

Bab 1. Sistem dan Konversi Bilangan

Kemampuan Akhir yang Diharapkan (KAD):

Mahasiswa mampu mengkonversi bilangan sistem biner, desimal, octal, dan heksadesimal.

Indikator:

- Kemampuan mahasiswa mengenal dan memahami sistem bilangan posisional.
- Kemampuan mahasiswa melakukan konversi sistem bilangan biner, desimal, octal, dan heksadesimal.
- Kemampuan mahasiswa menyelesaikan aritmatika bilangan.

Kompetensi Dasar:

- Mampu mengkonversi sistem bilangan biner, desimal, octal, dan heksadesimal.
- Mampu membuat mengkonversi antarsistem bilangan.
- Mampu menyelesaikan aritmatika bilangan.

1.1. Landasan Teori

Sistem bilangan posisional merupakan sistem bilangan yang nilai setiap digitnya memiliki nilai tempat bergantung posisinya. Posisi nilai digitnya menentukan besaran nilainya. Sistem bilangan biner, desimal, octal, dan heksadesimal merupakan sistem bilangan posisional.

1.1.1. Sistem Bilangan Desimal

Sistem bilangan desimal atau disebut juga sebagai bilangan puluhan merupakan sistem bilangan posisional berbasis 10, menggunakan 10 angka bilangan 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, dan 9. Tabel 1.1 menunjukkan angka dalam bilangan desimal, posisi angka, dan nilai besaran angka masing-masing berdasarkan posisinya.

Tabel 1.1. Nilai Angka Desimal Berdasarkan Posisi

| | | | | | | | |
|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|---|-------------------|-------------------|
| Angka desimal | 2 | 3 | 4 | 7 | . | 5 | 1 |
| Posisi angka | 3 | 2 | 1 | 0 | | -1 | -2 |
| Nilai angka | $2 \cdot 10^3$ | $3 \cdot 10^2$ | $4 \cdot 10^1$ | $7 \cdot 10^0$ | | $5 \cdot 10^{-1}$ | $1 \cdot 10^{-2}$ |

Jika D bilangan desimal yang terdiri dari n digit bilangan di sebelah kiri tanda titik (.) dan m digit bilangan di sebelah kanan tanda titik (.), berturut-turut adalah $d_{n-1}, d_{n-2}, \dots, d_1, d_0, d_{-1}, \dots, d_{-m}$, maka nilai D dapat didefinisikan sebagai:

$$D = d_{n-1} \cdot 10^{n-1} + d_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \dots + d_1 \cdot 10^1 + d_0 \cdot 10^0 + d_{-1} \cdot 10^{-1} + \dots + d_{-m} \cdot 10^{-m} \quad (1.1)$$

Atau dapat juga ditulis sebagai:

$$D = \sum_{i=-m}^{n-1} d_i \cdot 10^i \quad (1.2)$$

1.1.2. Sistem Bilangan Biner

Sistem bilangan biner merupakan sistem bilangan posisional berbasis 2, menggunakan 2 angka bilangan 0 dan 1. Tabel 1.2 menunjukkan angka dalam bilangan biner, posisi angka, dan nilai besaran angka masing-masing berdasarkan posisinya.

Tabel 1.2. Nilai Angka Biner Berdasarkan Posisi

| | | | | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---|------------------|------------------|
| Angka biner | 1 | 0 | 1 | 1 | . | 1 | 1 |
| Posisi angka | 3 | 2 | 1 | 0 | | -1 | -2 |
| Nilai angka | $1 \cdot 2^3$ | $0 \cdot 2^2$ | $1 \cdot 2^1$ | $1 \cdot 2^0$ | | $1 \cdot 2^{-1}$ | $1 \cdot 2^{-2}$ |

Jika B bilangan biner yang terdiri dari n digit bilangan di sebelah kiri tanda titik (.) dan m digit bilangan di sebelah kanan tanda titik (.), berturut-turut adalah $b_{n-1}, b_{n-2}, \dots, b_1, b_0, b_{-1}, \dots, b_{-m}$, maka nilai B dapat didefinisikan sebagai:

$$B = b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + b_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + b_1 \cdot 2^1 + b_0 \cdot 2^0 + b_{-1} \cdot 2^{-1} + \dots + b_{-m} \cdot 2^{-m} \quad (1.3)$$

Atau dapat juga ditulis sebagai:

$$B = \sum_{i=-m}^{n-1} b_i \cdot 2^i \quad (1.4)$$

Untuk mengubah bilangan desimal menjadi bilangan biner dilakukan dengan cara membagi dengan nilai 2 untuk setiap bilangan bulat desimal dan mengkalikan dengan nilai 2 untuk setiap bilangan pecahan desimal. Konversi bilangan bulat desimal ditunjukkan pada Tabel 1.3 dan konversi bilangan pecahan ditunjukkan seperti pada Tabel 1.4. berdasarkan Tabel 1.3 dan Tabel 1.4 didapat konversi nilai bilangan desimal 73.525_{10} adalah 1001001.100001_2 .

