

GAUSSIAN MIXTURE MODELS

Ali Akbar Septiandri

Universitas Al-Azhar Indonesia

aliakbars@live.com

May 26, 2020

SELAYANG PANDANG

① MOTIVASI

② GAUSSIAN MIXTURE MODELS

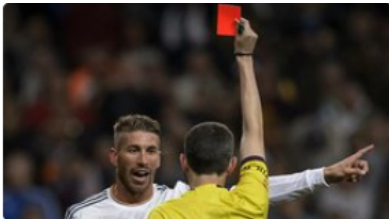
BAHAN BACAAN

- 1 VanderPlas, J. (2016). Python Data Science Handbook. (In Depth: Gaussian Mixture Models)
<http://nbviewer.jupyter.org/github/jakevdp/PythonDataScienceHandbook/blob/master/notebooks/05.12-Gaussian-Mixtures.ipynb>
- 2 Witten, I. H., Frank, E., Hall, M. A., & Pal, C. J. (2016). Data Mining: Practical machine learning tools and techniques. Morgan Kaufmann. (Section 9.3)
- 3 Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2001). The elements of statistical learning (Vol. 1). Springer, Berlin: Springer series in statistics. (Section 14.3.12)

MOTIVASI

Coba kelompokkan berita-berita berikut...

NEWS CLUSTERING



Antihero Sergio Ramos Berpotensi Membuatmu Jadi Moralis

Sergio Ramos memantik orang untuk bicara tentang moral, etika, dan sportivitas. Itulah arti penting antihero.

NEWS CLUSTERING



Debar dan Getar Jiwa Nabi Muhammad Kala Menerima Wahyu Pertama

Peristiwa turunnya wahyu pertama adalah momen paling menggetarkan dalam hidup Nabi Muhammad.

NEWS CLUSTERING

Mohamed Salah di Antara Pemain Muslim, Puasa, dan Liga Champions



GAMBAR: Agama? Olahraga?

Apakah **sepakbola** harus dibedakan dengan **olahraga**?
Bagaimana dengan **fikih** dan **akidah**?

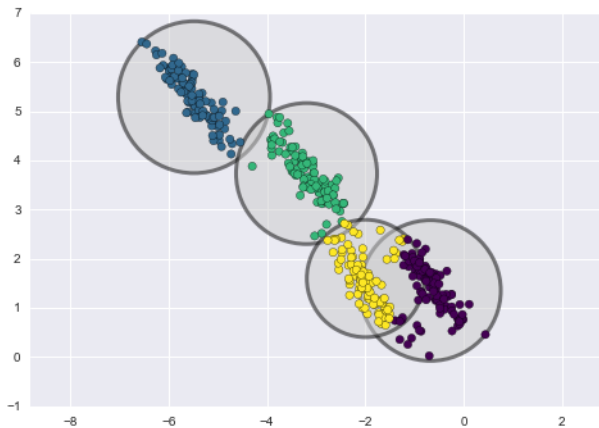
JENIS-JENIS CLUSTERING

- ① Tujuan:
 - ① Monothetic: *common property*
 - ② Polythetic: kemiripan data dengan pengukuran jarak
- ② Irisan:
 - ① Hard clustering
 - ② Soft clustering
- ③ Flat vs hierarchical

