Ανισώσεις αx+β > 0 και αx+β < 0

16.8 Να λύσετε τις επόμενες ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

α) $10-2(x-1)<-4$

β) $2(x-6)\le 3(x-5)-(x-3)$

γ) $x-4(x-3)>3x-6(x-2)$

δ) $2x-(5-3x)<3[3(x+3)-2(2-x)]$

ε) $(x+2)^2-2(x-2)^2\le 25-(x+1)^2$

στ) $2(x+1)\ge 4-(x+3)-3(2-x)$

16.9 Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις, να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών και να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν οι λύσεις τους.

α) $1-\dfrac{3-x}{3}>\dfrac{19}{21}-\dfrac{1-x}{7}$

β) $\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{5x-16}{6}\ge\dfrac{x+8}{12}$

γ) $\dfrac{x+2}{8}-\dfrac{7}{24}(x+1)\ge\dfrac{x-2}{8}-\dfrac{x-1}{3}$

δ) $\dfrac{10x-1}{24}-\dfrac{2x-1}{8}<\dfrac{2x+5}{4}-\dfrac{x+3}{2}$

ε) $\dfrac{7-3x}{12}-\dfrac{3-2x}{3}\ge\dfrac{x-2}{4}-\dfrac{5-x}{6}$

στ) $\dfrac{x+1}{16}-\dfrac{1+x}{2}\ge\dfrac{x-1}{16}-\dfrac{2x+1}{4}$

16.10 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $\dfrac{x+3}{5}-\dfrac{(x-1)^2}{4}<\dfrac{5x}{4}-\left(\dfrac{x}{2}+2\right)^2$

β) $\dfrac{x(x-3)^2}{2}-\dfrac{x(1-9x)}{3}>\dfrac{x^3}{2}$

γ) $5x(4x-5)-(5x-3)^2<5x(1-x)$

δ) $\dfrac{(x+1)^2}{16}-\dfrac{x+1}{2}<\dfrac{(x-1)^2}{16}-\dfrac{x+2}{4}$

16.11 Να λύσετε στο σύνολο $\mathbb{N}$ την ανίσωση:

$$\frac{x+1}{2}-\frac{x+3}{4}<2-\frac{x-2}{3}$$

16.12 Να βρείτε τον μικρότερο ακέραιο αριθμό x για τον οποίο ισχύει:

$$2x-[3(7+3x)-11(x+1)]\le 8(x+1)$$

16.13 Να βρείτε τον μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό x για τον οποίο ισχύει:

$$2\left[\frac{1}{3}(9x-2)-\frac{1}{5}(8x-1)\right]\ge 3(x-1)$$

16.14 Δίνεται η παράσταση:

$$A=4x+(x-3)(x+3)-(x-1)^2$$

Να βρείτε τα x για τα οποία $A\in(8,+\infty)$.

16.15 Δίνεται η παράσταση:

$$A=\frac{2x+7}{4}-\frac{15-x}{3}-\frac{12x+5}{12}$$

Να βρείτε τα x για τα οποία $A\in(-\infty,2]$.

16.16 Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες:

α) η παράσταση $A=2(x+1)-5(x-2)$ είναι πολύ ίση με 6,

β) η παράσταση $B=(x-1)^2-x(x+2)$ γίνετ[αι] τουλάχιστον ίση με 5.

16.17 Να βρείτε το σύνολο των λύσεων των αν[ι]σώσεων:

α) $\dfrac{x^2-4}{x+2}\le 0$

β) $\dfrac{x^2+5x}{x}\ge 2$

Κοινές λύσεις ανισώσεων - Διπλές ανισώσεις

16.18 Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων που ακολουθούν και να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν οι λύσεις τους.

α) $3(x-1)+2x<x+1$ και $2(x+3)-x\geq 2$

β) $3x-2(1-x)>2x+7$ και $-5x\geq 12-2(7x-3)$

γ) $-4(x+2)\geq 6-2(x-3)$ και $-3(x-4)\geq 7-5(x+1)$

δ) $5-3(x-1)>-4$ και $-2-(-x-1)\leq 1$

ε) $5-4(2-x)<3-2(1-2x)$ και $8-5(2-x)\leq 11-6(2-x)$

16.19 Δίνονται οι ανισώσεις:

$$3x-1<x+9 \quad \text{και} \quad 2-\frac{x}{2}\leq x+\frac{1}{2}$$

Να βρείτε:

α) τις λύσεις τους,

β) το σύνολο των κοινών τους λύσεων.

(Τ.Θ. - 2ο θέμα)

16.20 Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α) $3-\frac{1-2x}{2}\geq\frac{1}{2}$ και $6-\frac{x+20}{7}\geq\frac{3x+30}{7}$

β) $\frac{4x-3}{5}-x>\frac{6}{15}$ και $\frac{x}{4}-\frac{x}{2}\leq\frac{5}{4}$

16.21 Να βρείτε τις κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων και να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν οι λύσεις τους.

