enlace, que se desprendió cuando se formó el núcleo, hace que la masa total del núcleo sea menor que la suma de las masas de las partículas que lo forman.

● Reacciones nucleares

1. Algunos átomos de nitrógeno ($^{14}_{7}N$) atmosférico chocan con un neutrón y se transforman en carbono ($^{14}_{6}C$) que, por emisión β, se convierte de nuevo en nitrógeno. En este proceso:
   A) Se emite radiación gamma.
   B) Se emite un protón.
   C) No puede existir este proceso, ya que se obtendría $^{14}_{5}B$.

(A.B.A.U. extr. 23)

Solución: B

Las reacciones nucleares descritas en el enunciado son:

$$^{14}_{7}N + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{14}_{6}C$$

$$^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}_{7}N$$

La primera reacción, tal como está escrita, no respeta los principios de conservación de la carga ni el del número másico. Suponiendo que en la primera reacción se emite una partícula $^{A}{}_{Z}X$, y aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$14 + 1 = 14 + A \Rightarrow A = 1$$

$$7 + 0 = 6 + Z \Rightarrow Z = 1$$

La partícula $^{A}{}_{Z}X$ es $^{1}_{1}H$, un protón.
Las ecuaciones completas son:

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$$

$$^{14}_{6}C \longrightarrow ^{0}_{-1}e + ^{14}_{7}N$$

2. En la reacción $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{A}_{Z}X + 3\,^{1}_{0}n$, se cumple que:
A) Es una fusión nuclear.
B) Se pone en juego una gran cantidad de energía correspondiente al defecto de masa.
C) Al elemento X le corresponde el número atómico 36 y el número másico 94.

(A.B.A.U. ord. 22)

Solución: B

En las reacciones nucleares se libera mucha energía que es equivalente al defecto de masa, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Las reacciones de fisión se producen al bombardear un núcleo pesado, uranio o plutonio, con neutrones térmicos, que se mueven a la velocidad adecuada para producir la fragmentación del núcleo en dos núcleos más pequeños y la emisión de dos o tres neutrones que producen una reacción en cadena (si no se controla).

Las otras opciones.
La) Falsa. Es una reacción de fisión. El núcleo de uranio se rompe en otros más pequeños al ser bombardeado con neutrones. Los neutrones que se desprenden provoca una reacción en cadena.
C) Falsa.

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{141}_{56}Ba + ^{A}_{Z}X + 3\,^{1}_{0}n$$

Aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$235 + 1 = 141 + A + 3 \Longrightarrow A = 92$$

$$92 = 56 + Z \Longrightarrow Z = 36$$

El número atómico coincide, pero no el número másico.

3. El $^{232}_{90}Th$ se desintegra emitiendo 6 partículas α y 4 partículas β, lo que da lugar a un isótopo estable del plomo de número atómico:
A) 82.
B) 78.
C) 74.

(A.B.A.U. extr. 19)

Solución: A

Las partículas alfa son núcleos de helio $^{4}_{2}He$, las partículas beta electrones $^{0}_{-1}e$ y las radiaciones gamma fotones $^{0}_{0}\gamma$.
Escribiendo la reacción nuclear

$$^{232}_{90}Th \rightarrow 6\,^{4}_{2}He + 4\,^{0}_{-1}e + ^{A}_{Z}D$$

Aplicando los principios de conservación del número bariónico (o número másico) y de la carga, queda:

$$232 = 6 \cdot 4 + A \Longrightarrow A = 208$$

$$90 = 6 \cdot 2 + 4 \cdot (-1) + Z \Longrightarrow Z = 82$$

◊ LABORATORIO

1. En un experimento sobre el efecto fotoeléctrico en un metal se observó la correlación entre el potencial de frenado, *V*(frenado), y la frecuencia, *f*, de la radiación empleada que muestra la tabla.
   a) Representa gráficamente la frecuencia *f* en unidades de 1014 Hz (eje Y) frente a *V*(frenado) en V (eje X) y razona si debe esperarse una ordenada en el origen positiva o negativa.
   b) Deduce el valor de la constante de Planck a partir de la gráfica.
   DATO: $|q_e|$ = 1,6×10⁻¹⁹ C. *(A.B.A.U. extr. 24)*
   Rta.: a)

Solución:

