ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3ο

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

3.1 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ

Η εξίσωση $\alpha x+\beta=0$

Έστω ότι έχουμε μια εξίσωση της μορφής $\alpha x+\beta=0$ την οποία θέλουμε να επιλύσουμε. Οι συντελεστές α και β της εξίσωσης $\alpha x+\beta=0$ μπορεί να είναι συγκεκριμένοι αριθμοί, αλλά μπορεί και να εκφράζονται με τη βοήθεια γραμμάτων. Σ' αυτές τις περιπτώσεις:

- τα γράμματα ονομάζονται **παράμετροι**,
- η εξίσωση **παραμετρική**, και
- η εργασία που κάνουμε για *την εύρεση του πλήθους των λύσεών* της **ονομάζεται διερεύνηση**.

Η επίλυση της εξίσωσης $\alpha x+\beta=0$ οποιοιδήποτε και αν είναι οι συντελεστές α και β, γίνεται ως εξής:

$$\alpha x+\beta=0 \Leftrightarrow \alpha x=-\beta \quad (1)$$

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις:

1η περίπτωση: Αν $\alpha\neq 0$, τότε από την εξίσωση (1) έχουμε:

$$\alpha x=-\beta \Leftrightarrow x=-\frac{\beta}{\alpha}$$

δηλαδή η εξίσωση έχει **μοναδική λύση**.

2η περίπτωση: Αν $\alpha=0$ τότε η εξίσωση (1) γίνεται:

$$0\cdot x=-\beta$$

Έτσι έχουμε τις περιπτώσεις:

- αν $\boldsymbol{\beta\neq 0}$, τότε η εξίσωση δεν έχει λύση και λέμε ότι είναι **αδύνατη**,
- αν $\boldsymbol{\beta=0}$ τότε η εξίσωση έχει τη μορφή $0\cdot x=0$ και αληθεύει για κάθε πραγματικό αριθμό χ, είναι δηλαδή **ταυτότητα** (ή **αόριστη**).

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: Η λύση της εξίσωσης $\alpha x+\beta=0$ και γενικά κάθε εξίσωσης, λέγεται και **ρίζα** αυτής.

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Μια εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta = 0$

- είτε θα έχει **μία** λύση
- είτε θα έχει **άπειρες** λύσεις
- είτε δε θα έχει **καμία** λύση.

Δεν είναι δυνατόν μια εξίσωση της μορφής $\alpha x + \beta = 0$ να έχει ακριβώς 2 λύσεις. Αν έχει 2 λύσεις, τότε θα είναι ταυτότητα, δηλαδή θα έχει άπειρες λύσεις.

ΠΡΟΣΟΧΗ Δεν πρέπει να ξεχνάμε να παίρνουμε **περιορισμούς**! Θυμίζουμε ότι:

- $\frac{\mathrm{A(x)}}{\mathrm{B(x)}}$ πρέπει $B(x) \neq 0$
- $\sqrt[\nu]{\mathrm{A(x)}}$ με ν θετικό ακέραιο, πρέπει $\mathbf{A(x) \geq 0}$
- $\frac{\mathrm{B(x)}}{\sqrt[\nu]{\mathrm{A(x)}}}$ με ν θετικό ακέραιο, πρέπει $\mathbf{A(x) > 0}$
- $\frac{\mathrm{K(x)}}{\mathrm{A(x)}} + \frac{\Lambda\mathrm{(x)}}{\mathrm{B(x)}}$ πρέπει $\mathbf{A(x) \neq 0}$ **και** $\mathbf{B(x) \neq 0}$

Και φυσικά σε πιο σύνθετες παραστάσεις και εξισώσεις, χρησιμοποιούμε συνδυασμό των παραπάνω:

- $\sqrt[\nu]{\mathrm{A(x)}} + \sqrt[\mu]{\mathrm{B(x)}}$ με ν, μ θετικοί ακέραιοι, πρέπει $\mathbf{A(x) \geq 0}$ **και** $\mathbf{B(x) \geq 0}$
- $\sqrt[\nu]{\mathrm{A(x)}} + \frac{\Gamma\mathrm{(x)}}{\mathrm{B(x)}}$ με ν θετικό ακέραιο, πρέπει $\mathbf{A(x) \geq 0}$ **και** $\mathbf{B(x) \neq 0}$

κ.ο.κ.

⚠ Παρατηρήστε ότι όταν έχουμε πάνω από έναν περιορισμούς τότε χρησιμοποιούμε τον σύνδεσμο «***και***».