09-11-05
R.C.

TD3 : Modélisation et résolution de problèmes A* et IDA*

Exercice 1 : Missionnaires et Cannibales.

1ère solution :

Etat : C_D C_G C_B
M_D M_G M_B
positionB $\in \{G, D\}$

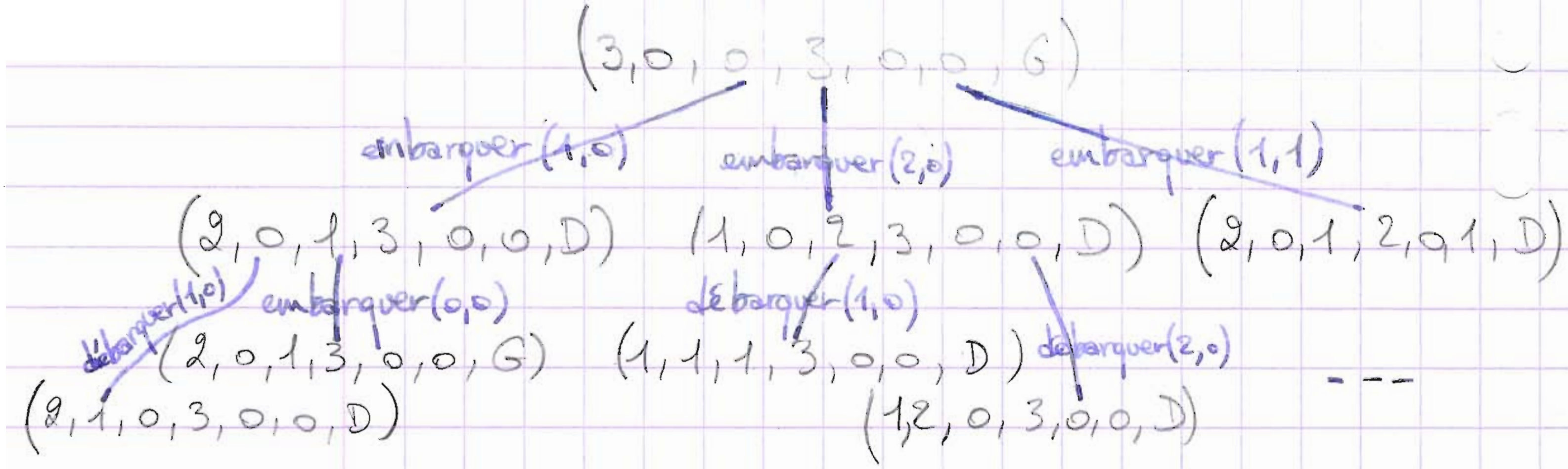
Etat départ : $C_D = 0$ $M_D = 0$ positionB = G
$C_G = N$ $M_G = N$
$C_B = 0$ $M_B = 0$

Etat final : $C_D = N$ $M_D = N$ positionB = D
$C_G = 0$ $M_G = 0$
$C_B = 0$ $M_B = 0$

Opérations :
* embarquer (C, M)

Préconditions : $1 \leqslant C + M + C_B + M_B \leqslant k$
$C + C_B \leqslant M + M_B$ ou $M + M_B = 0$
Si barque à gauche : $M \leqslant M_G$, $C \leqslant C_G$,
$M_G - M = 0$ ou $M_G - M \geqslant C_G - C$
Si barque à droite : $M \leqslant M_D$, $C \leqslant C_D$,
$M_D - M = 0$ ou $M_D - M \geqslant C_D - C$

Postconditions : Si barque à droite : $M_B += M$, $C_B += C$,
$M_D -= M$, $C_D -= C$
positionB = G
Idem si barque à gauche (inversé)



2e solution :

<u>Etat</u> : $(M_G, C_G, M_D, C_D, Pos)$

* <u>initial</u> : $(N, N, 0, 0, G)$
* <u>final</u> : $(0, 0, N, N, D)$

<u>Opérateurs</u> :

