

422 Θέμα 2 –

Δίνονται οι παραστάσεις A και B με $A = \alpha^2 + \alpha + \frac{1}{4}$ και $B = (\beta - 3)^2$.

α)

i. Να δείξετε ότι $A + B \geq 0$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 9)

ii. Να προσδιορίσετε τους αριθμούς α, β έτσι, ώστε $A + B = 0$.

(Μονάδες 8)

β) Υπάρχουν τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε $A = -B$; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 8)

423 Θέμα 2 –

Δίνεται η παράσταση $A = |x - 2| + 3, x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε

i. Την τιμή της παράστασης A για $x = 2^3 - 3^2$.

(Μονάδες 8)

ii. Τις τιμές του x , ώστε να ισχύει $A = 5$.

(Μονάδες 10)

β) Να εξετάσετε αν μπορεί η παράσταση A να πάρει την τιμή 2. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

424 Θέμα 2 –

Δίνεται η αλγεβρική παράσταση $K = \frac{\alpha(\alpha^2 - 2\alpha + 1)}{\alpha^3 - \alpha^2}, \alpha \neq 0, \alpha \neq 1$.

α) Να δείξετε ότι $K = \frac{\alpha - 1}{\alpha}$.

(Μονάδες 13)

β) Για κάθε $\alpha \neq 0$ και $\alpha \neq 1$,

i. Να δείξετε ότι $K \neq 0$.

(Μονάδες 6)

ii. Να βρείτε την τιμή του α για την οποία ισχύει η ισότητα $K(K-2)=0$.

(Μονάδες 6)

425 Θέμα 2 –

Δίνονται οι ετερόσημοι αριθμοί α, β , με $\alpha = 1 + 2\sqrt{2}$ και $\beta = \sqrt{2} - 2$.

Να δείξετε ότι:

α) $\alpha^2 + \beta^2 = 15$.

(Μονάδες 12)

β) $\sqrt{\alpha^2} + 2\sqrt{\beta^2} = 5$.

(Μονάδες 13)

426 Θέμα 2 –

Δίνεται η παράσταση $A = x^4 + \frac{x^4 - 4}{x^2 - 2}$, $x \neq \pm\sqrt{2}$.

α) Να δείξετε ότι $A = x^4 + x^2 + 2$.

(Μονάδες 15)

β)

i. Να αιτιολογήσετε γιατί $A > 0$ για κάθε $x \neq \pm\sqrt{2}$.

(Μονάδες 5)

ii. Για ποια τιμή του x η παράσταση A παίρνει τη μικρότερη τιμή της;

(Μονάδες 5)

427 Θέμα 2 –

α) Να λύσετε την εξίσωση : $x^2 - 25 = 0$.

(Μονάδες 7)

β) Να λύσετε την ανίσωση : $x^2 - 36 \leq 0$.

(Μονάδες 9)

γ) Να εξετάσετε αν οι λύσεις της εξίσωσης του α) ερωτήματος είναι και λύσεις της ανίσωσης του β) ερωτήματος.

(Μονάδες 9)