1.1.3. Sistem Bilangan Octal

Sistem bilangan octal merupakan sistem bilangan posisional berbasis 8, menggunakan 8 angka bilangan 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, dan 7. Tabel 1.5 menunjukkan angka dalam bilangan octal, posisi angka, dan nilai besaran angka masing-masing berdasarkan posisinya.

Tabel 1.3. Konversi Bilangan Bulat Desimal ke Bilangan Biner

| | |
|---|------|
| 2 | 73 |
| | 36 1 |
| | 18 0 |
| | 9 0 |
| | 4 1 |
| | 2 0 |
| | 1 0 |
| | 0 1 |

Tabel 1.4. Konversi Bilangan Pecahan Desimal ke Bilangan Biner

| | | |
|---|-----|---|
| 0 | 525 | 2 |
| 1 | 05 | |
| 0 | 1 | |
| 0 | 2 | |
| 0 | 4 | |
| 0 | 8 | |
| 1 | 6 | |

Tabel 1.5. Nilai Angka Octal Berdasarkan Posisi

| | | | | | | | |
|--------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---|------------------|------------------|
| Angka octal | 6 | 7 | 1 | 2 | . | 4 | 3 |
| Posisi angka | 3 | 2 | 1 | 0 | | -1 | -2 |
| Nilai angka | $6 \cdot 8^3$ | $7 \cdot 8^2$ | $1 \cdot 8^1$ | $2 \cdot 8^0$ | | $4 \cdot 8^{-1}$ | $3 \cdot 8^{-2}$ |

Jika O bilangan octal yang terdiri dari n digit bilangan di sebelah kiri tanda titik (.) dan m digit bilangan di sebelah kanan tanda titik (.), berturut-turut adalah $o_{n-1}, o_{n-2}, \dots, o_1, o_0, o_{-1}, \dots, o_{-m}$, maka nilai O dapat didefinisikan sebagai:

$$O = o_{n-1} \cdot 8^{n-1} + o_{n-2} \cdot 8^{n-2} + \dots + o_1 \cdot 8^1 + o_0 \cdot 8^0 + o_{-1} \cdot 8^{-1} + \dots + o_{-m} \cdot 8^{-m} \quad (1.5)$$

Atau dapat juga ditulis sebagai:

$$O = \sum_{i=-m}^{n-1} o_i \cdot 8^i \quad (1.6)$$

Untuk mengubah bilangan desimal menjadi bilangan octal dilakukan dengan cara membagi dengan nilai 8 untuk setiap bilangan bulat desimal dan mengkalikan dengan nilai 8 untuk setiap bilangan pecahan desimal. Konversi bilangan bulat desimal ditunjukkan pada Tabel 1.6 dan konversi bilangan pecahan ditunjukkan seperti pada Tabel 1.7. Berdasarkan

Tabel 1.6 dan Tabel 1.7, konversi bilangan desimal 173.525_{10} dalam bilangan octal adalah 255.414631_8 .

Tabel 1.6. Konversi Bilangan Bulat Desimal ke Bilangan Octal

| 8 | 173 |
|---|------|
| | 21 5 |
| | 2 5 |
| | 0 2 |

Tabel 1.7. Konversi Bilangan Pecahan Desimal ke Bilangan Octal

| 0 | 525 | 8 |
|---|-----|---|
| 4 | 2 | |
| 1 | 6 | |
| 4 | 8 | |
| 6 | 4 | |
| 3 | 2 | |
| 1 | 6 | |

1.1.4. Sistem Bilangan Heksadesimal

Sistem bilangan heksadesimal merupakan sistem bilangan posisional berbasis 16, menggunakan 16 angka bilangan 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, dan E. Tabel 1.8 menunjukkan angka dalam bilangan heksadesimal, posisi angka, dan nilai besaran angka masing-masing berdasarkan posisinya.

Tabel 1.8. Nilai Angka Heksadesimal Berdasarkan Posisi

| | | | | | | |
|---------------|-----------------|----------------|-----------------|---|-------------------|--------------------|
| Angka desimal | D | 1 | A | . | 3 | F |
| Posisi angka | 3 | 2 | 1 | | -1 | -2 |
| Nilai angka | $13 \cdot 16^3$ | $1 \cdot 16^2$ | $10 \cdot 16^1$ | | $3 \cdot 16^{-1}$ | $15 \cdot 16^{-2}$ |

Jika H bilangan heksadesimal yang terdiri dari n digit bilangan di sebelah kiri tanda titik (.) dan m digit bilangan di sebelah kanan tanda titik (.), berturut-turut adalah $h_{n-1}, h_{n-2}, \dots, h_1, h_0, h_{-1}, \dots, h_{-m}$, maka nilai H dapat didefinisikan sebagai:

$$H = h_{n-1} \cdot 16^{n-1} + h_{n-2} \cdot 16^{n-2} + \dots + h_1 \cdot 16^1 + h_0 \cdot 16^0 + h_{-1} \cdot 16^{-1} + \dots + h_{-m} \cdot 16^{-m} \quad (1.7)$$

Atau dapat juga ditulis sebagai:

$$H = \sum_{i=-m}^{n-1} h_i \cdot 16^i \quad (1.8)$$

Untuk mengubah bilangan desimal menjadi bilangan heksadesimal dilakukan dengan cara membagi dengan nilai 16 untuk setiap bilangan bulat desimal dan mengkalikan dengan nilai 16 untuk setiap bilangan pecahan desimal. Konversi bilangan bulat desimal ditunjukkan pada Tabel 1.9 dan konversi bilangan pecahan ditunjukkan seperti pada Tabel 1.10.

