# Gravitación

Método, aproximaciones y recomendaciones

#### ♦ PROBLEMAS

#### Satélites

- 1. El telescopio espacial Hubble (HST) orbita la Tierra de forma aproximadamente circular a una altura sobre la superficie terrestre de 520 km. Calcula:
  - a) El período orbital del HST.
  - b) E valor del potencial gravitatorio terrestre en la órbita del HST.

DATOS:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M(T) = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ; R(T) = 6370 km.

(A.B.A.U. extr. 24)

- **Rta.:** a) T = 1 h 34 min; b)  $V = -5.78 \cdot 10^7 \text{ J/kg}.$
- El Sentinel-1 es un satélite artificial de órbita circular polar de la Agencia Espacial Europea dentro del Programa Copérnico destinado a la monitorización terrestre y de los océanos. Está situado a 693 km sobre la superficie terrestre.
  - a) ¿Cuántas vueltas da a la Tierra cada día?
  - b) ¿Qué velocidad hubo que proporcionarle en el lanzamiento para ponerlo en órbita?

Datos:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M(T) = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R(T) = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

(A.B.A.U. extr. 23)

- **Rta.**: a)  $f = 14.6 \text{ día}^{-1}$ ; b)  $v = 8.29 \cdot 10^3 \text{ m/s}$
- 3. Un pequeño satélite gira alrededor de la Luna orbitando en una circunferencia de 3 veces el radio de la Luna
  - a) Calcula el periodo del satélite y determina la energía mecánica total que posee el satélite en su órbita.
  - b) Deduce y calcula la velocidad de escape desde la Luna.

DATOS:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ;  $M(L) = 7.35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ ; R(L) = 1740 km; m(satélite) = 1500 kg.

(A.B.A.U. ord. 23)

**Rta.**: a)  $T = 3.38 \cdot 10^4 \text{ s} = 9 \text{ h} 24 \text{ min}$ ;  $E = -7.0 \cdot 10^8 \text{ J}$ ; b)  $v_e = 2.37 \text{ km/s}$  (suelo) o 969 m/s desde la órbita.

- 4. Un satélite artificial tiene una masa de 200 kg y una velocidad constante de 7,00 km·s<sup>-1</sup>.
  - a) Calcula la altura a la que orbita.
  - b) Si en ese momento se le suministra una energía igual a la energía cinética que ya tiene, calcula a qué distancia de la Tierra podría llegar.

Datos:  $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $R(T) = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

(A.B.A.U. extr. 22)

- **Rta.**: a) h = 1750 km; b)  $r = \infty$ .
- 5. El período de Júpiter en su órbita alrededor del Sol es aproximadamente 12 veces mayor que el de la Tierra en su correspondiente órbita. Considerando circulares las órbitas de los dos planetas, determina:
  - a) La relación entre los radios de dichas órbitas.
  - b) La relación entre las aceleraciones de los dos planetas en sus respectivas órbitas.

(A.B.A.U. ord. 22)

**Rta.**: a)  $r_2 / r_1 = 5.2$ ; b)  $a_2 / a_1 = 0.036$ .

- 6. En 1969 la nave Apolo 11 orbitó alrededor de la Luna a una distancia media del centro de la Luna de 1850 km. Si la masa de la Luna es de 7,36·10<sup>22</sup> kg y suponiendo que la órbita fue circular, calcula:
  - a) La velocidad orbital del Apolo 11.

b) El período con que la nave describe la órbita.

Dato:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

(A.B.A.U. extr. 21)

- **Rta.**: a) v = 1630 m/s; b)  $T = 7.15 \cdot 10^3 \text{ s}$
- 7. La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta esférico de 4100 km de radio es 7,2 m·s<sup>-2</sup>. Calcula:
  - a) La masa del planeta.

b) La energía mínima necesaria que hay que comunicar a un minisatélite de 3 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y situarlo a 1000 km de altura sobre la misma, en una órbita circular alrededor del planeta.

