Применение принципа установления к численному решению жестких обыкновенных дифференциальных уравнений *Фалейчик Б. В.*

faleichik@bsu.by

Белорусский государственный университет, Беларусь, Минск

Как известно, многие классические итерационные численные методы могут быть представлены как процессы решения некоторой нестационарной диссипативной задачи, имеющей в качестве положения равновесия искомую неподвижную точку. К таким методам относятся, в частности, классическое семейство двухслойных итерационных схем [1, сс. 258-260], метод наискорейшего спуска [2, стр. 349], метод Ньютона [2, стр. 351]. Стоит отметить, что в рассмотренных примерах для аппроксимации решения нестационарной задачи используются лишь простейшие методы (явный и неявный методы Эйлера).

В докладе речь пойдет о применении принципа установления к решению обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с акцентом на жесткие системы [3]. Для исходной задачи, записанной в виде системы интегральных уравнений Вольтерры на отрезке [0,1], строится нестационарное интегро-дифференциальное уравнение установления, каждое решение которого при увеличении фиктивного времени стремится к искомой интегральной кривой. Дискретизация этого уравнения по явной схеме Эйлера с постоянным шагом дает классический процесс Пикара. Более интересные аналитические итерационные процессы можно получить, используя в качестве базовых схем дискретизации по фиктивному времени семейство методов типа Рунге–Кутты. Построение подобных процессов, обладающих улучшенными свойствами сходимости на жестких задачах, осуществляется путем оптимизации оператора перехода на модельном уравнении Далквиста.

Далее обсуждается построение непосредственно вычислительных алгоритмов путем дискретизации построенных аналитических итерационных процессов методом проекций. Приводятся теоретические и экспериментальные результаты.

Список литературы

- 1. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
- 2. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. П. Численные методы. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2004.
- 3. Faleichik B. V. Analytic iterative processes and numerical algorithms for stiff problems // Computational Methods In Applied Mathematics, Vol.8 (2008), No.2, pp.116–129.