



# Calidad de datos

Gestión de Datos

Maximiliano Arancibia

Educación Profesional - Escuela de Ingeniería

El uso de apuntes de clases estará reservado para finalidades académicas. La reproducción total o parcial de los mismos por cualquier medio, así como su difusión y distribución a terceras personas no está permitida, salvo con autorización del autor.

## Tabla de Contenidos

Recapitulando

Documentación de los datos

Calidad de los datos

Depuración de datos

Tecnicas de muestreo (Sampling)

Técnicas de machine learning

Regresión Lineal

K-Nearest Neighbors

Regresión Logística



# Tabla de Contenidos

## Recapitulando

Documentación de los datos

Calidad de los datos

Depuración de datos

Tecnicas de muestreo (Sampling

Técnicas de machine learning



# ¿Qué hemos visto hasta ahora?





#### Planificación:

- ¿Donde obtener los datos? Datos abiertos, generar propios datos, alianzas,...
- ¿Donde guardar los datos? Nube, disco duro personal,...
- ¿Que voy a guardar como datos? Creación del esquema,...



#### Recolección:

- Traer los datos de las diversas fuentes a una sola ubicación.
- Inicio de documentación y metadatos
- Testear la calidad de los datos



## Procesamiento y análisis:

- Localizar y reparar los datos con errores.
- Llevar los datos a un formato que sea facilmente entendible.
- · Anonimizar para asegurar acceso seguro de terceros
- Finalizar la documentación



**Preservar**: Elegir que datos compartiremos, donde los guardaremos y llevarlos a un formato accesible.

**Compartir**: Escoger como compartirlos (repositorio), entregar documentación y elegir licencia.

**Reusar**: Luego que los datos están disponibles, un tercero que se encuentre en la etapa de planificación puede elegirlos como fuente de información. En este punto pueden obtenerse citas, manejar permisos de acceso, entre otras.



#### Hasta el momento nos hemos centrado en la parte técnica:

- 1. Ciclo de vida de los datos
- 2. Datos estructurados: Bases de datos relacionales.
- 3. R para manejo de los datos.
- 4. Lenguaje de consulta SQL.
- 5. Modelo E/R

¿pero como esto se integra en una investigación o proyecto de políticas públicas?



Un proyecto o una investigación por lo general involucra recolectar, combinar y transformar datos. Las investigaciones en políticas publicas tienen fuentes ricas en datos ya que provienen de instituciones publicas que por ley deben compartirlos (luego de quitarles la información sensible), los problemas:

- Esquema variable
- · Poca consistencia
- Datos de gran tamaño



Por esto gran parte de las investigaciones en el área involucran **big data**. En base a esto en las clases hemos visto:

- 1. Estructura de una investigación.
- 2. Datos bien estructurados (relacionales), su esquema y formas de tratarlos.
- Diferencias entre R y SQL, como usar R para tratar y visualizar datos pequeños, principales comandos y ejemplos.
- 4. Lenguaje de consulta SQL, similitudes con R y ventajas de uso. Principales comandos y ejemplos.
- 5. Modelo entidad-relación para un buen manejo de los datos.

¿Pero como sé que mis datos no son están limpios'



Hasta este punto hemos asumido que los datos son perfectos (o los hemos arreglado rápidamente en el camino), ahora veremos que significa que los datos sean de calidad, como podemos cuantificarlo y si es que no lo son cuales son las opciones que tenemos al tratar con ellos.



# Tabla de Contenidos

Recapitulando

Documentación de los datos

Calidad de los datos

Depuración de datos

Tecnicas de muestreo (Sampling

Técnicas de machine learning



La **documentacion de los datos (su ciclo de vida)** se refiere al proceso de reportar los principales aspectos de los datos utilizados en una investigación.

Cabe destacar que no existe un estándar para la documentación, sin embargo esta debe ser capaz de solucionar las principales preguntas de un externo a la investigación.

- ¿Cuales son los objetivos de la recolección de datos?
- ¿Como se generaron o recolectaron?
- ¿Como se procesaron?
- ¿Como se organizan y cual es su formato y unidades de medida?
- Etc...



### En la documentación podemos encontrar:

- Información básica: Titulo, Creador, Resumen, Fechas importantes, Auspiciadores
- Estructura de los datos, carpetas y archivos. Formato de los datos, requisitos de uso.
- Metodología con la cual los datos fueron generados (o la fuente)
- Procesamiento al que se sometieron, técnicas de validación y limpieza
- Historial de cambios, comparativas.
- Accesos a los datos, condiciones de uso o confidencialidad

¿qué nos gustaría encontrar al momento de incorporar una fuente de datos?

Por otro lado los **metadatos** es un archivo (que puede ser encontrado en la documentación) cuyo objetivo es describir los datos de una manera técnica. En este documento podemos encontrar:

- Definiciones de las tablas (esquema), restricciones y tuplas de ejemplo.
- Descripción de cada una de los atributos en las tablas.
- Diagramas Entidad-Relación (como se relacionan las tablas entre ellas)
- Reportes de calidad de los datos
- Seguridad, accesos



El objetivo de los tanto de la documentación como los metadatos es introducir a un usuario nuevo a la base de datos, por esto es que se busca que sea corta pero con gran nivel de detalle. Ejemplo de esto es el esquema del registro en las bases de datos del MINEDUC.

Si bien esto es fundamental para ayudar a la comprensión, no acaba acá. También es fundamental entregar datos de buena calidad para facilitar su uso y minimizar los posibles errores, para esto estudiaremos las dimensiones de la calidad de los datos que nos servirá de guía y métrica. <sup>1</sup>

Una forma de organizar y documentar los datos de una forma más fácil, rápida y cumpliendo los estándares de calidad de datos a través del **esquema entidad-relación**.

<sup>1</sup>Para más información pueden visitar la pagina: https://www.axiomdatascience.com/best-practices/index.html

El objetivo de los tanto de la documentación como los metadatos es introducir a un usuario nuevo a la base de datos, por esto es que se busca que sea corta pero con gran nivel de detalle. Ejemplo de esto es el esquema del registro en las bases de datos del MINEDUC.

Si bien esto es fundamental para ayudar a la comprensión, no acaba acá. También es fundamental entregar datos de buena calidad para facilitar su uso y minimizar los posibles errores, para esto estudiaremos las dimensiones de la calidad de los datos que nos servirá de guía y métrica. <sup>2</sup>

Finalmente veremos la forma de organizar y documentar los datos de una forma más fácil, rápida y cumpliendo los estándares de calidad de datos a través del **esquema entidad-relación** 

<sup>2</sup>Para más información pueden visitar la pagina: https://www.axiomdatascience.com/best-practices/index.html

# Tabla de Contenidos

Recapitulando

Documentación de los datos

Calidad de los datos

Depuración de datos

Tecnicas de muestreo (Sampling

Técnicas de machine learning



## Dimensiones de la calidad de los datos

"Garbage in, garbage out."

