Ejercicios para el parcial 1. Octubre de 2023

1) Se introducen los dos estados $|1>$, $|2>$, ortonormales:

$$<1|1>=<2|2>=1, \qquad <1|2>=0$$

y el estado:

$$|\psi>=\frac{1}{\sqrt{3}}|1>+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|2> \quad .$$

Considerar ahora el estado

$$|\phi>=a|1>+b|2>$$

con a real y positivo y b real.
Determinar a y b de manera que $|\phi>$ sea ortogonal a $|\psi>$, es decir

$$<\psi|\phi>=0$$

y también normalizado a 1, es decir

$$<\phi|\phi>=1 \ .$$

2) Una partícula se encuentra en movimiento unidimensional en el eje x y es representada por el estado $|\psi>$, con función de onda

$$<x|\psi>=\psi(x)$$

En el tramo s del eje x, definido como

$$a \leq x \leq b \ .$$

Se aproxima la función de onda con la siguiente expresión:

$$\psi(x) = A \cdot (1 + x/d) \ .$$

Tenemos los siguientes valores numéricos:
$a = 2$ Å, $b = 3$ Å, $d = 1$ Å.
Determinar la constante real y positiva A (valor numérico y unidades) de manera que la probabilidad de encontrar la partícula en el tramo s sea igual a 1/3.

3) Una partícula se encuentra en movimiento en el espacio y es representada por el estado $|\psi>$.
Su función de onda, que depende de r y no de los ángulos, es:

$$< \vec{r}|\psi >= \psi(\vec{r}) = \psi(r) = A \cdot \frac{1}{r} \cdot \exp(-\frac{r}{2d})$$

Determinar la constante A, real y positiva, de manera que el estado $|\psi>$ sea normalizado a 1, es decir $<\psi|\psi>= 1$.

4) Una partícula se encuentra en movimiento unidimensional, en un potencial de oscilador armónico.
El Hamiltoniano tiene la forma estándar:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

Considerar el estado

$$|\psi >= \frac{1}{2}|0 > + \frac{\sqrt{3}}{2}|2 > \ .$$

Calcular, en el estado $|\psi>$, los valores esperados de los siguientes operadores:
$x, \ p, \ x^2, \ p^2, \ H \ .$