

北京邮电大学
物理实验报告

实验名称 惠斯登电桥测量中值电阻

实验目的：

1. 掌握惠斯登电桥测量中值电阻的原理和特点；
2. 学会利用自搭惠斯登电桥测量未知电阻, 并掌握计算测量结果的不确定度；
3. 学会用箱式单臂电桥测量中值电阻；
4. 了解电桥灵敏度对测量结果的影响, 以及常用减小测量误差的办法。

实验原理与操作步骤[基本物理思想、实验设计原理、物理公式及其意义、电路图（光路图）等；主要操作步骤]

实验原理：

1. 惠斯登电桥的测量原理

惠斯登电桥(也叫单臂电桥), 它的原理如图3. 3. 1所示, 其中 R_1 、 R_2 、 R_s 为阻值可调的标准电阻, R_x 为待测电阻, G 为检流计, E 是电源电动势, R_n 为滑线变阻器。桥臂中的 R_1 、 R_2 为比率臂。调节 R_1 、 R_2 、 R_s , 使B、D间串接的检流计的电流为零, 即 $I_g=0$, 此时电桥处于平衡状态, $U_{AD}=U_{AB}$, 由欧姆定律得

$$I_1 R_1 = I_2 R_x \quad (3.3.1)$$

$$I_1 R_2 = I_2 R_s \quad (3.3.2)$$

由 3.3.1 和 3.3.2 两式可得：

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_s \quad (3.3.3)$$

由 3.3.3 式可知, 只要知道了 R_1 / R_2 和 R_s 就可以得到待测电阻 R_x 。

2. 电桥的灵敏度

3.3.3 式是在电桥平衡的条件下推导出来, 而电桥是否平衡, 在实验上是根据检流计的指针有无偏转来判断的。由于检流计的灵敏度是有限的, 当电桥平衡时, 检流计中不可能绝对没有电流通过, 只不过是 I_g 小到检流计检测不出来, 因此电桥的平衡实际是相对的。我们假设电桥

在 $R_1 / R_2 = 1$ 时调到了平衡, 则有 $R_x = R_s$, 这时若把 R_s 改变一个小量 ΔR_s , 电桥就应失去平衡, 从而检流计就有电流 I_g 通过, 但是, 如果 I_g 小到检流计反应不出来, 我们就会认为电桥是平衡的, 因而得出 $R_x = R_s + \Delta R_s$, ΔR_s 就是由于检流计灵敏度不够所带来的测量误差 ΔR_x , 为此, 我们引入电桥灵敏度 S 的概念, 它的定义是:

$$S = \frac{\Delta n}{\frac{\Delta R_x}{R_x}} \quad (3.3.4)$$

即, S 是桥臂电阻的相对变化 $\Delta R_x / R_x$ (实际上是 $\Delta R_s / R_s$, 因 R_x 是不能变的) 与检流计相应的偏转格数 Δn 的比值。从 3.3.4 式中可以看出, 当 $\Delta R_x / R$ 一定时, Δn 越大, 电桥灵敏度越高。一般情况下, R_1 / R_2 可以不等于 1, 当电桥平衡时, $R_x = R_1 R_s / R_2$, 在平衡点附近, 有 $\Delta R_x \approx R_1 \Delta R_s / R_2$, 两式相比, 可得: $\Delta R_x / R_x \approx \Delta R_s / R_s$ 。可见, 即使 R_1 / R_2 不等于 1, 在计算电桥灵敏度 S 时, 仍可将 $\Delta R_s / R_s$ 替代 $\Delta R_x / R_x$ 。需要注意的是 ΔR_x 不能取太大!

