

Le barème précisé est indicatif. La clarté de la rédaction sera pris en compte dans la note.
Le sujet comprend 4 pages.

1. Profondeur itérative et recherche non informée (4 pts)

- a. Soit le graphe d'états de la figure 1. Les successeurs d'un noeud sont développés dans l'ordre alphabétique. Appliquez une recherche en largeur d'abord, en profondeur d'abord sur cet arbre (numérotez l'ordre de développement des noeuds). Donnez les propriétés de ces deux types de recherche ainsi que leur complexité en temps et en espace.
- b. Appliquez l'algorithme de profondeur itérative donné en annexe à ce même arbre de recherche en prenant $f(n) = \text{profondeur de } n \text{ dans l'arbre de recherche}$, pour tout noeud n appartenant à l'arbre de recherche. Quel est l'avantage de la recherche à profondeur itérative par rapport à la recherche en profondeur d'abord et largeur d'abord ?

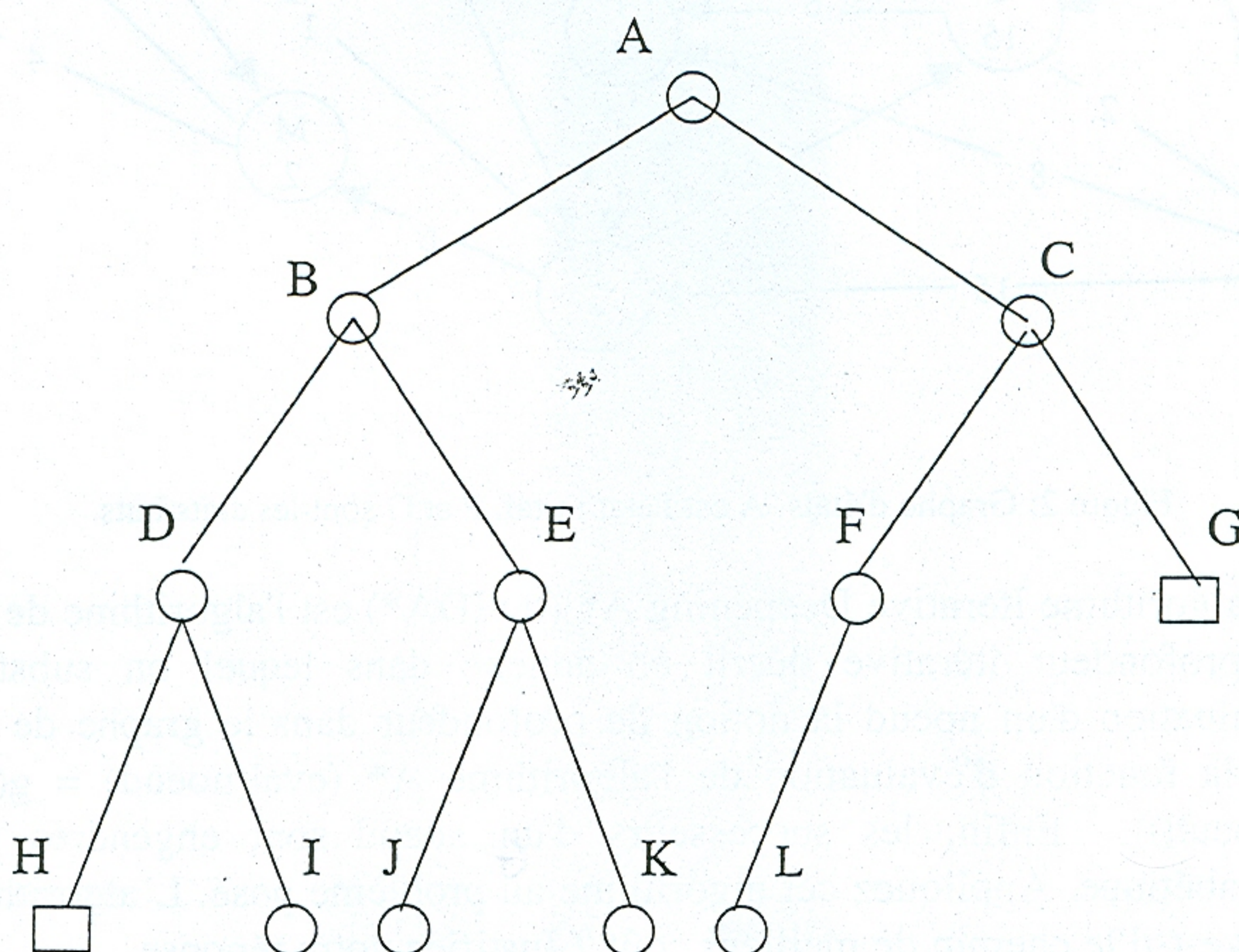


Fig 1: Graphe d'état. Les deux noeuds solutions sont notés par des carrés

2. Recherche A* et profondeur itérative (10 pts)

Le graphe d'états de la figure 2 décrit un ensemble d'états A,B,C,... reliés entre eux par des arcs valués. Le problème posé consiste à trouver le meilleur chemin (en terme de coût) entre l'état initial A et un des deux états terminaux P ou Q. A chaque noeud n est associée une valeur numérique $h(n)$ caractérisant de façon heuristique une approximation de la distance séparant n et un des états buts.

- a. Appliquez l'algorithme A* afin de trouver un chemin entre A et un des états buts. Ce chemin est-il le chemin de meilleur coût ? Justifiez votre réponse. Quel est le nombre de nœuds engendrés lors de la recherche ? Quel est le nombre de nœuds développés ?

