Clase 5

Manuel Garcia.

February 26, 2024

1 Ensamble de Bosones Libres con Frecuencia ω (para un grado de libertad)

Modelo complejo

$$\hat{H} = \sum \hat{H}_i, \qquad Z = \Pi Z_i, \qquad \hat{N} = \sum \hat{N}_i$$

Para un grado de libertad (ω)

$$\hat{H} = \omega \hat{a}^\dagger \hat{a}$$

Su ecuacion de valores propios

$$\begin{aligned} \hat{H} |n\rangle &= E_n |n\rangle \\ &= n\omega |n\rangle \end{aligned}$$

$\hat{H}$ tambien se puede escribir $\qquad \hat{H} = \omega \hat{N} \qquad$ Donde $\hat{N} := \hat{a}^\dagger \hat{a}$

Entonces

$$\begin{aligned} \omega \hat{N} |n\rangle &= n\omega |n\rangle \\ \hat{N} |n\rangle &= n |n\rangle \end{aligned}$$

$\{|n\rangle\}$ base para el espacio de Hilbert asociado

$$\langle n|n'\rangle = \delta_{nn'} \qquad \sum |n\rangle \langle n| = 1$$

Vamos a usar la funcion de perticion $Z = \frac{1}{1-e^{-\beta\omega}} = \sum_n e^{-\beta n\omega}$.

2 Reglas de Conmutación

$$\begin{aligned} [\hat{a}, \hat{a}] = \left[\hat{a}^\dagger, \hat{a}^\dagger\right] &= 0 \\ \left[\hat{a}, \hat{a}^\dagger\right] &= 1 \end{aligned}$$

3 Representación de Fock

Estado de vacío:

$$\hat{a}\,|0\rangle := 0$$

Base

$$|0\rangle\,,\ \hat{a}^\dagger\,|0\rangle\,,\ \cdots\,,\ \frac{1}{\sqrt{n!}}(\hat{a}^\dagger)^n\,|n\rangle$$

donde

$$\frac{1}{\sqrt{n!}}(\hat{a}^\dagger)^n\,|0\rangle = |n\rangle$$