

Clase 2

Manuel Garcia.

February 8, 2024

1 Mecanica Clasica

Energia de gas ideal:

$$U = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \dots = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2}m_j^2v_j^2$$

La energia interna del sistema se puede escribir como $U = N\bar{\epsilon}$, con la energia promedio por partícula $\bar{\epsilon}$ dada por

$$\bar{\epsilon} = \frac{U}{N} = \frac{1}{2}m\bar{v}^2$$

Definimos un parámetro fundamental denominado temperatura cinética del gas ideal T de tal forma que la energia cinética promedio por partícula es proporcional a este parámetro, es decir

$$\bar{\epsilon} = \frac{3}{2}\kappa_B T$$

Podemos escribir la energía interna en términos de la temperatura cinética, es decir

$$U = N\bar{\epsilon} = \frac{3}{2}N\kappa_B T$$

La presión ejercida por un gas ideal en las paredes se origina en los impulsos ejercidos por las partículas que chocan contra las paredes. La presión sobre la pared es

$$P = \frac{2}{3}n\bar{\epsilon} = n\kappa_B T$$

Teniendo en cuenta que la densidad numérica de partículas n está definida como

$$n = \frac{N}{V}$$

Ecuación de estado de los gases ideales

$$PV = \kappa_B NT$$

Formulación analítica f grados de libertad En la formulación lagrangiana, un sistema físico conservativo con f grados de libertad está descrito por

$$L^{(f)}(\vec{q}, \dot{\vec{q}}) = T(\dot{\vec{q}}) - V(\vec{q}) = \sum_{k=1}^f \frac{1}{2}m\dot{q}_k^2 - V(\vec{q})$$

Con eq. de euler-lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L^{(f)}}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L^{(f)}}{\partial q_k} = 0$$

Correspondientes a la segunda ley de newton $m\ddot{q}_k = m \frac{d\dot{q}_k}{dt} = -\frac{\partial V(\vec{q})}{\partial q_k}$. con los momento canónicamente conjugados

$$p_k = \frac{\partial L^{(f)}}{\partial \dot{q}_k}$$

En la formulación **Hamiltoniana** el sistema fisico conservativo con f grados de libertad está descrito por

$$H^{(f)}(\vec{p}, \vec{q}, \dot{\vec{q}}) = \sum_{k=1}^f p_k \dot{q}_k - L^{(f)}(\vec{q}, \dot{\vec{q}})$$

Dado que $p_k = \frac{\partial L^{(f)}}{\partial \dot{q}_k}$

$$H^{(f)}(\vec{p}, \vec{q}) = T(\vec{p}) + V(\vec{q}) = \sum_{k=1}^f \frac{p_k^2}{2m} + V(\vec{q})$$

Con ecuaciones de movimiento

$$\dot{q}_k = \frac{\partial H^{(f)}}{\partial p_k} \quad \dot{p}_k = -\frac{\partial H^{(f)}}{\partial q_k}$$

Teorema de Liouville El agregado de puntos representativos que describe los puntos representativos en el espacio de fase se mueve como un fluido incompresible en el espacio de fase.

Si la función densidad e probabilidad de estados en cualquier instante t $\rho(\vec{p}, \vec{q}; t)$ es una función conocida en el espacio de fase, que satisface

$$\int \rho(\vec{p}, \vec{q}) d\vec{p} d\vec{q} = 1$$

Ecuación de **Liouville**

$$\frac{\partial \rho(\vec{p}, \vec{q}; t)}{\partial t} = L\rho(\vec{p}, \vec{q}; t) = \{H^N, \rho\}$$

Mecánica estadística en equilibrio: Corresponde al caso $\rho = \rho(\vec{p}, \vec{q})$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \{H^{(N)}, \rho\} = 0$$

Mecánica estadística fuera de equilibrio corresponde al caso $\rho = \rho(\vec{p}, \vec{q}; t)$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \{H^{(N)}, \rho\} \neq 0$$