k-Means

Polythetic, hard boundaries, flat

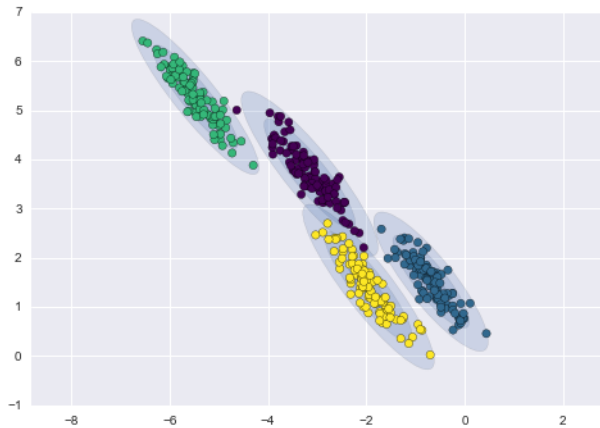
K-MEANS



Gaussian Mixture Models

Polythetic, soft boundaries, flat

GMM

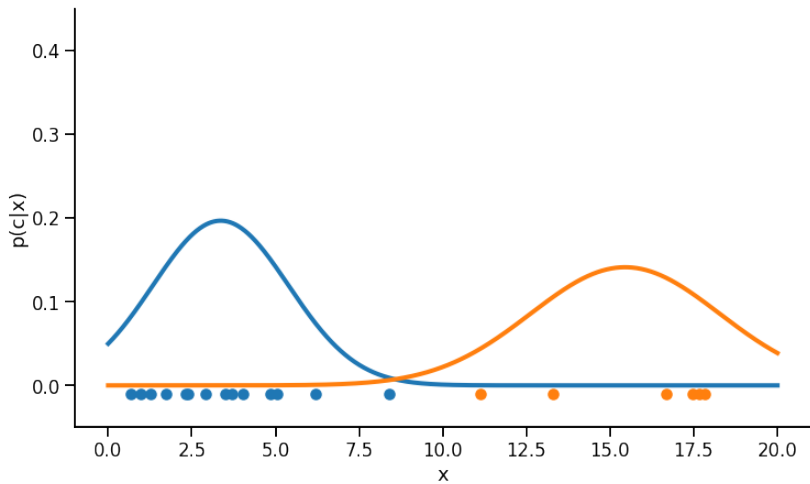


GAUSSIAN MIXTURE MODELS

MIXTURE MODELS

- Pendekatan probabilistik untuk *clustering*
- Setiap klaster adalah model generatif, e.g. Gaussian atau multinomial
- Menggunakan parameter
- Didasarkan pada algoritma Expectation Maximisation (EM)

MIXTURE MODELS 1D



Bagaimana kalau kita tidak tahu kelasnya?

EXPECTATION MAXIMISATION (EM)

- 1 Inisialisasi dengan dua Gaussians secara acak (μ_a, σ_a^2) , (μ_b, σ_b^2)
- 2 Ulangi hingga konvergen

A. **E-step:** Apakah x_i terlihat masuk ke a atau b , i.e. $P(a|x_i)$?¹

$$a_i = P(a|x_i) = \frac{P(x_i|a)P(a)}{P(x_i)}$$

$$b_i = P(b|x_i) = 1 - a_i$$

B. **M-step:** Perbaiki nilai (μ_a, σ_a^2) , (μ_b, σ_b^2)

$$\mu_a = \frac{a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

$$\sigma_a^2 = \frac{a_1(x_1 - \mu_a)^2 + \dots + a_n(x_n - \mu_a)^2}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$$

¹Bayes' rule!

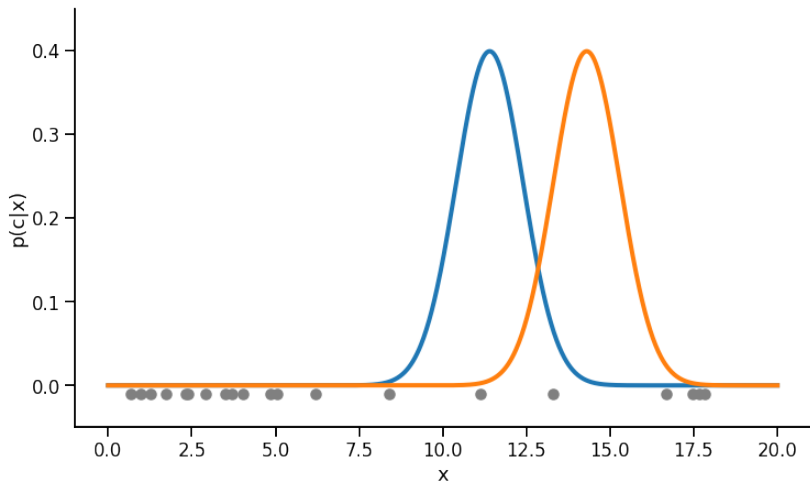
PRIOR DARI BAYES' RULE

- Bisa dibuat tetap, atau
- Dibuat berubah-ubah, i.e.