* <u>traverserGD (M, C)</u>

<u>Précond</u> :
- $pos = G$
- $1 \leq M + C \leq k$
- $M \leq M_G$, $C \leq C_G$
- $(M_G - M \geq C_G - C)$ ou $(M_G - M = 0)$
- $(M \geq C)$ ou $(M = 0)$
- $(M_D + M \geq C_D + C)$ ou $(M_D + M = 0)$

<u>Postcond</u> :
- $pos \leftarrow D$
- $M_G \leftarrow M_G - M$
- $C_G \leftarrow C_G - C$
- $M_D \leftarrow M_D + M$
- $C_D \leftarrow C_D + C$

* <u>traverserDG (M, C)</u>

Idem inversé

3e solution :

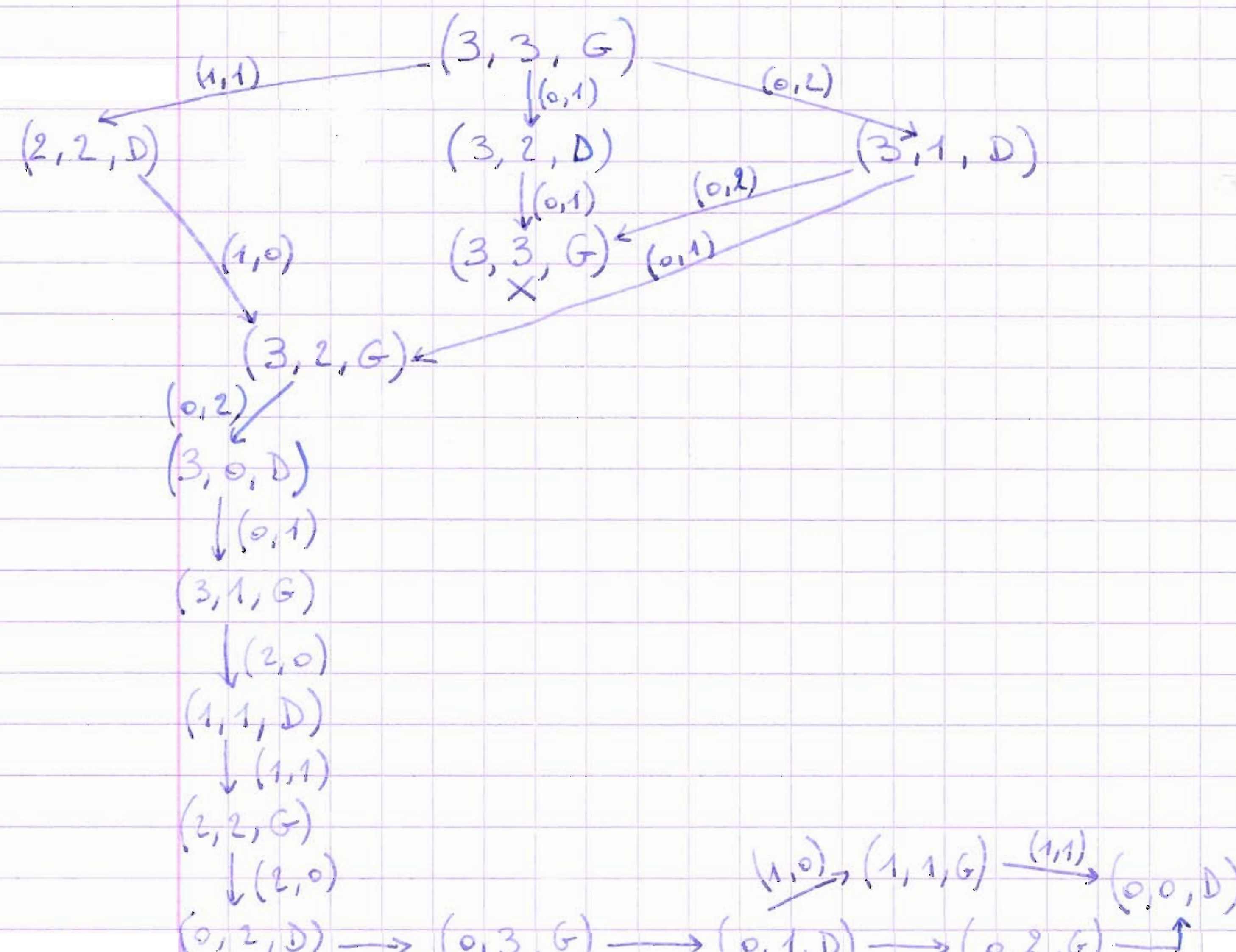
Etat : (M_G, C_G, pos)

