DISEÑO DE EXPERIMENTOS

Diseño en parcelas divididas

Licenciatura en Estadística
Profesores:
Dr. José Alberto Pagura
Lic. Julia Inés Fernández

Diseño en parcelas divididas - Introducción

- Ejemplo 1
- Se desea estudiar el efecto sobre el rendimiento de maíz, de tres diferentes variedades y cuatro fertilizantes. El experimento se realizará en seis grandes unidades, tres unidades en una localidad y tres en otra. En cada localidad se sembrarán las tres variedades realizando una asignación aleatoria de la variedad a cada localidad.
- Cada unidad “grande”, se divide en cuatro subunidades y en cada una se aplica una variante diferente de fertilizante, asignando también en forma aleatoria la variante que se aplica a cada subunidad.

Esquema de una posible asignación de tratamientos a unidades en una localidad

LOCALIDAD 1

Unidad 1-Variedad 2	Unidad 2-Variedad 3	Unidad 3-Variedad 1
Fertilizante B	Fertilizante C	Fertilizante A
Fertilizante D	Fertilizante B	Fertilizante C
Fertilizante A	Fertilizante A	Fertilizante D
Fertilizante C	Fertilizante D	Fertilizante B

En una localidad, se disponen de tres unidades a las que se le asigna al azar una variedad. A su vez se divide cada unidad en cuatro parcelas a las que se le aplica una variante de fertilizante, asignada aleatoriamente

Diseño en parcelas divididas - Introducción

- Ejemplo 2 (Montgomery 13-4)
- En un proceso de fabricación de papel se ensayarán tres métodos de preparar pulpa y cuatro temperaturas diferentes de cocción de la pulpa con la finalidad de estudiar sus efectos sobre la resistencia del papel.
- Cada réplica del diseño factorial consta de 12 ensayos. Se decide la realización de tres réplicas, pero debido a que solo pueden hacerse 12 ensayos diarios, el experimento se realizará en tres días diferentes.

Diseño en parcelas divididas - Introducción

- Cada día se preparará pulpa por los tres métodos. Cada preparado se dividirán en cuatro tratándose cada uno con una temperatura diferente.
- ¿Cuántos lotes de pulpa se deberían preparar para realizar tres réplicas de un diseño factorial completo?

Diseño en parcelas divididas

- En algunos experimentos, ya sea porque un determinado tratamiento debe aplicarse en una unidad grande y otro puede aplicarse en unidades más pequeñas, o porque hay factores "difíciles de cambiar", se restringe la aleatorización como en los ejemplos vistos. La forma de tener en cuenta está restricción es mediante el análisis propuesto para los diseños split-plot o de parcelas divididas.

Diseño en parcelas divididas-Características

- La unidad mayor se denomina Parcela Completa y la unidad menor, subparcela o Parcela Dividida.
- La forma particular de disponer la aplicación de los tratamientos, implica la necesidad de considerar la existencia de dos errores experimentales: el correspondiente tratamiento de parcela completa y el del tratamiento de la subparcela.
- Las observaciones para las subunidades de la misma parcela presentarán correlación positiva.

Ejemplo 2. Las unidades y el modelo

- Dos clases de unidades:
  - Parcela completa: cada lote de pulpa
  - Subparcela: cada sublote
- Dos variancias, cada una asociada a cada clase de unidad.
- El modelo que representa el comportamiento de la resistencia del papel de acuerdo al diseño planteado, es:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \tau_k + d_{ik} + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

Ejemplo 2. El modelo

- $\alpha_i, i = 1 \ldots a$, efecto del factor A (método de preparación)
- $\tau_k, k = 1 \ldots n$, efecto bloque (día)
- d_{ik}, error aleatorio de la parcela completa que sigue una distribución normal con media 0 y variancia σ_d^2
- $\beta_j, j = 1 \ldots b$, efecto del factor B(temperatura)
- $(\alpha\beta)_{ij}$ efecto de la interacción entre A y B
- e_{ijk} error aleatorio de la subparcela, con distribución normal, media 0, variancia σ_2^2 e independiente de d_{ik}

Análisis de la variancia

Fuente de variación	gl	CM	E(CM)	F
Bloque	n-1	CM_{bloque}		
A (parcela completa-PC)	a-1	CM_A	$\sigma_d^2 + \frac{nb\sum_{i=1}^{a}\alpha_i^2}{a-1}$	$CM_A/CME(1)$
Error PC (Bloque*A)	(a-1)(n-1)	CME(1)	$\sigma_d^2 = \sigma_e^2 + \sigma_{\tau\alpha}^2$	
B (subparcela)	b-1	CM_B	$\sigma_e^2 + \frac{na\sum_{j=1}^{b}\beta_j^2}{b-1}$	$CM_B/CME(2)$
AB	(a-1)(b-1)	CM_{AB}	$\sigma_e^2 + \frac{n\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\alpha\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$	$CM_{AB}/CME(2)$
Error subparcela (Bloque*AB +Bloque*B)	a(n-1)(b-1)	CME(2)	σ_e^2	
Total	abn-1			

Resultados

Fuente de variación	gl	SC	CM	F
Bloque	2			
A (parcela completa-PC)	2			
Error PC (Bloque*A)	4			
B (subparcela)	3			
AB	6			
Error subparcela (Bloque*AB)	18			
Total	35			

Introducción

- Se desea estudiar la resistencia a la corrosión de barras de acero tratadas con cuatro recubrimientos y a tres temperaturas diferentes
- Recubrimientos C1, C2, C3 y C4
- Temperaturas de cocción: 360, 370 y 380°C
- Podría ser recomendable un diseño factorial general.
- Qué inconvenientes se presentan?

