

数学学科知识考点分析

考点·微分中值定理★★★

(1) 罗尔中值定理: 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 上可导, 且 $f(a) = f(b)$, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) = 0$.

(2) Lagrange 中值定理: 若函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 上可导, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $f'(\xi) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$;

(3) 柯西中值定理: 若函数 $f(x)$ 、 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 在 (a, b) 上可导, 且 $g'(x) \neq 0$, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使 $\frac{f'(\xi)}{g'(\xi)} = \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}$.

考点·积分★★★

1. 第二类换元法

(1) 三角换元 $\int \sqrt{1-x^2} dx$

(2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+\sqrt[3]{x}}}$, 设 $x=t^6$;

$f(x)$ 中含有 $x^{\frac{q_1}{p_1}}, x^{\frac{q_2}{p_2}}, \dots$, 设 $x=t^m$, m 为 p_1, p_2, \dots 的最小公倍数.

(3) 倒代换 $\int \frac{dx}{x^4(x^2+1)}$, 设 $x = \frac{1}{t}$

(4) 分子或分数整体中有根号, 如 $\int \frac{x^5}{\sqrt{1+x^2}} dx$ 可设 $t = \sqrt{x^2+1}$

2. 分部积分法: $\int u dv = uv - \int v du$ ($\int uv' dx = uv - \int u'v dx$).

使用原则:

(1) 由 v' 易求出 v ;

(2) $\int v du$ ($\int u'v dx$) 比 $\int u dv$ ($\int uv' dx$) 好求

一般经验: 按“反, 对, 幂, 指, 三”的顺序, 排前者取为 u , 排后者取为 v'

3. 旋转体体积

将区间 $[a, b]$ 的连续曲线 $y=f(x)$ 绕 x 轴旋转一周所得旋转体体积 $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$

将区间 $[c, d]$ 的连续曲线 $x=g(y)$ 绕 y 轴旋转一周所得旋转体体积 $V = \pi \int_c^d [g(y)]^2 dy$

4. 旋转体侧面积

$$S = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1+f'^2(x)} dx$$

3. 求逆矩阵的方法

方法一: 用公式, 若 $|A| \neq 0$, 而 $A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^*$ ($|A| \neq 0$).

方法二: 初等变换法 $(A:E) \xrightarrow{\text{初等行变换}} (E:A^{-1})$.

方法三: 用定义求 B , 使得 $AB=E$ 或 $BA=E$, 则 A 可逆, 且 $A^{-1}=B$.

1.十大核心概念：（双数符空几，算模推两意）

- 数感，数据分析观念，符号意识，空间观念，几何直观，运算能力，模型思想，推理能力，应用意识，创新意识

2.数学课程标准要点

- 课程性质：提现基础性、普及性、发展性，创新意识和实践能力，情感、价值观的发展，数学的应用
- 课程理念：对教学具有一定的指导作用

3.教学过程注意要点

- **教学目标：**
 - 知识与技能：了解知识点
 - 过程与方法：通过... 过程，提高...能力
 - 情感态度与价值观：提高学习数学的兴趣
- 课堂导入：情境导入、复习导入、直接导入
- 教学行为（教学片段）：以人为本，数学素养，循序渐进
- 教学问题：突出重难点，针对实际，发展思维，结构层次，
- 教学效果：
- 评析作业：

4.教学设计要点

- 教学目标，重点难点，设计课程导入，教学过程，练习

解答

- 问：某个知识点为什么是主线，为什么重要？
 - 1.基础性，2.应用广泛
- 教学论——高中课程标准，
 - 核心素养：情境与问题、知识与技能、思维与表达、交流与反思
 - 数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析
 - 思想方法
 - 内容分类
- 某个数学素养的意义
 - 1.逻辑推理能力，2.实际应用能力，3.掌握必要的知识技能是时代发展要求
- 情境评价
 - 通过审题、分析、讨论，将问题归为...，通过现实中的例子，将教材与生活情境有机结合起来，让学生体会到生活中充满了数学，增强对数学的信心
- 如何进行教学情境
 - 目的性；启发性；合理、适当；教师主导，学生主体；符合学生的认知
- 教学设计
 - 复习导入：通过复习，打基础、吸引注意力、引出主题
 - 探索新知：让学生。。。预设，讲解，多媒体展示，提问，通过。。。提升学生的数学核心素养
 - 巩固提升：出题
- 数学文化
 - 1.勾股定理：毕达哥拉斯 2.杨辉三角：二项式系数

