

Tarea 4 Relatividad General

Manuel Garcia.

August 4, 2024

1 Preambulo: Agujeros Negros

2 Agujero Negro de Reissner-Nordstrom

a)

b) Buscamos los valores de r donde $g^{rr} = 0$

$$\begin{aligned}1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} &= 0 \\ r^2 - 2Mr + Q^2 &= 0 \\ r_{\pm} &= M \pm \sqrt{M^2 - Q^2}\end{aligned}$$

Para $M > |Q|$

$$r_{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - Q^2}$$

Para $M = |Q|$

$$r_+ = r_- = M$$

Para $M < |Q|$ No hay soluciones reales por lo que no existen horizontes de eventos.

c)

$$v = t + r^* \quad \rightarrow \quad dt = dv + dr^* \quad dr^* = \frac{dr}{f(r)}$$

Reemplazando en la metrica

$$\begin{aligned}ds^2 &= -f(r)(dv - dr^*)^2 + f^{-1}(r)dr^2 + r^2d\Omega \\ &= -f(r)dv^2 + 2f(r)dvdr^* - f(r)dr^* + f(r)dr^2 + r^2d\Omega \\ &= -f(r)dv^2 + 2f(r)dv\frac{dr}{f(r)} - f(r)\frac{dr^2}{f^2(r)} + f(r)dr^2 + r^2d\Omega \\ &= -f(r)dv^2 + 2dvdr + r^2d\Omega\end{aligned}$$

Para hallar la singularidad de la metrica:

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2} \quad \rightarrow \quad \infty \quad \text{Cuando } r \rightarrow 0$$

Por lo que existe una singularidad en $r = 0$.