* initial : (N, N, G)
* final : $(0, 0, D)$

Opérateurs :

* traverserGD (M, C)

Précond :
- $pos = G$
- $1 \leq M + C \leq k$
- $M \leq M_G$, $C \leq C_G$
- $(M_G = C_G)$ ou $(M_G = 0)$ ou $(M_G = N)$



Exercice 2 : A* et IDA*

cf. feuilles avec les graphes.

Preuve : A* est admissible.

G_1 : état but optimal
G_2 : état but non-optimal
n : état sur le chemin optimal

f^* : coût du meilleur chemin.
$\rightarrow f(n) \leqslant f^*$ car h admissible (minorante).

Supposons que G_2 soit sélectionné avant n par A*.

$f(G_2) \leqslant f(n)$
$\rightarrow f(G_2) \leqslant f^*$
$\rightarrow g(G_2) \leqslant f^*$ car $h(G_2) = 0$.

Contradiction : G_2 est la solution optimale et est sélectionné avant n ou G_1 est la solution optimale et n est sélectionné avant G_2.

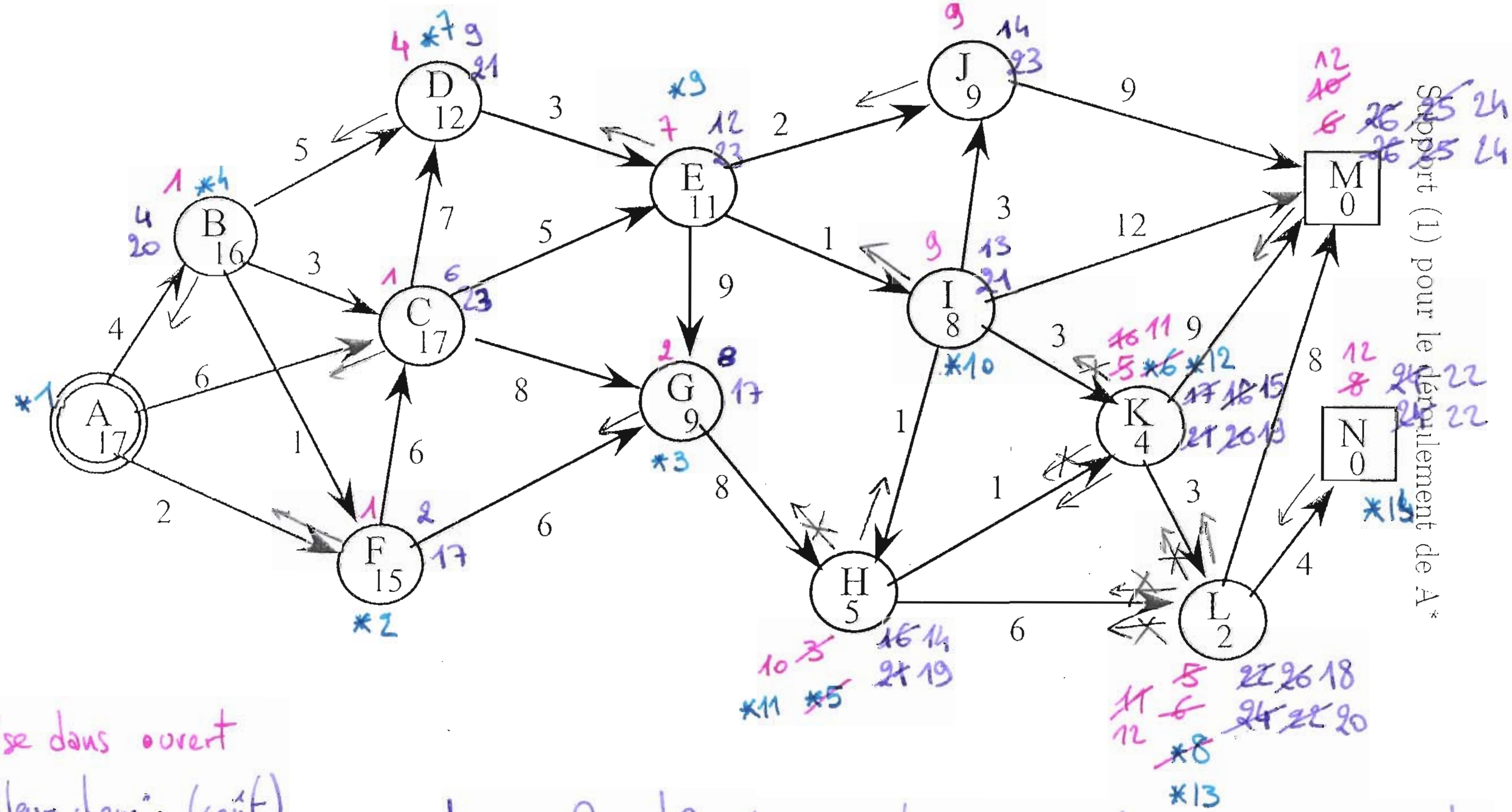
Structures de données :