Investigaciones precisas necesitan valores precisos, sin embargo tener datos libres de errores es prácticamente imposible.

La propagación de errores tanto a nivel numérico, como computacional y humano debe ser correctamente manejado para obtener resultados confiables.

```
PRECISE + GARBAGE = GARBAGE
  PRECISE
NUMBER × GARBAGE = GARBAGE
     JGARBAGE = LESS BAD
      (GARBAGE)2 = WORSE
  (N PIECES OF STATISTICALLY) = BETTER GARBAGE
GARRAGE - GARBAGE =
     GARBAGE × () =
```

## Calidad de los datos

Existen iniciativas gubernamentales relacionadas a la calidad de los datos como por ejemplo Gobierno Digital (e-Government), Datos Abiertos, entre otras.

- Si bien los avances en esta área han sido bastantes, aun falta mucho. Temas como la consistencia de los datos y el acceso aun suele generar problemas.
- La digitalización de tramites es de los principales beneficios a la ciudadania.



## Calidad de datos

- ¿A que se le puede llamar datos de calidad?
- ¿Como diagnosticar la falta de calidad?
- · ¿Cómo evitarlo?
- ¿Como aumentar la calidad de mis datos?



# ¿A que se le puede llamar datos de calidad?

Dividimos la calidad de datos en dimensiones, entre las cuales se encuentran:

- Exactitud
- Validez
- Completitud
- Consistencia
- Uniformidad
- Entre otras...

Diremos que un dato es de mejor calidad mientras más dimensiones de calidad de datos satisfaga.



# ¿A que se le puede llamar datos de calidad?

Las dimensiones de la calidad de los datos nos ayudaran a identificar, reparar y reducir la incerteza y confusión cuando tratemos con los datos. Si bien no es una practica obligatoria, si puede ayudar como el primer paso de la fase de análisis exploratorio de datos. Las principales dimensiones son:

Existen otras dimensiones ligadas al tiempo de acceso, tamaño de los datos, etc, sin embargo dependen del caso particular de uso.



# ¿Como diagnosticar la falta de calidad?

Para diagnosticar la calidad de un conjunto de datos podemos evaluar las diferentes dimensiones en ellos.

- Exactitud: Contrastar valor real con valor en DB.
- Validez: Contrastar un conjunto de reglas de la definición de los datos en la DB.
- Completitud: Contar el porcentaje de datos faltantes.
- Consistencia: Revisar si las distintas fuentes de datos hacen sentido entre si.
- Uniformidad: Verificar que los datos se encuentren en la misma escala.



# ¿Cómo evitarlo?

Es posible evitar este problema en el momento justo de la creación del dato definiendo un esquema de datos adecuado para organizar la información. Para esto nos ayudaba el modelo entidad relación y SQL.

### Ventajas:

- Datos ingresados al modelo verificados por el esquema por lo que gran parte de las dimensiones de calidad de datos pueden cubrirse si es que se diseña de manera adecuada.
- Optimización de espacio en almacenamiento
- Fácil de entender para un externo.



# ¿Cómo evitarlo?

### Desventajas:

- Puede ser difícil ingresar los datos para un externo al equipo de diseño de la base de datos.
- Los modelos mientras más simples son mas restrictivos, se deben tomar decisiones al diseñarlo.
- Cambiar el modelo de datos puede ser muy complicado.



# ¿Como aumentar la calidad de mis datos?

#### La realidad:

Por lo general los datos que utilizamos no los recolectamos nosotros, así que no podemos evitar tratar con problemas de calidad de datos.

Debemos identificar los errores evaluando los datos en las dimensiones de calidad de datos para repararlos. Esto se conoce como limpieza o depuración de datos y tiene el objetivo principal de procesar los datos para dejarlos listos para su utilización.



Definimos la **Exactitud** como la cercanía entre un valor v un valor v considerado la representación correcta del fenómeno de la vida real que v intenta representar.

Como ejemplo, si el nombre de una persona es Maximiliano entonces el valor V = Maximiliano es correcto, mientras que V = Maximiliano es incorrecto.

Pueden identificarse dos tipos de exactitud:

- · Exactitud semántica
- Exactitud sintáctica



Llamaremos **exactitud semántica** a la cercanía entre vy su verdadero valor v'.



Llamaremos **exactitud semántica** a la cercanía entre vy su verdadero valor v'.

Hablaremos de **exactitud sintáctica** a cercanía de algún valor *v* con los elementos en el dominio de ese valor. En este caso el dominio es el conjunto de valores posibles para *v*.



Llamaremos **exactitud semántica** a la cercanía entre vy su verdadero valor v'.

Hablaremos de **exactitud sintáctica** a cercanía de algún valor *v* con los elementos en el dominio de ese valor. En este caso el dominio es el conjunto de valores posibles para *v*.

Estas características también pueden ser analizadas a nivel de conjunto (atributo, tupla y relación o tabla). En esos casos nos haremos la pregunta: ¿que tan cercanos son los valores de este conjunto con sus valores reales?



Es importante notar que en la exactitud sintáctica no estamos tratando de comparar con el verdadero valor de v, entonces en el caso anterior v' = Maximilino podríamos decir que es sintácticamente correcto porque el valor mas cercano dentro del **dominio de nombres** es Maximiliano. sin embargo es semánticamente incorrecto.



Es importante notar que en la exactitud sintáctica no estamos tratando de comparar con el verdadero valor de v, entonces en el caso anterior v' = Maximilino podríamos decir que es sintácticamente correcto porque el valor mas cercano dentro del **dominio de nombres** es Maximiliano. sin embargo es semánticamente incorrecto.

Pregunta: ¿qué es cercanía? ¿Como definimos que 'Maximilino' y 'Maximiliano' son cercanas?



Id	Nombre	Director	Año	Genero	id_secuela
1	Interstelar	C. Nolan	2014	SciFi	5
2	Avengers: Endgame	Hermanos Russo	2019	SciFi	NULL
3	Avengers: Infinity War	Joe Russo	2018	Sci-Fi	2
3	Avengers: Infinity War	Anthony Russo	2018	Sci-Fi	2
4	Django	C. Nolan	202	Drama	0

## Surgen varias preguntas:

• ¿Es exacto el valor Interstelar?

Respuesta: Depende... de la documentación, del esquema, etc.



Id	Nombre	Director	Año	Genero	id_secuela
1	Interstelar	C. Nolan	2014	SciFi	5
2	Avengers: Endgame	Hermanos Russo	2019	SciFi	NULL
3	Avengers: Infinity War	Joe Russo	2018	Sci-Fi	2
3	Avengers: Infinity War	Anthony Russo	2018	Sci-Fi	2
4	Django	C. Nolan	202	Drama	0

### Surgen varias preguntas:

- ¿Es exacto el valor Interstelar?
- ¿Es exacto el valor Hermanos Russo?