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

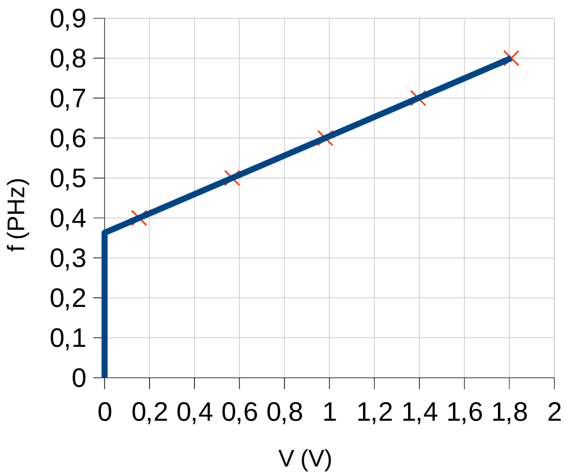
En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia *f* es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.

El potencial de frenado es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima:

$$E_c = q \cdot V$$



Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica de la frecuencia frente al potencial de frenado.

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

$$f = (q / h) \cdot V + W_e / h$$

Esta es la ecuación de una recta

$$y = m \cdot x + b$$

En ella, *f* es la variable dependiente (*y*), *V* es la variable independiente (*x*), (*q* / *h*) sería la pendiente *m* y (W_e / *h*) la ordenada *b* en el origen.
La ordenada en el origen tiene que ser positiva, porque corresponde a la frecuencia umbral: la frecuencia mínima de los fotones para producir el efecto fotoeléctrico.
Si se dispone duna hoja de cálculo, se le puede pedir que haga una regresión lineal para obtener la pendiente y la ordenada en el origen.
La constante de Planck se calcula de la pendiente:

$$m = 2{,}42 \cdot 10^{14} = q / h$$

$$h = \frac{q}{m} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ [\text{C}]}{2{,}42 \cdot 10^{14}\ [\text{Hz/V}]} = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\ \text{J·s}$$

En la prueba de acceso no dejan, por ahora, emplear hojas de cálculo. Se puede tomar como una buena aproximación de la pendiente el cociente entre los valores de los puntos máximo y mínimo:

$$m=\frac{(8{,}000-4{,}000)\cdot 10^{14}\ [\mathrm{Hz}]}{(1{,}809-0{,}154\ [\mathrm{V}])}=2{,}417\cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz/V}$$

Con este resultado, se calcula la constante de Planck:

$$h=\frac{q}{m}=\frac{1{,}6\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}]}{2{,}417\cdot 10^{14}\ [\mathrm{Hz/V}]}=6{,}6\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}$$

Análisis: Este resultado es muy aproximado al valor correcto (h = 6,63·10⁻³⁴ J·s). Aunque los datos de las medidas tienen cuatro cifras significativas, al hacer una aproximación de la pendiente y viendo que el valor de la carga del electrón solo tiene dos, el valor calculado de la constante de Planck, solo tendrá dos cifras significativas.

2. Al iluminar la superficie de un metal con luz de longitud de onda 280 nm, la emisión de fotoelectrones cesa para un potencial de frenado de 1,3 V.
 a) Determina la función trabajo del metal y la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.
 b) Representa la gráfica energía cinética-frecuencia y determina el valor de la constante de Planck a partir de dicha gráfica.
 Datos: $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J s; $c = 3\cdot 10^{8}$ m s^{-1}; $|q_e| = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 23)*
 Rta.: a) $W_e = 5{,}0\cdot 10^{-19}$ J; $f_0 = 7{,}6\cdot 10^{14}$ Hz.

Solución:

Esta cuestión no tiene sentido. Para poder calcular la función trabajo necesitamos el valor de la constante de Planck (¡que es un dato!). Pero en el apartado b) ¡nos piden que calculemos la constante de Planck! Piden que hagamos una gráfica, ¡pero solo nos dan valores para un punto!

