3.2 Η ΕΞΙΣΩΣΗ $x^\nu = \alpha$

Για μια εξίσωση της μορφής $x^\nu = \alpha$ έχουμε τις εξής περιπτώσεις:

- Αν $\boldsymbol{\nu}$ **άρτιος** και $\boldsymbol{\alpha > 0}$ τότε η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ έχει δύο λύσεις:

$$x^\nu = \alpha \quad \Leftrightarrow \quad x = \sqrt[\nu]{a} \quad \text{ή} \quad x = \sqrt[+]{a}$$

- Αν $\boldsymbol{\nu}$ **άρτιος** και $\boldsymbol{\alpha < 0}$ τότε η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ είναι **αδύνατη**.

- Αν $\boldsymbol{\nu}$ **περιττός** και $\boldsymbol{\alpha > 0}$ τότε η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ έχει μία λύση:

$$x^\nu = \alpha \quad \Leftrightarrow \quad x = \sqrt[\nu]{a}$$

- Αν $\boldsymbol{\nu}$ **περιττός** και $\boldsymbol{\alpha > 0}$ τότε η εξίσωση $x^\nu = \alpha$ έχει μία λύση:

$$x^\nu = \alpha \quad \Leftrightarrow \quad x = -\sqrt[\nu]{|a|}$$

Δηλαδή, συμπεραίνουμε ότι:

- ► Αν ο ν είναι **άρτιος**, τότε η εξίσωση $x^\nu = \alpha^\nu$, με $\nu \in \mathbb{N}^*$, έχει δύο λύσεις:

$$x^\nu = \alpha^\nu \;\Leftrightarrow\; x = a \quad \text{ή} \quad x = -a$$

- ► Αν ο ν είναι **περιττός**, τότε η εξίσωση $x^\nu = \alpha^\nu$, με $\nu \in \mathbb{N}^*$, έχει μία λύση:

$$x^\nu = \alpha^\nu \;\Leftrightarrow\; x = a$$