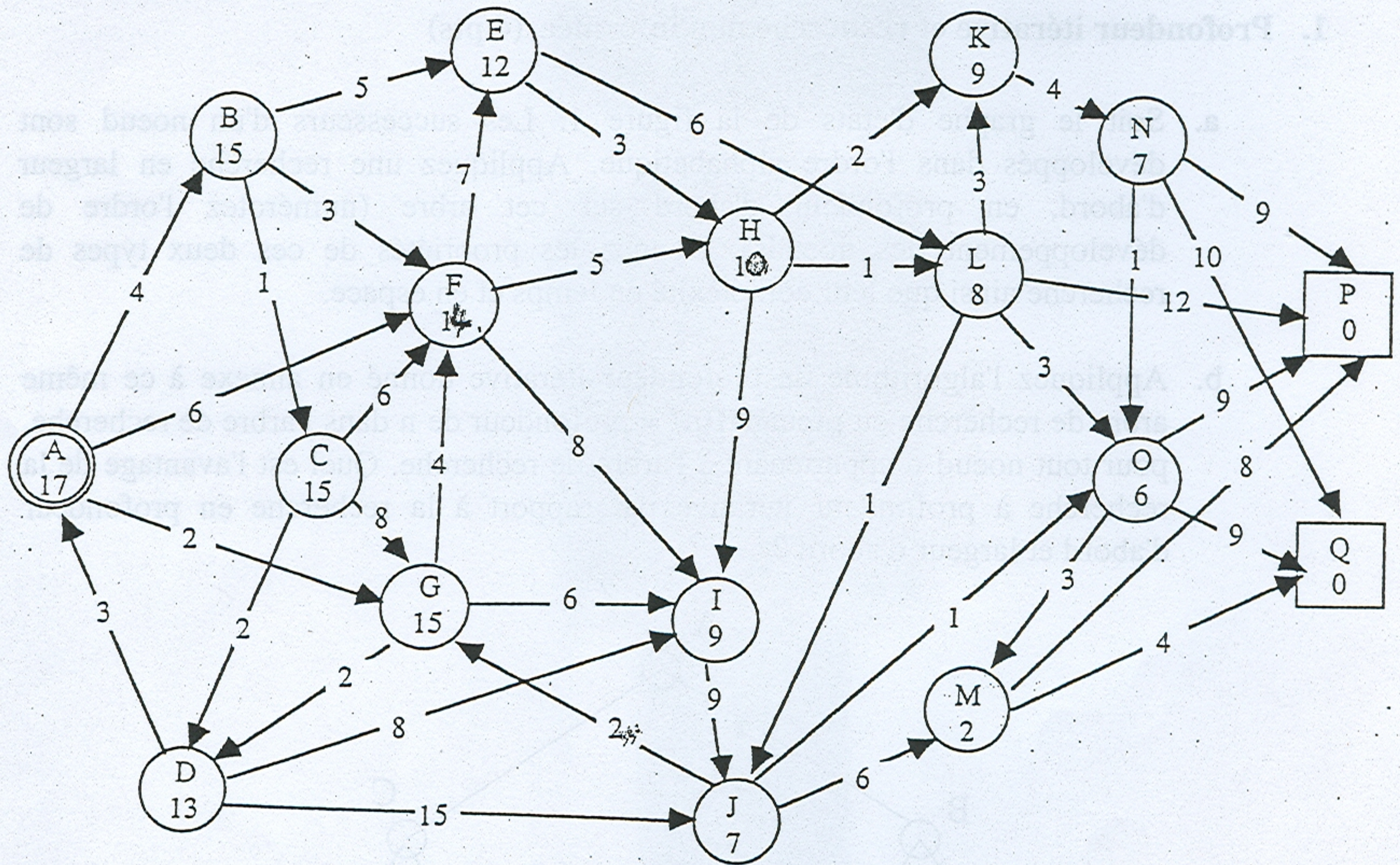


Figure 2: Graphe d'états, A est l'état initial, P et Q sont les états buts.

- b. L'algorithme Iterative Deepening A* (ou IDA*) est l'algorithme de recherche en profondeur itérative décrit en annexe dans lequel on substitue pour l'évaluation d'un nœud la notion de profondeur dans le graphe de recherche par la fonction d'évaluation de l'algorithme A* ($\text{eval}(\text{nœud}) = g(\text{nœud}) + h(\text{nœud})$). Enfin, les successeurs d'un nœud sont engendrés par ordre alphabétique. Appliquez cet algorithme au problème posé. L'algorithme IDA* trouve-t-il le chemin de meilleur coût ? Justifiez votre réponse.
- c. Comparez le nombre de nœuds développés au cours de toute la recherche IDA* par rapport à la recherche A*. Quand et pourquoi la stratégie IDA* vous paraît-elle plus adaptée que l'algorithme A* ?

3. Recherche Alpha bêta (6 pts)

Considérons l'arbre de jeu donné à la figure 3. Appliquez l'algorithme alpha-bêta de gauche à droite (ordre alphabétique sur les successeurs) puis de droite à gauche (ordre anti-alphabétique sur les successeurs). Que constatez vous ? Expliquez.

