Práctica grupal

Teoría de colas

Investigación Operativa en la empresa

Distribuciones de probabilidad continuas

En nuestro caso nos interesa manejar la función exponencial (en R es la función *exp*), sin embargo existen muchas otras, las más importantes son:

- Exponencial: exp
- Uniforme: unif
- Normal: norm
- Chi-cuadrado: chisq
- t de Student: t

Sin embargo, estos no son exactamente nombres de funciones de R. Es necesario poner el prefijo según nuestras necesidades:

- d: funciones de densidad
- p: función de distribución acumulada
- r: generar valores aleatorios
- q: función cuantil (no la usaremos)

Distribuciones de probabilidad discretas

En nuestro caso nos interesa manejar la función de Poisson (en R es la función *pois*), sin embargo, existen muchas otras, las más importantes son:

- Binomial: binom
- Hipergeométrica: hyper
- Poisson: pois
- Geométrica: geom

Añadiendo el prefijo de la misma manera que en las continuas

Nota: En la función *exp* pasamos como argumento nuestro λ, mientras que en la función *pois* hemos de pasar $\lambda \cdot t$

Ejemplo. *El tiempo entre llegadas en una oficina es exponencial, con valor media 0.05 horas entre clientes. La oficina abre a las 8 A.M.*

a) Escriba la distribución exponencial que describa el tiempo entre llegadas.

$$\lambda = \frac{1}{0.05} = 20 clientes/hora$$
$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \quad f(t) = 20e^{-20t}$$

b) Determine la probabilidad de que no lleguen clientes a la oficina hasta las 08:15A.M.

$$P\left(t \geq {}^{1}\!/_{4}\right) = 1 - P\left(t \leq {}^{1}\!/_{4}\right)$$

1-pexp(1/4,rate=20)
0.006737947

c) Son las 08:35A.M. El último cliente entró a las 08:26. ¿Cuál es la probabilidad de que el siguiente cliente llegue antes de las 08:38A.M.? ¿Y de que no llegue hasta las 08:40A.M.?

pexp(3/60,rate=20)
0.6321206
1-pexp(5/60,rate=20)
0.1888756

d) ¿Cuál es la cantidad promedio de clientes que llegan entre las 08:10 y las 08:45A.M.?

$$\lambda t = 20 \cdot \frac{25}{60}$$

Ejemplo. Utilización de la distribución de Poisson

```
? dpois
 # lambda son las llegadas en ese tiempo, no nuestro lambda
 nuestro.lambda <- 3
 tiempo <- 2
 dpois(4,lambda=nuestro.lambda*tiempo)
 # obtiene 0.1338526
 ? ppois
 ppois(15, lambda=nuestro.lambda*tiempo)
 0.9994909
```

Calcular la probabilidad que lleguen 15 personas o menos con las condiciones pasadas (último comando en el código anterior), podría ser muy engorroso si no se tuvieran medios informáticos.

Ejemplo. El tiempo entre llegadas a una sala de juego en la sociedad de alumnos es exponencial, con una media de 10 minutos.

a) ¿Cuál es la frecuencia de llegadas por hora?

$$\lambda = \frac{1}{10} = 0.1\ llegadas/\min = 6\ llegadas/hora$$

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no lleguen alumnos a esa sala durante los 15 minutos siguientes?

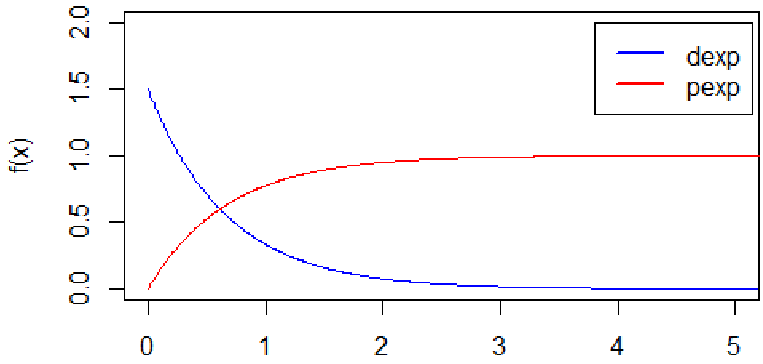
1-pexp(15/60,rate=6)
0.2231302
dpois(0,(15/60)*6)
0.2231302

c) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una alumna visite la sala de juegos durante los próximos 20 minutos?

pexp(20/60,rate=6)
0.8646647

```
1-dpois(0,(20/60)*6)
0.8646647
```

Ejemplo. El siguiente ejemplo representa las funciones de probabilidad y de densidad de la función exponencial




```
? dexp
? pexp
x <- seq(0,10,by=0.01)
plot(x,dexp(x,rate=1.5), # rate equivale al lambda
     type="l",col="blue", xlim=c(0,5),ylim=c(0,2),ylab="f(x)")
lines(x,pexp(x,rate=1.5),type="l",col="red")
legend(x=3.8,y=2, # localización de la leyenda
legend=c("dexp","pexp"), # texto
     lwd=c(2.5,2.5),col=c("blue","red")) # color y ancho
```

Simulación

Lo que vamos a hacer es utilizar R para simular diferentes llegadas que siguen una distribución exponencial y vamos a comparar los resultados con los obtenidos de forma analítica utilizando la distribución de Poisson.

El algoritmo que vamos a seguir es el siguiente:

- Definimos la tasa de llegadas (lambda)
- Definimos el tiempo total que queramos considerar
- Establecemos el contador de llegadas a 0
- Establecemos el tiempo pasado a 0
- Mientras el tiempo que ha pasado sea menor que el tiempo total podemos esperar a otra llegada
    - Simulamos un tiempo aleatorio siguiendo la distribución exponencial
    - Lo sumamos al tiempo que ha pasado
    - Si el tiempo que ha pasado es menor que el total acumulamos una llegada

Con esto lo que habremos conseguido será calcular utilizando la función exponencial y la simulación, el número de personas que han llegado en ese tiempo considerado. Pero como lo que queremos es compararlo con la Poisson, calculando la probabilidad de que el número de personas sea igual a uno dado, lo que tenemos que hacer será repetir el experimento muchas veces y contar los casos favorables entre casos totales.

El código total será el siguiente, que se explicará en clase con más detalle:

```
lambda <- 2 # llegadas por ud tiempo
tiempo_total <- 8 # minutos
numero_llegadas <- 9

a <- c()
for(i in 1:1000){

  cnt <- 0
  ttot <- 0
  while(ttot < tiempo_total){

    t <- rexp(1,lambda)
    ttot <- ttot + t
    if(ttot<tiempo_total){
      cnt <- cnt + 1
    }
  }
  a <- c(a,cnt)
}

print(paste0("Simulado: ",length(which(a==numero_llegadas))/length(a)))
print(paste0("Analítico: ",dpois(numero_llegadas,tiempo_total*lambda)))
```

Entrega de práctica

Habrá que entregar resueltos con el ordenador los ejercicios 20, 21, 22, 23 y 24 de la hoja de ejercicios. Además habrá que realizar algunas simulaciones utilizando el código anterior en el que se varíe la tasa de llegadas, el tiempo total y el número de clientes a analizar (probar dos combinaciones diferentes, y con cada una de ellas ejecutar el código varias veces viendo cómo varían los resultados), y se deberán copiar los resultados indicando a qué valores pertenecen.

La fecha máxima de entrega será el día

24 de noviembre de 2022