## Άθροισμα και γινόμενο ριζών εξίσωσης 2ου βαθμού – Τύποι Vieta

Έστω ότι η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$, έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς $x_1$ και $x_2$.

Αν συμβολίσουμε με $S = x_1 + x_2$ το άθροισμα των ριζών και με $P = x_1 \cdot x_2$ το γινόμενο των ριζών, τότε αποδεικνύεται ότι ισχύει:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \qquad \text{και} \qquad P = x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Οι παραπάνω τύποι είναι γνωστοί ως τύποι **Vieta**.

*Απόδειξη:*

Για τις πραγματικές ρίζες έχουμε:

- $x_1 + x_2 = \frac{-\beta+\sqrt{\Delta}}{2\alpha} + \frac{-\beta-\sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-\beta+\sqrt{\Delta}-\beta-\sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-2\beta}{2\alpha} = -\frac{\beta}{\alpha}$
- $x_1 x_2 = \frac{-\beta+\sqrt{\Delta}}{2\alpha} \cdot \frac{-\beta-\sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{(-\beta)^2-\sqrt{\Delta}^2}{4\alpha^2} = \frac{\beta^2-\Delta}{4\alpha^2} = \frac{\beta^2-(\beta^2-4\alpha\gamma)}{4\alpha^2} = \frac{4\alpha\gamma}{4\alpha^2} = \frac{\gamma}{\alpha}$