Clase 3

Manuel Garcia.

February 21, 2024

1 Formalismo U-T

De la clase pasada

$$\underbrace{\langle 0(\beta)|\hat{A}|0(\beta)\rangle}_{\text{El vacio}} \stackrel{?}{=} < \hat{A} > = \frac{\sum_n \langle n|\hat{A}|n\rangle e^{-\beta E_n}}{Z(\beta)}$$

Teniamos que

$$|0(\beta)\rangle = \sum_n f_n(\beta)|n\rangle$$

donde $|n\rangle$ son bases del espacio de Hilbert.

Operando con esto llegamos a

$$f_n^*(\beta)f_m(\beta) = Z^{-1}(\beta) \quad \delta_{nm}e^{-\beta E_n}$$

Cuando empezamos a hacer el desarrollo suposimos un espacio de Hilbert $\mathcal{H}$ con bases $\{|n\rangle\}$. Ahora vamos a definir un nuevo espacio de hilbert compuesto por el espacio original y uno nuevo $\bar{\mathcal{H}} = \mathcal{H}\otimes\tilde{\mathcal{H}}$. Ahora vamos a definir $|0(\beta)\rangle \in \bar{\mathcal{H}}$, por lo tanto

$$|0(\beta)\rangle = \sum_n f_n(\beta)|n\rangle, \qquad \text{Donde } |n\rangle \in \mathcal{H},\ f_n(\beta) \in \tilde{\mathcal{H}}$$

Estructura de los espacios $\mathcal{H}$, $\tilde{\mathcal{H}}$

Se introduce un sistema auxiliar caracterizado por $\hat{\tilde{H}}$ tal que

$$\hat{\tilde{H}}|\tilde{n}\rangle = E_n|\tilde{n}\rangle, \qquad \langle\tilde{n}|\tilde{m}\rangle = \delta_{nm}$$

Los estados en $\bar{\mathcal{H}}$ se expresan

$$|n, m\rangle = |n\rangle \otimes |\tilde{m}\rangle$$

Esto significa que

$$< \hat{A} > = \langle\tilde{m}, n|\hat{A}|n', \tilde{m}'\rangle = \langle\tilde{m}|\langle n|\hat{A}|n'\rangle|\tilde{m}'\rangle = \langle n|\hat{A}|n'\rangle\langle\tilde{m}|\tilde{m}'\rangle = \langle n|\hat{A}|n'\rangle\delta_{mm'}$$
$$< \hat{\tilde{A}} > = \langle\tilde{m}, n|\hat{\tilde{A}}|n', \tilde{m}'\rangle = \langle\tilde{m}|\hat{\tilde{A}}|\tilde{m}'\rangle\delta_{nn'}$$

Definicion de $f_n(\beta)$ en $\tilde{\mathcal{H}}$

$$f_n(\beta) := e^{-\frac{1}{2}\beta E_n} Z^{-1/2}(\beta)\, |\tilde{n}\rangle$$

Entonces podemos reescribir

$$\begin{aligned}
|0(\beta)\rangle &= \sum_n f_n(\beta)\, |n\rangle \\
&= \sum_n e^{-\frac{1}{2}\beta E_n} Z^{-1/2}(\beta) \quad |\tilde{n}\rangle \otimes |n\rangle \\
&= Z^{-1/2}(\beta) \sum_n e^{-\frac{1}{2}\beta E_n} \quad |n,\ \tilde{n}\rangle
\end{aligned}$$