Dato: 
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$
.

(A.B.A.U. extr. 20)

**Rta.**: a)  $M = 1.8 \cdot 10^{24} \text{ kg; b}$   $\Delta E = 5.30 \cdot 10^7 \text{ J.}$ 

- 8. Un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra a una altura de 350 km respecto a la superficie terrestre. Calcula:
  - a) La velocidad orbital del satélite.
  - b) Su período de revolución.
  - c) Compara el valor de su aceleración centrípeta con el valor de la intensidad del campo gravitatorio g a esa distancia de la Tierra. ¿Qué consecuencias se pueden extraer de este resultado?

Datos:  $R(T) = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ;  $g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$ .

(A.B.A.U. ord. 19)

**Rta.:** a) v = 7.70 km/s m; b) T = 1 h 31 min.; c)  $g = 8.81 \text{ m/s}^2$ .

- 9. Un satélite GPS describe órbitas circulares alrededor de la Tierra, dando dos vueltas a la Tierra cada 24 h. Calcula:
  - a) La altura de su órbita sobre la superficie terrestre.
  - b) La energía mecánica.
  - c) El tiempo que tardaría en dar una vuelta a la Tierra si lo hacemos orbitar a una altura doble.

Datos:  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ; masa del satélite = 150 kg.

(A.B.A.U. extr. 17)

**Rta.:** a)  $h = 2.02 \cdot 10^7$  m; b)  $E = -1.12 \cdot 10^9$  J; c)  $T_c = 28$  h.

- 10. Un astronauta está en el interior de una nave espacial que describe una órbita circular de radio 2  $R_T$ . Calcula:
  - a) La velocidad orbital de la nave.
  - b) La aceleración de la gravedad en la órbita de la nave.
  - c) Si en un instante dado, pasa al lado de la nave espacial un objeto de 60 kg en dirección a la Tierra con una velocidad de 40 m·s<sup>-1</sup>, halla la velocidad del objeto al llegar a la superficie terrestre.

Datos:  $R_T = 6370 \text{ km}$ ;  $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 17)

**Rta.:** a) v = 5.59 km/s; b)  $g_h = 2.45 \text{ m/s}^2$ ; c)  $v_2 = 7.91 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .

## • Campo gravitatorio

- 1. Una nave sitúa un objeto de 20 kg de masa entre la Tierra y el Sol en un punto donde la fuerza gravitatoria neta sobre el objeto es nula. Calcula en ese punto:
  - a) La distancia del objeto al centro de la Tierra.
  - b) La aceleración de la Tierra debida a la fuerza que el objeto ejerce sobre ella.

DATOS:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M(T) = 5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $M(S) = 2.00 \times 10^{30} \text{ kg}$ ;

distancia Tierra-Sol = 1,50×10<sup>11</sup> m.

(A.B.A.U. ord. 24)

**Rta.**: a)  $r = 2.59 \cdot 10^8$  m; b)  $a = 1.99 \cdot 10^{-26}$  m/s<sup>2</sup>.

- 2. La masa del planeta Marte es 0,107 veces la masa de la Tierra y su radio es 0,533 veces el radio de la Tierra. Calcula:
  - a) El tiempo que tarda un objeto en llegar a la superficie de Marte si se deja caer desde una altura de 50 m
  - b) La velocidad de escape de ese objeto desde la superficie del planeta.

Datos:  $g = 9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ ;  $R_T = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

(A.B.A.U. ord. 21)

**Rta.**: a) t = 5.21 s; b)  $v_e = 5.01 \cdot 10^3 \text{ m/s}$ .

- 3. Un meteorito de 150 kg de masa se acerca a la Tierra y alcanza una velocidad de 30 km·s<sup>-1</sup> cuando está a una altura sobre la superficie de la Tierra igual a 6 veces el radio de esta. Calcula:
  - a) Su peso a esa altura.
  - b) Su energía mecánica a esa altura.

