Clase 1

Manuel Garcia.

August 15, 2023

1 Constante de planck

$\hbar$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \times 10^{-34} Js \tag{1}$$
$$[\hbar] : Energia * tiempo <-> Accion \tag{2}$$
$$E = hf = \hbar\omega \quad \omega : frec.angular. \tag{3}$$
$$[\hbar] : momentum \times longitud \tag{4}$$
$$N_{av} = 6 \times 10^{23} \tag{5}$$

2 Ket

ket

$$|\alpha\rangle -> "vector" ndim.complejo. \tag{6}$$
$$c\,|\alpha\rangle = |\alpha\rangle\, c \tag{7}$$
$$c_\alpha + c_\beta = |\delta\rangle \quad lineal. \tag{8}$$

Mas adelante de considerara el espacio ket como un vector no numerable e infinito cuyo espacio será llamado espacio de Hilbert.

El espacio dual es la traspuesta conjugada del espacio original.

Conjugado de $|\alpha\rangle$: $\langle\alpha|$

$$\langle\alpha| = C_\alpha^* \langle\alpha| + C_\beta^* \langle\beta| \tag{9}$$
$$\langle\delta| \approx (\delta_1^*, \delta_2^*, ..., \delta_n^*) \tag{10}$$
$$\langle\alpha| \approx \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ ... \\ \delta_n \end{bmatrix} \tag{11}$$

Este espacio dual nos sirve para definir un producto punto.

producto punto

$$\langle\alpha|\delta\rangle = z = \delta_1^*\alpha_1 + \delta_2^*\alpha_2 + ... + \delta_n^*\alpha_n \tag{12}$$
$$\langle\beta|\alpha\rangle = \langle\alpha|\beta\rangle^* \tag{13}$$
$$\langle\alpha|\alpha\rangle = \sum_{n=1}^{N} |\alpha|^2 \geq 0 \tag{14}$$
$$|\bar{\alpha}\rangle = \frac{|\alpha\rangle}{\sqrt{\langle\alpha|\alpha\rangle}} \qquad \langle\bar{\alpha}|\bar{\alpha}\rangle = 1 \tag{15}$$

Si $\langle\alpha|\beta\rangle = 0$ entonces son ortogonales.

3 operadores

operadores

Para representar cantidades fisicas necesitamos operadores. $|\alpha\rangle$ es un estado.

$$X(|\alpha\rangle) = X\,|\alpha\rangle = |\beta\rangle \tag{16}$$
$$\langle\alpha|\alpha\rangle = 1 \qquad \langle\beta|\beta\rangle \neq 1 \tag{17}$$
$$X\,|\alpha\rangle\, dc\, \langle\alpha|\, X^\dagger \tag{18}$$

Si $X = X^\dagger$ entonces X es hermitico.

nota

Al comienzo del libro de sakurai se hace la distincion entre el vector normalizado $|\bar{\alpha}\rangle$ y el no normalizado $|\alpha\rangle$, esto solo se hizo en la primera parte del libro ya que desde este punto no se va a hacer la distincion y tendremos que ver en qué caso aplica cada uno. Por esto se hace la distincion de la eq. 17 donde el vector del espacio ket $|\alpha\rangle$ está normalizado pero luego de aplicarle el operador deja de estar normalizado.

Aquí algunas propiedades de los operadores:

$$XY \neq YX \qquad X(YZ) = (XY)Z = XYZ \tag{19}$$
$$X(Y\,|\alpha\rangle) = (XY)\,|\alpha\rangle = XY\,|\alpha\rangle\,, \qquad (\langle\beta|\,X)Y = \langle\beta|\,(XY) = \langle\beta|\,XY \tag{20}$$
$$(XY)^\dagger = X^\dagger Y^\dagger \tag{21}$$

Si para cualquier ket tenemos un operador X tal que $X\,|\alpha\rangle = 0$ entonces a este operador lo llamaremos operador nulo.

Los operadores tienen la operacion de adicion con las propiedades asociativas y conmutativas.

$$X + Y = Y + X \tag{22}$$
$$X + (Y + Z) = (X + Y) + Z \tag{23}$$

Existe la escepcion del operador de time-reversal el cual se considerará mas adelante. por ahora todos los operadores son lineales por lo tanto:

$$X(c_\alpha\,|\alpha\rangle + c_\beta\,|\beta\rangle) = c_\alpha X\,|\alpha\rangle + c_\beta X\,|\beta\rangle \tag{24}$$

Solo para operadores lineales.