

Εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

➤ Επίλυση εξισώσεων 1^{ου} βαθμού

8.14 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $4x - 3 = 2x + 5$ β) $7 - 4x = -x - 11$

γ) $5 - 4(2 - x) = 2(3 - x)$

δ) $-2(2 - x) = 8 - 3(x - 1)$

ε) $3 - 2(x + 1) = 7 - 4(x + 2)$

στ) $-3 - (x - 4) = 11 - 2(5 - x)$

ζ) $3(5 + 2x) - 2(3 + 2x) = 23 - 2(1 - x)$

η) $3(x - 2) - 2(1 + 3x) = -2(x - 4) - x - 16$

8.15 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $9 + (x - 3) \cdot 2 - (x + 4) \cdot 3 = 2x$

β) $(5 - x) \cdot 4 - (x - 3) \cdot 2 = (4 - x)(-1) - (x + 2) \cdot 3$

γ) $15 - (x + 1) \cdot 9 = (2 - 3x) \cdot 3$

δ) $5 - (x - 3) \cdot 3 = -x - (x - 2) \cdot 2$

8.16 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $0,4x - 1,3 = 1,1 - 0,2x$

β) $6 - 4,8(x - 3) = 1,2x - 2,4(x - 1)$

γ) $1,1(5 - 4x) - 0,7(5 - 6x) = 0$

δ) $1,2 - 0,4(2 - 3x) = -0,2(4x - 7)$

ε) $5x - 3,75(x + 1) = 8,75 - 2,5(5 - x)$

8.17 Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

α) $24 - 7[3(x - 2) - 2(x - 4)] = -[9 - 4(1 - x)]$

β) $3[4(x - 1) + 2] = 4 - 2[1 - 3(x - 2)]$

γ) $-12 + 2[9x - 5(x - 1)] = -3[4(x - 5) - 6(x - 4)]$

δ) $2[2(x - 1) - (x - 2)] = -[x - 3 - 3(x - 1)]$

ε) $4(x + 3) = 6 - 2[1 - 2(x - 1)]$

8.18 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $(x + 1)^2 - (x - 3)(x + 3) = 0$

β) $x^3 - x(x - 2)(x + 2) = 12$

γ) $x(x + 2)^2 - x^2(x + 4) = 3x + 4$

δ) $(x - 2)^3 - x(x - 3)^2 = 1$

ε) $8 - x(5x + 6) = (x + 1)^3 - x(x + 4)^2$

στ) $x(x - 3)(x + 3) - (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$

8.19 Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

α) $\frac{x}{6} - \frac{x - 6}{3} = 1 - \frac{x - 8}{4}$

β) $\frac{5 + 3x}{18} = \frac{1}{3} - \frac{6x - 2}{9}$

γ) $\frac{2x + 3}{10} - \frac{x - 2}{2} = -\frac{x - 3}{5}$

δ) $\frac{2x}{5} - \frac{x - 3}{15} = -1 - \frac{x + 1}{10}$

ε) $\frac{x + 3}{4} - \frac{2x - 5}{6} = -\frac{x + 4}{12}$

στ) $\frac{x}{3} - \frac{x - 2}{2} = \frac{x}{4} - \frac{5x - 12}{12}$

8.20 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $5 - \frac{10x + 1}{27} - \frac{x}{8} = \frac{13x + 4}{18} - \frac{5(x - 4)}{4}$

β) $\frac{x + 6}{21} + 5 - \frac{x - 12}{3} = \frac{x + 1}{2} - \frac{5x + 9}{28}$

γ) $\frac{5x - 4}{5} - \frac{7x - 10}{7} = \frac{22}{35}$

δ) $\frac{3}{4}(x - 1) - \frac{5}{3}(x - 4) = \frac{8}{5}(x - 6) + \frac{5}{12}$

ε) $\frac{4x - 1}{6} = -\frac{4}{3} \left(-1 - \frac{9x + 1}{18} \right)$

στ) $\frac{3}{5}(x - 4) - \frac{2x - 9}{3} = 0,25(x - 1) - 2$

8.21 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{\frac{x}{4} + \frac{1}{24}}{\frac{5}{4} - \frac{3}{8}} = \frac{\frac{11}{12} - \frac{2x}{3}}{1 - \frac{1}{4}}$

$$\beta) \frac{\frac{2x-3}{4} - \frac{1}{2}}{2 - \frac{3}{4}} = \frac{x-2 - \frac{2}{3}}{3 + \frac{1}{3}}$$

