Clase Agujeros Negros Cuánticos

Manuel Garcia.

August 21, 2024

1

$$(\Box - m^2)\phi(x) = 0$$

Métodos de Solución

$$\phi_{\Omega}^{(t)} = \phi_{\Omega}(t, \vec{x})\Theta_{\epsilon}$$

Donde

$$\phi_{\Omega}(t, \vec{x}) = \phi_{\Omega}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)\frac{1}{\sqrt{2\,|\omega|}}e^{-i\omega t}$$

Para $r \to r_0 = 2M$

$$\phi_{\Omega}^{\pm}(r) \approx e^{\pm i\omega r_*}$$

Con esto para + tenemos

$$\phi_{\Omega} \quad \to \quad \phi_{\Omega}^{+}(t, \vec{x}) = Y_{lm}(\theta, \phi)\frac{1}{\sqrt{2\,|\omega|}}e^{-i\omega u}$$

Donde

$$u \equiv t - r_*$$
$$v \equiv t + r_*$$

En general

$$\phi_{\Omega}^{+}(t, \vec{x}) = \phi_{\Omega}^{out}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)\frac{1}{\sqrt{2\,|\omega|}}e^{-i\omega u}$$

La cual tiende al caso particular cuando $r \to r_0$.

Para -, tenemos

$$\phi_{\Omega}^{-}(t, \vec{x}) = \phi_{\Omega}^{in}(r)Y_{lm}(\theta, \phi)\frac{1}{\sqrt{2\,|\omega|}}e^{-i\omega v}$$

Podemos reescribirlas como

$$\phi_{\Omega}^{+}(t, \vec{x}) = \phi_{\Omega}^{out}(u, \vec{x}) \qquad\qquad \phi_{\Omega}^{-}(t, \vec{x}) = \phi_{\Omega}^{in}(v, \vec{x})$$

Haciendo la transformación para

$$U = T - Z$$
$$V = T + Z$$

Donde T, Z son las coordenadas de Kruskal

$$\phi_\Omega^{(\epsilon)}(U,\vec{x}) = \Theta(-\epsilon U)\phi_\Omega(u,\vec{x}) \qquad\qquad \phi_\Omega^{(\epsilon)}(V,\vec{x}) = \Theta(\epsilon V)\phi_\Omega(u,\vec{x})$$

El conjunto $\{\phi_\Omega^{(\epsilon)}\}$ es un conjunto de modos que satisfacen las relaciones de ortogonalidad con los productos escalares siguientes

$$(\phi_\Omega^{(\epsilon)}, \phi_{\Omega'}^{(t')}) = \epsilon\ \epsilon(\omega)\delta_{\Omega\Omega'}\delta_{\epsilon\epsilon'}$$

Donde

$$\epsilon(\omega) = sign(\omega)$$
$$\delta_{\Omega\Omega'} = \delta(\omega-\omega')\delta_{ll'}\delta_{mm'}\delta_{kk'} \qquad\qquad ,\ k = \pm 1$$

Ademas $\{\phi_\Omega^{(\epsilon)}\}$ forma un conjunto completo
Con respecto a la relación de ortogonalidad

$$\int d^3\vec{x}\ \ \gamma(\vec{x})\phi^*_{\Omega'}(\vec{x}) = \delta_{\Omega\Omega'}$$