

Παραμετρικές εξισώσεις

9.4 Για τις διάφορες τιμές του λ να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\lambda x - 3\lambda = \lambda^2 - 3x$ β) $\lambda x + 1 = \lambda^2 - x$

γ) $\left(\frac{\lambda}{4}\right)^2 (x+1) - \frac{\lambda}{4} = x$

δ) $4 - \lambda(\lambda - 2x) = -\lambda^2 x$

9.5 Για τις διάφορες τιμές του λ να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\lambda^2(x+1) = -(-1-\lambda x)$

β) $\frac{x+1}{2} - \frac{\lambda^2 x - \lambda^2}{18} = \frac{\lambda}{3}$

γ) $\lambda(2x+1) - 4(1+\lambda x) = \lambda^2(x-1) + \lambda$

δ) $2(\lambda^2 + 2x) - \lambda(4 + \lambda x) = 0$

9.6 Για τις διάφορες τιμές του λ να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

α) $\lambda^2(\lambda x - \lambda + 2) - \lambda(x+1) = 0$

β) $2\lambda^2 x - \lambda^2(\lambda^2 x - 1) = -2\lambda(\lambda x - 1)$

γ) $\frac{\lambda^3}{12}(x-1) - \frac{\lambda}{2}(x+\lambda) = \frac{\lambda}{4}(x-3\lambda)$

δ) $(\lambda^2 x - 2)(\lambda - 2) + \lambda x - (\lambda - 1)^2 = 2$

9.7 Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x(y-1)}{2} = \frac{y(x+1)}{3} - 1$$

α) με άγνωστο τον x ,

β) με άγνωστο τον y .

9.8 Να αποδείξετε ότι η εξίσωση:

$$\lambda^2(x-\lambda) - \lambda(x-1) = 0$$

δεν είναι αδύνατη για καμία τιμή του λ .

9.9 Να αποδείξετε ότι η εξίσωση:

$$|\lambda - 2|(x - |\lambda - 2|) + |\mu - 3|(x - |\mu - 3|) = 4\lambda + 6\mu - 26$$

δεν είναι ποτέ αδύνατη.

9.10 Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{1}{x+\lambda} = \frac{2}{x-\lambda} - \frac{1}{x-5}$$

για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

► Προσδιορισμός παραμέτρου

9.11 Δίνεται η εξίσωση:

$$\lambda^2(x+4) - 5\lambda(x+\lambda) = -25$$

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η παραπάνω εξίσωση είναι:

α) ταυτότητα, β) αδύνατη.

9.12 Δίνεται η εξίσωση:

$$\left(\frac{\lambda}{3}\right)^3 (x-1) - \frac{\lambda}{9} (3x-2\lambda) = \frac{\lambda}{3}$$

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η παραπάνω εξίσωση είναι:

α) ταυτότητα, β) αδύνατη.

9.13 Δίνεται η εξίσωση:

$$(a+3)x = a^2 - 9$$

με παράμετρο $a \in \mathbb{R}$.

α) Να λύσετε την εξίσωση όταν:

i) $a = 1$ ii) $a = -3$

β) Να βρείτε τις τιμές του a για τις οποίες η εξίσωση έχει μοναδική λύση και να προσδιορίσετε τη λύση αυτή.

(Τ.Θ. - 2ο θέμα)

9.14 Δίνεται η εξίσωση:

$$\lambda^2(x-1) = 2(2x-\lambda)$$

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η παραπάνω εξίσωση έχει:

α) το πολύ μία λύση,

β) τουλάχιστον μία λύση.

9.15 Δίνεται η εξίσωση:

$$\lambda(x + 2\lambda) - 3(\lambda^2 - x - 3) = 0$$

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η παραπάνω εξίσωση έχει:

- α) λύση το -3 ,
β) μοναδική λύση το -3 .