Ouvert : Tas. + Table de Hachage $\rightarrow$ test si 1 noeud est ds Ouvert
$\downarrow$
sort le + petit remplissage.

Fermé : table de Hachage $\rightarrow$ est-ce qu'un noeud est dans Fermé ?

Support (1) pour le déroulement de A*

Quand 2 nœuds ont la m̂ valeur de f, on a choisi ici le nœud ayant la + petite valeur heuristique h.



1 : étape mise dans ouvert

4 : g : meilleur chemin (coût)

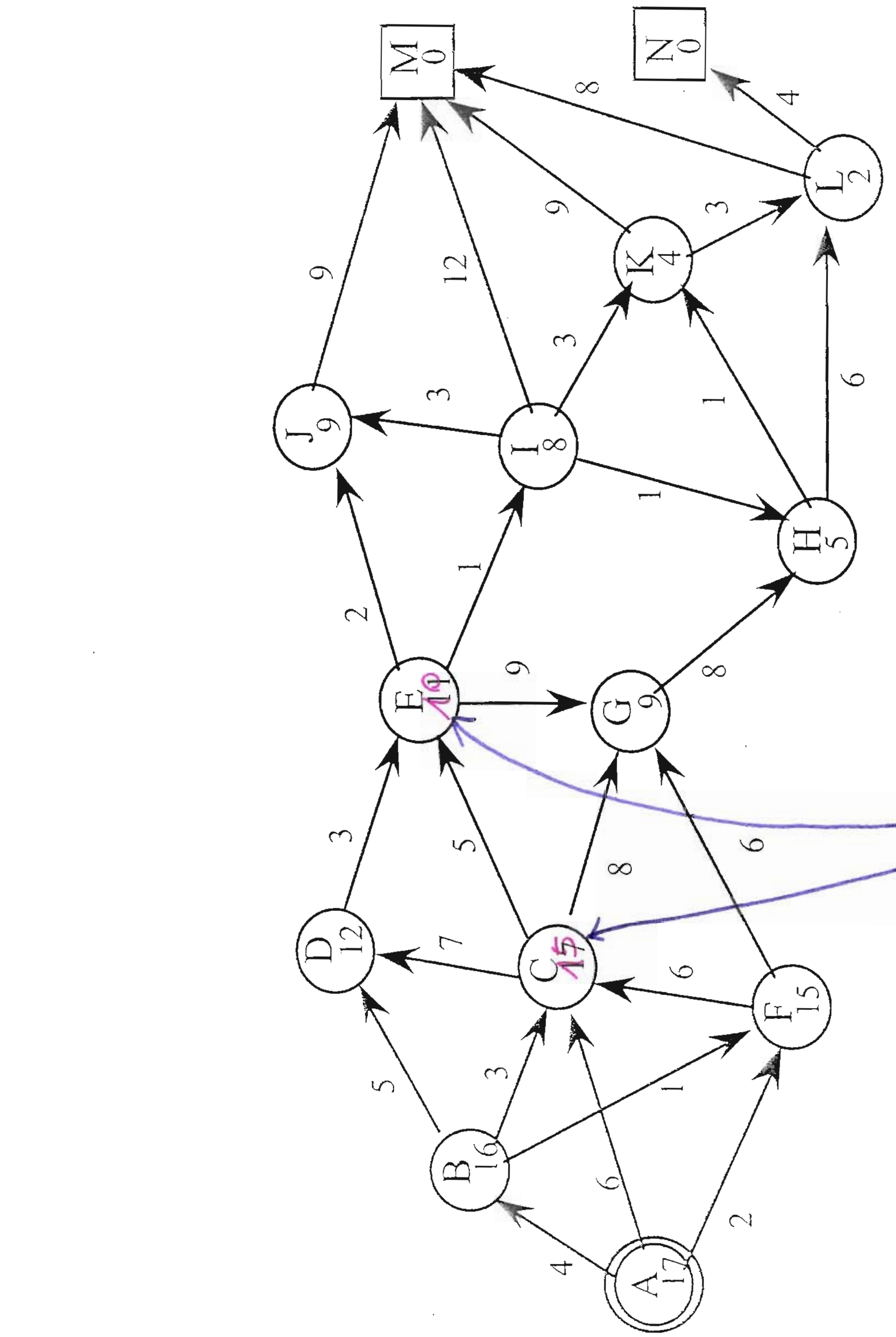
20 : f = g + h

*2 : étape mise dans fermé

→ : meilleur père

La fonct° heuristique n'est pas minorante → on ne trouve pas le + court chemin.