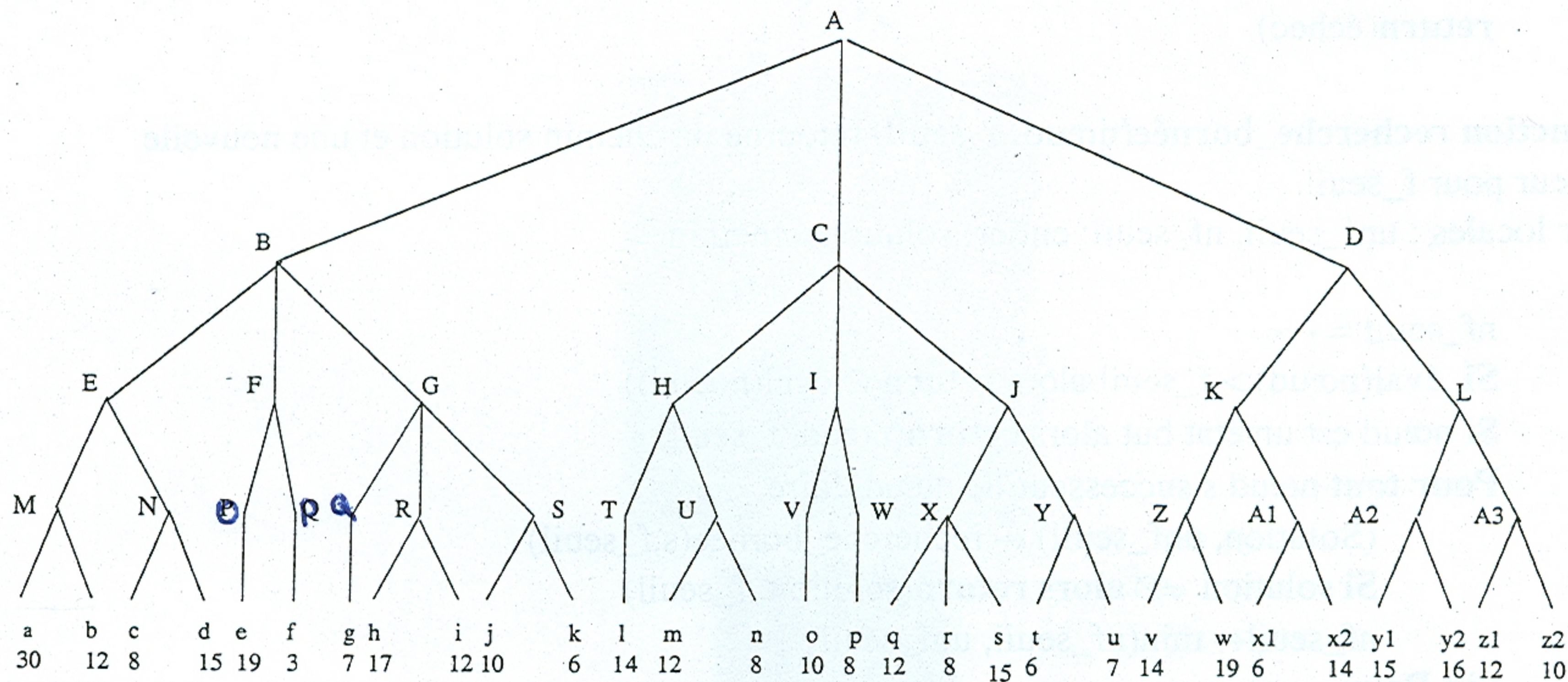


Fig 3: Arbre de jeu. La racine est max.

Annexe

I. Algorithme de recherche en profondeur itérative

Fonction **profondeur_itérative**(problème) retourne chemin_solution

racine \leftarrow état_initial

f_seuil \leftarrow éval(état_initial)

tant que f_seuil $\neq +\infty$ faire

(solution, f_seuil) \leftarrow recherche_bornée(racine, f_seuil)

si solution $\neq \emptyset$ alors **return**(solution)

fin tant que

return(échec)

Fonction **recherche_bornée**(nœud, f_seuil) retourne un chemin solution et une nouvelle valeur pour f_seuil.

Var locales : unf_seuil, nf_seuil: entier; solution : chemin.

nf_seuil = $+\infty$

Si éval(nœud) > f_seuil alors **return**(\emptyset , éval(nœud))

Si nœud est un état but alors **return**(nœud, f_seuil)

Pour tout nœud s successeur de nœud faire

(Solution, unf_seuil) \leftarrow recherche_bornée(s, f_seuil)

Si solution $\neq \emptyset$ alors **return**(solution, f_seuil)

nf_seuil \leftarrow min(nf_seuil, unf_seuil)

Fin Pour

return(\emptyset , nf_seuil).