电桥灵敏度反映电桥对电阻相对变化的分辨能力。如果电桥灵敏度高, 则对于待测电阻的微小变化, 检流计将有明显的偏转。例如 $S=100$ 格 $=1$ 格 $/ 1\%$, 那么 R_x 改变 1% 时, 检流计有 1 格的偏转。通常人眼能觉察出 $1/10$ 格的偏转, 也就是说, 该电桥平衡后, R_x 只要改变 0.1% , 人眼是可以分辨的。这样, 由于电桥灵敏度的限制所带来的相对误差不会大于 0.1% 。

为了进一步分析影响电桥灵敏度的各种因素, 改写 3.3.4 式为

$$S = \frac{\Delta n}{\Delta I_g} \frac{\Delta I_g}{\frac{\Delta R_x}{R_x}} = S_i * S_l \quad (3.3.5)$$

其中, S_i 表示检流计的电流灵敏度, S_l 表示电桥的线路灵敏度。

若不考虑电源内阻, 根据 3.3.5 式, 由基尔霍夫定律, 可得出

$$I_g = \frac{(R_2 R_x - R_1 R_s) E}{\Delta + R_g (R_1 + R_2) (R_x + R_s)} \quad (3.3.6)$$

其中 E 是电源电动势, R_g 为检流计内阻 $\Delta = R_1 R_2 R_s + R_1 R_2 R_x + R_1 R_s R_x + R_2 R_s R_x$

当 $I_g > 0$ 时, 图 3.3.1 中电流从 D 点流向 B 点。

根据 3.3.5 和 3.3.6 式, 并考虑在平衡点附近 $R_2 R_x - R_1 R_s \approx 0$, 可得:

$$S = \frac{S_i E}{R_1 + R_2 + R_s + R_x + R_g [2 + (\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_s}{R_x})]} \quad (3.3.7)$$

由 3.3.7 式可以得出以下结论:

1. 电桥的灵敏度与检流计的灵敏度 S_i 成正比;
2. 电源电动势越高, 电桥灵敏度就越高 (但要注意, 在提高电源电动势时, 必须考虑电桥的额定功率, 否则将会损坏桥臂电阻);
3. 检流计内阻 R_g 越小, 电桥灵敏度越高;
4. 桥臂电阻 (R_1 、 R_2 、 R_s 、 R_x) 越大, 电桥灵敏度越低。

3. 用交换法测量电阻

交换法测电阻一般情况下可以减小误差。当电桥平衡时由 $R_x = \frac{R_1}{R_2} R_s$, 我们可以得到它的不确定度为:

$$\frac{u(R_x)}{R_x} = \sqrt{(\frac{u(R_1)}{R_1})^2 + (\frac{u(R_2)}{R_2})^2 + (\frac{u(R_s)}{R_s})^2}$$

把 R_x 和 R_s 交换后，调整 R_s 至 R_s' 使得电桥重新平衡(R_1 、 R_2 不变)，有 $R_x = \frac{R_1}{R_2} R_s'$			
上两式相乘有 $R_x = \sqrt{R_s R_s'}$ ，则			
$\frac{U(R_x)}{R_x} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{U(R_s)}{R_s}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{U(R_s')}{R_s'}\right)^2}$			
当 $R_s' \approx R_s$ 时，有			
$\frac{U(R_x)}{R_x} = \frac{\sqrt{2}}{2} * \frac{U(R_s)}{R_s} \quad (3.3.10)$			
通过上面对不确定度的分析可知，使用了交换法，被测电阻的误差只取决于 R_s 的误差（实际上略小于 R_s 的误差）。显然比未交换时的误差减小。其中ZX21型电阻箱的误差公式可以近似的给出，			
$\frac{\Delta R}{R} = \left(0.1 + 0.2 \frac{m}{R}\right) \%$			
式中的m为所用电阻盘的个数， R 为电阻箱的示值。			
操作步骤：			
1. 自搭惠斯登电桥测电阻			
自搭惠斯登电桥并用其分别测两未知电阻 R_{x1} 和 R_{x2} 。要求：合理选择 R_1 、 R_2 的值，使所测出的 R_{x1} 和 R_{x2} 的结果有四位有效数字			
2. 交换法测电阻			
在“实验内容1”的基础上，交换 R_s 和 R_x 的位置，分别测量待测电阻的阻值。			
3. QJ23型箱式电桥测量未知电阻			
要求选择合适的比率臂倍数，使被测电阻有四位有效数字。			
实验仪器名称：			
干电池、直流指针式检流计、ZX21 型电阻箱、滑线变阻器、QJ23 型箱式电桥、开关、导线等。			
实验数据处理与分析 [实验数据计算、不确定公式推导与计算、结果表示、误差分析、结果讨论]			
一、自搭惠斯登电桥测电阻：(要求测量结果有 4 位有效数字)			
R_x	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$R_s(\Omega)$
$\approx 30\Omega$	150.0	500.0	100.1
$\approx 1.5 \sim 2k\Omega$	500.0	100.0	394.8
结合电路列出测量公式，并代入测量数据，计算未知电阻的阻值。电阻箱仪器误差为：			
$\frac{\Delta_{\text{仪}}}{R} = \left(0.1 + \frac{1.2}{R}\right) \%$ ，推导待测电阻测量结果的不确定度，并代入数据，计算出其不确定度，给出结果表达。(要求：有详细的推导过程和代入计算过程)			