8.22 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{x-1}{4} - \left[\frac{x+2}{3} - \left(\frac{5-x}{12} + 1 \right) - 3 \right] = 1$$

$$\beta) \frac{2}{5} \left[x - \frac{5}{3}(x+4) \right] = \frac{2}{3} \left[\frac{x-3}{2} - (x+2) \right]$$

$$\gamma) 2 \left[-(3-x) - \frac{x-6}{6} \right] = 3 \left(\frac{1}{3} - \frac{15-5x}{9} \right)$$

$$\delta) -\frac{1}{8} \left[\frac{x-5}{3} - \frac{2}{5}(7-x) + x+3 \right] = -\frac{x-1}{4}$$

$$\gamma) x^3 - 10 = x(5x - 2)$$

$$\delta) 2(x^3 + 8) - x(x + 32) = 0$$

$$\epsilon) x^3 + 8 = (x+2)^3 - 6x(x+2)$$

$$\sigma\tau) x^3 - 3x + 2 = 0$$

8.27 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) (x^2 + 3x)(x-1) = (2x+6)(x^2-1)$$

$$\beta) (x+1)(3-2x) = 4x^2 - 9$$

$$\gamma) (x^2-9)(2x+1) = (x+3)(2x+1)^2$$

$$\delta) (x+1)(2-x)(x+3) + (x+1)(2-x)(5-2x) = (x+1)(x-2)$$

$$\epsilon) 3x(x-3) + (x-3)^2 + 9 - x^2 = 0$$

$$\sigma\tau) (x+1)^3 + x^2 - 1 = 0$$

8.28 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) (x^2+4)^2 - x[(x+3)^2 - (x+6)] = 16$$

$$\beta) (x+2)^3 - 13(x+1) = 1$$

$$\gamma) x^3 + (x-1)^2 = 1$$

$$\delta) (x-1)^3 - (10x-7) = -3(x-2)(x+2)$$

➤ Επίλυση εξ. με παραγοντοποίηση

8.23 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) -8x^2 + 5x = -12x^2 + x$$

$$\beta) -2x^2 + 7 = x^2 - 20 \quad \gamma) -x(x-2) = x(x+7)$$

$$\delta) x^3 - 9x = 0 \quad \epsilon) 4x^3 - 5x = 2x^3 + 3x$$

$$\sigma\tau) 2x(x^2 - 12) - 4(2x - 1) = 4$$

8.24 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) x(2x-1)^2 = 16x \quad \beta) 2x(3x-1)^2 - 8x^3 = 0$$

$$\gamma) (x-5)^2 - 9(x+2)^2 = 0$$

$$\delta) (2x+3)^3 - 2x - 3 = 0$$

8.25 Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\alpha) x^2(x-4) + 2x(x-4) + x-4 = 0$$

$$\beta) x(x^2-1) - x^3 + x^2 = 0$$

$$\gamma) (x^2-4)(x-1) = (x^2-1)(x-2)$$

$$\delta) x^3 - 2x^2 - (2x-1)(x-2) = 0$$

8.26 Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

$$\alpha) x^3 + 4 = x(4x+1)$$

$$\beta) x^3 - 4x = 12 - 3x^2$$

➤ Κλασματικές εξισώσεις

8.29 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{1}{x+3} = \frac{2}{x-3} - \frac{1}{x-5}$

β) $\frac{2x}{3x-6} - \frac{x}{2x-4} = 1 + \frac{5x-12}{12-6x}$

γ) $\frac{15}{x-2} - \frac{4}{x+2} = \frac{5}{x^2-4}$

δ) $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x^2-x}$

8.30 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{1}{x+2} = \frac{x}{x^2-4}$ β) $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x^2-x}$

γ) $\frac{x+1}{x^2-1} + \frac{2}{x^2-2x+1} = 0$

8.31 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{4}{x+2} - \frac{3x}{2-x} = \frac{3x^2-8}{x^2-4}$

β) $\frac{1}{2x-3} + \frac{3}{3x-2x^2} = \frac{5}{x}$

γ) $\frac{2}{x} = \frac{x-8}{x^2-4x} - \frac{1}{4-x}$

δ) $\frac{1}{x} - \frac{5}{5x-x^2} = \frac{1}{x-5}$

8.32 Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

α) $1 - \frac{x+2}{x-2} = \frac{x-10}{x^2-2x} - \frac{x+2}{x}$

β) $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x^2} = \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2+2x+1}$

γ) $\frac{1}{(x-2)(x-1)} - \frac{1}{(x+2)(x-1)} = \frac{1}{x^2-4}$

δ) $\frac{1}{x+5} - \frac{2x}{x^2+5x} = \frac{1}{25-x^2}$

8.33 Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\frac{4}{\frac{2}{x-1} - 1} = 2$

β) $\frac{x}{1-\frac{1}{x}} - \frac{x}{1+\frac{1}{x}} = \frac{2x}{x^2-1}$

γ) $1 + \frac{1}{1-\frac{1}{x+1}} = \frac{1}{x}$

δ) $\frac{1+\frac{x+1}{x-1}}{4-\frac{x+1}{x-1}} = \frac{1}{4}$

8.34 Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{\frac{3}{2x-1} - \frac{2}{2x+1} - \frac{10}{4x^2-1}}{\frac{2x-5}{(2x+1)(3x+5)}}$$

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A.