Respuesta: Depende... de la documentación, del esquema, etc.



Id	Nombre	Director	Año	Genero	id_secuela
1	Interstelar	C. Nolan	2014	SciFi	5
2	Avengers: Endgame	Hermanos Russo	2019	SciFi	NULL
3	Avengers: Infinity War	Joe Russo	2018	Sci-Fi	2
3	Avengers: Infinity War	Anthony Russo	2018	Sci-Fi	2
4	Django	C. Nolan	202	Drama	0

#### Surgen varias preguntas:

- ¿Es exacto el valor Interstelar?
- ¿Es exacto el valor Hermanos Russo?
- ¿Es exacto el valor SciFi y Sci-Fi?

Respuesta: Depende... de la documentación, del esquema, etc.



Id	Nombre	Director	Año	Genero	id_secuela
1	Interstelar	C. Nolan	2014	SciFi	5
2	Avengers: Endgame	Hermanos Russo	2019	SciFi	NULL
3	Avengers: Infinity War	Joe Russo	2018	Sci-Fi	2
3	Avengers: Infinity War	Anthony Russo	2018	Sci-Fi	2
4	Django	C. Nolan	202	Drama	0

#### Surgen varias preguntas:

- ¿Es exacto el valor Interstelar?
- ¿Es exacto el valor Hermanos Russo?
- ¿Es exacto el valor *SciFi* y *Sci-Fi*?
- ¿Es exacto el valor repetido para Avengers: Infinity War?

Respuesta: Depende... de la documentación, del esquema, etc.



Id	Nombre	Director	Año	Genero	id_secuela
1	Interstelar	C. Nolan	2014	SciFi	4
2	Avengers: Endgame	Hermanos Russo	2019	SciFi	3
3	Avengers: Infinity War	Joe Russo	2018	Sci-Fi	2
3	Avengers: Infinity War	Anthony Russo	2018	Sci-Fi	2
4	Django	C. Nolan	202	Drama	0

#### Ciertamente:

- Deberíamos elegir un lenguaje (y listarlo en la documentación y metadata), por lo que o Interstelar o Endgame y Infinity War están incorrectos.
- Hermanos Russo es correcto sin embargo existe un problema de exactitud a nivel atributo (al igual que SciFi y Sci-Fi) al considerarse un valor ambiguo con Joe Russo y Anthony Russo. Esto también toca el concepto de validez y consistencia que veremos a continuación.

Podemos medir la exactitud de los datos en una tabla contando los errores sintácticos y semánticos, desde el punto de vista de las tuplas podemos hablar de:

- Error de exactitud débil: porcentaje de tuplas que tienen errores sintácticos pero no afectan a la identificación de la tupla con respecto a sus valores reales
- Error de exactitud fuerte: porcentaje de tuplas que tienen errores sintácticos que afectan a la identificación de la tupla con respecto a sus valores reales



#### **Validez**

Definimos **validez** como la dimensión de los datos que captura la violación de reglas y definiciones sobre los mismos. Entre ellas encontramos:

- Restricciones de tipo de datos, ej.: entero, texto, decimal
- Restricciones de rango, ej.:  $edad \in [0, 120]$
- Restricciones de unicidad, ej: RUT es único para cada persona
- Restricciones de pertenencia, ej: carrera de estudios debe estar dentro de una lista posible de carreras.
- Restricciones de dependencia, ej: el titulo y año de una película determinan al director.



#### **Validez**

Si bien hemos pinceleado un poco de como se logra implementar algunas de estas restricciones en una base de datos relacional (SQL). Sin embargo en las bases de datos no relacionales igual pueden ser implementadas.

Esto lo hacemos mediante reglas semánticas, estas las podemos escribir mediante restricciones lógicas en un lenguaje de programación para que nos ayude a encontrar y reparar estos errores. Este problema de localizar y arreglar errores se conoce como *edit-imputation problem* 



#### **Validez**

#### Ejemplos de esto son:

- Si una película A es secuela de B entonces el año de A debe ser mayor o igual que el año de B. Luego la pelicula con id = 1 y 2 tiene mal este atributo.
- Año de películas debería ser mayor que la fecha de la primera película registrada. Con esto id=4 esta mal.
- Si id\_secuela referencia a la tabla de películas entonces la de id=4 esta mal porque no existe el id=0.
- Hermanos Russo y SciFi podrian estar restringidas por pertenencia a otra tabla.

Para buscar tuplas que no cumplan estas condiciones usamos filter en R y WHERE en SQL, en conjunto con Group By.

#### Consistencia

Diremos que **consistencia** es la ausencia de diferencias cuando se compara dos o mas representaciones de un objeto mediante datos. Esto se puede dar en la misma tabla mediante un cambio no explicitado en la forma de registro del dato, o entre distintas tablas.

Al igual que con la validez podemos escribir restricciones lógicas en un lenguaje de programación para que nos ayude a encontrar y consolidar estos datos en uno solo.

Este dimensión de la calidad de los datos se mezcla con la validez (de hecho en muchos textos se enseñan como uno sola).



#### Consistencia

#### Ejemplos:

- Una base de datos de registro de los teléfonos residenciales desde el año 2000 al 2020. Notar el cambio en los códigos de ciudad durante estos años.
- Cambio de nombre de algún colegio de un año a otro.
- Cambios en los códigos de región en la base de datos de colegios. Notar la incorporación de 2 regiones nuevas el año 2007.



Cuando hablamos de **completitud** nos referimos al porcentaje de los datos que están almacenados con respecto al total posible. Hay 3 grandes nociones de completitud

- Completitud del esquema: que tan completo es el esquema, es decir tablas y atributos, con respecto a la realidad.
- Completitud de las columnas: que tantos datos no tengo disponibles para cada atributo o columna de una tabla
- Completitud de la población: que tantos datos tengo con respecto a la población total.



Para datos relacionales podemos caracterizar la completitud de los datos en funcion del porcentaje de valores 'nulos' que se tienen, podemos definir:

- · Completitud de un valor
- Completitud de una tupla
- Completitud de un atributo
- Completitud de una tabla



El valor faltante puede aparecer de muchas maneras (quizas algunos lo detectaron en la tarea):

- NA
- "
- -9999
- Etc...