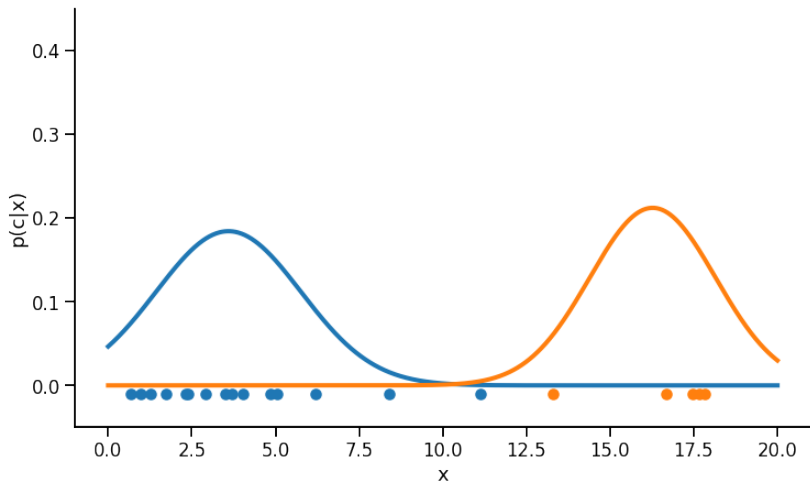
$$P(a) = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$$

$$P(b) = 1 - P(a)$$

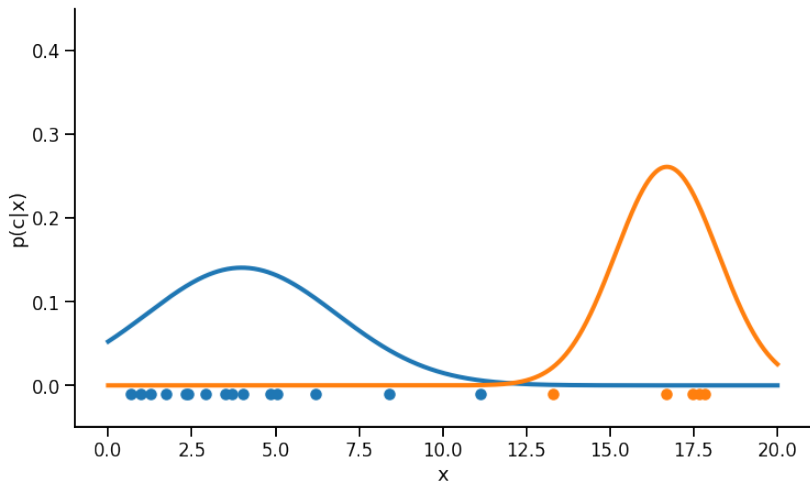
MIXTURE MODELS 1D



MIXTURE MODELS 1D



MIXTURE MODELS 1D



BERAPA NILAI K?

- Model probabilistik \rightarrow *maximum likelihood*

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \sum_{k=1}^K P(x_i|k)P(k)$$

$$\mathcal{L} = \log P(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \log \sum_{k=1}^K P(x_i|k)P(k)$$

BERAPA NILAI K?

- Model probabilistik \rightarrow *maximum likelihood*

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \sum_{k=1}^K P(x_i|k)P(k)$$

$$\mathcal{L} = \log P(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \log \sum_{k=1}^K P(x_i|k)P(k)$$

- \mathcal{L} bisa dimaksimalkan dengan membuat $K = n \rightarrow$ *overfitting!*

BERAPA NILAI K?

- Model probabilistik \rightarrow *maximum likelihood*

$$P(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n \sum_{k=1}^K P(x_i|k)P(k)$$

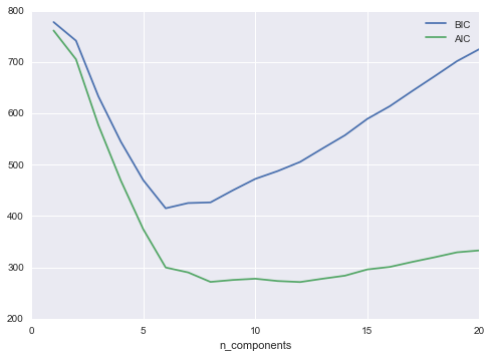
$$\mathcal{L} = \log P(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \log \sum_{k=1}^K P(x_i|k)P(k)$$

- \mathcal{L} bisa dimaksimalkan dengan membuat $K = n \rightarrow$ *overfitting!*
- Occam's razor
 - Bayes. Inf Criterion (BIC): $\max_p(\mathcal{L} - \frac{1}{2}p \log n)$
 - Akaike Inf Criterion (AIC): $\min_p(2p - \mathcal{L})$

dengan \mathcal{L} adalah *log likelihood* dan p adalah jumlah parameter

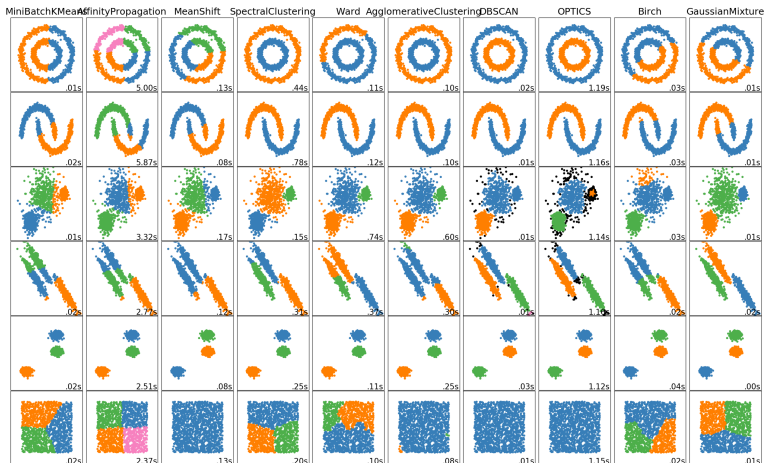
Tenang, sudah ada di scikit-learn!

AIC DAN BIC



GAMBAR: Nilai terbaik adalah saat `n_components` antara 8-12
[VanderPlas, 2016]

PERBANDINGAN ALGORITMA



GAMBAR: Intuisi cara kerja algoritma dengan visualisasi, mungkin tidak berlaku di dimensi tinggi [Pedregosa et al., 2019]

IKHTISAR

- ➊ GMM adalah algoritma *clustering* yang bersifat *polythetic*, *soft boundary*, dan *flat*
- ➋ GMM adalah pendekatan probabilistik untuk *clustering*
- ➌ Algoritma Expectation-Maximisation (EM) yang digunakan seperti halnya di k-Means
- ➍ Konsep AIC dan BIC untuk menggambarkan kompleksitas dari model

REFERENSI



Jake VanderPlas (2016)

In Depth: Gaussian Mixture Models

[http://nbviewer.jupyter.org/github/jakevdp/
PythonDataScienceHandbook/blob/master/notebooks/05.
12-Gaussian-Mixtures.ipynb](http://nbviewer.jupyter.org/github/jakevdp/PythonDataScienceHandbook/blob/master/notebooks/05.12-Gaussian-Mixtures.ipynb)



Fabian Pedregosa et al. (2019)

Comparing different clustering algorithms on toy datasets

[https://scikit-learn.org/stable/auto_examples/cluster/plot_
cluster_comparison.html](https://scikit-learn.org/stable/auto_examples/cluster/plot_cluster_comparison.html)

Terima kasih