ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4ο

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

4.1 ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ 1ου ΒΑΘΜΟΥ

Ανισώσεις $\alpha x + \beta > 0$ και $\alpha x + \beta < 0$

Η ανίσωση $\alpha x + \beta > 0$ λύνεται ως εξής:

$$\alpha x + \beta > 0 \iff \alpha x + \beta - \beta > 0 - \beta \iff \alpha x > -\beta \quad (1)$$

Διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

1η περίπτωση: Αν $\alpha > 0$, τότε:

$$\alpha x > -\beta \overset{\alpha>0}{\iff} \frac{\alpha x}{\alpha} > \frac{-\beta}{\alpha} \iff x > -\frac{\beta}{\alpha}$$

2η περίπτωση: Αν $\alpha < 0$, τότε:

$$\alpha x > -\beta \overset{\alpha<0}{\iff} \frac{\alpha x}{\alpha} < \frac{-\beta}{\alpha} \iff x < -\frac{\beta}{\alpha}$$

3η περίπτωση: Αν $\alpha = 0$, τότε η ανίσωση γίνεται $0 \cdot x > -\beta$, η οποία:

- αληθεύει για κάθε τιμή του x, αν είναι $-\beta < 0 \iff \beta > 0$
- είναι αδύνατη, αν είναι $-\beta \geq 0 \iff \beta \leq 0$

Όμοια επιλύουμε και την ανίσωση $\alpha x + \beta < 0$.

Ανισώσεις με απόλυτες τιμές

Μορφή $|x - x_0| < \rho$

Ανισώσεις της μορφής $|x - x_0| < \rho$, όπου $\rho > 0$ λύνονται σύμφωνα με την ιδιότητα:

$$|x - x_0| < \rho \iff x_0 - \rho < x < x_0 + \rho$$

Γενικά, ανισώσεις της μορφής $|A(x)| < \rho$ ή $|A(x)| > \rho$, όπου $\rho > 0$, λύνονται με την χρήση ιδιοτήτων :

- ► $|x| < \rho \iff -\rho < x < \rho$
- ► $|x| \leq \rho \iff -\rho \leq x \leq \rho$

Μορφή $|x - x_0| > \rho$

Ανισώσεις της μορφής $|x - x_0| > \rho$, όπου $\rho > 0$ λύνονται σύμφωνα με την ιδιότητα:

$$|x - x_0| > \rho \quad \Leftrightarrow \quad (x < x_0 - \rho < \quad \text{ή} \quad x > x_0 + \rho)$$

Γενικά, ανισώσεις της μορφής $|A(x)| > \rho$ ή $|A(x)| < \rho$, όπου $\rho > 0$, λύνονται με την χρήση ιδιοτήτων :

- ► $|x| > \rho \quad \Leftrightarrow \quad (x < -\rho \quad \text{ή} \quad x > \rho)$
- ► $|x| \geq \rho \quad \Leftrightarrow \quad (x \leq -\rho \quad \text{ή} \quad x \geq \rho)$

ΠΡΟΣΟΧΗ Πρέπει να θυμόμαστε και να καταλαβαίνουμε κάποια θέματα που μπορεί να προκύψουν. Οι απόλυτες τιμές έχουν κάποιες ιδιότητες και γι' αυτό:

- ► Αν $\theta < 0$, τότε οι ανισώσεις:

  $$|\mathrm{A}(\mathrm{x})| < \theta \quad \text{ή} \quad |\mathrm{A}(\mathrm{x})| \leq \theta$$

  είναι **αδύνατες**

  π.χ. δεν θα μπορούσε $|x| < -2$ αφού $|x| \geq 0$ πάντα

- ► Αν $\theta > 0$, τότε:
  - $|\mathrm{A}(\mathrm{x})| < \theta \quad \Leftrightarrow \quad -\theta < \mathrm{A}(\mathrm{x}) < \theta$
  - $|\mathrm{A}(\mathrm{x})| \leq \theta \quad \Leftrightarrow \quad -\theta \leq \mathrm{A}(\mathrm{x}) \leq \theta$

- ► Η ανίσωση $|\mathrm{A}(\mathrm{x})| < 0$ είναι **αδύνατη**

- ► Η ανίσωση $|\mathrm{A}(\mathrm{x})| \leq 0$ γίνεται:

  $$|\mathrm{A}(\mathrm{x})| \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad |\mathrm{A}(\mathrm{x})| = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \mathrm{A}(\mathrm{x}) = 0$$