Todo depende de como la documentación defina el valor faltante y como lo lee R o SQL



ID	Nombre	Apellido	Asistencia	F. Nacimiento
6754	Mike	Collins	29	07/17/2004
8907	Anne	Herbert	18	07/17/2004
6578	Julianne	Merrals	NULL	17/17/2004
0987	Robert	Archer	NULL	NULL
1243	Mark	Taylor	26	09/30/2004
2134	Bridget	Abbott	30	09/30/2004



#### Otras medidas de calidad de datos

- Uniformidad: ¿Están los datos en la misma unidad de medida?
- · Unicidad: ¿Están presentes datos duplicados?
- Actualidad: ¿Se actualizan los datos a tiempo?
- Puntualidad: ¿Están disponibles los datos cuando son necesarios?
- Volatilidad: ¿Que tan confiables son los datos más actuales?



### Tabla de Contenidos

Recapitulando

Documentación de los datos

Calidad de los datos

Depuración de datos

Tecnicas de muestreo (Sampling

Técnicas de machine learning





In February, 2021, a British man with no health conditions was offered the COVID vaccine early because the NHS thought he was only 6.2cm tall and had a BMI of 28,000. He's actually 6'2" (187cm).

@8FACT



Ahondaremos en algunos problemas relacionados a la calidad de datos y las herramientas para analizar y preparar estos errores.

- Exactitud: vincular dos valores entre si según alguna medida de similitud.
- Completitud: trabajar con datos faltantes.
- Consistencia: como consolidar datos que se encuentran duplicados con diferente información en uno o mas atributos.
- Validez: filtrar y reparar valores que no cumplan un formato o reglas del esquema.
- Uniformidad: como encontrar y llevar los datos a una escala correcta.



Antes de ver los problemas en profundidad, analizar las características de cada uno y ver la solución especifica veremos un par de técnicas que nos ayudarán a tocar el tema de limpieza de datos de manera mas sencilla.

- Medidas de similitud y vecinos cercanos
- Interpolación
- Regresión Lineal
- Normalizar



#### Medidas de similitud

**Distancia**: para un conjunto de elementos X se define distancia o métrica como cualquier función matemática o aplicación d(a, b) de  $X \times X$  en  $\mathbb{R}$  que verifique las siguientes condiciones:

- No negatividad: la distancia es siempre positiva y solo es 0 cuando se calcula la distancia de un punto consigo mismo, es decir d(a, a) = 0 para todo valor a
- Simetría: es lo mismo medir de a a b que de b a a
- Desigualdad triangular: se cumple la siguiente desigualdad

$$\forall a, b, c \in X : d(a, b) \leq d(a, c) + d(c, b)$$



La más clásica es la distancia euclidiana de 2 puntos en el plano  $(d_2)$ , si  $x, y \in \mathbb{R}^2$  y  $x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$  entonces:

$$d_2(x,y) = \sqrt{(x_1-y_1)^2+(x_2-y_2)^2}$$

Sin embargo ya hemos mencionado algunas otras medidas en el curso:

- Distancia absoluta (Manhattan o  $d_1$ )  $|x_1-y_1|+|x_2-y_2|$
- Distancia del máximo ( $d_{\infty}$ ) máx $(|x_1-y_1|,|x_2-y_2|)$
- Distancia de Levenshtein (distancia de edición): número mínimo de operaciones requeridas para transformar una cadena de caracteres en otra. Implementada en R bajo el comando adist(s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>) con s<sub>1</sub> y s<sub>2</sub> strings.



#### Medidas de similitud

Con esto podemos tener una noción de cercanía en el tipo de espacio que estemos usando. Luego podemos definir los vecinos cercanos a un punto (o tupla) a las tuplas que se encuentran cerca de otra.

Vecindad de un punto: diremos que la vecindad de un punto p son todos los puntos que se encuentran a una distancia menor a r, matemáticamente escribimos:

$$V(\rho) = \{v \in X : d(\rho, v) < r\}$$



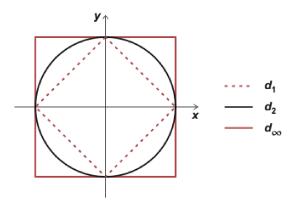


Figura 1: Vecindades a un punto

**Ojo**: A menos que digamos lo contrario siempre trabajaremos con la distancia euclidiana.

Recordemos que con exactitud nos referimos al grado en el cual los datos describen correctamente algun objeto o evento del mundo real. El problema que podríamos llegar a reparar era el de exactitud semántica, en el cual los datos son contrastados con una lista de valores posibles y se intenta encontrar el match correcto.

Acá el concepto de **Distancia** se hace presente porque nos puede ayudar a:

- Elimina la barrera entre la exactitud semántica y sintáctica.
- Luego de revisar los candidatos a match de cada valor, podemos identificar errores, mejorar la medida de similitud para luego consolidar los valores nuevos



Con las medidas de similitud también podemos definir Join's inexactos (Rolling Join para data.table, sin embargo el concepto no se encuentra masificado).

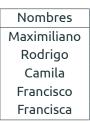
Esto es fundamental al momento de unir dos bases de datos ya que por lo general aunque estas posean el mismo atributo para hacer el Join, el formato en que el dato se presenta puede ser distinto y eso anularía toda posibilidad de unificar esas tablas.



#### Problema:

 Nombre		
 Maximilano		
 Francisc0		
 camila		

Cuadro 1: Caption



Cuadro 2: Lista de nombres correctos



## Interpolación

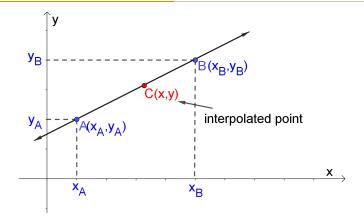


Figura 2: Interpolación en 2 dimensiones

Es mas complicado si tratamos de extenderlo a datos como por ejemplo *strings*.

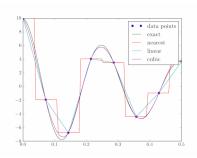
FACULTAD DE INGENIERIA

### interpolacion en ${\mathbb R}$

Es el problema de aproximar el valor de una función para un punto no dado en algún espacio cuando se le da el valor de esa función en puntos alrededor (vecinos) de ese punto.

#### En ℝ

Para el caso de una serie de puntos en  $\mathbb{R}$  una de las formas mas sencilla de estimar un punto intermedio seria directamente usar el valor mas cercano, sin embargo esto causa problemas porque vuelve a la secuencia de valores en una función discreta o por partes.



**Figura 3:** Distintos tipos de interpolación



El segundo método mas sencillo es la interpolación lineal. En la interpolación lineal se utilizan dos puntos,  $(x_A, y_A)$  y  $(x_B, y_B)$ , para obtener un tercer punto interpolado (x, y) a partir de la siguiente fórmula:

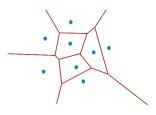
$$y = y_A + (x - x_A) \frac{(y_B - y_A)}{(x_B - x_A)}$$

Que viene directamente de la ecuación de la recta. Este metodo es muy simple, genera una serie continua de valores, pero en algunos casos puede no ser muy preciso.



