Clase 4

Manuel Garcia.

February 21, 2024

1 Formalismo U-T

De la clase pasada

$$\underbrace{\langle 0(\beta)|\,\hat{A}\,|0(\beta)\rangle}_{\text{El vacio}} \stackrel{?}{=} <\hat{A}> = \frac{\sum_n \langle n|\,\hat{A}\,|n\rangle\, e^{-\beta E_n}}{Z(\beta)}$$

Teniamos que

$$|0(\beta)\rangle = \sum_n f_n(\beta)\,|n\rangle$$

donde $|n\rangle$ son bases del espacio de Hilbert.

Operando con esto llegamos a

$$f_n^*(\beta) f_m(\beta) = Z^{-1}(\beta) \quad \delta_{nm} e^{-\beta E_n}$$

Cuando empezamos a hacer el desarrollo suposimos un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ con bases $\{|n\rangle\}$. Ahora vamos a definir un nuevo espacio de hilbert compuesto por el espacio original y uno nuevo $\bar{\mathcal{H}} = \mathcal{H} \otimes \tilde{\mathcal{H}}$. Ahora vamos a definir $|0(\beta)\rangle \in \bar{\mathcal{H}}$, por lo tanto

$$|0(\beta)\rangle = \sum_n f_n(\beta)\,|n\rangle\,, \qquad \text{Donde } |n\rangle \in \mathcal{H},\ f_n(\beta) \in \tilde{\mathcal{H}}$$

Definicion de $f_n(\beta)$ en $\tilde{\mathcal{H}}$

$$f_n(\beta) := e^{-\frac{1}{2}\beta E_n} Z^{-1/2}(\beta)\,|\tilde{n}\rangle$$

$$\begin{aligned}
|0(\beta)\rangle &= \sum_n f_n(\beta)\,|n\rangle \\
&= \sum_n e^{-\frac{1}{2}\beta E_n} Z^{-1/2}(\beta) \quad |\tilde{n}\rangle \otimes |n\rangle \\
&= Z^{-1/2}(\beta) \sum_n e^{-\frac{1}{2}\beta E_n} \quad |n,\ \tilde{n}\rangle
\end{aligned}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned}
\langle 0(\beta)|\,\hat{A}\,|0(\beta)\rangle &= Z^{-1}(\beta) \sum_{n,m} e^{-\frac{\beta}{2}(E_n+E_m)} \langle n|\,\vec{A}\,|n\rangle\, \delta_{nm} \\
&= Z^{-1}(\beta) \sum_n e^{-\beta E_n} \langle n|\,\vec{A}\,|n\rangle
\end{aligned}$$

2 Interpretacion Física del formalismo U-T

Notemos la necesidad de dos hamiltonianos $\hat{H}$, $\hat{\tilde{H}}$, hay que modelar dos sistemas. Con esto se logra describir un sistema termico. Esto se puede ver como un ensamble termico (el sistema a estudiar y el baño termico), esto se puede ver como el sistema a estudiar y el resto del universo.

Si dos subsistemas son idénticas copias uno del otro y están entrelazados (*entangled*) cuanticamente

$$\underbrace{Z^{-1/2}(\beta)\sum_n e^{-\beta E_n}}_{\text{fase compartida}} \underbrace{|n,\ \tilde{n}\rangle}_{\text{estado compuesto } |n\rangle\otimes|\tilde{n}\rangle}$$

de tal manera que conforman un estado puro para el sistema total, cada uno de ellos llega macroscópicamente indistingible de un cuerpo caliente a temperatura definida T.

3 Vario de los Campos en el Formalismo U-T

Campos para un grado de libertad.

Modelo: Ensamble de bosones libres con frecuencia ω.

Descripcion de N bosones libres no interactuantes en equilibrio térmico en términos de un grado de libertad.