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση A.

γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύει ότι:

$$A^2 = 8A$$

➤ Επίλυση τύπου

8.35 Να λύσετε τους παρακάτω τύπους ως προς β:

α) $E = \frac{\beta v}{2}$

β) $E = \frac{\beta + B}{2} v$

8.36 Να λύσετε τον τύπο $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ ως προς α.

8.37 Να λύσετε τον τύπο $v = v_0 - at$ ως προς a .

8.38 Να λύσετε τον τύπο $F = \frac{p_2 - p_1}{t_2 - t_1}$ ως προς:

α) p_1

β) t_1

8.39 Δίνονται οι τύποι:

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad (1) \quad \text{και} \quad v = v_0 + a t \quad (2)$$

α) Να λύσετε τον τύπο (2) ως προς a .

β) Να αποδείξετε ότι $S = \frac{v + v_0}{2} t$.

8.40 Δίνονται οι τύποι $h = \frac{1}{2} g t^2$ και $v = g t$. Να αποδείξετε ότι $h = \frac{v^2}{2g}$.

8.41 Δίνονται οι τύποι:

$$2\tau = \alpha + \beta + \gamma, \quad E = \tau\rho \quad \text{και}$$

$$4E \cdot R = \alpha\beta\gamma$$

με $\beta\gamma \neq \rho R$. Να εκφράσετε το α ως συνάρτηση των β , γ , ρ και R .

8.44 Οι εξισώσεις:

$$3 - \frac{x-4}{2} = \frac{3}{4} - 2(x-1)$$

και:

$$(2\mu - 6)x - 5 = 1 - \mu(-4x - 2)$$

έχουν κοινή λύση.

α) Να βρείτε τον αριθμό μ .

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{1}{\omega} + \frac{\mu(\omega - 1)}{\omega^2 + \mu\omega} = -\frac{2}{\omega + \mu}$$

8.45 Δίνονται οι εξισώσεις:

$$x^3 - 3 = x(1 - 3x) \quad (1)$$

και:

$$(x^2 - 2a)(x - 1) = a(x - 2)^2 + (x - 11)(a - x) \quad (2)$$

Η μικρότερη λύση της εξίσωσης (1) είναι λύση και της εξίσωσης (2).

α) Να βρείτε τον αριθμό a .

β) Να λύσετε την εξίσωση (2).

➤ Προβλήματα

➤ Προσδιορισμός παραμέτρου

8.42 Δίνεται η εξίσωση:

$$\frac{x+3a}{6} - x = 5 + a - \frac{x}{12}$$

Να βρείτε τον αριθμό a , ώστε η παραπάνω εξίσωση να έχει λύση τη $x = -6$.

8.43 Δίνονται οι εξισώσεις:

$$\frac{4}{3} - \frac{x-7}{2} = -\frac{x+9}{9} \quad (1)$$

και:

$$\frac{\lambda - x}{2} - \frac{x-1}{7} = \frac{3x-\lambda}{2} \quad (2)$$

Να βρείτε τον αριθμό λ , ώστε οι εξισώσεις (1) και (2) να έχουν κοινή λύση.

8.46 Το διπλάσιο ενός αριθμού είναι κατά 12 μεγαλύτερο από το μισό του αριθμού. Να βρείτε αυτόν τον αριθμό.

8.47 Ο Κώστας έχει 80 € και ο Θοδωρής έχει 70 €. Ο Κώστας έδωσε ορισμένα χρήματα στον Θοδωρή και τώρα ο Κώστας έχει τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του Θοδωρή. Πόσα χρήματα έδωσε ο Κώστας στον Θοδωρή;

8.48 Η Σοφία έχει σήμερα διπλάσια ηλικία από την Άννα. Πριν από 5 χρόνια η Σοφία είχε τριπλάσια ηλικία από την Άννα. Να βρείτε τις σημερινές ηλικίες της Σοφίας και της Άννας.

