Taller #1 Relatividad General Physics Latam

Manuel Garcia.

June 23, 2024

1 Manifold Diferencial

a)

- **Espacio Topologico** Sea X un conjunto y sea T una colección de subconjuntos de X. Se llama espacio topologico a (X, T) si cumplen las siguientes propiedades:
  - $\emptyset$ y X están en T.
  - Para $\{u_i \in T \mid i \in I\}$, $\quad \bigcup_i u_i \in T$
  - Si $u_1, u_2 \in T \;\rightarrow\; u_1 \cap u_2 \in T$

  T es llamado topologia.
- **Manifold Diferenciables** Sea M un espacio de Haussdorff, M es un manifold diferenciables si tiene la siguiente estructura:
  - Sea $M = U_\alpha U_\alpha$ de un recubrimiento abierto
  - Hay un mapa continuo e invertible $\phi_\alpha \;:\; u_\alpha \;\rightarrow\; \phi_\alpha(u_\alpha) \subseteq \mathbb{R}^n$
  - Para todo α, β tenemos $\phi_\alpha(u_\alpha \cap u_\beta)$ es abierto en $\mathbb{R}^n$, y las funciones de transición:

    $$\phi_\alpha \circ \phi_\beta^{-1} :\; \phi_\beta(u_\alpha \cap u_\beta) \;\rightarrow\; \phi_\alpha(u_\alpha \cap u_\beta)$$

    Son C^∞-funciones. (u_α, ϕ_α) es llamado un chart de coordenadas y $\{(u_\alpha, \phi_\alpha)\}_\alpha$ es llamado Atlas.
- **Manifold Diferenciable con Frontera**

b) La definicion de S^n

$$S^n = \{x \in \mathbb{R}^{n+1} \mid ||x|| = 1\}$$

- **Hausdorff** La esfera S^n es un subespacio de $\mathbb{R}^{n+1}$ el cual es un espacio de Hausdorff por lo que S^n tambien es Hausdorff.
- **Base Contable** La esfera S^n es un subespacio de $\mathbb{R}^{n+1}$ el cual tiene una base contable por lo tanto S^n tambien es contable.