



Μάθημα / Τάξη

ΆΛΓΕΒΡΑ / Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία
19/11/23

Επιμέλεια Διαγωνίσματος
ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΤΜΗΜΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, τη λέξη **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ**, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

- i) Ισχύει ότι $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$ για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
- ii) Για θετικούς αριθμούς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ισχύει ότι αν $\alpha > \beta$ και $\gamma > \delta \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$.
- iii) Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha^2 + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = 0$ και $\beta = 0$.
- iv) Αν $\theta < 0$ τότε ισχύει ότι: $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta$ ή $x = -\theta$.
- v) Ισχύει ότι $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$ για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

A2. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει ότι $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

ΘΕΜΑ Β (τροποποίηση θέματος τράπεζας θεμάτων)

B1. Να δείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς x, y ισχύει:
 $(x-1)^2 + (y+3)^2 = x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B2. Να βρείτε τους αριθμούς x, y ώστε: $x^2 + y^2 - 2x + 6y + 10 = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 09

B3. Αν $x=1$, $y=-3$ και $y < \omega < x$, να βρεθεί μεταξύ ποιων τιμών βρίσκεται η παράσταση $2\omega + 4$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 06



ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{1 + \sqrt{4 + \sqrt{25}}}$ και $\beta = \sqrt{8} \cdot \sqrt{2 \cdot \sqrt{4 \cdot \sqrt{16}}}$.

Γ1. Να βρεθούν οι αριθμοί α και β .

ΜΟΝΑΔΕΣ 07

Αν $\alpha=2$ και $\beta=8$:

Γ2. Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \frac{x^2 - \alpha\beta}{\alpha x + 8} \cdot \frac{4}{x - 4}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 05

Γ3. i) Να αποδείξετε ότι $y + \frac{1}{y} \geq \alpha$ (1) για κάθε πραγματικό αριθμό $y > 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 04

ii) Για ποια τιμή του $y > 0$ ισχύει η ισότητα της σχέσης (1);

ΜΟΝΑΔΕΣ 02

Γ4. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης $B = |\sqrt{\beta} - 2\alpha| + 2|1 - \sqrt{\alpha}| + d(\sqrt{\beta}, \sqrt{\alpha})$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 07

ΘΕΜΑ Δ (τροποποίηση θέματος τράπεζας θεμάτων)

Για τους πραγματικούς αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι $|\alpha - 2| < 1$ και $\beta \in [1, 5]$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι $1 < \alpha < 3$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 05

Δ2. Να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η τιμή της παράστασης $2\alpha - 7\beta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 07

Δ3. i) Να απλοποιηθεί η παράσταση $\Pi = |\alpha - 3| + |2\alpha - 7\beta| + |1 - 3\alpha| - 7\beta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 06



ii) Αν $\Pi=2$,

α) να υπολογίσετε την παράσταση $A = \frac{(\Pi^3)^4 \cdot 4^{-3}}{(2\Pi)^2}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 03

β) και να δείξετε ότι η παράσταση $d\left(d\left(\frac{A}{2}, 2\beta\right), 2\beta\right) = \Pi$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 04



ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!