Support (2) pour le déroulement de A* après modifications

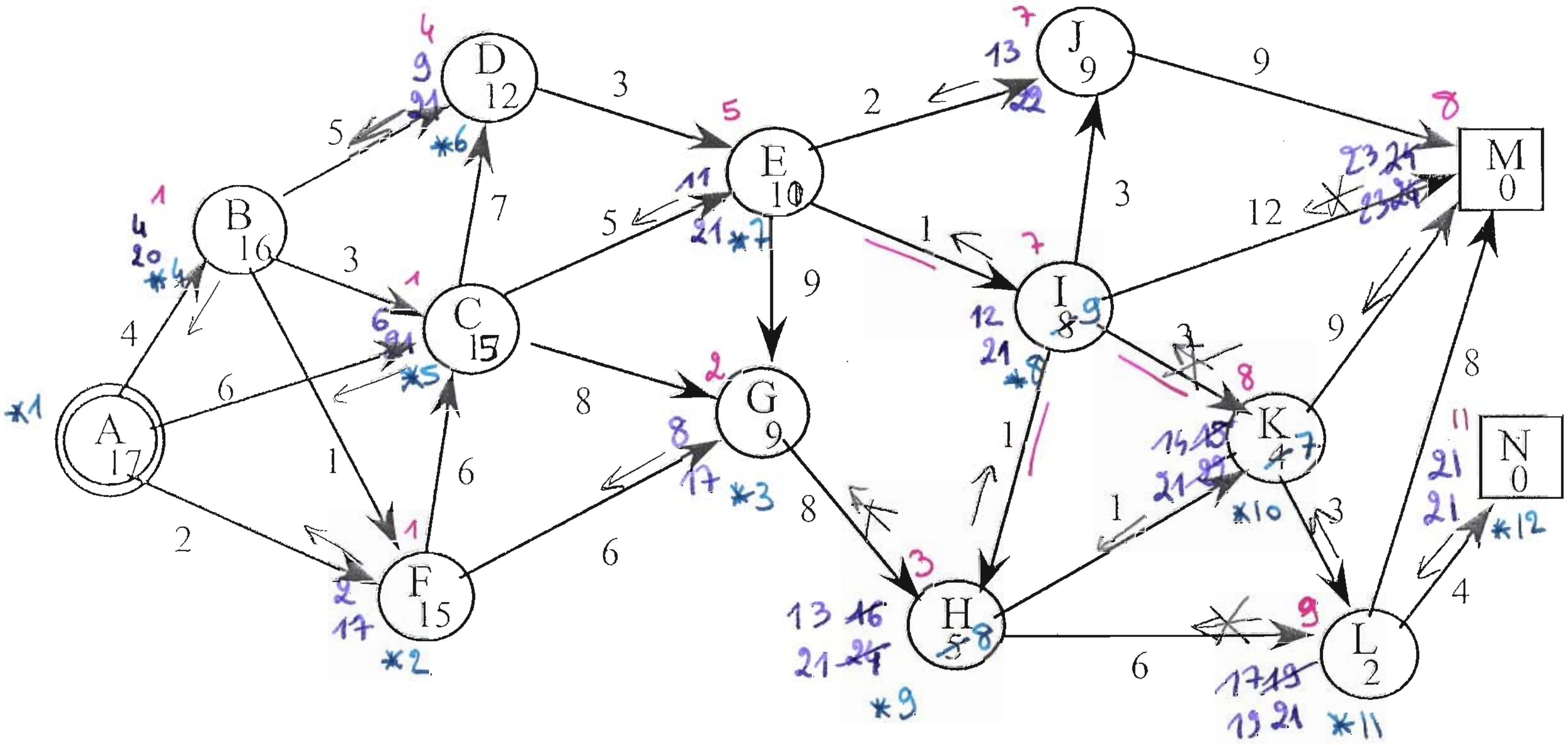


On regarde le + court chemin du noeud vers le noeud but et h doit être une sous-estimation du coût de ce chemin.

Il faut que $\forall$ noeud n, $H(n) \leq C(n,k) + H(k)$
