

Clase 20

Manuel Garcia.

October 27, 2023

1 Integral compleja

¿Cuándo dos parametrizaciones son equivalentes? Para hacer esto necesitamos definir un mapa continuamente diferenciables de $[a, b]$ a \mathbb{R} , continuamente diferenciable quiere decir, continuo $[a, b]$ y que tiene derivada continua en (a, b) .

Definición

Decimos que dos trayectos $\gamma_1(t)$, $a \leq t \leq b$ y $\gamma_2(s)$, $c \leq s \leq d$ tienen parametrizaciones equivalentes si existe una función "estrictamente creciente" y "continuamente diferenciable" ϕ de $[c, d]$ en $[a, b]$ tal que $\phi(c) = a$, $\phi(d) = b$ y $\gamma_1(s) = \gamma_2 \circ \phi(s)$, $\phi_1(t) = \phi_2 \circ \phi^{-1}(t)$

Ejemplo: El círculo unitario, $C_1(0)$ puede ser parametrizado

$$\begin{aligned}\gamma_1(s) &= e^{is} \quad 0 \leq s \leq 2\pi \quad \text{ó} \quad \gamma_2(t) = e^{2i\pi t}, \quad 0 \leq t \leq 1 \\ \int_0^1 f(e^{2i\pi t}) 2\pi i e^{2i\pi t} dt, \quad & s = 2\pi t, \quad ds = 2\pi dt \\ &= \int_0^{2\pi} f(e^s) i e^{is} dx \\ &= \int_{\gamma_1} f(z) dz\end{aligned}$$