Tabel 1.9. Konversi Bilangan Bulat Desimal ke Bilangan Octal

16 6175

| | | |
|--|-----|----|
| | 385 | 15 |
| | 24 | 1 |
| | 1 | 8 |
| | 0 | 1 |

Tabel 1.10. Konversi Bilangan Pecahan Desimal ke Bilangan Octal

0 525 16

| | | |
|---|---|--|
| 8 | 4 | |
| 6 | 4 | |
| 6 | 4 | |
| 6 | 4 | |
| 6 | 4 | |
| 6 | 4 | |

1.2. Latihan

Selesaikanlah soal-soal berikut dengan baik dan benar.

1. Tuliskan bilangan berikut dalam bentuk bilangan yang menunjukkan basis dan posisinya:
 - a. 2474.16_{10}
 - b. 10111.1101_2
 - c. 351.72_8
 - d. $AF9.01_{16}$
2. Konversi bilangan biner berikut ke dalam bentuk bilangan desimal:
 - a. 11011.11_2
 - b. 1010.101_2
 - c. 11001.001_2
 - d. 11011.011_2
3. Konversi bilangan desimal berikut ke dalam bentuk bilangan biner:
 - a. 92.24_{10}
 - b. -24.46_{10}
 - c. 0.111_{10}
 - d. 10000.111_{10}
4. Konversi bilangan desimal berikut ke dalam bentuk bilangan biner sampai 5 angka di belakang koma:
 - a. 0.242_{10}
 - b. 10.500_{10}
 - c. 78.23_{10}
 - d. 12.25_{10}
5. Konversi bilangan octal dan heksadesimal berikut menjadi bilangan desimal:
 - a. 724.12_8
 - b. 2417_8
 - c. $AF.37_{16}$
 - d. $E1.C4_{16}$

6. Konversi bilangan desimal berikut menjadi bilangan octal:
 - a. 7512_{10}
 - b. 246.36_{10}
7. Konversi bilangan desimal berikut menjadi bilangan heksadesimal:
 - a. 7340_{10}
 - b. 126.74125_{10}
8. Konversi bilangan biner berikut menjadi bilangan octal dan bilangan heksadesimal:
 - a. 11101011101_2
 - b. 10001111010_2
 - c. 10111.101_2
9. Konversi bilangan octal dan bilangan heksadesimal berikut menjadi nilai heksadesimal:
 - a. 274_8
 - b. 53.35_8
 - c. $F1A_{16}$
 - d. $7B.C8_{16}$

1.3. Tugas

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan baik dan jelas.

1. Apa pengaruhnya pada bilangan asli desimal jika:
 - a. 0 ditambahkan ke representasi binernya?
 - b. 1 ditambahkan ke representasi biner?
2. Metode komputasi yang efisien untuk mengonversi bilangan asli dari basis non-desimal ke desimal, yang dikenal sebagai metode Horner, diilustrasikan dalam contoh berikut:

$$6253_8 = ((6 \times 8) + 2) \times 8 + 5 \times 8 + 3 = 3243_8$$

Dengan kata lain: kalikan digit pertama dengan basis, tambahkan digit kedua, kalikan dengan basis, tambahkan digit ketiga, kalikan dengan basis, dan seterusnya. Langkah terakhir adalah menambahkan digit terakhir. Gunakan metode Horner untuk mengonversi angka-angka berikut ke desimal:

- a. 724.12_8
 - b. 2417_8
 - c. $AF.37_{16}$
 - d. $E1.C4_{16}$
3. Isi satu *byte* (terdiri dari 8 bit) dalam register memori komputer dapat diwakili oleh 2 digit heksadesimal. Shift kiri adalah operasi di mana 8 bit dipindahkan satu posisi ke kiri, bit paling kiri hilang, dan 0 dimasukkan pada posisi paling kanan. Pergeseran kanan didefinisikan dengan cara yang sama. Untuk masing-masing *byte* berikut, temukan hasil (dalam heksadesimal) dari shift kiri dan shift kanan:
 - a. 3A
 - b. E7

1.4. Daftar Pustaka

- Brown, S. & Vranesic, Z., 2009, Fundamental of Digital Logic with VHDL Design (Third Edition), McGraw-Hill: New York.
- Grossman, P., 2002, Discrete Mathematics for Computing (Second Edition), Palgrave MacMillan: New York.

1.5. Lembar Kerja Mahasiswa

Lihat Lampiran