II. Indications :

1. Un des plus courts chemins pour le problème de la figure 2 est A-F-H-J-O-M-Q et son coût est de 21.
2. La première itération de IDA* sur le problème de la fig. 2 est donnée à la figure suivante:

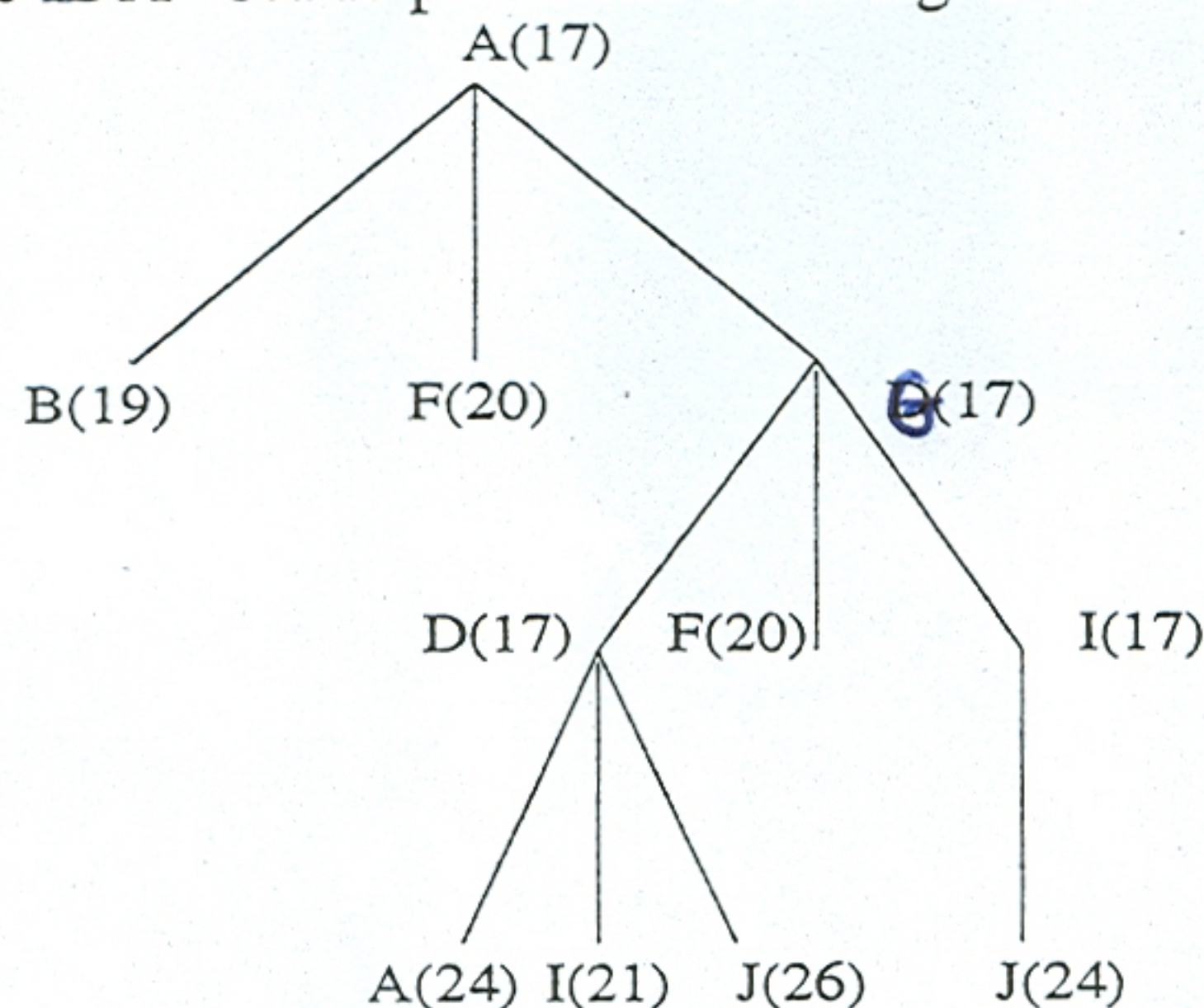


Fig 4 : Une itération de l'algorithme de recherche en profondeur d'abord

Les nombres notés entre parenthèses sont les valeur f des noeuds. La valeur f_seuil retournée à la fonction **profondeur_itérative** après la première itération est 19, la plus petite valeur de f dans l'arbre ayant mené à un échec de développement.