

**Εξισώσεις με απόλυτες τιμές****10.12** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|x| = 3$                       β)  $2|x| - 12 = 0$   
 γ)  $\frac{|x| + 6}{2} = 3$                   δ)  $|2x + 3| - 7 = 0$   
 ε)  $|7x - 13| + 21 = 0$     στ)  $3|2x - 5| - 21 = 0$

**10.13** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $\frac{|x + 1| - 4}{3} = 2$               β)  $\frac{5 - |x - 2|}{2} = 4$   
 γ)  $\frac{2|x - 5| + 15}{5} = 3$           δ)  $\frac{9 - 2|2x - 3|}{7} = 1$

**10.14** Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

- α)  $\frac{|x + 3|}{2} = 5 - \frac{|x + 3|}{3}$   
 β)  $\frac{|4 - x| - 2}{2} = 5 - \frac{|4 - x| + 10}{9}$   
 γ)  $1 - \frac{1 + 3|x - 7|}{4} = \frac{4 - |7 - x|}{10} + \frac{1}{2}$   
 δ)  $\frac{3|x - 3|}{4} = 2 + \frac{|3 - x|}{2}$

**10.15** Δίνεται η παράσταση:

$$A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

- α) Να αποδείξετε ότι  $A = 4$ .  
 β) Να λύσετε την εξίσωση  $|x + A| = 1$ .  
 (Τ.Θ. - 2ο θέμα)

**10.16** Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

- α)  $|2x - 4| - 7 = 8 - |x - 2|$   
 β)  $5 - |2x + 2| = 7 - |3x + 3|$   
 γ)  $3 - |3x - 9| = 31 + |3 - x|$   
 δ)  $|5x - 20| - 14 = |12 - 3x|$

ε)  $30 - |5 - 5x| = |4x - 4| + |6 - 6x|$

στ)  $\frac{|x - 3|}{2} + \frac{|6 - 2x|}{3} = 8 - \frac{|3 - x|}{6}$

**10.17** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|2x - 3||2x + 3| = 27$   
 β)  $|x - \sqrt{17}||\sqrt{17} + x| = 8$

**10.18** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|2x + 1| = |x - 4|$       β)  $|x + 3| = |7 - x|$   
 γ)  $|3x - 2| - |x + 6| = 0$   
 δ)  $|x - 1| - |5 - 2x| = 0$   
 ε)  $2|x + 3| = |x - 5|$   
 στ)  $3|2 - x| - 2|x + 1| = 0$   
 ζ)  $\frac{|2x - 1|}{3} = \frac{|3 - x|}{2}$   
 η)  $\frac{|x + 1|}{4} - \frac{|3x - 2|}{6} = 0$

**10.19** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|x^2 - 3x + 2| = |x^2 + 3x - 20|$   
 β)  $|x^2 + 5x| = |3x - x^2|$   
 γ)  $|x - 2||x + 2| = |7x - 4|$   
 δ)  $|x - 4||x + 3| = |x - 2||x - 6|$

**10.20** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|x^2 + 1| - |(x - 1)^2| = 6$   
 β)  $|x^2 - 6x + 9| - |-x^2 - 3| = 12$   
 γ)  $8 - |2x - x^2 - 1| = -|4x - x^2 - 4|$   
 δ)  $|9 + (x - 3)(x + 3)| = |x^2 - 8x + 16| + 8$

**10.21** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|x^2 + 19| - |x^2 + 16| = |2x - 7|$   
 β)  $||x| + 7| - ||x| + 5| + |x - 3| = |2x + 9| + 2$

**10.22** Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

- α)  $|x - 3| = 2x - 7$       β)  $|x + 2| = x + 6$   
 γ)  $|x + 5| = 3x - 1$       δ)  $2|x - 4| = 2 - x$   
 ε)  $x - \frac{|x - 1|}{2} = 0$

**10.23** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $x^2 - |x - 2| + x + 2 = 0$   
 β)  $x^2 + 2x - 2 + |3x + 3| = |5x + 5|$

**10.24** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|2x - 8| = 2x - 8$       β)  $|3x - 6| = 6 - 3$   
 γ)  $|7 - x| = 7 - x$       δ)  $|12 - 4x| = 4x -$   
 ε)  $5 - |x - 5| = x$       στ)  $x - |x - 13| = 1$

**10.25** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $\frac{|x - 3|}{x - 3} = 1$       β)  $\frac{|x + 4|}{x + 4} + 1 = 0$

**10.26** Για τον πραγματικό αριθμό  $x$  ισχύει:

$$d(2x, 3) = 3 - 2x$$

- α) Να αποδείξετε ότι  $x \leq \frac{3}{2}$ .  
 β) Αν  $x \leq \frac{3}{2}$ , να αποδείξετε ότι η παράσταση  

$$K = |2x - 3| - 2|3 - x|$$
  
 είναι ανεξάρτητη του  $x$ .