Se puede resolver el apartado a) con el dato de la constante de Planck.
De la relación entre la longitud de onda y la frecuencia, $f = c / \lambda$, se obtiene la frecuencia de la radiación:

$$f=\frac{c}{\lambda}=\frac{3{,}00\cdot 10^{8}\ [\mathrm{m\cdot s^{-1}}]}{280\ [\mathrm{nm}]}\ \frac{1\ [\mathrm{nm}]}{10^{-9}\ [\mathrm{m}]}=1{,}07\cdot 10^{15}\ \mathrm{Hz}$$

A partir del potencial de se obtiene la energía cinética:

$$E_c = |q_e| \cdot V = 1{,}6\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{C}] \cdot 1{,}3\ [\mathrm{V}] = 2{,}1\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

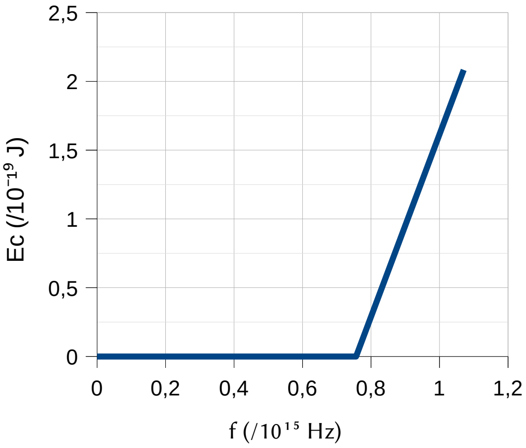
Combinando las ecuaciones de Planck, $E_f = h \cdot f$, y Einstein, $E_f = W_e + E_c$, se obtiene el trabajo de extracción:

$$W_e = E_f - E_c = 6{,}63\cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}] \cdot 1{,}07\cdot 10^{15}\ [\mathrm{s^{-1}}] - 2{,}1\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}] = 5{,}0\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

De la relación entre el trabajo de extracción, W_e, y la frecuencia umbral, f_0, se obtiene la frecuencia umbral:

$$W_e = h \cdot f_0 \Rightarrow\ f_0=\frac{W_e}{h}=\frac{5{,}0\cdot 10^{-19}\ [\mathrm{J}]}{6{,}63\cdot 10^{-34}\ [\mathrm{J\cdot s}]}=7{,}6\cdot 10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

También se puede hacer una gráfica con dos puntos, el de los datos y el de la frecuencia umbral.



Pero no se puede determinar el valor de la constante de Planck, porque hemos empleado el valor del dato en los cálculos anteriores.
De tener los datos adecuados, con una hoja de cálculo se podría dibujar la gráfica y obtener la ecuación de la línea de tendencia.
Ordenando la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica da energía cinética frente a frecuencia.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta es la ecuación de una recta:

$$y = m \cdot x + b$$

En ella E_c es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), h sería la pendiente (m) y (-W_e) la ordenada b en el origen.
Calculando el valor de la pendiente se determinaría el valor de la constante de Planck.

3. En un experimento para medir h, al iluminar una superficie metálica con una radiación de longitud de onda λ= 200·10⁻⁹ m, el potencial de frenado para los electrones es de 1,00 V. Si λ =175·10⁻⁹ m, el potencial de frenado es de 1,86 V.
   a) Determina el trabajo de extracción del metal.
   b) Representa el valor absoluto del potencial de frenado frente a la frecuencia y obtén de dicha representación el valor de la constante de Planck.
   DATOS: $|q_e|$ = 1,6·10⁻¹⁹ C; c = 3·10⁸ m·s⁻¹. *(A.B.A.U. extr. 21)*
   Rta.: a) W_e = 8,3·10⁻¹⁹ J; b) h = 6,6·10⁻³⁴ J·s

Solución:

a) La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck.
El potencial de frenado V es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima E, siendo q la carga del electrón en valor absoluto:

$$E_c = q \cdot V$$

La ecuación de Einstein quedaría:

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

El trabajo de extracción y la constante de Planck pueden calcularse resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$h \cdot f_1 = W_e + q \cdot V_1$$
$$h \cdot f_2 = W_e + q \cdot V_2$$

Expresando la frecuencia f en función de la longitud de onda λ: $f = c / \lambda$ y sustituyendo los datos, suponiendo tres cifras significativas, quedaría:

$$\begin{cases} \dfrac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{200 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}00 \\ \dfrac{h \cdot 3 \cdot 10^8}{175 \cdot 10^{-9}} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}86 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1{,}50 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 1{,}60 \cdot 10^{-19} \\ 1{,}71 \cdot 10^{15} \cdot h = W_e + 2{,}98 \cdot 10^{-19} \end{cases}$$

Restándolas, se obtendría una expresión en función de h:

$$0{,}21 \cdot 10^{15} \cdot h = 1{,}38 \cdot 10^{-19}$$

Se calcula h, despejándola de la relación anterior:

$$h = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-19}}{0{,}21 \cdot 10^{15}} = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$$

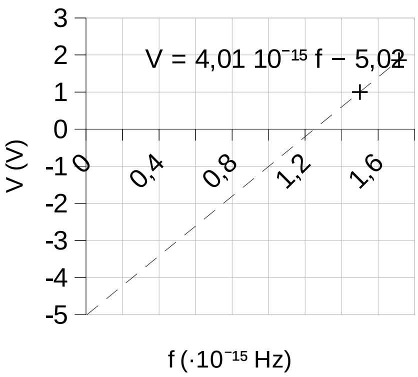
Se calcula el trabajo de extracción sustituyendo el valor de h en la primera de las dos ecuaciones:

$$1{,}5 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34} = W_e + 1{,}6 \cdot 10^{-19}$$

$$W_e = 1{,}5 \cdot 10^{15} \cdot 6{,}6 \cdot 10^{-34} - 1{,}6 \cdot 10^{-19} = 8{,}3 \cdot 10^{-19}$$

b) Con una hoja de cálculo se puede dibujar la gráfica y obtener la ecuación de la línea de tendencia.

Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica del potencial de frenado frente a frecuencia.



$$V = (h / q) \cdot f - W_e / q$$

Esta es la ecuación de una recta

$$y = m \cdot x + b$$

En ella, V es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), (h / q) sería la pendiente m y $(-W_e / q)$ la ordenada b en el origen.

$$V = 4{,}01 \cdot 10^{-15} f - 5{,}02$$

El trabajo de extracción W_e puede calcularse de la ordenada en el origen b:

$$b = -5{,}02 = -W_e / q$$

$$W_e = 5{,}02 \cdot q = 5{,}02 \text{ [V]} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} = 8{,}0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La constante de Planck h se obtiene de la pendiente m:

$$h = q \cdot m = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ [C]} \cdot 4{,}01 \cdot 10^{-15} \text{ [V/s}^{-1}\text{]} = 6{,}4 \cdot 10^{-34} \text{ J·s}$$

4. En una experiencia para calcular el trabajo de extracción de un metal observamos que los fotoelectrones expulsados de su superficie por una luz de $4 \cdot 10^{-7}$ m de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0,80 V. Y si la longitud de onda es de $3 \cdot 10^{-7}$ m el potencial de frenado es 1,84 V.
   a) Represente gráficamente la frecuencia frente al potencial de frenado.
   b) Determine el trabajo de extracción a partir de la gráfica.
   DATOS: $c = 3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s; $|q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. *(A.B.A.U. extr. 20)*
   Rta.: $W_e = 2{,}3$ eV

Solución:

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).

Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.

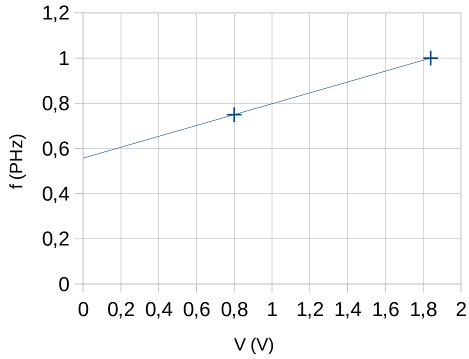
Para que se produzca efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s.
El potencial de frenado es la diferencia de potencial que detiene el paso de electrones, siendo una medida de su energía cinética máxima:



$$E_c = q \cdot V$$

Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica de la frecuencia frente al potencial de frenado.

