



Distribución de levy

Juan Camilo Arevalo Arboleda¹

¹Pontificia Universidad Javeriana Cali

7 de abril de 2017

Contenido

- 1 Distribución estable
 - Función característica
 - Función característica de levy
- 2 Distribución de levy
- 3 Gráficas
- 4 Aplicaciones

Distribución estable

Una distribución se denomina estable si es una combinación lineal de dos o más copias independientes de una muestra aleatoria que tiene la misma distribución de probabilidad, salvo por quizá algún parámetro de localización o factor de escala.

Distribución estable

Una distribución se denomina estable si es una combinación lineal de dos o más copias independientes de una muestra aleatoria que tiene la misma distribución de probabilidad, salvo por quizá algún parámetro de localización o factor de escala.

Definición

Dadas n -variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas X_1, X_2, \dots, X_n y X , entonces se dice que X sigue una distribución estable- α si existe una constante positiva C_n y un número real D_n tal que siga la siguiente relación:

$$X_1 + X_2 + \dots + X_n \stackrel{d}{=} C_n X + D_n$$

Función característica de la distribución estable

$$\varphi(t; \alpha, \beta, c, \mu) = E[e^{itX}] = \begin{cases} e^{it\mu - |ct|^\alpha (1 - i\beta \operatorname{sign}(t) \tan(\frac{\pi\alpha}{2}))} & \alpha \neq 1 \\ e^{it\mu - c|t|(1 + i\beta \frac{2}{\pi} \operatorname{sign}(t) \ln(|t|))} & \alpha = 1 \end{cases}$$

Donde

$$\operatorname{sign}(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t = 0 \\ -1 & t < 0 \end{cases}$$

- α : parámetro de estabilidad donde $\alpha \in (0, 2]$
- β : parámetro de simetría donde $\beta \in [-1, 1]$
- μ : parámetro de localización donde $\mu \in (-\infty, \infty)$
- c : parámetro de escalabilidad donde $c \in (0, \infty]$



Función característica de levy

Para la distribución de levy, $\alpha = \frac{1}{2}$ y $\beta = 1$, entonces

$$\varphi(x, c, \mu) = e^{it\mu - \sqrt{|et|}(1 - i\operatorname{sgn}(t))}$$

Función característica de levy

Para la distribución de levy, $\alpha = \frac{1}{2}$ y $\beta = 1$, entonces

$$\varphi(x, c, \mu) = e^{it\mu - \sqrt{|et|}(1 - i\operatorname{sgn}(t))}$$

La función de densidad dada por la transformada de Fourier para una función característica $\varphi(t)$ esta dada por:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t) e^{-ixt} dt$$

Distribución de levy

- Función de densidad: $f(x; \mu, c) = \sqrt{\frac{c}{2\pi}} \frac{e^{-\frac{c}{2(x-\mu)}}}{(x-\mu)^{3/2}}$ donde $x > \mu$
- Función acumulativa: $F(x; \mu, c) = \text{erf}\left(\sqrt{\frac{c}{2(x-\mu)}}\right)$

Donde $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$

- Esperanza: ∞
- Mediana: $\frac{c}{2}(\text{erf}^{-1}(\frac{1}{2}))^2$ para $\mu = 0$
- Moda: $\frac{c}{3}$ para $\mu = 0$
- Varianza: ∞

Distribución de levy

- Función de densidad: $f(x; \mu, c) = \sqrt{\frac{c}{2\pi}} \frac{e^{-\frac{c}{2(x-\mu)}}}{(x-\mu)^{3/2}}$ donde $x > \mu$
- Función acumulativa: $F(x; \mu, c) = \text{erf}\left(\sqrt{\frac{c}{2(x-\mu)}}\right)$

Donde $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$

- Esperanza: ∞
- Mediana: $\frac{c}{2}(\text{erf}^{-1}(\frac{1}{2}))^2$ para $\mu = 0$
- Moda: $\frac{c}{3}$ para $\mu = 0$
- Varianza: ∞

Propiedades:

- $X \sim \text{levy}(\mu, c) \rightarrow kX + b \sim \text{levy}(k\mu + b, kc)$
- $X \sim \text{levy}(0, c) \rightarrow X \sim \text{gamma}^{-1}(1/2, c/2)$
- $X \sim \text{levy}(\mu, c) \rightarrow X \sim \text{stable}(1/2, 1, c, \mu)$

Gráficas distribución de Levy

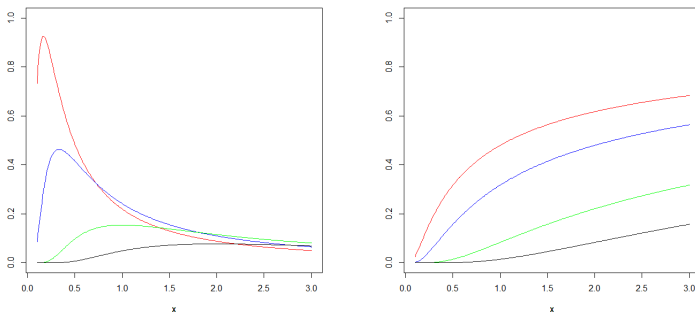


Figura: Función de densidad y acumulada con $c = 0.5, c = 1, c = 3, c = 6$
y $\mu = 0$

Gráficas distribución de Levy

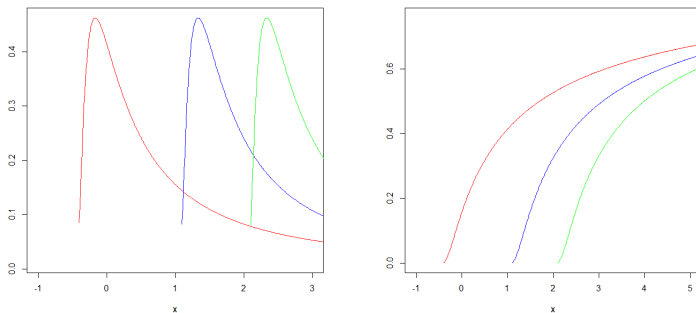


Figura: Función de densidad y acumulada con $\mu = -0,5, \mu = 1, \mu = 2$, y $c = 1$

Aplicaciones

- La frecuencia de las reversiones geométricas tienden seguir la distribución de levy.
- La longitud de la trayectoria seguida por un fotón en un medio turbio sigue la distribución de levy.
- Dado que los stocks(acciones) no son normales, las propiedades de la distribución de levy son importantes, ya que al estimar sus parámetros se pueden ayudar a minimizar riesgos.

For Further Reading I



Yiyang Yang.

Stable Distribution: Theory and Application.

November 2012.



Mirasol A. Cañedo and Edgardo D. Cruz, PhD .

THE PHILIPPINE STOCK RETURNS AND THE LEVY
DISTRIBUTION.

*12th National Convention on Statistics (NCS) EDSA
Shangri-La Hotel, Mandaluyong City , October 1-2, 2013*

For Further Reading II



Rafal Weron.

Levy-stable distributions revisited: tail index > 2 does not exclude the Levy-stable regime.

: *International Journal of Modern Physics,C* (2001) 12(2), 209-223



German Bassi.

Funcion Caracteristica

: *21 de marzo de 2011*



Wikipedia.

https://en.wikipedia.org/wiki/L%C3%A9vy_distribution

visitado el: 09 de abril del 2017