

# ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

## ΘΕΜΑ Α

A1.

Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής ενός πραγματικού αριθμού  $\alpha$ . (Μονάδες 7)

A2.

Να αποδείξετε ότι, για οποιονδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta$  ισχύει η ανισότητα:

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$$

(Μονάδες 8)

A3.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

i. Αν  $\alpha < \beta$  και  $x < \delta$ , τότε  $\alpha \cdot y < \beta \cdot \delta$  (Μονάδες 2)

ii. Για κάθε  $\theta \in (0, +\infty)$  ισχύει:  $|x| < \theta \iff -\theta < x < \theta$ . (Μονάδες 2)

iii. Η εξίσωση  $x^3 = -1$  είναι αδύνατη για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$ . (Μονάδες 2)

iv. Η εξίσωση  $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$  με  $\alpha \neq 0, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$  έχει πάντοτε πραγματικές λύσεις αν η διακρίνουσα είναι μη αρνητική. (Μονάδες 2)

v. Ισχύει  $|\pi - 3| = \pi - 3$ . (Μονάδες 2)

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση  $A = |x - 1| + |y - 3|$ , με  $x, y$  πραγματικούς αριθμούς για τους οποίους ισχύει:

$$1 < x < 4 \quad \text{και} \quad 2 < y < 3$$

Να αποδείξετε ότι:

**B1.**

$$A = x - y + 2$$

(Μονάδες 12)

**B2.**

$$0 < A < 4$$

(Μονάδες 13)

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}, \quad B = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}} - \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$$

**Γ1.**

Να δείξετε ότι:

$$A = 2\sqrt{5}$$

(Μονάδες 6)

**Γ2.**

Να υπολογίσετε τα αναπτύγματα:

$$(3 + \sqrt{2})^2, \quad (3 - \sqrt{2})^2$$

(Μονάδες 6)

**Γ3.**

Να δείξετε ότι:

$$B = 2\sqrt{2}$$

(Μονάδες 6)

**Γ4.**

Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{|x-2|}{B\sqrt{2}} = \frac{|2-x|}{A\sqrt{5}} - \frac{5}{3}$$

όπου  $A, B$  οι παραπάνω παραστάσεις.

(Μονάδες 7)

## ΘΕΜΑ Δ

Οι πλευρές  $x_1, x_2$  ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι οι ρίζες της εξίσωσης:

$$x^2 - 4\left(\lambda + \frac{1}{\lambda}\right)x + 16 = 0, \quad \text{με } \lambda > 0$$

**Δ1.**

Να βρείτε:

- ι. Την περίμετρο  $\Pi$  του ορθογωνίου συναρτήσει του  $\lambda$ .
- ιι. Το εμβαδόν  $E$  του ορθογωνίου.

(Μονάδες 12)

**Δ2.**

Να αποδείξετε ότι  $\Pi \geq 16$ , για κάθε  $\lambda > 0$ .

(Μονάδες 7)

**Δ3.**

Για ποια τιμή του  $\lambda$  η περίμετρος  $\Pi$  του ορθογωνίου γίνεται ελάχιστη, δηλαδή ίση με 16; Τι μπορείτε να πείτε τότε για το ορθογώνιο.

(Μονάδες 6)