

4.2 Ανισώσεις 2ου βαθμού – Μορφές τριωνύμου

Παραγοντοποίηση τριωνύμου

18.7 Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:

- α) $x^2 + 5x - 6$ β) $x^2 - x + 2$
γ) $-x^2 + 4x - 3$ δ) $-x^2 + 8x - 16$
ε) $3x^2 + 5x - 2$ στ) $-2x^2 + 3x + 9$
ζ) $6x^2 - x - 2$ η) $\frac{x^2}{2} - 3x + 4$

18.9 Δίνεται το τριώνυμο:

$$-x^2 + (\sqrt{3} - 1)x + \sqrt{3}$$

α) Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα του τριωνύμου είναι:

$$\Delta = (\sqrt{3} + 1)^2$$

β) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο.

(Τ.Θ. - 2ο θέμα)

18.10 Να παραγοντοποιήσετε τα τριώνυμα:

- α) $x^2 - (2 - \sqrt{2})x - \sqrt{8}$
β) $-2x^2 + (3 - 2\sqrt{3})x + 3\sqrt{3}$
γ) $x^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{6}$
δ) $9x^2 - 9\sqrt{3} \cdot x + 6$

18.11 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α) $x^3 - 3x^2 - 4x$ β) $2x^3 - 12x^2 + 18x$
γ) $-x^3 - x^2 + 6x$ δ) $6x^3 + 7x^2 - 3x$

18.12 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α) $x^4 - 5x^2 + 4$ β) $x^2 - 3|x| - 10$
γ) $x^6 + 7x^3 - 8$ δ) $4x^5 - 5x^3 + x$

18.13 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

- α) $x(x^2 - 4) - 3x + 6$

18.8 Δίνεται το τριώνυμο:

$$2x^2 + \lambda x - 5, \quad \text{όπου } \lambda \in \mathbb{R}$$

α) Αν μια ρίζα του τριωνύμου είναι ο αριθμός $x_0 = 1$, να προσδιορίσετε την τιμή του λ .

β) Για $\lambda = 3$ να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο.
(Τ.Θ. - 2ο θέμα)

β) $2x(x^2 + 2x + 1) - 9(x^2 - 1) - 3x - 3$

γ) $x(3x^2 - x - 2) + 2(x^2 - 3x + 2)$

18.14 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $(x^2 + 2)^2 - 9(x^2 + 2) + 18$

β) $-(x^2 - 6)^2 - 2x^2 + 27$

γ) $(x^2 - 3x)^2 - 2x^2 + 6x - 8$

δ) $(2x^2 - 5x)^2 - 20x^2 + 50x + 21$

18.15 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $(x - 2y)^2 - 4(x - 2y) - 5$

β) $(x + y)^2 + 4x + 4y + 3$

γ) $(x - y)^2 - 6x + 6y + 9$

δ) $2(3x - 2y)^2 - 9x + 6y - 5$

18.16 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $x^2 - 3yx + 2y^2$

β) $2x^2 + 5xy + 3y^2$

γ) $-x^2 + xy + 6y^2$

δ) $6x^2 + 7xy - 20y^2$

18.17 Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $x^2 - 2ax - 8a^2$

β) $x^2 + 2(a - 1)x - 3a(a + 2)$

γ) $ax^2 + (2a - 3)x - 6$

δ) $a(a + 3)x^2 + (a - 3)x - 2$

Απλοποίηση κλασματικών παραστάσεων

18.18 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$ β) $\frac{-x^2 + 4x + 5}{x^2 - 3x - 4}$

γ) $\frac{2x^2 + 3x - 2}{2x^2 + 7x + 6}$ δ) $\frac{2x^2 + x - 6}{4x^2 - 12x + 9}$

18.19 Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $\frac{-x^3 - 5x^2 + 6x}{3x^3 - 5x^2 + 2x}$ β) $\frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 + x - 2}$

γ) $\frac{x^6 - 7x^3 - 8}{x^2 - x - 2}$ δ) $\frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 + 2|x| - 3}$

β) $\frac{-x^2 + \alpha x + \beta(\beta - \alpha)}{x^2 + (\alpha + \beta)x - 2\alpha(\alpha - \beta)}$

18.22 Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{2x(x^2 - 4x + 4) + 3(x^2 - 4) - 9x + 18}{3(x^3 - x) - 5x^2 - x + 4}$$

18.23 Να απλοποιήσετε τις επόμενες παραστάσεις:

α) $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 3x} \cdot \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$

18.29 Να λύσετε την εξίσωση:

$$|x^3 - 8| - |5x^2 - 8x - 4| = 0$$

18.30 Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{(x^2 - 3|x| - 4)(x^2 + |x| - 6)}{x^2 + 4|x| + 3}$$

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A .

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση A .

γ) Να βρείτε για ποια $x \in \mathbb{R}$ ισχύει:

$$A^2 - A = 6$$

18.31 Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{(x^2 + 3|x| - 10)(x^2 - |x| - 6)}{x^2 + 2|x| - 15}$$

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A .

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση A .

γ) Να λύσετε την εξίσωση:

$$A = |2x + 3| - 4$$

18.20 Δίνεται η παράσταση:

$$K = \frac{x^2 - 4x + 4}{2x^2 - 3x - 2}$$

α) Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο:

$$2x^2 - 3x - 2$$

β) Για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση K ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

γ) Να απλοποιήσετε την παράσταση K .

(Τ.Θ. - 2ο θέμα)

18.21 Να απλοποιήσετε τις επόμενες παραστάσεις:

α) $\frac{x^2 + 2(\alpha - 1)x - 3\alpha(\alpha + 2)}{x^2 - (3\alpha + 2)x + 2\alpha(\alpha + 2)}$

β) $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 - x} : \frac{x^2 - 5x + 6}{x^4 - 4x^3 + 3x^2}$

γ) $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + x - 2} : \frac{x^2 - 9}{x^2 + 5x + 6}$

δ) $\frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 + 2x + 1} : \left(\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 2x - 3} : \frac{1}{x^2 + 2x - 3} \right)$

18.24 Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{2x^2 + 6x}{3x^2 + 8x - 3} + \frac{x + 5}{x^2 + 3x - 10} - \frac{2x + 1}{3x^2 - 7x + 2}$$

18.32 Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{x^2 - x - 12}{x^2 + x - 6}$$

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση A και να την απλοποιήσετε.

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = \frac{2019^2 - 2031}{2019^2 + 2013} + \frac{2}{2017}$$

γ) Να βρείτε για ποια x ισχύει ότι $|A| \geq 1$.

18.33 Δίνονται τα τριώνυμα:

$$A = x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 + 5\lambda + 10 \quad \text{και}$$

$$B = x^2 + 4x + 4\lambda + 16$$

Το τριώνυμο A έχει ρίζα τον αριθμό 2 και το τριώνυμο B αναλύεται σε γινόμενο δύο διαφορετικών πρωτοβάθμιων παραγόντων. Να βρείτε:

α) τον αριθμό λ ,

β) για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση $\frac{A}{B}$ και στη συνέχεια να την απλοποιήσετε,

γ) για ποιες τιμές του x ισχύει ότι:

$$\left(\frac{2A}{B} \right)^2 + \frac{9A}{B} + 5 = 0$$