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_s$$

$$\ln R_x = \ln R_1 + \ln R_s - \ln R_2$$

$$\frac{u(R_x)}{R_x} = \sqrt{\left(\frac{u(R_1)}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{u(R_1)}{R_1}\right)^2 + \left(\frac{u(R_s)}{R_s}\right)^2}$$

$$1. R_1 = 150.0 \Omega \quad R_2 = 500.0 \Omega \quad R_s = 100.1 \Omega$$

$$R_x = \frac{150.0}{500.0} \times 100.1 = 30.03 \Omega$$

$$\frac{u(R_x)}{R_x} = \sqrt{\left[\left(0.1 + \frac{1.2}{150.0}\right)\%\right]^2 + \left[\left(0.1 + \frac{1.2}{500.0}\right)\%\right]^2 + \left[\left(0.1 + \frac{1.2}{100.1}\right)\%\right]^2} = 0.0019$$

$$u(R_x) = 0.0019 \times 30.03 = 0.06$$

$$R_x = (30.03 \pm 0.06) \Omega$$

$$1. R_1 = 500.0 \Omega \quad R_2 = 100.0 \Omega \quad R_s = 394.8 \Omega$$

$$R_x = \frac{500.0}{100.0} \times 394.8 = 1974 \Omega$$

$$\frac{u(R_x)}{R_x} = \sqrt{\left[\left(0.1 + \frac{1.2}{500.0}\right)\%\right]^2 + \left[\left(0.1 + \frac{1.2}{100.0}\right)\%\right]^2 + \left[\left(0.1 + \frac{1.2}{394.8}\right)\%\right]^2} = 0.0018$$

$$u(R_x) = 0.0018 \times 1974 = 4$$

$$R_x = (1974 \pm 4) \Omega$$

二、交换法测量电阻（待电桥平衡后，固定 R_1 、 R_2 阻值不变，交换 R_1 、 R_2 位置）（选作）

列出交换法测量公式，并代入测量数据，计算未知电阻的阻值。

R_x	$R_1(\Omega)$	$R_2(\Omega)$	$R_s(\Omega)$	$R'_s(\Omega)$
$\approx 680 \Omega$	340.0	250.0	496.2	917.3

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} R_s \quad R_x = \frac{R_1}{R_2} R'_s$$

$$\therefore R_x = \sqrt{R_s R'_s}$$

$$\frac{u(R_x)}{R_x} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{u(R_s)}{R_s}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{u(R'_s)}{R'_s}\right)^2}$$

$$R_x = \sqrt{496.2 \times 917.3} = 674.7 \Omega$$

$$\frac{u(R_x)}{R_x} = \sqrt{\left[\frac{1}{2} \cdot \left(0.1 + \frac{1.2}{496.2}\right)\%\right]^2 + \left[\frac{1}{2} \cdot \left(0.1 + \frac{1.2}{917.3}\right)\%\right]^2} = 0.0007$$

$$u(R_x) = 0.0007 \times 674.7 = 0.5$$

$$\therefore R_x = (674.7 \pm 0.5) \Omega$$

