ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

4.1 ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ

Ανισώσεις $\alpha x+\beta>0$ και $\alpha x+\beta<0$

Η ανίσωση $\alpha x+\beta>0$ λύνεται ως εξής:

$$\alpha x+\beta>0 \iff \alpha x+\beta-\beta>0-\beta \iff \alpha x>-\beta \quad (1)$$

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1η περίπτωση: Αν $\alpha>0$, τότε:

$$\alpha x>-\beta \overset{\alpha>0}{\iff} \frac{\alpha x}{\alpha}>\frac{-\beta}{\alpha} \iff x>-\frac{\beta}{\alpha}$$

2η περίπτωση: Αν $\alpha<0$, τότε:

$$\alpha x>-\beta \overset{\alpha<0}{\iff} \frac{\alpha x}{\alpha}<\frac{-\beta}{\alpha} \iff x<-\frac{\beta}{\alpha}$$

3η περίπτωση: Αν $\alpha=0$, τότε η ανίσωση γίνεται $0\cdot x>-\beta$, η οποία:

- αληθεύει για κάθε τιμή του x, αν είναι $-\beta<0 \iff \beta>0$
- είναι αδύνατη, αν είναι $-\beta\geq 0 \iff \beta\leq 0$

Όμοια επιλύουμε και την ανίσωση $\alpha x+\beta<0$.

Ανισώσεις με απόλυτες τιμές

Ανισώσεις της μορφής $|x-x_0|<\rho$, όπου $\rho>0$ λύνονται σύμφωνα με την ιδιότητα:

$$|x-x_0|<\rho \iff x_0-\rho<x<x_0+\rho$$

Γενικά, ανισώσεις της μορφής $|A(x)|<\rho$ ή $|A(x)|>\rho$, όπου $\rho>0$, λύνονται με την χρήση ιδιοτήτων :

- ► $|x|<\rho \iff -\rho<x<\rho$
- ► $|x|\leq\rho \iff -\rho\leq x\leq\rho$

ΠΡΟΣΟΧΗ Πρέπει να θυμόμαστε και να καταλαβαίνουμε κάποια θέματα που μπορεί να προκύψουν. Οι απόλυτες τιμές έχουν κάποιες ιδιότητες και γι' αυτό:

- Αν $\theta < 0$, τότε οι ανισώσεις:

  $$|\mathrm{A}(\mathrm{x})| < \theta \quad \text{ή} \quad |\mathrm{A}(\mathrm{x})| \leq \theta$$

  είναι **αδύνατες**

  π.χ. δεν θα μπορούσε $|x| < -2$ αφού $|x| \geq 0$ πάντα

- Αν $\theta > 0$, τότε:
  - $|\mathrm{A}(\mathrm{x})| < \theta \iff -\theta < \mathrm{A}(\mathrm{x}) < \theta$
  - $|\mathrm{A}(\mathrm{x})| \leq \theta \iff -\theta \leq \mathrm{A}(\mathrm{x}) \leq \theta$

- Η ανίσωση $|\mathrm{A}(\mathrm{x})| < 0$ είναι **αδύνατη**

- Η ανίσωση $|\mathrm{A}(\mathrm{x})| \leq 0$ γίνεται:

  $$|\mathrm{A}(\mathrm{x})| \leq 0 \iff |\mathrm{A}(\mathrm{x})| = 0 \iff \mathrm{A}(\mathrm{x}) = 0$$