$$h \cdot f = W_e + q \cdot V$$

$$f = (q / h) \cdot V + W_e / h$$

Esta es la ecuación de una recta:

$$y = m \cdot x + b$$

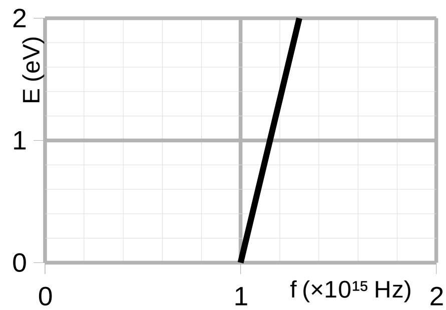
En ella, f es la variable dependiente (y), V es la variable independiente (x), (q / h) sería la pendiente m y (W_e / h) la ordenada b en el origen.
El trabajo de extracción puede calcularse de la ordenada en el origen:

$$b = 0{,}55 \cdot 10^{15} = W_e / h$$

$$W_e = 0{,}55 \cdot 10^{15} \cdot h = 0{,}55 \cdot 10^{15} \text{ [s}^{-1}\text{]} \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34} \text{ [J·s]} = 3{,}7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$W_e = 3{,}7 \cdot 10^{-19} \text{ [J]} / 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ [J/eV]} = 2{,}3 \text{ eV}$$

5. Se puede medir experimentalmente la energía cinética máxima de los electrones emitidos al hacer incidir luz de distintas frecuencias sobre una superficie metálica. Determina el valor de la constante de Planck a partir de los resultados que se muestran en la gráfica adjunta. DATO: 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J.
(A.B.A.U. extr. 18)



Solución:

La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck.
Ordenamos la ecuación de Einstein para que se ajuste a la gráfica.

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

Esta es la ecuación de una recta en la que E_c es la variable dependiente (y), f es la variable independiente (x), y h sería la pendiente m.
La pendiente puede calcularse:

$$m=\frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad \Rightarrow \qquad h=\frac{\Delta E_c}{\Delta f}$$

Leyendo en la gráfica los valores:

f_1 = 1,0·10¹⁵ Hz E_{c1}= 0 eV = 0 J

f_2 = 1,3·10¹⁵ Hz E_{c1}= 2 eV = 3,2·10⁻¹⁹ J

$$h=\frac{\Delta E_c}{\Delta f}=\frac{(3{,}2\cdot 10^{-19}-0)\ \text{J}}{(1{,}3\cdot 10^{15}-1{,}0\cdot 10^{15})\ \text{s}^{-1}}=\frac{(3{,}2\cdot 10^{-19}-0)\ \text{J}}{3\cdot 10^{14}\ \text{s}^{-1}}=1\cdot 10^{-33}\ \text{J·s}$$

Análisis: El resultado de nuestro cálculo tiene una sola cifra significativa porque el denominador sólo tiene una cifra significativa. El valor de la constante de Planck es h = $6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s *como puede verse en los datos del problema 1 de la opción B. Es del mismo orden de magnitud.*

ACLARACIONES

Los datos de los enunciados de los problemas no suelen tener un número adecuado de cifras significativas, bien porque el redactor piensa que la Física es una rama de las Matemáticas y los números enteros son números «exactos» (p. ej. la velocidad de la luz: $3\cdot 10^8$ m/s cree que es 300 000 000,000000 000 000 000... m/s) o porque aún no se ha enterado de que se puede usar calculadora en el examen y le parece más sencillo usar $3\cdot 10^8$ que 299 792 458 m/s).
Por eso he supuesto que los datos tienen un número de cifras significativas razonables, casi siempre tres cifras significativas. Menos cifras darían resultados, en ciertos casos, con una incertidumbre desmedida. Así que cuando tomo un dato como $c = 3\cdot 10^8$ m/s y lo reescribo como:

Cifras significativas: 3

$c = 3{,}00\cdot 10^8$ m/s

Lo que quiero indicar es que supongo que el dato original tiene tres cifras significativas (no que las tenga en realidad) para poder realizar los cálculos con una incertidumbre más pequeña que la que tendría en ese caso. ($3\cdot 10^8$ m/s tiene una sola cifra significativa, y una incertidumbre relativa del 30 %. Como las incertidumbres se suelen acumular a lo largo del cálculo, la incertidumbre final sería inadmisible. Entonces, ¿para qué realizar los cálculos? Con una estimación sería suficiente).

Cuestiones y problemas de las Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, y del traductor de la CIXUG.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM).
Se consultó al Copilot de Microsoft Edge y se tuvieron en cuenta algunas de sus respuestas en las cuestiones.

Actualizado: 07/07/24

Sumario

Índice de pruebas A.B.A.U.