Line2D Class

André Caetano

January 2021

1 Introduction

Documentação da classe *Point2d*.

2 Álgebra

A equação de uma reta pode ser escrita em forma vetorial como

$$\bar{P} = \overrightarrow{r}_0 + a\overrightarrow{v}, \tag{1}$$

onde $\overrightarrow{r}_0$ é um ponto de referência e $\overrightarrow{v}$ um vetor paralelo à reta.

Duas retas $\bar{P}_1$ e $\bar{P}_2$ se cruzam quando

$$\overrightarrow{r}_1 + a\overrightarrow{v}_1 = \overrightarrow{r}_2 + b\overrightarrow{v}_2, \tag{2}$$

$$a\overrightarrow{v}_1 = (\overrightarrow{r}_2 - \overrightarrow{r}_1) + b\overrightarrow{v}_2. \tag{3}$$

Como o produto vetorial de qualquer vetor por ele mesmo é nulo $\vec{v}_2 \times \vec{v}_2 = \vec{0}$

$$a\,(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_2, \tag{4}$$

com a podendo ser calculado pela razão de qualquer componente

$$a = \frac{((\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_2)_x}{(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_x} = \frac{((\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_2)_y}{(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_y} = \frac{((\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_2)_z}{(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_z} \tag{5}$$

Caso $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = 0$, as retas são paralelas, podendo ser coincidentes ou não. No caso de retas coincidentes $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ é paralelo ao segmento (ou nulo), de sorte que

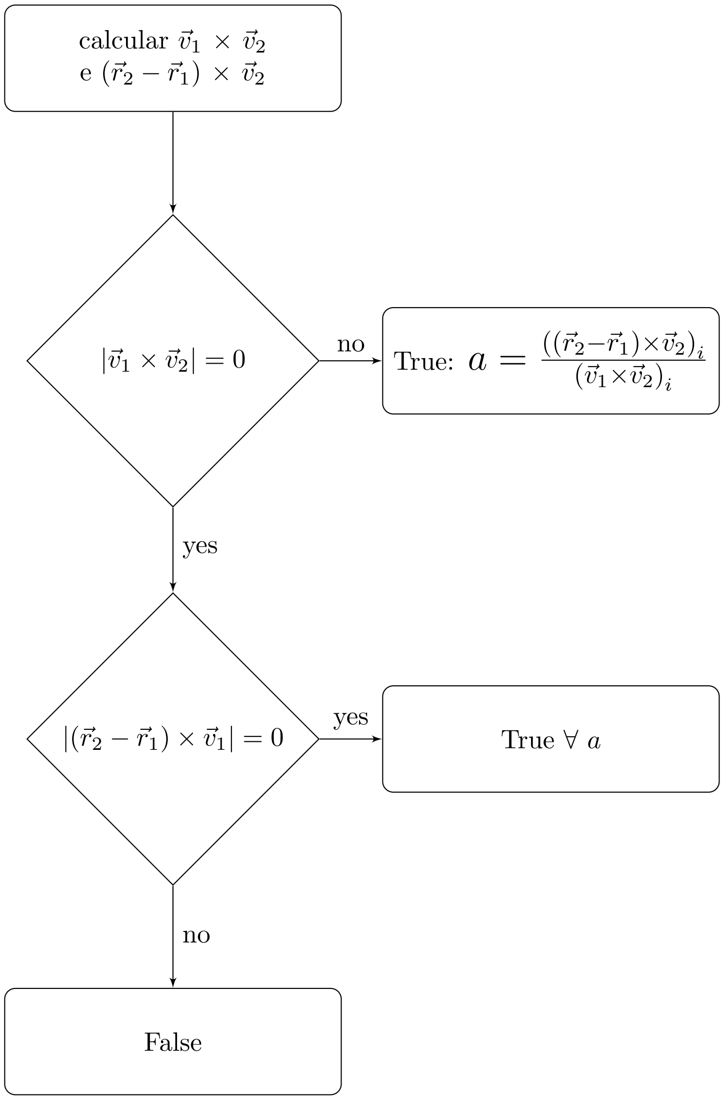
$$(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_2 = (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_1 = \vec{0}. \tag{6}$$

3 Algorítimo

1 calculate $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$ e $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_2$

2 se $|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2| \neq 0$, as retas se intersectam e pode-se calcular a

3 se $|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2| = 0$ e $|(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_1| = \vec{0}$, as retas são coincidentes


calcular $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2$
e $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_2$
$|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2| = 0$
no
True: $a = \frac{((\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_2)_i}{(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)_i}$
yes
$|(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \times \vec{v}_1| = 0$
yes
True $\forall\ a$
no
False