

Ανισώσεις με απόλυτα

Βασικές περιπτώσεις

17.10 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $|x| < 5$

β) $|x| > 3$

γ) $|x - 3| < 7$

δ) $|x - 5| > 2$

ε) $|2x + 3| \leq 1$

στ) $|1 - 2x| \geq 5$

17.11 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $\frac{|1 - 2x| - 3}{2} \geq 4$

β) $\frac{7 - 3|2x + 1|}{4} > 1$

17.12 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $|7x + 3| > -1$

β) $|x + 5| \geq -3$

γ) $|1 - 4x| < -2$

δ) $|13x - 21| \leq -4$

17.13 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $|3 - 7x| \geq 0$

β) $|x + 9| < 0$

γ) $|2x - 6| \leq 0$

δ) $|x + 2| > 0$

17.14 α) Να λύσετε την ανίσωση $|x - 5| < 4$.

β) Αν κάποιος αριθμός a επαληθεύει την παραπάνω ανίσωση, να αποδείξετε ότι:

$$\frac{1}{9} < \frac{1}{a} < 1$$

(T.Θ. - 2ο θέμα)

17.15 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $|x - 2| + 8 < |5x - 10| - |4 - 2x|$

β) $-8 - |2x - 6| \leq \frac{|3 - x| - 11}{2}$

γ) $5(|1 - 2x| - 2) - 2(|6x - 3| - 4) \leq 1 - |4x - 2|$

17.16 Να λύσετε τις ανισώσεις:

α) $|2x - 1| > 3 - \left|x - \frac{1}{2}\right|$

β) $x - |2x - 3| \leq \left|\frac{3}{2} - x\right|$

17.17 α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$|2x - 4| = 3|x - 1|$$

β) Να λύσετε την ανίσωση:

$$|3x - 5| > 1$$

γ) Είναι οι λύσεις της εξίσωσης του ερωτήματος (α) και λύσεις της ανίσωσης του ερωτήματος (β); Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(T.Θ. - 2ο θέμα)

17.18 Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α) $|2x + 3| \leq 5$ και $|x + 1| > 1$

β) $|3x - 6| > 9$ και $|x - 2| \leq 1$

γ) $|5 - 2x| \leq 3$ και $|x - 3| \geq 1$

17.19 α) Να λύσετε την ανίσωση $\left|x - \frac{1}{2}\right| < 4$.

β) Να λύσετε την ανίσωση $|x + 5| \geq 3$.

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων (α) και (β) με χρήση του άξονα των πραγματικών αριθμών και να τις γράψετε με τη μορφή διαστήματος.

(T.Θ. - 2ο θέμα)

17.20 α) Να λύσετε την ανίσωση $|x - 1| \geq 5$.

β) Να βρείτε τους αριθμούς x που απέχουν από το 5 απόσταση μικρότερη του 3.

γ) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ερωτημάτων (α) και (β).

(T.Θ. - 2ο θέμα)

17.21 α) Να λύσετε τις παρακάτω ανισώσεις και να παραστήσετε τις λύσεις τους στον άξονα των πραγματικών αριθμών:

i) $|1 - 2x| < 5$

ii) $|1 - 2x| \geq 1$

β) Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι προηγούμενες ανισώσεις.

(T.Θ. - 2ο θέμα)

17.22 Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση:

$$A = \frac{\sqrt{|2x - 1| - 5} + 1}{\sqrt{6 - |x - 2|}}$$

17.23 Να λύσετε τις ανισώσεις:

- α) $2 \leq |x| < 4$ β) $3 < |2x - 1| \leq 5$
 γ) $5 \leq |3x - 1| < 8$ δ) $4 \leq |6 - 2x| \leq 10$

17.24 Να λύσετε τις ανισώσεις:

- α) $|x + 3| > 2x - 5$ β) $|6 - x| \leq 2x$
 γ) $2|x - 2| - 1 \leq x$ δ) $|x + 4| \geq \frac{x + 12}{3}$

17.25 Να λύσετε τις ανισώσεις:

- α) $|x - 1| > |x + 3|$ β) $|2 - x| \leq |x + 6|$
 γ) $|2x - 1| - 2|x - 2| \geq 0$
 δ) $|3 - 2x| - 2|x - 3| > 0$

17.26 Να λύσετε τις ανισώσεις:

- α) $d(x, -4) < 3$ β) $d(1, 2x) \geq 9$
 γ) $d(x, 3) > d(x, -1)$ δ) $d(2x, -1) < 2d(x, 4)$

17.27 Να λύσετε τις επόμενες ανισώσεις:

- α) $d(x, 3) > |2x + 2| - d(x, -1)$

$$\beta) |2x - 4| + d(x, 2) \leq 12 - |2 - x|$$

17.28 Θεωρούμε τα σύνολα:

$$A = \{x \in \mathbb{R} / \text{η απόσταση του } x \text{ από το } 1 \text{ είναι τουλάχιστον ίση με } 3\}$$

και:

$$B = \{x \in \mathbb{R} / \text{η απόσταση του } x \text{ από το } -2 \text{ είναι μικρότερη του } 8\}$$

Να γράψετε το σύνολο $A \cap B$ ως ένωση διαστημάτων.**17.29** Δίνονται οι ανισώσεις:

$$|x - 4| < 1 \quad (1), \quad |x + 3| < 1 \quad (2) \quad \text{και}$$

$$|x + 6| < 7 \quad (3)$$

Αν ο αριθμός a είναι λύση της ανίσωσης (1) και ο αριθμός β είναι λύση της ανίσωσης (2), να αποδείξετεότι ο αριθμός $\gamma = \frac{15}{a} - \beta^2$ είναι λύση της ανίσωσης (3).

Σύνθετες ασκήσεις

17.30 Να λύσετε τις ανισώσεις:

- α) $||x| - 3| < 2$ β) $|6 - |x|| \geq 4$
 γ) $||x - 2| - 3| \leq 1$ δ) $|7 - |2x - 1|| \geq 10$

17.31 Να λύσετε τις ανισώσεις:

- α) $\sqrt{4x^2 - 8x + 4} + |x - 1| < 12$
 β) $\sqrt{9x^2 - 36x + 36} + |2x - 4| > 15$

17.32 Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει:

- α) $6 < \sqrt{x^2 - 6x + 9} + |2x - 6| \leq 15$
 β) $5 \leq \sqrt{x^2 - 8x + 16} + |16 - 4x| < 20$

$$\zeta) |x| < -x \quad \eta) |x| \leq -x$$

17.34 Να λύσετε τις ανισώσεις:

- α) $3|x - 1| - 2|x - 3| \geq 5$
 β) $|x + 2| - |5 - x| \leq 2x$
 γ) $x - |2 - x| + |x + 4| > 3$
 δ) $|x| - 2|4 - x| > 3x + 2$

17.35 Να λύσετε την ανίσωση:

$$1 \leq ||x - 1| - 4| \leq 3$$

17.36 Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α) $||2x - 3| - 5| = |2x - 3| - 5$
 β) $||2x + 1| - 7| + |2x + 1| = 7$