↳ coût de l'arc n à k (dans le sens de l'arc)

— liens pour lesquels la fonct° H n'est pas monotone.

Support (3) pour le déroulement de IDA*



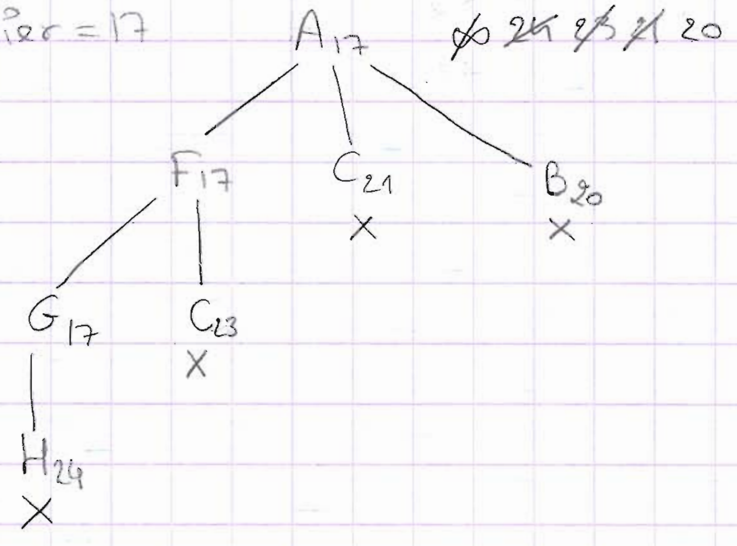
Quand 2 noeuds ont la m̂ valeur de f, on a choisi ici le noeud avec la + petite lettre dans l'ordre alphabétique.

