



# نظریه زبان ها و اتوماتا

دکتر شهرام خزایی

بهار ۱۴۰۱

## تمرین سری پنج

زبان‌های مستقل از متن (۲)

مهلت تحویل: ساعت ۲۳:۵۹ روز ۲۱ اردیبهشت

### لطفاً پیش از پاسخ‌دادن به تمرین‌ها به نکات زیر توجه کنید:

- تمرین از دو بخش سوالات تحویلی و سوالات تکمیلی تشکیل شده است. توجه کنید که پاسخ‌دادن به سوالات تکمیلی نمره‌ای اضافه‌ای ندارد.
- ارسال سوال‌ها به فروم‌های اینترنتی و جست‌وجوی پاسخ آن‌ها در اینترنت مجاز نیست.
- می‌توانید با یکدیگر در حل سوالات مشورت کنید؛ اما باید اولاً راه‌حل‌تان را با بیان خودتان بنویسید و ثانیاً نام کسانی که با آن‌ها در حل سوال مشورت کرده‌اید را پیش از پاسخ‌تان به سوال ذکر کنید.
- در صورتی که در مورد تمرین‌ها سوالی و ابهامی داشتید پیشنهاد می‌شود از دستیاران بپرسید. در صورت تشخیص مشابهت در راه‌حل‌ها، با فرض عدم تخلف تصحیح صورت خواهد گرفت اما مستندات بدون اطلاع دانشجو به مراجع ذی‌صلاح جهت بررسی، تصمیم و اقدام ارسال خواهد شد.
- دقت لازم را در نوشتن اثبات‌ها و بیان ادعاها به خرج دهید. علی‌الاصول هر ادعایی که در پاسخ به تمرین‌ها می‌آورید باید با اثبات همراه باشد؛ مگر آن‌که آن گزاره‌ی مزبور در طول درس اثبات شده باشد و یا سوال صراحتاً گفته باشد که نیازی به اثبات نیست.
- برای مرتبط کردن بخش‌های مختلف یک اثبات، به‌جای استفاده از پیکان، از کلمات استفاده کنید. همچنین برای هر منظور از سورها ( $\forall, \exists$ ) استفاده نکنید. پاسخ‌تان به سوالات باید همراه با توضیحات کافی باشد که مصحح بتواند راه‌حل شما را متوجه شود. متن کتاب مرجع را الگو قرار دهید و پاسخ‌تان را طوری بنویسید که هر کسی بتواند آن را دنبال کند و متوجه شود.
- پاسخ‌تان را در فایل‌ای با نام شماره دانشجوییتان در سامانه آپلود کنید. فرمت فایل ارسالی باید حتماً به صورت pdf باشد. اگر از پاسخ‌تان عکس می‌گیرید در نور مناسب این کار را بکنید و توجه کنید که تصویر واضح باشد. فایل ارسالی شما نباید نیاز به چرخاندن (rotation) داشته باشد. توجه کنید که پاسخ‌هایی که موارد قبل در آن رعایت نشده باشند یا ناخوانا و مخدوش باشند تصحیح نخواهند شد.



## تمرینات تحویلی

## سوال ۱

(۶۰ نمره)

در این سوال نیازی به اثبات دقیق نیست اما راه‌حلتان باید با توضیحات کافی و قانع‌کننده همراه باشد.

۱. برای هر زبان فرمال مانند  $L$ ، عملگر  $SUFFIX(L)$  را به صورت

$$SUFFIX(L) = \{v : \exists u \in \Sigma^*, uv \in L\}$$

تعریف می‌کنیم. نشان دهید زبان‌های مستقل از متن تحت این عملگر بسته هستند.

۲. نشان دهید زبان‌های مستقل از متن تحت عملگر زیر بسته هستند:

$$cycle(L) = \{xy : yx \in L\}$$

راهنمایی: می‌دانیم هر زبان مستقل از متن توسط یک ماشین از مدل  $PDA$  پذیرفته می‌شود. با استفاده از توصیفی که برای آن ماشین وجود دارد، توصیف  $PDA$  های دیگری را بیابید که زبان‌های فوق را بپذیرند.

## سوال ۲

(۳۰ نمره)

برای هزیک از قسمت‌های زیر یک  $PDA$  مناسب ارائه دهید. (نیازی به اثبات درستی پاسخ نمی‌باشد).

$$\Sigma = \{a, b\}, L = \{\omega \in \Sigma^* | n_a(\omega) \geq n_b(\omega) \geq 2 \times n_a(\omega)\} \quad \bullet$$

$$\Sigma = \{a, b\}, L = \{\omega \in \Sigma^* | 2 \times n_a(\omega) \neq 3 \times n_b(\omega)\} \quad \bullet$$

## سوال ۳

(۶۰ نمره)

$PDA$  ای مانند  $A$  را در نظر بگیرید که الفبای ورودی آن  $\Sigma$ ، الفبای پشته‌ی آن  $\Gamma$ ، مجموعه‌ی حالت‌های نهایی اش  $F \subseteq Q$  و حالت آغازینش  $q_0$  باشد و سمبل  $Z_0$  نیز برای انتهای پشته استفاده می‌شود. برای چنین  $PDA$  ای، زبان پشته‌ی  $A$  را به این صورت تعریف می‌کنیم که

$$SL(A) = \{\alpha \in \Gamma^* : \exists x \in \Sigma^*, \exists q \in F : (q_0, x, \alpha) \vdash^* (q, \epsilon, \epsilon)\}$$

نشان دهید  $SL(A)$  یک زبان منظم است.

<sup>1</sup>Stack language



## تمرینات تکمیلی

### سوال ۱

برای هریک از زبان‌های داده شده نشان دهید مستقل از متن هستند یا نه؟

$$\Sigma_1 = \{a, b\}, L_1 = \{\omega\omega \mid \omega \in \Sigma_1^*\} \quad \bullet$$

$$\Sigma_2 = \{a, b, c\}, L_2 = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0; i \neq j; i \neq k; j \neq k\} \quad \bullet$$

$$\Sigma_3 = \{a, b, c\}, L_3 = \{\omega \in \Sigma_3^* \mid n_a(\omega) = n_b(\omega) = n_c(\omega)\} \quad \bullet$$

$$\Sigma_4 = \{a, b, c\}, L_4 = \{a^i b^j c^k \mid k = \max(i, j)\} \quad \bullet$$

### سوال ۲

نشان دهید اگر  $G$  گرامر مستقل از متن به فرم چامسکی باشد، برای تولید هر رشته به طول  $n$  که  $(n > 0)$  دقیقاً  $2n - 1$  مرتبه از قواعد استفاده می‌شود.

### سوال ۳

گرامر زیر را با مراحل گفته شده در کلاس، به  $PDA$  تبدیل کنید.

$$G = (\{S, T\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow ST \mid bT\} \epsilon, T \rightarrow aaa \mid aSbT\}, S)$$

### سوال ۴

نشان دهید اگر زبان  $L$  با یک  $PDA$  پذیرفته شود، آنگاه  $L$  به کمک  $PDA$  با الفبای پشته با حداکثر دو عضو غیر  $Z_0$  نیز پذیرفته می‌شود.