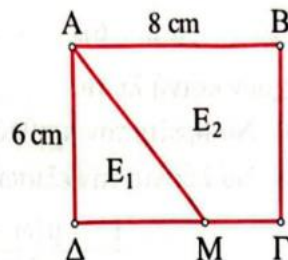
8.49 Ο Δημήτρης στα 3 διαγωνίσματα Μαθηματικών που έγραψε στο σχολείο είχε μέσο όρο 15. Ο βαθμός του 2ου διαγωνίσματος ήταν κατά 4 μεγαλύτερος από τον βαθμό του 1ου διαγωνίσματος και κατά 1 μικρότερος από τον βαθμό του 3ου διαγωνίσματος. Να βρείτε τους βαθμούς των τριών διαγωνισμάτων.

8.50 Σε μια γιορτή αρχικά οι άντρες ήταν διπλάσιοι από τις γυναίκες. Μετά από λίγο έφυγαν δέκα

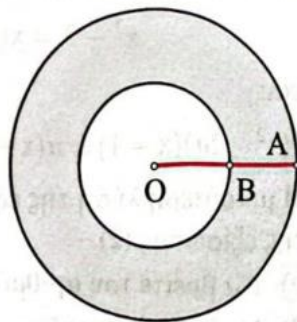
ζευγάρια και οι άντρες που έμειναν ήταν τριπλάσιοι από τις γυναίκες. Να βρείτε πόσοι άντρες και πόσες γυναίκες υπήρχαν αρχικά.

8.51 Ένας πατέρας έχει ορισμένα χρήματα. Από αυτά δίνει στο πρώτο του παιδί τα μισά και 5 € ακόμη. Στο δεύτερο παιδί δίνει το $\frac{1}{3}$ των υπόλοιπων χρημάτων και 10 € ακόμη. Στο τρίτο παιδί δίνει 20 €. Να βρείτε πόσα χρήματα είχε αρχικά ο πατέρας.

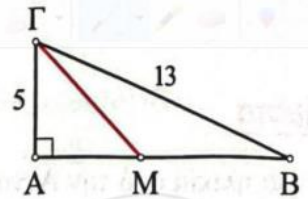
8.52 Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 8$ cm και $AD = 6$ cm. Να βρείτε τη θέση του σημείου M , ώστε το εμβαδόν E_1 να είναι ίσο με τα $\frac{3}{5}$ του E_2 .



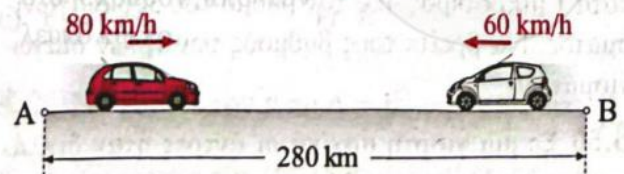
8.53 Στο διπλανό σχήμα οι δύο κύκλοι έχουν κέντρο O και ισχύει ότι $OA = 4$ cm. Να βρείτε την ακτίνα OB , αν ο γκρι δακτύλιος έχει τριπλάσιο εμβαδόν από τον λευκό κύκλο.



8.54 Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$ και ισχύουν $AG = 5$ cm και $B\Gamma = 13$ cm. Να βρείτε τη θέση σημείου M πάνω στην πλευρά AB , το οποίο ισαπέχει από τις κορυφές B και Γ .



8.55 Δύο αυτοκίνητα ξεκινούν ταυτόχρονα από τις πόλεις A και B και κινούνται σε ευθύγραμμο δρόμο, έχοντας σταθερές ταχύτητες 80 km/h και 60 km/h



αντίστοιχα. Αν οι πόλεις A και B απέχουν 280 km, να βρείτε μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν και σε πόση απόσταση από την πόλη A .

8.56 Δύο αυτοκίνητα κινούνται στον ίδιο ευθύγραμμο δρόμο και προς την ίδια κατεύθυνση. Το πρώτο αυτοκίνητο, που κινείται με σταθερή ταχύτητα 60 km/h, βρίσκεται πιο μπροστά κατά 50 km από το δεύτερο αυτοκίνητο, το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα 70 km/h. Να βρείτε τον χρόνο που θα χρειαστεί το δεύτερο αυτοκίνητο για να συναντήσει το πρώτο.

8.57 Ένας ποδηλάτης ξεκινά από την πόλη A και κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο προς την πόλη B με μέση ταχύτητα 16 km/h. Μια ώρα αργότερα μια φίλη του ξεκινά με το ποδήλατό της από την πόλη B και με μέση ταχύτητα 12 km/h κινείται προς την πόλη A για να τον συναντήσει. Αν η απόσταση των δύο πόλεων είναι 44 km, σε πόσες ώρες από την εκκίνηση του ποδηλάτη θα συναντηθούν;