Clase 11

Manuel Garcia.

March 18, 2024

1 Campos Sobre Variedades Curvas

Apéndice A

Observador Acelerado de Rindler De los principios de la teoria de la relatividad especial

- Espacio de c-vectores $\mathcal{M}$

$$X \cdot X = -x^0y^0 + x^1y^1 + x^2y^2 + x^3y^3 = \eta_{\mu\nu}x^\mu x^\nu \qquad \text{para } X, Y \in \mathcal{M}$$

- Invariantes

$$\text{Con } \mathbb{u}, \mathbb{a} \in \mathcal{M} \quad \text{con } \mathbb{u} \text{ la c-velocidad y } \mathbb{a} \text{ es la c-aceleracion.}$$
$$\mathbb{u} \cdot \mathbb{u} = \mathbb{u}^2 = -c^2$$
$$\mathbb{a} \cdot \mathbb{u} = 0$$

-

$$\mathbb{u} = \frac{dX(\tau)}{d\tau} \qquad \mathbb{u} = \gamma(\vec{u})(c, \vec{u})$$

Con

$$\gamma(\vec{u}) = \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \qquad \vec{u} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}$$

$$\mathbb{u}^2 = \eta_{\alpha\beta}u^\alpha u^\beta = (u^0, u^1, u^2, u^3) = (c\gamma, \gamma u_x, \gamma u_y, \gamma u_z)$$

Se llega a

$$\mathbb{a} = \frac{d\mathbb{u}}{d\tau} = \gamma(\vec{u})\left(\frac{d\gamma(\vec{u})}{dt}c, \quad \frac{d\gamma(\vec{u})}{dt}\vec{u} + \gamma(\vec{u})\vec{a}\right)$$

Aceleración Propia:

$$\vec{u} = 0 \qquad \text{Instantanea}$$
$$\mathbb{a} = (0, \vec{a})$$

$$\mathbb{a}^2 = \eta_{\alpha\beta}a^\alpha a^\beta = |\vec{a}|^2 \qquad \mathbb{a} \in \mathcal{M}$$

Modelo: Observador de Ridler $\vec{a} = \vec{g} = cnst.$

Trayectoria

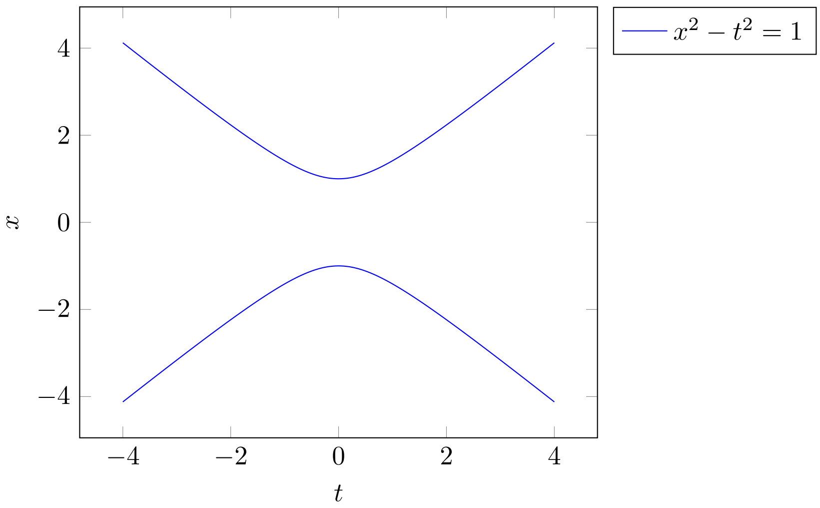
$$\frac{d^2t}{d\tau^2} - g\frac{dx}{d\tau} = 0$$
$$\frac{d^2x}{d\tau} - g\frac{dt}{d\tau} = 0$$

Con soluciones particulares

$$t = g^{-1}\sinh g\tau \qquad\qquad x = g^{-1}\cosh g\tau$$
$$x^2 - t^2 = g^{-2}$$

Transformaciones

$$t(\tau) = g^{-1}\sinh g\tau$$
$$x(\tau) = g^{-1}\cosh g\tau$$
$$y = y$$
$$z = z$$



$$t = a^{-1}e^{a^3}\sinh a\eta$$
$$x = a^{-1}e^{a^\xi}\cosh a\eta$$

Donde

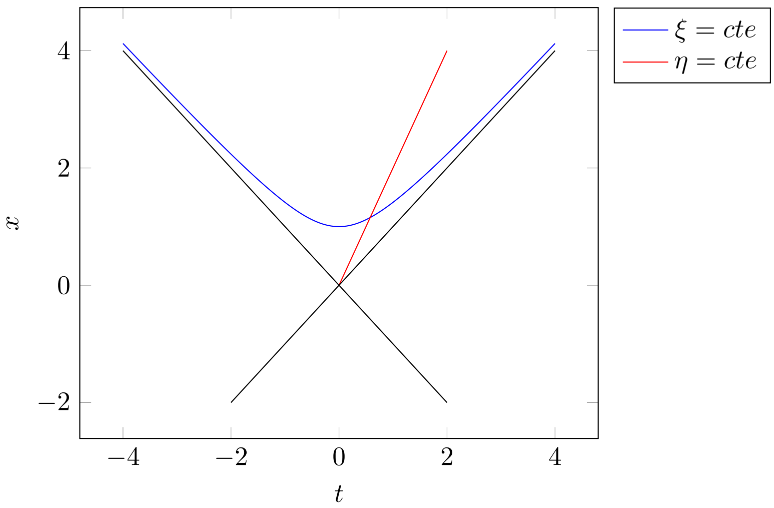
$$g := e^{-a\xi}$$
$$\tau := e^{a\xi}$$

Metrica

$$dS^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$$
$$\to dS^2 = -e^{2a\xi}d\eta^2 + e^{2a\xi}d\xi^2 + dy^2 + dz^2$$

De las tranformaciones:

$$\text{Si } \eta = cte \qquad \forall \quad \xi$$
$$t = a^{-1}e^{a\xi}\sinh cte$$
$$x = a^{-1}e^{a\xi}\cosh cte$$
$$\frac{t}{x} = \tanh cte = cte$$



Esto se puede ver como una "rejila" formada por el eje η donde $\xi = cte$ y el eje ξ donde $\eta = cte$. Aparece un nuevo tiempo η, el tiempo Miskowskiano.