On ne fait pas 1 recherche en profondeur car ça ne garantierait pas l'optimalité.

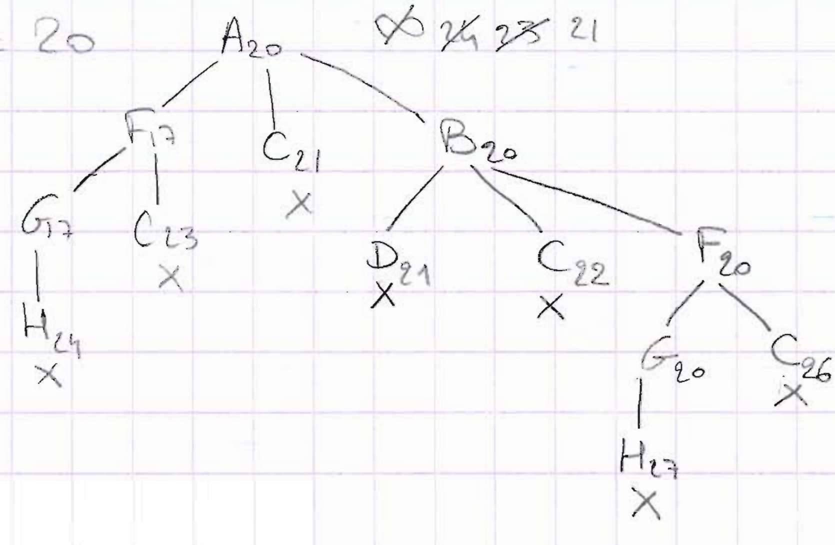
⇒ IDA* : recherche en profondeur bornée + iterative deepening.

Ici, on commence avec le palier à $17 = h(A)$.
On arrête de descendre sur 1 branche quand $f = g + h >$ palier $= 17$.
On remonte la valeur blocante sur chaque branche : la + petite sera le prochain palier choisi.

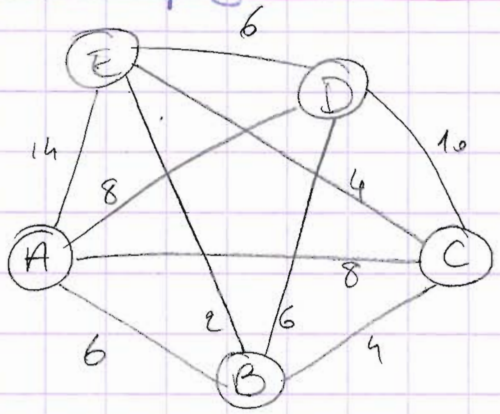
Palier = 17



Palier = 20



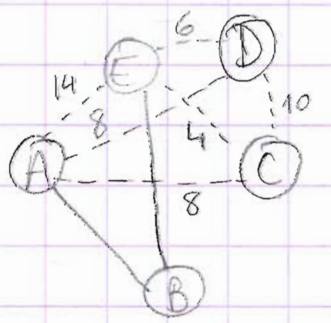
Pb. du voyageur de commerce.



On peut appliquer A* sur le pb. du voyageur de commerce.

Etat initial : A
Etat final : une permutat° de ABCDEA
Etat : liste ordonnée des noeuds déjà visités.

<u>Heuristiques</u> : * nb. de noeuds pas visités.
minorante si ts les coûts ≥ 1
* moyenne des coûts des arcs restants.
pas minorante.
* pour chaque noeud, le coût min des arcs encore empruntables
(multiplié par le nb. d'arcs restants.)



$\Longrightarrow 4 + 6 + 8$