

## Clase 2

Manuel Garcia.

August 15, 2023

### 1 Espacio de bras y kets

#### Repaso

"kets"  $c_\alpha |\alpha\rangle + c_\beta |\beta\rangle = |\delta\rangle$   
 "bras"  $c_\alpha^* \langle\alpha| + c_\beta^* \langle\beta| = \langle\delta|$

$$X(|\alpha\rangle) = X|\alpha\rangle = |\beta\rangle \quad (1)$$

$$\langle\alpha|\alpha\rangle = 1 \quad \langle\beta|\beta\rangle \neq 1 \quad (2)$$

$$X|\alpha\rangle \text{ dc } \langle\alpha| X^\dagger \quad (3)$$

Operadores:

$$z = \langle\phi| X |\psi\rangle \quad (4)$$

$$Z^* = \langle\psi| X^\dagger |\phi\rangle \quad (5)$$

Si  $X = X^\dagger$  entonces es hermitico

Si  $Z = Z^*$  entonces  $z$  es real.

#### Repaso

$$X|\alpha\rangle = |\beta\rangle \quad (6)$$

$$\langle\alpha|\alpha\rangle = 1 \quad \langle\beta|\beta\rangle \neq 1 \quad (7)$$

#### Operadores

$$\langle\beta|\beta\rangle = \langle\alpha| X^\dagger X |\alpha\rangle > 0 \quad \text{positivo} \quad (8)$$

$$\text{Si } X = X^\dagger \rightarrow \langle\alpha| X X |\alpha\rangle > 0 \rightarrow \langle\alpha| X^2 |\alpha\rangle > 0$$

Si tenemos  $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, \dots, |N\rangle \quad |i\rangle \quad i = 1, \dots, N$

Si  $\langle i|j\rangle = \delta_{i,j}$  entonces son ortonormales.

$$\sum_{i=1}^N |i\rangle \langle i| = \mathbb{I} \quad (9)$$

Producto exterior?

### Operador identidad (Completez)

$$|\alpha\rangle = \mathbb{I}|\alpha\rangle = \sum_{i=1}^N |i\rangle \langle i|\alpha\rangle = \sum_{i=1}^N |i\rangle \alpha_i \quad (10)$$

Con  $|\alpha\rangle = \mathbb{I}|\alpha\rangle$

Recordar producto punto de la clase anterior.

### Titulo

$$\begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix}^\dagger = \begin{bmatrix} 0 & i \\ -i & 0 \end{bmatrix} \quad \text{En este caso es hermitica.} \quad (11)$$

En general al aplicar un operador a un vector obtenemos una direccion diferente a la original (no siempre pero en general sucede esto)

### Autovalores y autovectores

$$X_{\text{autovector}} |\lambda\rangle = \lambda_{\text{autovalor}} |\lambda\rangle \quad (12)$$

$X$  tiene varios autovectores y autovalores.

### No importa la longitud

Reemplazamos  $|\lambda\rangle \rightarrow c|\lambda\rangle = |\bar{\lambda}\rangle$   $c$  es complejo, obtenemos una nueva "columna de numeros" cambiamos la longitud pero no la orientacion. Si metemos  $|\bar{\lambda}\rangle$  en la eq. 12 sigue satisfaciendo la ec? Si porque  $c$  se cancela en ambos lados ya que  $Xc = cX$

$$A = A^\dagger \quad \text{Hermitica} \quad (13)$$

$$A|a\rangle = a|a\rangle \quad (14)$$

$$A|a'\rangle = a'|a'\rangle \quad (15)$$

$$\langle a'|A = (a')^* \langle a'| \quad (16)$$

Si multiplicamos eq. 14 por  $\langle a'|$  y le restamos eq. 16 por  $|a'\rangle$  obtenemos:

$$(a - (a')^*) \langle a'|a\rangle = 0 \quad (17)$$

Si son hermiticos esto se cumple ya que  $(a - a^*) = 0$  Si los autovectores son diferentes entonces necesitamos que  $\langle a'|a\rangle = 0$  osea que sean ortogonales.

## 2 Como se combina matematicas y fisica?

### 2.1 Medicion

#### Cantidades fisicas (Observables)

Operador  $O$  y la cantidad  $o$ . Al obtener los autovalores  $O|o_i\rangle = o_i|o_i\rangle$  tendremos que los autovalores  $o_i$  tienen dimension y se pueden medir. Para obtener cantidades fisicas el operador debe ser hermitico ya que si no lo fueran obtendriamos autovalores complejos. Esto es a lo que llamaremos Observables.

El estado  $|\psi\rangle$  luego de realizarle una medicion ya deja de ser el mismo estado y se convierte en el auto estado con su respectivo autovalor. Osea al aplicar  $O|\psi\rangle$  (analogo de medicion) obtenemos sus autovalores y autovectores  $o_i|o_i\rangle$

Cuando se miden estados cuanticos debemos volver a preparar el mismo estado para medirlo.

Nota

$$\sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N |\langle O_i|\psi\rangle|^2 = \sum_{i=1}^N (\langle O_i|\psi\rangle)^* \langle O_i|\psi\rangle = \sum_{i=1}^N \langle O_i|\psi\rangle = \langle \psi|\mathbb{I}|\psi\rangle = \langle \psi|\psi\rangle \quad (18)$$

$P_i$  Es la probabilidad de encontrar a  $\psi$  en cierto estado.

$$P_i = |\langle O_i|\psi\rangle|^2 \quad (19)$$