#### interpolacion en $\mathbb{R}^n$

En 2 dimensiones o mas el problema se vuelve mas complejo. Es necesario relacionarlo con el concepto de distancia. El algoritmo de vecino más cercano (nearest neighbor algorithm) selecciona el valor del punto más cercano y no considera los valores de los demás puntos vecinos en absoluto, lo que produce un interpolante constante por partes.

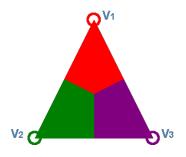


**Figura 4:** Nearest neighbor classification

El algoritmo es muy simple de implementar y puede utilizarse para asignar variables categóricas.



Pensemos en la región formada por 3 puntos en una región en 2 dimensiones:



**Figura 5:** Nearest neighbor classification 3 puntos

El algoritmo del vecino mas cercano nos daría una disposición como la de la figura entre cada trio de puntos cercanos. Es decir, un punto nuevo sin un valor será asignado al valor correspondiente a la region en la que se ubique.



Este algoritmo nos da zonas escalonadas (no es un mapeo suave) que es lo que uno busca en variables categóricas o con dominio discreto (finito). El mapeo que genera se le llama diagrama de Voronoi.

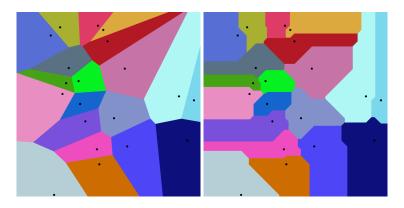


Figura 6: Diagrama de Voronoi para la distancia Euclidiana y la Manhattan



**Coordenadas Baricentricas** Hacer una Interpolación continua en 2 o más dimensiones en el punto  $(P_x, P_y)$  que se parezca a lo que hicimos en  $\mathbb{R}$  involucra resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$P_{y} = W_{v1}Y_{v1} + W_{v2}Y_{v2} + W_{v3}Y_{v3}$$

$$P_{x} = W_{v1}X_{v1} + W_{v2}X_{v2} + W_{v3}X_{v3}$$

$$1 = W_{v1} + W_{v2} + W_{v3}$$

Para obtener algun valor  $Z_{
ho}=W_{
m v1}Z_{
m v1}+W_{
m v2}Z_{
m v2}+W_{
m v3}Z_{
m v3}$ 



Reordenando podemos obtener los  $W_{vi}$  de manera directa:

$$W_{V1} = \frac{(Y_{V2} - Y_{V3})(P_{x} - X_{V3}) + (X_{V3} - X_{V2})(P_{y} - Y_{V3})}{(Y_{V2} - Y_{V3})(X_{V1} - X_{V3}) + (X_{V3} - X_{V2})(Y_{V1} - Y_{V3})}$$

$$W_{V2} = \frac{(Y_{V3} - Y_{V1})(P_{x} - X_{V3}) + (X_{V1} - X_{V3})(P_{y} - Y_{V3})}{(Y_{V2} - Y_{V3})(X_{V1} - X_{V3}) + (X_{V3} - X_{V2})(Y_{V1} - Y_{V3})}$$

$$W_{V3} = 1 - W_{V1} - W_{V2}$$

Sin embargo buscaremos aplicar algo mas simple.



**Figura 7:** Interpolación baricentrica con 3 puntos



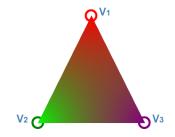
### Interpolación de la distancia inversa

Este es un metodo de interpolacion directo que requiere saber la distancia a los puntos cercanos del punto que se quiera estimar, diremos que:

$$W_{vi} = \frac{1}{dist((X_{vi}, Y_{vi}), (P_x, P_y))}$$

Luego podemos calcular:

$$Z_{p} = \frac{W_{v1}Z_{v1} + W_{v2}Z_{v2} + W_{v3}Z_{v3}}{W_{v1} + W_{v2} + W_{v3}}$$



**Figura 8:** Interpolación de la distancia inversa con 3 puntos



	Lat	Lon	Mes	Precipitación
	-17.7719	-69.7244	1	22.3
	-18.0808	-69.1383	1	23.4
	-18.23	-69.6594	1	25.6
	-18.034	-69.555	1	NULL
	-18.034	NULL	2	27.6
•••	•••	•••		

Cuadro 3: Caption



Lat	Lon	Mes	Precipitación
 -17.7719	-69.7244	4	22.3
 -17.7719	-69.7244	5	23.1
 -17.7719	-69.7244	6	17.8
 -17.7719	-69.7244	7	NULL
 -17.7719	-69.7244	8	12.4
 -17.7719	-69.7244	9	2.3
 •••	•••		

Cuadro 4: Caption

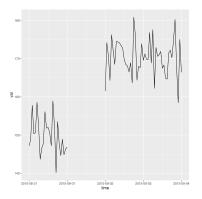


Existen muchas maneras para corregir esto y todo dependerá de la persona que este analizando y obviamente del problema en sí. Es responsabilidad de ustedes ver cual es la mejor opcion a aplicar. Las opciones con los datos faltantes podrian resumirse a las siguientes:

- Verificar si es posible encontrar el dato
- Eliminar la tupla (o serie) donde se encuentre el dato faltante.
- Reemplazar
- Estimar o interpolar



El ultimo caso es de nuestro particular interés. Se han hecho algunos estudios donde se demuestra que es mejor estimar el dato que dejarlo como nulo, en especial si este esta involucrado en una serie temporal.





**Figura 9:** Serie de tiempo con datos faltantes

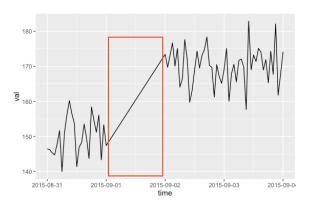


Figura 10: Interpolación lineal



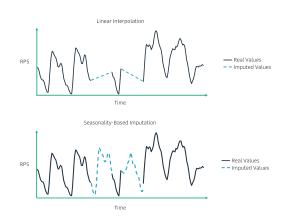


Figura 11: Interpolación lineal en serie periodica

Acá es posible desarrollar un modelo para ingresar los datos faltantes. Tenemos muchos periodos de datos y todos distribuyendo de manera similar por lo que podemos hacer un modelo de regresión lineal que nos entregue el valor esperado del dato faltante dado su pasado.

