



به نام خدایی که از نسبت محیط دایره به قطرش آگاه است

هفته نامه ریاضی نیک پرور - شماره ۱

مبحث علمی: عدد نپر

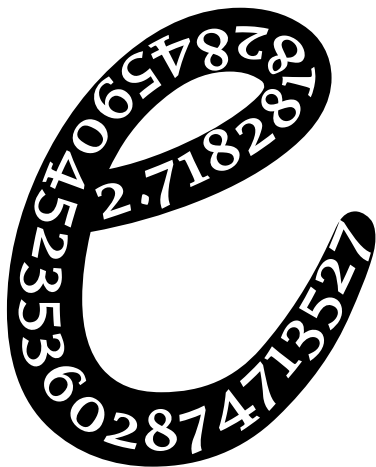
فرض کنید شما در بانک آ یک حساب بانکی باز کردید و در آن یک میلیارد تومان پول گذاشتید! بانک آ بانک خوش حسابی است و هر سال ۱۰۰ درصد سود واریز می کند. یعنی بعد از یک سال دو میلیارد تومان در حساب شما پول خواهد بود. فرض کنید بانکی به نام ب وجود دارد که شما در آن هم یک میلیارد تومان پول گذاشتید. این بانک هر نیم سال ۵۰ درصد سود واریز می کند. پس بعد از یک سال شما دو میلیارد و دویست و پنجاه میلیون تومان پول خواهید داشت. فرض کنید بانکی به نام ج وجود دارد که هر $1/k$ سال $100/k$ درصد سود واریز می کند و اجازه می دهد که خودتان عدد k را انتخاب کنید. اگر شما k را ۴ قرار دهید که سر هر فصل سود واریز شود؛ بعد از یک سال $۲,۴۴۱,۴۰۶,۲۵۰$ تومان پول خواهید داشت. اگر k را ۱۲ انتخاب کنید که هر ماه سود واریز شود؛ بعد از یک سال $۲,۶۱۳,۰۳۵,۲۹۰$ تومان پول خواهید داشت. اگر k را $۳۱,۵۳۶,۰۰۰$ انتخاب کنید تا هر ثانیه سود واریز شود؛ پس از یک سال $۲,۷۱۸,۲۸۱,۷۸۵$ تومان خواهید داشت. آیا هر چقدر که k را اضافه کنید پولتان بعد از یک سال الی الابد اضافه می شود یا حدی برای آن وجود دارد؟

(نکته: بانک هایی که اینجا مطرح کردیم؛ اعداد کمتر از یک تومان را حساب می کردند. طبیعتاً بانک های واقعی پول کمتر از یک تومان را حساب نمی کنند؛ بنابراین اگر k را $۳۱,۵۳۶,۰۰۰$ انتخاب کنید؛ بعد از یک سال $۲,۶۹۱,۰۴۲,۵۸۶$ تومان پول خواهید داشت.)

هر کاری کنید پولتان از $۲,۷۱۸,۲۸۱,۸۲۹$ تومان بیشتر نمی شود! این عدد برابر $۱,۰۰۰,۰۰۰,۰۰۰ * e$ است. e عددی گنگ است که اگر k را بی نهایت در نظر بگیریم به شکل زیر محاسبه می شود:

$$e = (1 + 1/k)^k$$

طبیعتاً کسی نمی تواند عدد e را به طور دقیق محاسبه کند؛ اما با قرار دادن اعداد بزرگتر به جای k حاصل به e نزدیکتر می شود. برای به دست آوردن e تا دو رقم اعشار k را برابر ۱۰۰۰ قرار می دهیم، برای به دست آوردنش تا پنج رقم اعشار k را برابر یک میلیون قرار می دهیم، برای هشت رقم اعشار k را برابر یک میلیارد قرار می دهیم.


$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots$$

عدد نپریا e برای اولین بار توسط یک تاجر به نام ژاکوب برنولی از طریق همین مسأله‌ی سود بانکی کشف شد. اکنون این عدد را تا میلیاردها رقم اعشار محاسبه کرده‌اند.

(الف) فرض کنید در امتحانی هستید که در آن تنها به نوشتن یکان پاسخ‌ها نیاز است. بدون محاسبه‌ی پاسخ نهایی، یکان را بنویسید!!!

$$F * q^{1Y}(\mu$$

(ه) اگر a عددی فرد باشد اثبات کنید که $a^2 - 1$ مضرب ۸ است.

کنکور سال ۴۹ و ۵۳