Datos:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M(T) = 5.98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R(T) = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ .

(A.B.A.U. ord. 20)

**Rta.**: a)  $P_h = 30.1 \text{ N}$ ; b)  $E = 6.61 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .

## Masas puntuales

- 1. Considera dos masas de 2 kg y 4 kg fijas sobre el eje X en el origen y a x = 6 m, respectivamente. Calcula:
  - a) Las coordenadas de un punto en el que el campo gravitatorio resultante valga cero.
  - b) El potencial gravitatorio en x = 2 m.
  - c) El trabajo realizado por la fuerza del campo gravitatorio para llevar una masa de 6 kg desde ese punto hasta el infinito. Interpreta el signo del resultado.

Dato:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

(A.B.A.U. extr. 19)

**Rta.**: a) x = 2.5 m; b)  $V = -1.3 \cdot 10^{-10}$  J/kg; c)  $W = -8.0 \cdot 10^{-10}$  J.

### **♦** CUESTIONES

#### Satélites.

- 1. Sea  $v_e$  la velocidad de escape de un cuerpo situado en la superficie de la Tierra. La velocidad de escape del cuerpo si este se sitúa inicialmente a una altura medida desde la superficie igual a dos radios terestres, será:
  - A)  $v_{\rm e} / 3$
  - B)  $v_{\rm e} / 2$
  - C)  $v_{\rm e} / \sqrt{3}$ .

(A.B.A.U. extr. 24)

- 2. Un satélite se mueve en una órbita estable alrededor de un planeta. Su momento angular respecto al centro del planeta:
  - A) Aumenta indefinidamente.
  - B) Es cero.
  - C) Permanece constante.

(A.B.A.U. extr. 24)

- 3. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra. El trabajo que realiza la fuerza de la gravedad sobre el satélite a lo largo de media órbita es:
  - A) Positivo.
  - B) Negativo.
  - C) Nulo.

(A.B.A.U. ord. 23)

- 4. Dos satélites artificiales describen órbitas circulares alrededor de un planeta de radio *R*, siendo los radios de sus órbitas respectivas 1,050 *R* y 1,512 *R*. La relación entre sus velocidades de giro es:
  - A) 1,2
  - B) 2,07
  - C) 4,4

(A.B.A.U. ord. 21)

- 5. Un satélite gira alrededor de un planeta en una trayectoria elíptica. ¿Cuál de las siguientes magnitudes permanece constante?:
  - A) El momento angular.
  - B) El momento lineal.
  - C) La energía potencial.

(A.B.A.U. extr. 20)

6. La expresión que relaciona la energía mecánica de un satélite que describe una órbita circular alrededor de un planeta y su energía potencial es:

A) 
$$E_{\rm m} = -E_{\rm p}$$

- B)  $E_{\rm m} = -\frac{1}{2} E_{\rm p}$
- c)  $E_{\rm m} = \frac{1}{2} E_{\rm p}$

(A.B.A.U. extr. 19)

- 7. Un satélite describe una órbita elíptica alrededor de la Tierra. Considerando su posición en dos puntos de la órbita, se cumple:
  - A) La velocidad orbital del satélite es la misma en ambos puntos.
  - B) La energía mecánica del satélite es la misma en ambos puntos.
  - C) El momento angular del satélite respecto al centro de la Tierra es distinto en ambos puntos.

(A.B.A.U. ord. 18)

- 8. Para saber la masa del Sol, conocidos el radio de la órbita y el periodo orbital de la Tierra respecto al Sol, se necesita tener el dato de:
  - A) La masa de la Tierra.
  - B) La constante de gravitación *G*.
  - C) El radio de la Tierra.

