

**Άσκηση 1 – ΘΕΜΑ 2**

---

α) Να βρείτε, για ποιες τιμές του  $x$ , οι αριθμοί  $x + 4$ ,  $2 - x$ ,  $6 - x$  με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

(Μονάδες 13)

β) Αν  $x = 5$  και ο  $6 - x$  είναι ο τέταρτος όρος της παραπάνω γεωμετρικής προόδου, να βρείτε:

i. το λόγο  $\lambda$  της γεωμετρικής προόδου.

(Μονάδες 6)

ii. τον πρώτο όρο  $\alpha_1$  της προόδου.

(Μονάδες 6)

**Άσκηση 2 – ΘΕΜΑ 2**

---

Σε μία αριθμητική πρόοδο  $(\alpha_n)$  ισχύουν:  $\alpha_1 = 2$  και  $\alpha_{25} = \alpha_{12} + 39$ .

α) Να δείξετε ότι η διαφορά της προόδου είναι  $\omega = 3$ .

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε ποιός όρος της προόδου είναι ίσος με 152.

(Μονάδες 13)

**Άσκηση 3 – ΘΕΜΑ 4**

---

Το άθροισμα των  $n$  πρώτων διαδοχικών όρων μιας ακολουθίας  $(\alpha_n)$  είναι

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n = S_n = 2n^2 + 3n, \quad n \in \mathbb{N} \text{ με } n \geq 1.$$

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο  $\alpha_1$ .

(Μονάδες 5)

β) Να αποδείξετε ότι  $S_{n-1} = 2n^2 - n - 1, n \geq 2$

(Μονάδες 6)

γ) Να αποδείξετε ότι  $\alpha_n = 4n + 1, n \geq 1$

(Μονάδες 7)

δ) Να αποδείξετε ότι αυτή η ακολουθία είναι αριθμητική πρόοδος, της οποίας να βρείτε τη διαφορά  $\omega$ .

(Μονάδες 7)

**Άσκηση 4 – ΘΕΜΑ 4**

Οι αριθμοί 1, 3, 6, 10, ... και γενικά αυτοί που είναι δυνατόν, αν παρασταθούν με τελείες, να τοποθετηθούν σε μια τριγωνική διάταξη της μορφής που φαίνεται στον παρακάτω πίνακα λέγονται τριγωνικοί.

.	. .	. . .	. . . .	...
1	3	6	10	...

Αποδεικνύεται ότι ο νιοστός τριγωνικός αριθμός δίνεται από τον τύπο  $T_v = \frac{v(v+1)}{2}$ ,  $v \in \mathbb{N}^*$ .

α) Να βρείτε τον 10<sup>ο</sup> τριγωνικό αριθμό.

(Μονάδες 6)

β) Να εξετάσετε αν ο αριθμός 120 είναι τριγωνικός.

(Μονάδες 9)

γ) Να αποδείξετε ότι το άθροισμα δυο διαδοχικών τριγωνικών αριθμών είναι ίσο με το τετράγωνο θετικού ακεραίου.

(Μονάδες 10)