(Τ.Θ. - 2)

**10.27** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|x^2 - 3x| + |x^2 - 9| = 0$   
 β)  $|x^2 - 4| + |x^2 + 4x + 4| = 0$   
 γ)  $|x^3 - x| + |x^2 + x| = 0$   
 δ)  $|x^2 - 2x - 3| + |9 - x^2| = 0$

**10.28** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $||x + 2| - 5| + ||1 - x| - 2| = 0$   
 β)  $||x - 2| - |2x - 1|| + ||3x + 2| - |x|| = 0$

**10.29** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $d(x, 2) = 3$       β)  $d(3x, -1) = 5$   
 γ)  $d(2x, 5) = d(x, -1)$   
 δ)  $d(2, 5x) - d(-3, x) = 0$   
 ε)  $d(x, 3) = x + 5$       στ)  ~~$x - d(2x, -6) =$~~

**10.30** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 3$   
 β)  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 0$

**10.31** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 1 - 2x$   
 β)  $5 + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 3x$

**10.32** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $|x - 3||x + 2| = |x - 3|$   
 β)  $|x + 1||x - 2| = |4x - 8|$   
 γ)  $|2x + 3||x - 1| = |7 - 7x|$   
 δ)  $|x - 4||x + 5| = |2x + 7||4 - x|$

**10.33** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $||x| - 3| = 1$       β)  $||x| - 2| = 5$   
 γ)  $||x + 3| - 2| = 4$       δ)  $||5 - x| - 6| = 2$   
 ε)  $|5 - |2x - 1|| = 4$       στ)  $|1 - |3 - 2x|| = 6$

**10.34** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $||x - 3| - x| = |x|$   
 β)  $||x + 3| - 2| = |x - 5|$   
 γ)  $|x - |2x - 6|| = |x - 8|$   
 δ)  $||x| - 3| = |2|x| - 1|$

**10.35** Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α)  $||x| - 3| - 5| = 1$   
 β)  $||7 - |2x - 3|| - 6| = 4$



**10.36** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $d(d(x, -1), 5) = 4$

β)  $d(4, d(x, 0)) = d(d(x, 0), -3)$

**10.37** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $x^2 - 10|x| + 25 = 0$     β)  $x^2 - 8|x| = 0$

γ)  $\frac{x^2}{3} = \frac{|x|}{2}$     δ)  $|x|^3 - 5x^2 = 0$

ε)  $|x|^3 - 6x^2 + 9|x| = 0$

στ)  $|2x^3| - |x|^3 - 4x^2 = 0$

► Πίνακας προσήμου

**10.38** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $x + |x + 3| - |4 - x| = 0$

β)  $3 - |x + 1| + |2 - x| = 0$

γ)  $2|x + 1| - |5 - x| = x$

δ)  $2x - |x - 3| = 1 - |x + 2|$

ε)  $|x| - 3|3 - x| = 4x - 9$

στ)  $|x - 1| - 2|x - 2| = 3 - x$

**10.39** Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

α)  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} + 2\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 4$

β)  $|x| - \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2$

**10.40** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $d(x, 1) + d(2, x) = 2x + 1$

β)  $d(x, 1) - d(0, x) - 4 = 2x - d(2x, -3)$

**10.41** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{|2x + 1| - 3|x - 2|}{|x - 1|} = 1$

β)  $\left| \frac{x - 3}{x - 2} \right| + 1 - \frac{x - 1}{|x - 2|} = 0$

**10.42** Να λύσετε τις επόμενες εξισώσεις:

α)  $|x - 5| - (x - 5)^2 = 0$

β)  $x^2 + 6x + 9 - |x + 3| = 0$

γ)  $|x - 2| = x^2 - 4x + 4$

δ)  $|3 - 3x| - x^2 + 2x - 1 = 0$

ε)  $2x^2 - 16x + 32 = |x - 4|$

**10.43** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $|x^2 - 3x - 1| = (x - 1)^2$

β)  $|x^2 - 2x - 9| = x^2 - 6x + 9$

γ)  $|x - 2||x + 2| = x^2 - 4x + 4$

**10.44** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{|2x - 1| - 3}{|x - 2| - 1} = 3$     β)  $\frac{4 - |x - 5|}{|3 - 2x| - 1} = -4$

γ)  $\frac{x^2 - 3}{|x| - 2} = 6$     δ)  $\frac{x^2 + 2|x| - 15}{|x| - 3} = 5$

**10.45** Να λύσετε την εξίσωση:

$$\left| \frac{x + 3}{x - 3} \right| |x^2 - 9| = 9(x + 1)$$

**10.46** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{x^2 - 9}{|x| - 3} = x - |x| + 6$

β)  $\frac{x^2 - 5|x|}{|x| - 5} = |2x + 15|$

γ)  $\frac{|x||x - 3| - 4|x| + 2|x - 3| - 8}{|x| + 2} = |2x - 9| - 4$

**10.47** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $||2x + 1| - 7| + x^2 - 6x + 9 = 0$

β)  $||x + 4| - |3x + 8|| + x^2 - 4|x| + 4 = 0$

**10.48** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $||x| + 2| = x + 2$

β)  $|3 + |x|| + |-x| = 15 - |2x|$

γ)  $||x - 2| + 3| + |5x - 10| = |4 - 2x| + 11$

δ)  $||2x - 5| + 8| + |x - 10| = 2||2x - 20| + 4|$

**10.49** Να λύσετε την εξίσωση:

$$|2x^2 + 7x| - 5|x| - 3|2x + 7| + 15 = 0$$

**10.50** Να λύσετε την εξίσωση:

$$|x^{10} - 13x + 7| + 13x = 0$$

**10.51** Να λύσετε την εξίσωση:

$$||x| + x| + |x - |x|| = |x + 3|$$

**10.52** Να λύσετε την εξίσωση:

$$|2x + |x|| = 14 - 4|x|$$

**10.53** Να λύσετε τις εξισώσεις:

α)  $\frac{2|x| + 3}{|x| - x} = 3$       β)  $\frac{|x| - 5}{|x| + x} = \frac{1}{4}$

**10.54** Να λύσετε την εξίσωση:

$$\lambda(|x| - \lambda) = 3(|x| - 2\lambda + 3)$$

για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού