



نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها تمرین‌های سری سوم

علی حیدری

۱۸ اردیبهشت ۱۳۹۸

فهرست مطالب

۱	pumping lemma
۲	S-grammar
۴	CYK و چامسکی
۵	گریباخ

pumping lemma ۱

با استفاده از pumping lemma نشان دهید که زبان‌های زیر منظم نیستند.

$$L = \{a^n : n = 2^k, k \geq 0\} \quad ۱.$$

پاسخ.

$$\begin{aligned} w &= a^{2^p} \rightarrow w = xyz \\ |xy| &= p \quad z = 2^p - p \\ y &= a^k \quad k \in (1, p) \rightarrow w = x^{p-k} y^k z^{2^p-p} \end{aligned}$$

با فرض منظم بودن L باید داشته باشیم:

$$2^p + k < 2^{p+1}$$

پس:

$$2^p + k < 2^p + p < 2^p + 2^p < 2^{p+1} \Rightarrow \Leftarrow$$

که خود این تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است. بنابر این xyz در زبان L وجود ندارد پس L منظم نیست.

$$L = \{a^n b^l : L \leq n \leq 2L\} \quad ۲.$$

پاسخ.

$$w = a^{2p} b^p \quad y = a^k \Rightarrow w' = a^{2p+k} b^p \in L \quad k \in (1, p)$$

با فرض منظم بودن L باید داشته باشیم:

$$p < 2p + k < 2p \Rightarrow \Leftarrow$$

که خود این تناقض است پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است.

$$L = \{a^n b^m : n \neq m\} \quad ۳.$$

پاسخ.

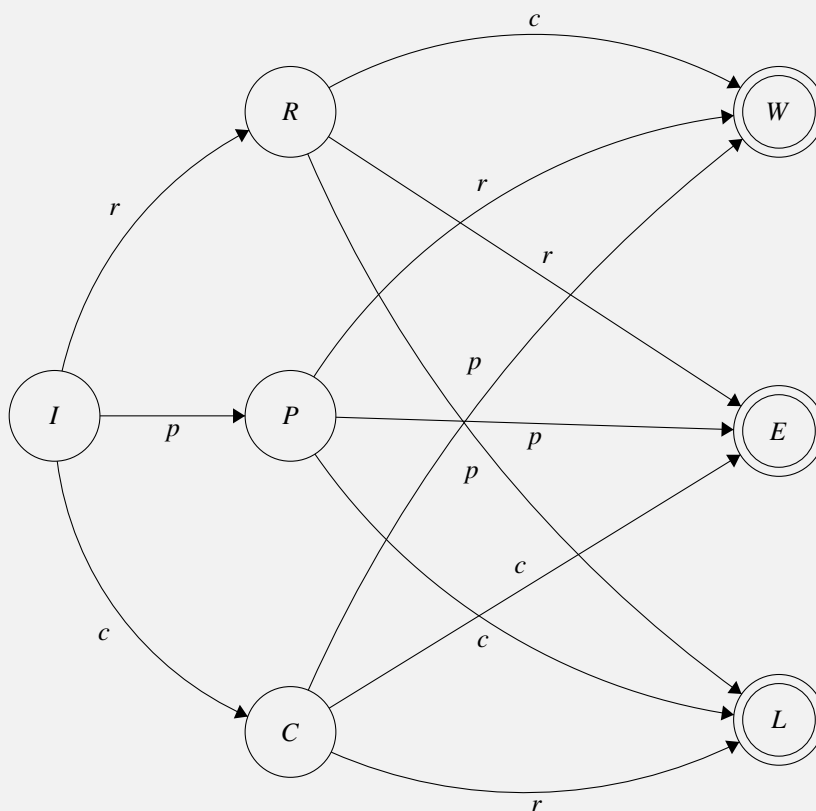
$$L = \{x \in \{a, b\}^* : x = a^n b a^m b a^{\max(m, n)}\} \quad ۴.$$

پاسخ.

۲ S-grammer

آ یک راند بازی سنگ، کاغذ، قیچی دو نفره را رسم کنید ی برای آن یک S-grammar بنویسید. دقت کنید ترنژیشن‌ها سنگ، کاغذ و قیچی‌اند.

پاسخ. طبق قوانین بازی داریم:



با توجه به شکل داریم:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow rR|pP|cC \\ R &\rightarrow cW|rE|pL \\ P &\rightarrow rW|pE|cL \\ C &\rightarrow pE|cE|rL \end{aligned}$$

ب) گرامر زیر را ساده کنید و نتیجه‌ی نهایی را در صورت امکان به فرم S-grammar بنویسید.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Aa|B \\ A &\rightarrow aA \\ B &\rightarrow bC|a \\ C &\rightarrow a|\lambda \end{aligned}$$

پاسخ. مرحله‌ی اول:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Aa|B \\ A &\rightarrow aA \\ B &\rightarrow bC|a|b \\ C &\rightarrow a \end{aligned}$$

مرحله‌ی دوم:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Aa|B \\ A &\rightarrow aA \\ B &\rightarrow ba|a|b \end{aligned}$$

مرحله‌ی سوم:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow B \\ B &\rightarrow ba|a|b \end{aligned}$$

مرحله‌ی چهارم:

$$S \rightarrow ba|a|b$$

مرحله‌ی پنجم:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow bS'|a \\ S' &\rightarrow a|\lambda \end{aligned}$$

۳ CYK و چامسکی

گرامر زیر را به فرم نرمال چامسکی ببرید سپس با رسم جدول مربوطه‌اش به کمک الگوریتم CYK و فرم نرمال چامسکی وجود رشته‌ی $abaaba$ را در زبان آن بررسی کنید.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A|B \\ A &\rightarrow aBa|\lambda \\ B &\rightarrow bAb|\lambda \end{aligned}$$

پاسخ. مرحله‌ی اول (حذف کردن انتقال $B \rightarrow \lambda$):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A|B|\lambda \\ A &\rightarrow aBa|\lambda|aa \\ B &\rightarrow bAb \end{aligned}$$

مرحله‌ی دوم (حذف کردن انتقال $A \rightarrow \lambda$):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A|B|\lambda \\ A &\rightarrow aBa|aa \\ B &\rightarrow bAb|bb \end{aligned}$$

مرحله‌ی سوم (حذف انتقال $S \rightarrow B$):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A|\lambda|bAb|bb \\ A &\rightarrow aBa|aa \\ B &\rightarrow bAb|bb \end{aligned}$$

مرحله‌ی چهارم (حذف انتقال $S \rightarrow A$)

$$S \rightarrow \lambda | bAb | bb | aBa | aa$$

$$A \rightarrow aBa | aa$$

$$B \rightarrow bAb | bb$$

فرم نرمال چامسکی:

$$S \rightarrow \lambda | T_b V_1 | T_b T_b | T_a V_2 | T_a T_a$$

$$V_1 \rightarrow AT_b$$

$$V_2 \rightarrow BT_a$$

$$A \rightarrow T_a V_2 | T_a T_a$$

$$B \rightarrow T_b V_1 | T_b T_b$$

$$T_a \rightarrow a$$

$$T_b \rightarrow b$$

بررسی وجود رشته با استفاده از الگوریتم CYK:

1)	a T_a	b T_b	a T_a	a T_a	b T_b	a T_a
2)	ab ×	ba ×	aa S, A	ab ×	ba ×	
3)	aba ×	baa ×	aab V_1	aba ×		
4)	abaa ×	baab B, S	aaba ×			
5)	abaab ×	baaba V_2				
6)	abaaba S, A					

چون S در متغیرهای پایانی وجود دارد رشته‌ی *abaaba* در این زبان وجود دارد.

۴ گریباخ

گرامر زیر را به فرم گریباخ درآورید.

$$S \rightarrow Sa | Ab$$

$$A \rightarrow B | BC$$

$$B \rightarrow bC$$

$$C \rightarrow c$$

پاسخ. مرحله‌ی اول:

$$S \rightarrow Sa | Ab$$

$$A \rightarrow B | Bc$$

$$B \rightarrow bc$$

مرحله ی دوم:

$$S \rightarrow Sa|Ab$$

$$A \rightarrow Bc|bc$$

$$B \rightarrow bc$$

مرحله ی سوم

$$S \rightarrow AbX$$

$$X \rightarrow aX|\lambda$$

$$B \rightarrow bc$$

$$A \rightarrow Bc|bc$$

مرحله ی سوم

$$S \rightarrow AbX$$

$$X \rightarrow aX|\lambda$$

$$B \rightarrow bc$$

$$A \rightarrow bcc|bc$$

مرحله ی چهارم

$$S \rightarrow AbX$$

$$X \rightarrow aX|\lambda$$

$$B \rightarrow bc$$

$$A \rightarrow bcX_2$$

$$X_2 \rightarrow c|\lambda$$

مرحله ی پنجم

$$S \rightarrow AT_bX$$

$$X \rightarrow aX|\lambda$$

$$B \rightarrow bT_c$$

$$A \rightarrow bT_cX_2$$

$$X_2 \rightarrow c|\lambda$$

$$T_c \rightarrow c$$

$$T_b \rightarrow b$$