α) $\frac{x+1}{3}\geq\frac{x-1}{2}$ και $\frac{1}{2}x-1\geq x+1$ και $-x-5>-4$

β) $-2(1-x)-3\leq 1$ και $-(3-x)\geq -5$ και $-7x>0$

16.24 Να βρείτε για ποιες τιμές του x η παράσταση:

$$A=(x-3)(x+3)-(x+2)^2$$

ανήκει στο διάστημα $(-1, 3]$.

16.25 Δίνεται η παράσταση:

$$A=(x-5)(x+5)-(x-1)^2-$$
$$-\left[6(x-2)-(x+3)^2\right]-(-x)^2$$

Να βρείτε για ποια x η τιμή της παράστασης A δεν είναι μικρότερη από -3 και είναι το πολύ ίση με 7.

16.26 Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να γράψετε τα διαστήματα στα οποία ανήκουν οι λύσεις τους.

α) $3-5x\leq x+1\leq 7x-5$

β) $-5-4(x-2)<2(x+3)<5(2+x)-4x$

γ) $\frac{4-2x}{3}\leq 2(x-1)<\frac{3x+2}{2}$

δ) $-\frac{3}{2}(1-x)<-1\leq\frac{1-3(2+x)}{2}$

16.30 Δίνονται οι επόμενες ανισώσεις:

$$2-3(1-x)<3-2(x-3) \quad (1)$$

$$\frac{x-1}{2}-4>2x-\frac{3(x-1)}{4} \quad (2)$$

$$\frac{x+2}{3}\geq\frac{1}{2}-\frac{x}{-4} \quad (3)$$

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α) (1) και (2), **β)** (1) και (3), **γ)** (1), (2) και (3).

Παραμετρικές ανισώσεις

16.31 Για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου λ να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις.

α) $\lambda(x-4) \geq (\lambda-2)(\lambda+2) - 4(x-1)$

β) $2 - \lambda[x + \lambda(\lambda+2)] \leq -(x+\lambda)$

γ) $\lambda - (2\lambda - 1)x > -\lambda^2(x-1)$

δ) $\dfrac{\lambda x - \lambda}{3} \geq \dfrac{x-\lambda}{4} - \dfrac{x+4}{6}$

16.32 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $0 \cdot x \leq \lambda^2 - 2\lambda + 1$

β) $0 \cdot x > \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta$

γ) $0 \cdot x \geq 4\mu - \mu^2 - 4$

δ) $0 \cdot x < 2\lambda - 1 - \lambda^2$

ε) $0 \cdot x \geq 9\mu^2 - 6\mu + 1$

16.33 Να λύσετε την ανίσωση $\dfrac{x-3}{\lambda-2} < x + 1$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \neq 2$.

16.34 Έστω $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ με $\alpha < \beta$. Αν:

$$(1-x)\alpha + x\beta \in (\alpha, \beta)$$

να αποδείξετε ότι $x \in (0, 1)$.

16.35 Αν η ανίσωση $0 \cdot x \geq \lambda - 2$ είναι αδύνατη, να λύσετε την ανίσωση $(2-\lambda)x > 3\lambda - 6$.

16.36 Δίνεται η ανίσωση:

$$\lambda[x - 3\lambda(\lambda-2)] \leq 2[x - 3(2-\lambda)] \quad (1)$$

Να βρείτε για ποια τιμή του λ το σύνολο των λύσεων της ανίσωσης (1) είναι το $[33, +\infty)$.

16.37 Δίνεται η ανίσωση:

$$(\lambda+3)x \geq 2(\mu - 2x) - 3(2 - 3x)$$

Να βρείτε για ποιες τιμές των λ και μ η παραπάνω ανίσωση είναι αδύνατη.

16.38 Δίνεται η ανίσωση $\lambda(x-2) \leq 3(\mu - x)$. Να βρείτε για ποιες τιμές των λ και μ η παραπάνω ανίσωση επαληθεύεται για κάθε πραγματικό αριθμό x.

16.39 Να βρείτε για ποια τιμή του λ η ανίσωση:

$$(\lambda x - 1)(\lambda + 3) \leq x(\lambda + 8)$$

αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

-------------------------------------- [Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής] -----------------------------------

16.51 Σε καθεμία από τις επόμενες ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

α) Ποια από τις παρακάτω ανισώσεις είναι αδύνατη;

Α: $0 \cdot x \leq 2$ **Β:** $2x \leq 0$

Γ: $0 \cdot x \geq 0$ **Δ:** $0 \cdot x \leq -2$

β) Ποια από τις παρακάτω ανισώσεις αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$;

Α: $0 \cdot x > 0$ **Β:** $0 \cdot x < -1$

Γ: $0 \cdot x < 1$ **Δ:** $2x > x$

γ) Αν η ανίσωση $0 \cdot x \leq \mu$ είναι αδύνατη, τότε η ανίσωση $\mu x < 3\mu$:

Α: έχει λύσεις $x < 3$. **Β:** έχει λύσεις $x > 3$.

Γ: είναι αδύνατη.

Δ: αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

δ) Αν $|\lambda| + |\mu| = 0$, τότε η ανίσωση $\lambda x < \mu$:

Α: έχει λύσεις $x < \dfrac{\mu}{\lambda}$. **Β:** έχει λύσεις $x > \dfrac{\mu}{\lambda}$.

Γ: είναι αδύνατη.

Δ: αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