## Normalización

Lo ultimo que veremos será la **normalización**, con esto nos referiremos a justar los valores medidos en diferentes escalas respecto a una escala común. Tomemos como *X* una columna de datos a normalizar, Podemos distinguir 2 casos importantes:

• Puntaje estándar: si se asume que los datos deberían seguir la distribución de una variable aleatoria normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma$  podemos estandarizar que nos lleva a una distribución  $\mathcal{N}(0,1)$ .

$$f(X) = \frac{X - \mu}{\sigma}$$



## Normalización

 Rescalamiento Min-Max (o (0,1)): este escalamiento lleva cualquier conjunto de datos al invervalo (0,1) ideal para datos que ya se encuentran acotados, por ejemplo: evaluaciones, porcentajes, etc.

$$f(X) = \frac{X - \min X}{\max X - \min X}$$

Gran parte de los modelo de Machine Learning asumen que los datos vienen en el formato Min-Max, por esto el reescalamiento se vuelve algo fundamental para preparar los datos para el uso.



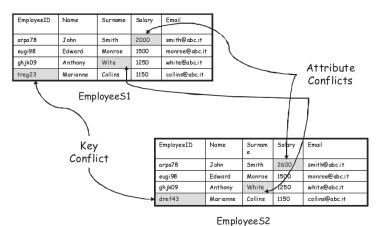
### Consistencia

Recordemos que la consistencia se refiere a que no existan diferencias para dos o mas representaciones del mismo objeto o evento en una o mas bases de datos.

A las diferencias entre tuplas que se refieran al mismo objeto las llamaremos conflictos, estos los podemos dividir en:

- · Conflictos de atributo
- · Conflictos de llave





2....p.13/3333

Figura 12: Tipos de inconsistencias



Para resolver los conflictos podemos definir funciones que lo hagan por nosotros. En particular la metodologia consiste en:

- Juntar las tablas en una sola y eliminar los valores duplicados
- Agrupar los datos según alguna llave (o candidato a llave, solo necesitamos que en teoría sea un identificador único de la tupla)
- Contar la cantidad de tuplas en cada grupo. Como seleccionamos en base a una llave las tuplas conflictivas tendrán grupos de mas de un elemento.
- Dados los valores conflictivos, seleccionar o asignar un valor en base a una función de resolución: max, min, mean, sum, random, shortest, etc.

Notese que también podemos agrupar según valores cercanos, sin embargo cuidado con eliminar tuplas distintas entre si.



## **Validez**

Recordemos que los datos son validos si están conformes a su definición en rango, formato, tipo, etc.

Similar al caso pasado, no existe una herramienta que nos enumere todos los posibles problemas de definición, porque estos son específicos del problema o proyecto. Sin embargo:

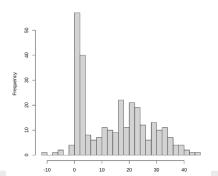
- Las medidas de similitud nos ayudan a reparar problemas de dominio (un valor que debe pertenecer a ciertos valores específicos)
- Podemos definir y filtrar según reglas como mencionamos la clase pasada para ver si la validez se mantiene
- En R podemos reemplazar los valores según alguna función de resolución de problemas o analizando los errores en detalle.



## Uniformidad

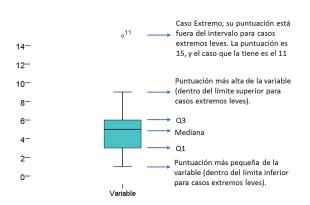
Recordemos que la uniformidad se refiere al hecho de que todos los atributos se encuentran en la misma escala o unidad de medida.

Notar que un error en la escala debería volver una parte del conjunto de datos proporcionalmente mas grande o pequeño según la escala. Si los datos se encuentran distribuidos según alguna ley de probabilidad, entonces con el histograma (que cuenta la frecuencia de cada rango de valores) podríamos detectar 2 grandes masas de valores.





## Uniformidad



También podemos guiarnos por el gráfico de caja que nos habla sobre la distribución de los datos.

Mientras mayores sean los errores en escala mas outliers (valores atípicos) aparecerán.



## Uniformidad

Los problemas de escala los resolveremos normalizando los datos de manera adecuada. Dependiendo del problema y de las fuentes de datos la normalización se podría llegar a realizar según grupos, por ejemplo:

- Dos fuentes de datos distintas cuyos valores distribuyen normal podemos estandarizarlos tomando las medias y varianzas locales para cada tabla.
- Si los encargados de registrar algún valor son distintos y el criterio de cada uno no es claro puede resultar conveniente normalizar según las notas que ponen



## Tabla de Contenidos

Recapitulando

Documentación de los datos

Calidad de los datos

Depuración de datos

Tecnicas de muestreo (Sampling)

Técnicas de machine learning



Como hemos visto anteriormente, no siempre podemos o es conveniente analizar todo el conjunto de datos de una sola vez. En esos momentos se selecciona una muestra, entendiendo por tal una parte representativa de la población.

El muestreo por lo tanto es una herramienta de la investigación científica, cuya función básica es determinar que parte de una población debe examinarse, con la finalidad de hacer inferencias sobre dicha población





El objetivo de la muestra es lograr una representación adecuada de la población, en la que se reproduzca de la mejor manera los rasgos esenciales de dicha población que son importantes para la investigación.

Cuando se utilizan valores de la muestra (estadísticos) para estimar valores de la población (parametros), pueden ocurrir dos tipos generales de errores: el error muestral y el error no muestral.

- Error muestral: se refiere a la variación natural existente entre muestras tomadas de la misma población.
- Error no muestral: errores que surgen al tomar las muestras no pueden clasificarse como errores muestrales. Acá se incluye el sesgo muestral que es inherente de sobre como se tomo la muestra.



El sesgo muestral se refiere a una tendencia sistemática inherente a un método de muestreo que da estimaciones de un parámetro que son, en promedio, menores (sesgo negativo), o mayores (sesgo positivo) que el parámetro real.

El sesgo muestral puede suprimirse, o minimizarse, usando la **aleatorización**, la cual se refiere a cualquier proceso de selección de una muestra de la población en el que la selección es imparcial o no está sesgada; una muestra elegida con procedimientos aleatorios se llama muestra aleatoria.



Existen distintas clasificaciones dentro de los métodos de muestreo, pero la forma mas clásica de agruparlos es la siguiente:

- Muestreo Aleatorio
  - Muestreo aleatorio simple
  - · Muestreo sistemático
  - · Muestreo estratificado
  - Muestreo por conglomerados
- · Muestreos no aleatorios



Es requisito que cada uno de los elementos de la población tengan la misma probabilidad de ser seleccionados (azar). Se debe tener disponible un listado completo de todos los elementos de la población, a esto se le llama marco de muestreo.

Sólo estos métodos de muestreo probabilísticos nos aseguran la representatividad de la muestra extraída y son, por tanto, los más recomendables.





## Muestreo aleatorio simple

El procedimiento empleado es el siguiente:

- 1. Se asigna un número a cada individuo de la población
- a través de algún medio mecánico (bolas dentro de una bolsa, tablas de números aleatorios, números aleatorios generados con una calculadora u ordenador, etc.) se eligen tantos sujetos como sea necesario para completar el tamaño de muestra requerido.