(A.B.A.U. ord. 17)

## • Campo gravitatorio.

- 1. Si el peso de una masa *m* en la superficie de un planeta esférico de radio *r* vale 80 N, el peso de esa misma masa *m* en la superficie de un nuevo planeta esférico de radio 2 *r* será:
  - A) 20 N
  - B) 40 N
  - C) 160 N

Nota: la densidad de los dos planetas es la misma.

(A.B.A.U. extr. 23)

- 2. ¿Dónde se encontrará el punto en el que se anulan las intensidades de campo gravitatorio de la Luna y de la Tierra?:
  - A) En el punto medio entre la Tierra y la Luna.
  - B) Más cerca de la Tierra.
  - C) Más cerca de la Luna.

(A.B.A.U. extr. 22)

- 3. Dado un planeta esférico de masa M con radio la mitad del radio terrestre e igual densidad que la Tierra. La relación entre la velocidad de escape de un objeto desde la superficie del planeta respecto a la velocidad de escape de dicho objeto desde la superficie de la Tierra es:
  - A) 0.5
  - B) 0.7
  - C) 4

(A.B.A.U. extr. 21)

- 4. Para escalar una montaña podemos seguir dos rutas diferentes: una de pendientes muy suaves y otra con pendientes muy pronunciadas. El trabajo realizado por la fuerza gravitatoria sobre el cuerpo del montañero es:
  - A) Mayor en la ruta de pendientes muy pronunciadas.
  - B) Mayor en la ruta de pendientes muy suaves.
  - C) Igual en ambas rutas.

(A.B.A.U. ord. 20)

- 5. Si un planeta, manteniendo su masa, aumentase su radio, la velocidad de escape desde la superficie de planeta:
  - A) Aumentaría.
  - B) Disminuiría.
  - C) No variaría.

(A.B.A.U. extr. 18)

- 6. Si la masa de un planeta es el doble de la masa de la Tierra y el radio es cuatro veces mayor que el de la Tierra, la aceleración de la gravedad en ese planeta con respecto a la de la Tierra es:
  - A) 1/4
  - B) 1/8
  - C) 1/16.

(A.B.A.U. ord. 18)

- 7. La masa de un planeta es el doble que la de la Tierra y su radio es la mitad del terrestre. Sabiendo que la intensidad del campo gravitatorio en la superficie terrestre es g, la intensidad del campo gravitatorio en la superficie del planeta será:
  - A) 4 g
  - B) 8 g
  - C) 2 g

(A.B.A.U. extr. 17)

### **♦ LABORATORIO**

- a) A partir de los siguientes datos de satélites que orbitan alrededor de la Tierra determine el valor de la masa de la Tierra.
  - b) Si el valor indicado en los libros de texto para la masa de la Tierra es de 5,98×10<sup>24</sup> kg, ¿qué incertidumbre relativa obtuvimos a partir del cálculo realizado?

Satélites	Distancia media al centro da Terra / km	Período orbital medio /min
DELTA 1-R/B	7595	158
O3B PFM	14 429	288
GOES 2	36 005	1449
NOAA	7258	102

DATO:  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 24)

**Rta.:** a)  $M = 3.63 \cdot 10^{24} \text{ kg;b}$ )  $\delta = 39 \%$ .

2. A partir de medidas del radio, *r*, y del período, *T*, de cuatro satélites que orbitan la Tierra se obtiene la tabla anexa. Representa esos datos en una gráfica y determina a partir de ella la masa de la Tierra.

Satélite	$T^2/s^2$	$r^3/\mathrm{km}^3$
1	$3,18 \cdot 10^7$	3,29.1011
2	3,89·107	4,05·10 <sup>11</sup>
3	4,75·10 <sup>7</sup>	4,93.1011
4	1,44.108	1,48.1012

Dato:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

(A.B.A.U. ord. 19)

Actualizado: 16/07/24

Cuestiones y problemas de las <u>Pruebas de evaluación de Bachillerato para el acceso a la Universidad</u> (A.B.A.U. y P.A.U.) en Galicia.

Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.