Tratamientos y ensayos del experimento planteado

- Se decide la realización de dos réplicas del experimento, conduciéndolo de la siguiente forma:
- Se decide aleatoriamente el orden en el que se “llevará” el horno a cada una de las temperaturas, resultando: 360, 370, 380, 380, 370, 360
- Para cada temperatura del horno, se ensayan los cuatro recubrimientos en orden aleatorio

Tratamientos y ensayos del experimento planteado

- Cuál es la diferencia con los diseños factoriales estudiados?

- Cual es el número máximo de veces que se podría tener que cambiar la temperatura del horno si el diseño hubiese sido completamente aleatorizado? Y con la presente propuesta?

Orden de los ensayos y resultados

- La siguiente tabla muestra el orden en el que se realizaron las pruebas y los resultados obtenidos

360	C2	C3	C1	C4
	73	83	67	89
370	C1	C3	C4	C2
	65	87	86	91
380	C3	C1	C2	C4
	147	155	127	212
380	C4	C3	C2	C1
	153	90	100	108
370	C4	C1	C3	C2
	150	140	121	142
360	C1	C4	C2	C3
	33	54	8	46

Características del diseño presentado

- Dos clases de unidades:
  - lote completo, cada uno de los seis tratamientos térmicos ensayados
  - Sublote cada una de las barras en el lote
- Dos variancias asociadas a las unidades:
  - Lote completo
  - Sublote

El modelo

- El modelo estadístico:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + d_{ik} + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

- $\alpha_i, i = 1 \ldots a$ efecto del factor A que tiene *a* niveles
- $d_{ik}, i = 1 \ldots a, k = 1 \ldots r$ error aleatorio de la parcela completa, r es el número de réplicas
- $\beta_j, \ j = 1 \ldots b$ efecto del factor B a *b* niveles
- $(\alpha\beta)_{ij}, i = 1 \ldots a, \ j = 1 \ldots b$ efecto de la interacción entre A y B
- e_{ijk} error aleatorio de la subparcela

El modelo-supuestos

- Los errores son normales, independientes, con media 0 y variancias σ_d^2 y σ_e^2

Análisis de la varianza

Fuente de variación	Grados de libertad	Cuadrado medio	Cuadrado medio esperado
A	a-1	CMA	$\sigma_e^2 + b\sigma_d^2 + rb\theta_a^2$
Error(1)	a(r-1)	CME(1)	$\sigma_e^2 + b\sigma_d^2$
B	b-1	CMB	$\sigma_e^2 + ra\theta_b^2$
AB	(a-1)(b-1)	CM(AB)	$\sigma_e^2 + ra\theta_{ab}^2$
Error(2)	a(r-1)(b-1)	CME(2)	σ_e^2

Significación estadística de los efectos de interés

- Para el efecto del factor A, correspondiente a las parcelas completas, $F=CMA/CME(1)$, su distribución bajo la hipótesis de inexistencia de efecto es $F_{a-1,a(r-1)}$
- Para el efecto de B, correspondiente al factor asignado a las subparcelas, $F=CMB/CME(2)$ que sigue una distribución, en caso de no haber efecto, $F_{b-1,a(r-1)(b-1)}$
- Para la interacción, $F=CM(AB)/CME(2)$ y distribución $F_{(a-1)(b-1),a(r-1)(b-1)}$

Resultados

- **Modelo lineal general: resistencia vs. temperatura. recubrimiento. ...**

Factor	Tipo	Niveles	Valores
temperatura	fijo	3	360. 370. 380
recubrimiento	fijo	4	C1. C2. C3. C4
auxiliar	fijo	2	1. 2

- Análisis de varianza para resistencia, utilizando SC ajustada para pruebas

Fuente	GL	SC Sec.	SC Ajust.	CM Ajust.	F	P
temperatura	2	26519,2	26519,2	13259,6	106,47	0,000
recubrimiento	3	4289,1	4289,1	1429,7	11,48	0,002
auxiliar	1	782,0	782,0	782,0	6,28	0,034
temperatura*recubrimiento	6	3269,8	3269,8	545,0	4,38	0,024
temperatura*auxiliar	2	13657,6	13657,6	6828,8	54,83	0,000
Error	9	1120,9	1120,9	124,5		
Total	23	49638,6				

- S = 11,1598   R-cuad. = 97,74%   R-cuad.(ajustado) = 94,23%

Errores y pruebas de hipótesis

- Los dos cuadrados medios de errores a considerar son:
- CME(1)=(13657,6+782)/3=4813
- CME(2)=1120,9
- El cociente CMA/CME(1) deberá calcularse
- Los restantes cocientes vienen dados en la tabla ANOVA

Análisis de los resultados

- El análisis básico consiste en determinar la significación estadística de los efectos, en este caso resultan significativos la interacción temperatura$\times$recubrimiento encontrando la condición T3C4 como la que mejor valor medio de la resistencia a la corrosión proporciona.