

شبیه‌سازی رایانه‌ای در فیزیک

ترم پاییز ۱۳۹۹ - دکتر قنبرنژاد

تمرین سری دهم

می‌خواهیم گسترش همکاری در یک سیستم را بررسی کنیم. برای این کار مجموعه‌ای شامل $N = 100$ عضو را در نظر بگیرید که بر روی یک شبکه دو بعدی با طول $L = 10$ با فاصله‌های یکسان قرار دارند. هر یک از اعضا در هر زمان، با ۴ همسایه‌ی خود بر روی شبکه (بالا، پایین، چپ و راست) یک بازی انجام می‌دهد. در این بازی هر عضو می‌تواند از بین دو گزینه‌ی همکاری و عدم همکاری یکی را انتخاب کند. در نتیجه می‌توان ماتریس هزینه-فایده^۱ را برای هر یک از این بازی‌ها رسم کرد. همچنین با توجه به آن که اعضا را یکسان و مشابه فرض کرده‌ایم، این ماتریس برای بازیکن در سطر، ترانهاده‌ی بازیکن در ستون خواهد بود. در جدول زیر، ماتریس هزینه-فایده برای بازیکن ۱ آورده شده است. با توجه به این ماتریس بدیهی است عدم همکاری تعادل این بازی است.

همکاری بازیکن ۱	عدم همکاری بازیکن ۱	
0	2	عدم همکاری بازیکن ۲
8	10	همکاری بازیکن ۲

فرض کنید بازیکن‌ها در زمان صفر استراتژی خود را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنند و بعد از هر بار بازی، این استراتژی را سعی می‌کنند به نحوی بهبود بدهند تا سود بیشتری کسب کنند. برای این کار، پس از آن که تمام اعضا با همسایه‌های خود بازی کردند، به صورتی تصادفی هر عضو یک عضو دیگر در مجموعه را برای مقایسه سودشان انتخاب می‌کند. اگر عضو i برای مقایسه به صورتی تصادفی عضو j را انتخاب کرده باشد، در صورتی که سود i در این مرحله I_i و سود j برابر با I_j باشد، اگر داشته باشیم $I_j \geq I_i$ بازیکن i استراتژی بازیکن j را تقلید می‌کند. اگر $I_j < I_i$ باشد، تقلید استراتژی با احتمال $\exp[-\beta(I_i - I_j)]$ صورت می‌گیرد. در اینجا

$$\beta \in \{0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0\}$$

است. بنابراین در هر واحد زمانی، بازیکن با تمام همسایه‌ها بازی می‌کند و استراتژی خود را با یک عضو تصادفی مقایسه می‌کند. پس از آن به زمان بعد خواهد رفت. برای مطالعه رفتار این مجموعه می‌توان متغیری به صورت

$$Q = \frac{1}{N} \sum_i s_i \quad (1)$$

¹payoff matrix

تعریف کرد که در آن $s_i \in \{0, 1\}$ استراتژی همکاری (۱) یا عدم همکاری (۰) است.

۱ این سیستم شبیه‌سازی کنید. با اندازه‌گیری Q برحسب زمان به ازای $\beta = 1$ نمودار آن را (Q برحسب زمان) رسم کنید. همچنین نمودار Q تعادلی برحسب β را رسم کنید.

۲ با تغییر ماتریس هزینه-فایده، حالت تعادلی سیستم را به همکاری تغییر دهید.

۳ فرض کنید هر بازیکن با احتمال کوچکی ممکن است رفتاری جهش گونه از خود نشان دهد. در این صورت مستقل از آن که با چه بازیکنی خود را مقایسه کرده، استراتژی خود را مخالف استراتژی فعلی خواهد کرد. با در نظر گرفتن جهش با احتمال $p = 0.05$ بخش‌های ۱ و ۲ را تکرار کنید.

همانطور که دیدید، برای ایجاد همکاری در مجموعه می‌توان ماتریس هزینه-فایده را در آن تغییر داد. حال در نظر بگیرید در صورتی که استراتژی یک بازیکن عدم همکاری باشد، با احتمال r ممکن است سودی را که به دست آورده از او بگیریم. همچنین ماتریس هزینه-فایده برای او تغییر می‌کند و تمام درایه‌هایش ۰ می‌شود (در نتیجه بازی جدیدی برای او ساخت شده است). این بازیکن در صورتی که استراتژی خود را به همکاری تغییر دهد، با احتمال $1 - r$ می‌تواند از این بازی خارج شده و به بازی اصلی برگردد.

۴ بدون در نظر گرفتن جهش، به ازای مقادیر مختلف β و $0 \leq r \leq 1$ این بازی را تا رسیدن به رفتاری تعادلی دنبال کنید و نمودار Q برحسب β را با ازای مقادیر مختلف r رسم کنید.

۵ بخش بالا را با در نظر گرفتن احتمال جهش $p = 0.05$ تکرار کنید.

۶ نتایج خود را تحلیل کنید.