

# 26 | Η έννοια της συνάρτησης

## Βασική θεωρία και εφαρμογές

### 26.1 Βασικοί ορισμοί

Έστω  $A$  και  $B$  δύο μη κενά σύνολα. Τι ονομάζουμε συνάρτηση από το σύνολο  $A$  στο σύνολο  $B$ ;

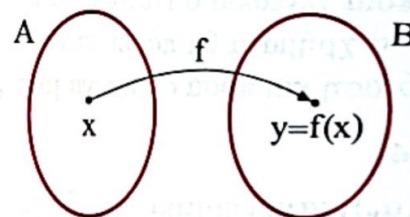
Απάντηση

Συνάρτηση από το σύνολο  $A$  στο σύνολο  $B$  ονομάζουμε μια διαδικασία (κανόνα) με την οποία κάθε στοιχείο του συνόλου  $A$  αντιστοιχίζεται σε ένα ακριβώς στοιχείο του συνόλου  $B$ .

- Οι συναρτήσεις παριστάνονται συνήθως με μικρά γράμματα του λατινικού αλφαβήτου  $f, g, h$  κ.λπ.
- Έστω ότι έχουμε μια συνάρτηση  $f$  από το σύνολο  $A$  στο σύνολο  $B$ . Τότε:
  - ▶ Το σύνολο  $A$  λέγεται **πεδίο ορισμού** ή **σύνολο ορισμού** της  $f$ .
  - ▶ Αν με τη συνάρτηση  $f$  το  $x \in A$  αντιστοιχίζεται στο  $y \in B$ , τότε γράφουμε:

$$y = f(x)$$

και διαβάζουμε « $y$  ίσον  $f$  του  $x$ ».



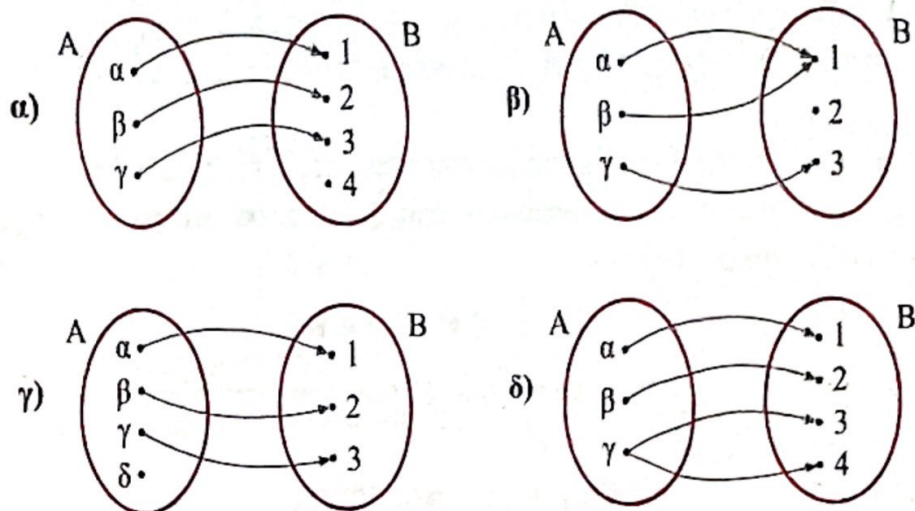
- ▶ Το  $y$  ή το  $f(x)$  λέγεται **τιμή της  $f$  στο  $x$**  ή **τύπος της συνάρτησης  $f$** .
- ▶ Το  $x$ , που παριστάνει οποιοδήποτε στοιχείο του  $A$ , ονομάζεται **ανεξάρτητη μεταβλητή**, ενώ το  $y$ , που παριστάνει την τιμή της συνάρτησης στο  $x$ , ονομάζεται **εξαρτημένη μεταβλητή**.
- ▶ Η παραπάνω συνάρτηση συμβολίζεται ως εξής:

$$f: A \rightarrow B$$

- Το σύνολο που έχει ως στοιχεία του τις τιμές της  $f$  για όλα τα  $x \in A$ , λέγεται σύνολο τιμών της  $f$  και συμβολίζεται με  $f(A)$ . Ισχύει  $f(A) \subseteq B$ .

## 26.2 Βελοδιαγράμματα

Να εξετάσετε αν τα παρακάτω βελοδιαγράμματα παριστάνουν συναρτήσεις από το  $A$  στο  $B$ .



Απάντηση

- α)** Το βελοδιάγραμμα (α) παριστάνει συνάρτηση, αφού κάθε στοιχείο του συνόλου  $A$  αντιστοιχίζεται σε ένα ακριβώς στοιχείο του συνόλου  $B$ . Παρατηρούμε ότι στο στοιχείο  $4 \in B$  δεν αντιστοιχίζεται κάποιο στοιχείο του  $A$ , αλλά αυτό δεν είναι υποχρεωτικό να συμβαίνει.
- β)** Ομοίως, το βελοδιάγραμμα (β) παριστάνει συνάρτηση. Δεν υπάρχει πρόβλημα που τα στοιχεία  $\alpha$  και  $\beta$  του συνόλου  $A$  αντιστοιχίζονται στο ίδιο στοιχείο του συνόλου  $B$ .
- γ)** Το βελοδιάγραμμα (γ) δεν παριστάνει συνάρτηση, αφού το στοιχείο  $\delta \in A$  δεν αντιστοιχίζεται σε κανένα στοιχείο του συνόλου  $B$ .
- δ)** Το βελοδιάγραμμα (δ) δεν παριστάνει συνάρτηση, αφού το στοιχείο  $\gamma \in A$  αντιστοιχίζεται σε δύο στοιχεία του συνόλου  $B$ .

Μια συνάρτηση από ένα σύνολο  $A$  σε ένα σύνολο  $B$  μπορεί να παρασταθεί με τη βοήθεια ενός βελοδιαγράμματος, στο οποίο κάθε στοιχείο του συνόλου  $A$  αντιστοιχίζεται με ένα βέλος σε ένα μόνο στοιχείο του συνόλου  $B$ .

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για να παριστάνει συνάρτηση ένα βελοδιάγραμμα πρέπει:

- όλα τα στοιχεία του  $A$  να αντιστοιχίζονται σε στοιχεία του  $B$  (όχι αναγκαστικά σε όλα τα στοιχεία του  $B$ ),
- να μην υπάρχει στοιχείο του  $A$  που να αντιστοιχίζεται σε δύο ή περισσότερα στοιχεία του  $B$ .