Este procedimiento, atractivo por su simpleza, puede presentar problemas cuando la muestra es muy pequeña comparada al total de la población.



**Muestreo sistemático** Este procedimiento exige, como el anterior, numerar todos los elementos de la población, pero en lugar de extraer n números aleatorios sólo se extrae uno. En el método mas clásico se parte de i, que es un número elegido al azar, y los elementos que integran la muestra son los que ocupa los lugares i, i+k, i+2k, i+3k, ..., i+(n-1)k

En otras palabras se toman los individuos de k en k, siendo k el resultado de dividir el tamaño de la población entre el tamaño de la muestra  $k=\frac{N}{n}$ . El número i que empleamos como punto de partida será un número al azar entre 1 y k.



#### Muestreo estratificado

Cuando la muestra incluye subgrupos representativos (estratos) de los elementos de estudio con características específicas: urbano, rural, nivel de instrucción, año académico, carrera, sexo, grupo étnico, edad, paridad etc.

En cada estrato para obtener el tamaño de la muestra se puede utilizar el muestreo aleatorio o sistemático.





#### Muestreo estratificado

La distribución de la muestra en función de los diferentes estratos se denomina afijación, y puede ser de diferentes tipos:

- Afijación Simple: A cada estrato le corresponde igual número de elementos muéstrales.
- Afijación Proporcional: La distribución se hace de acuerdo con el peso (tamaño) de la población en cada estrato.
- Afijación Óptima: Se tiene en cuenta la previsible dispersión de los resultados, de modo que se considera la proporción y la desviación típica.



### Muestreo por conglomerados

En el muestreo por conglomerados la unidad muestral es un grupo de elementos de la población que forman una unidad, a la que llamamos conglomerado. Las unidades hospitalarias, los departamentos universitarios, una caja de determinado producto, etc., son conglomerados naturales. Cuando los conglomerados son áreas geográficas suele hablarse de "muestreo por áreas".

El muestreo por conglomerados consiste en seleccionar aleatoriamente un cierto numero de conglomerados (sus integrantes), el necesario para alcanzar el tamaño muestral establecido.



A veces, para estudios exploratorios, el muestreo probabilístico resulta excesivamente costoso y se acude a métodos no probabilísticos, notese que no sirven para sacar conclusiones de la población.

- Muestreo Discrecional: A criterio del investigador los elementos son elegidos sobre lo que él cree que pueden aportar al estudio
- Se localiza a algunos individuos, los cuales conducen a otros, y estos a otros, y así hasta conseguir una muestra suficiente
- Muestreo por conveniencia: Es la muestra que esta disponible en el tiempo o periodo de investigación.
- Etc.



Lo que buscaremos con las tecnicas de muestreo es bajar de SQL a una muestra representativa para trabajar en R.

Existen varias formas de hacerlo y veremos ejemplos de algunas de ellas.



## Tabla de Contenidos

Recapitulando

Documentación de los datos

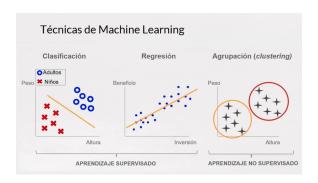
Calidad de los datos

Depuración de datos

Tecnicas de muestreo (Sampling

Técnicas de machine learning Regresión Lineal K-Nearest Neighbors

Regresión Logística



El aprendizaje supervisado supone que partimos de un conjunto de datos etiquetado previamente, es decir, conocemos el valor del atributo objetivo para el conjunto de datos que disponemos.



## Regresión lineal

Es modelo estadístico usado para aproximar la relación de dependencia entre variables independientes X (o también llamadas explicativas) y variables dependientes Y (o de respuesta).

Podemos interpretar la regresion de 2 formas distintas:

1.- En esta forma la variable respuesta Y se expresa como:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

Donde  $\varepsilon$  es un error aleatorio con distribución normal

2.- La segunda forma es interpretar la variable respuesta Y como una variable aleatoria con distribución normal con media que cambia en función de la variable X pero con varianza constante. El modelo en esta forma se puede expresar como sigue:



$$\mu = \beta_0 + \beta_1 X, \quad Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

# Regresión lineal

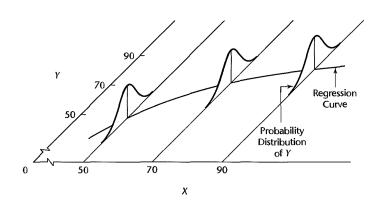


Figura 13: Modelo de regresion lineal



### Se asume al momento de hacer una regresion lineal que:

- Independencia: los residuos ( $\varepsilon$ ) deben ser independientes entre sí
- Homocedasticidad (igualdad de varianzas): para cada valor de la variable X, la varianza de los residuos  $\varepsilon$  debe ser la misma (es decir, que el ajuste es igual de preciso independientemente de los valores que tome X).
- Normalidad: para cada valor de la variable X, los residuos ei tienen distribución normal de media cero



## **Regresion Lineal**

En este contexto es importante notar que la correlación nos da un indicio de una dependencia lineal entre las variables.

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}}$$
$$= \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{Var}(X) \text{Var}(Y)}}$$



## **Regresion Lineal**

#### Cosas importantes:

• Las variables independientes pueden ser de mas dimensiones, en esos casos  $\beta_1$  será un vector y escribiremos el modelo de la siguiente forma:

$$Y = \beta_0 + \beta^T X + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

En otras palabras cada uno de los  $\beta_i$  multiplica a cada uno de las columnas de X

• Si bien decimos que la regresión es lineal, como variable independiente podemos ingresarle al modelo transformaciones de los datos originales como por ejemplo  $X^2$ ,  $\sqrt{X}$ ,  $\ln(X)$ , etc...



## **Regresion Lineal**

### Cosas importantes:

 Las variables categoricas podemos ingresarlas al modelo como variables Dummy:

$$D_{hombre} = egin{cases} 1 & \textit{si GEN\_ALU} == 1 \\ 0 & \textit{si no} \end{cases}$$

Podemos usarlas como variable independiente

 Las fallas de los supuestos son malas pero no terribles. Por ejemplo la falta de homocedasticidad implicará que el modelo podría tener mayor varianza si los datos X son más altos



## Problema de clasificación

La clasificación supervisada es una de las tares que más frecuentemente son llevadas a cabo para un cientifico de datos. Un gran número de paradigmas desarrollados bien por la Estadística o bien por la Inteligencia Artificial son capaces de realizar las tareas propias de la clasificación.

A nivel de gestión de datos esto nos ayudará a encontrar datos mal etiquetados o etiquetar datos a los cuales les faltan las etiquetas. Veremos estos algoritmos de forma introductoria porque se se volverán a revisar en los cursos posteriores del diplomado.



