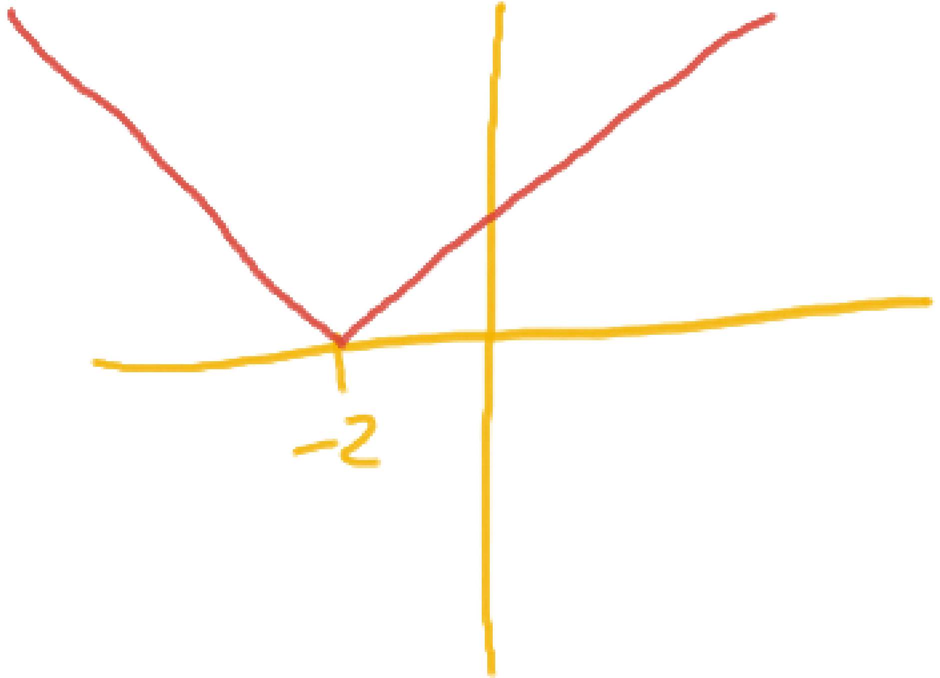
a) $f(x) = |x+2| \Longrightarrow f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x \geq -2 \\ -x-2 & \text{si } x < -2 \end{cases}$



Dom $f = \mathbb{R}$ i f contínua a tot $\mathbb{R}$.

f és derivable a $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Cal veure si f és derivable a $x=-2$

Per comprovar-ho, revisem la definició de la derivada en forma de límit:

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Calculem aquest límit per les dues bandes en $a=-2$:

$$\lim_{x\to -2^+} \frac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)} = \lim_{x\to -2^+} \frac{\overset{\to 0}{f(x)}}{\underset{\to 0}{x+2}} \underset{L'H}{=}$$

$$= \lim_{x\to -2^+} \frac{1}{1} = 1$$

M'apropo a -2 per la dreta!! $\Rightarrow$ $f'(x) = (x+2)' = 1$

$f'(x) = (x+2)' = 1$

Ara calcularé el límit per l'esquerra

El resultat serà -1:

$$\lim_{x\to -2^-} \frac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)} = \lim_{x\to -2^-} \frac{\overset{\to 0}{f(x)}}{\underset{\to 0}{x+2}} \underset{L'H}{=}$$

$$(x+2)' = 1$$

$$f'(x) = (-x-2)' = -1$$

m'apropo per l'esquerra!!

$$= \lim_{x\to -2^-} \frac{-1}{1} = -1$$

Com són límits laterals diferents, no existeix el límit, per ~~tant~~, $f'(-2)$ no existeix, és a dir, no és derivable en $x=-2$ //