9.16 Δίνεται η εξίσωση:

$$(\lambda^2 - 9)x = \lambda^2 - 3\lambda \quad (1)$$

με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

- α) Επιλέγοντας τρεις διαφορετικές πραγματικές τιμές για το λ να γράψετε τρεις εξισώσεις.
β) Να προσδιορίσετε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η (1) να έχει μία και μοναδική λύση.
γ) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η μοναδική λύση της (1) να ισούται με 4.

(Τ.Θ. - 2ο θέμα)

9.17 Δίνεται η εξίσωση:

$$\frac{x(\mu - 2)(\mu + 2)}{6} + \frac{x + 4}{2} = \frac{\mu + 5}{3}$$

Να βρείτε για ποια τιμή του μ η παραπάνω εξίσωση έχει μοναδική λύση το $2 - \mu$.

9.18 Δίνεται η εξίσωση:

$$\lambda(x - 5) = -2(\mu - x - 2)$$

Να βρείτε για ποιες τιμές των λ και μ η παραπάνω εξίσωση είναι:

- α) ταυτότητα, β) αδύνατη.

9.19 Δίνεται η εξίσωση:

$$ax - 6 - 2(2x - \beta) = 0$$

Να βρείτε για ποιες τιμές των a και β η παραπάνω εξίσωση:

- α) έχει ακριβώς μία λύση,
β) είναι αδύνατη,

γ) είναι ταυτότητα,

δ) έχει τουλάχιστον μία λύση,

ε) έχει το πολύ μία λύση.

9.20 Δίνεται η εξίσωση:

$$\begin{aligned} (\lambda - 2)^2 - 6(1 + x) &= \\ &= (2 - 2x)(\lambda - 1)(\lambda + 1) - 2\lambda \end{aligned}$$

Αν η προηγούμενη εξίσωση είναι ταυτότητα, να αποδείξετε ότι η εξίσωση:

$$\lambda^2(x + 1) = 2(x + \lambda) - (1 - 2x)$$

είναι αδύνατη.

9.21 Αν η εξίσωση:

$$\lambda^2(x - 1) = 2(2x + \lambda)$$

είναι ταυτότητα, να αποδείξετε ότι και η εξίσωση:

$$\lambda^2(x - 1) + \lambda(5x - 1) = -2(1 + 3x)$$

είναι ταυτότητα.

9.22 Δίνονται οι εξισώσεις:

$$(2\lambda + 6)x = \mu^2 - 4 \quad (1)$$

και:

$$(\lambda + 3)x = 2\lambda + \mu + 4 \quad (2)$$

Να βρείτε τις τιμές των λ και μ , ώστε η (1) να είναι ταυτότητα και η (2) να είναι αδύνατη.

9.23 Αν η εξίσωση:

$$\lambda(\lambda + 3x) - 12(x + 1) = (\lambda - 1)^2 - 5$$

έχει μοναδική λύση, να τη βρείτε.

9.24 Η εξίσωση $2(x + \beta) - a(x - 1) = 0$ έχει λύσεις τους αριθμούς 2017 και 2018. Να βρείτε τους αριθμούς a και β .

9.25 Να βρείτε για ποια τιμή του λ οι εξισώσεις:

$$(\lambda + 3)(x - 1) = 8x$$

και:

$$\frac{x + 1}{2} = \frac{x - \lambda}{3} - \frac{\lambda x - 3\lambda}{6}$$

είναι ισοδύναμες.

9.26 Δίνονται πραγματικοί αριθμοί μ , x_1 και x_2 , με $x_1 \neq x_2$, για τους οποίους ισχύουν:

$$\mu^2 x_1 - 6 = \mu(2x_1 - 3) \quad \text{και} \quad \mu(\mu x_2 + 3) = 2(\mu x_2 + 3)$$

Να βρείτε τον αριθμό μ .

9.27 Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση:

$$\frac{\lambda(x-1)}{x+2} = \frac{\lambda+1}{2}$$

έχει λύση.