## Problema de clasificación

El objetivo de la clasificación es predecir las etiquetas de clase categóricas (discreta, valores no ordenados, pertenencia a grupo) de las nuevas instancias, basándonos en observaciones pasadas.

Hay dos tipos principales de clasificaciones:

- Clasificación Binaria: Es un tipo de clasificación en el que tan solo se pueden asignar dos clases diferentes (0 o 1).
- Clasificación Multi-clase: Se pueden asignar múltiples categorías a las observaciones.

## ¿Ejemplos?



## Problema de clasificación

Paso previo a aplicar un método de clasificación, es la partición del conjunto de datos en dos conjuntos:

- Entrenamiento: utilizado para estimar los parámetros del modelo
- Test: se emplea para comprobar el comportamiento del modelo estimado.

Lo ideal es entrenar el modelo con un conjunto de datos independiente de los datos con los que realizamos el test, despues de esto mediremos el desempeño del clasificador en los dos conjuntos de datos.

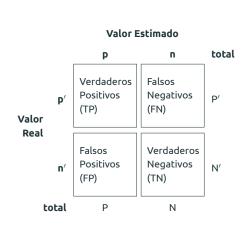


Cada registro de la base de datos debe de aparecer en uno de los dos subconjuntos, y para dividir el conjunto de datos en ambos subconjuntos, se utiliza un procedimiento de **muestreo**. Por lo general utilizaremos el aleatorio simple.

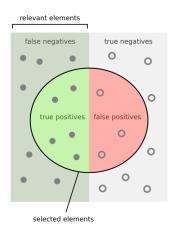


## Errores de clasificación

Como resultado de aplicar un método de clasificación, se cometerán dos errores, en el caso de una variable binaria que toma valores 0 y 1, habrá ceros que se clasifiquen incorrectamente como unos y unos que se clasifiquen incorrectamente como ceros. A partir de este recuento se puede construir el siguiente cuadro de clasificación llamado matriz de confusion.



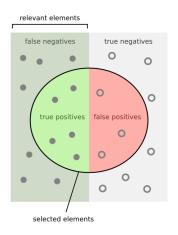




 Tasa de aciertos (accuracy): La exactitud (accuracy) mide el porcentaje de casos que el modelo ha acertado.

$$accuracy = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$





 Tasa de aciertos (accuracy): La exactitud (accuracy) mide el porcentaje de casos que el modelo ha acertado.

$$accuracy = \frac{TP + TN}{TP + TN + FP + FN}$$

La métrica accuracy (exactitud) no funciona bien cuando las clases están desbalanceadas.



How many selected items are relevant?

Precision =

How many relevant items are selected?

 Precisión: medida de calidad del modelo en tareas de clasificación. Responde a la pregunta ¿qué porcentaje de los datos de interés (positivos) estamos clasificando correctamente?

$$precision = \frac{TP}{TP + FP}$$



How many selected items are relevant?

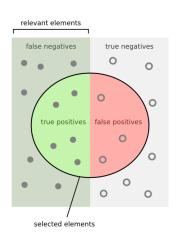
Precision =

How many relevant items are selected?

 Exhaustividad: La métrica de la cantidad que el modelo de machine learning es capaz de identificar. Es la respuesta a la pregunta ¿qué porcentaje de los valores positivos somos capaces de identificar?

$$recall = \frac{TP}{TP + FN}$$





 El valor F1 se utiliza para combinar las medidas de precision y recall en un sólo valor. Esto es práctico porque hace más fácil el poder comparar el rendimiento combinado de la precisión y la exhaustividad entre varias soluciones. F1 se calcula haciendo la media armónica entre la precisión y la exhaustividad:

$$F1 = 2 \cdot \frac{precision \cdot recall}{precision + recall}$$

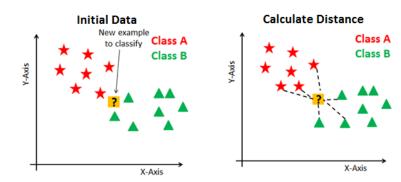


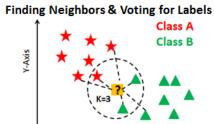
## K-Nearest Neighbors

**K-Nearest Neighbors** Este es un método de clasificación no paramétrico, que estima el valor de la función de densidad de probabilidad o directamente la probabilidad de que un elemento x pertenezca a alguna clase  $C_j$  a partir de la información proporcionada por el conjunto de prototipos o ejemplos cercanos.



## **K-Nearest Neighbors**



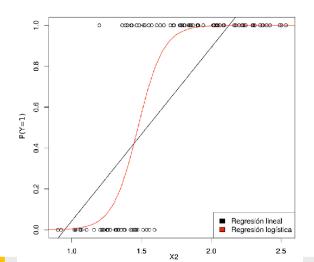




Una regresión logística se utiliza típicamente cuando hay una variable de resultado dicotómica (como ganar o perder), y una variable predictiva continua que está relacionada con la probabilidad o "odds" de la variable de resultado. También se puede utilizar con predictores categóricos y con múltiples predictores.



Una regresión logística se utiliza típicamente cuando hay una variable de resultado dicotómica (como ganar o perder), y una variable predictiva continua que está relacionada con la probabilidad.





Si usamos una regresión lineal para modelar una variable dicotómica es posible que el modelo resultante no restrinja los valores pronosticados dentro de 0 y 1 . Además, otros supuestos de regresión lineal como la normalidad del error pueden ser violados. Así que en vez de eso, modelamos las probabilidades del evento de log o logit, donde, p es la probabilidad del evento.

$$Y_i = \ln \frac{\rho_i}{1 - \rho_i} = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \dots + \beta_n X_{ni} + \varepsilon_i$$

Llamaremos  $z_i$  a la probabilidad estimada logarítmica:

$$\mathbf{z}_{i} = \beta_{0} + \beta_{1} \mathbf{X}_{1i} + \dots + \beta_{n} \mathbf{X}_{ni}$$



En R se tiene incorporada la regresion logistica con glm() mediante el argumento family='binomial'. Pero estamos más interesados en la probabilidad del evento que en las probabilidades logarítmicas del evento. Por lo tanto, los valores pronosticados del modelo anterior, es decir, las probabilidades logarítmicas del evento, pueden convertirse a probabilidad de evento de la siguiente manera:

$$p_i = \frac{\exp z_i}{1 + \exp z_i}$$

Lo que se le llama función logit-inversa



#### Otros

#### Existen otras formas de clasificar:

- Árbol de Decisión
- Redes neuronales
- · Análisis discriminante
- Entre otros

Algunos de estos deberian verlos nuevamente el en curso de Cristian Paris: Análisis y Visualización de Datos.



