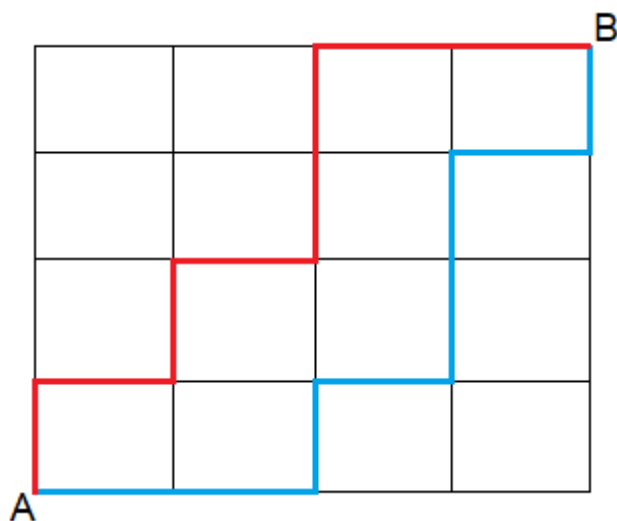


توجه: سوال دوم که سوال شبیه سازی هستش مشابه سوال عملی ترم گذشته است اما در قالب موضوع جهانگرد هست که شاید نیست به مساله ترم قبل کمی بهتر شود.

۱- یک جهانگرد میخواهد از شهر A به شهر B برود طوری که فقط به سمت راست و بالا میتواند حرکت کند. از آنجا که از بین تمام مسیرهای ممکن بین A و B، مسیر آبی رنگ و قرمز رنگ، کم هزینه ترین مسیرها هستند، جهانگرد تصمیم میگیرد از یکی از این دو مسیر برود. حال برای کمک به جهانگرد میخواهیم یک شبکه عصبی بسازیم که در ورودی مسیر حرکت از A به B را میگیرد و در خروجی تعیین می کند که آیا این مسیر، جزو کم هزینه ترین مسیرها هست یا خیر!



(الف) تعداد نورون ورودی و خروجی برای این شبکه عصبی مصنوعی را بیابید.

(ب) حال این مساله را با شبکه ای از TLU ها حل کنید

۲- حال فرض کنید جهانگرد مسیر مطلوب قرمز یا آبی (مسیر با کمترین هزینه) را تعیین یافته است. فرض کنید هزینه ای که برای رفتن از این مسیر در زمان t باید پردازد برابر است با:

$$f(t) = t^4 + 1.8 t^3 - 29.88 t^2 - 28.93 t + 191.8875$$

جهانگرد میخواهد در این مسیر مطلوب نیز در بهینه ترین زمان ممکن حرکت کند. برای یافتن کمینه این تابع از الگوریتم Gradient Descent استفاده میکنیم.

- (الف) فرض کنید مقدار اولیه زمان t یک متغیر تصادفی با توزیع نرمال است. می‌دانیم این تابع دو کمینه محلی دارد. میانگین t را طوری در نظر بگیرید که فاصله آن از کمینه‌های تابع هزینه تقریباً برابر باشد. برای نرخ یادگیری $\eta = 0.019$ و حد همگرایی $f'(t) < 0.012$ بعد از چند گام می‌توان به یکی از این کمینه‌ها رسید؟
- (ب) قسمت الف را برای η برابر با $0.012, 0.025, 0.034, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.2$ تکرار کنید.
- (ج) برای هر یک از این مقادیر، احتمال رسیدن به کمینه مطلق را بدست آورده و آنرا رسم کنید.
- (د) برای هر یک از مقادیر میانگین تعداد گام‌ها برای رسیدن به کمینه مطلق و کمینه محلی را بدست آورید و رسم کنید.
- (ه) برای هر یک از مقادیر بالا نرخ واگرایی را بدست آورید و رسم کنید.

پاسخ:

(سوال ۱ الف) برای این مساله، حرکت به سمت راست را با ۱ و حرکت به سمت بالا را با صفر نشان می‌دهیم. پس دنباله‌ای از چهار صفر و چهار یک داریم. با توجه به اینکه طول دنباله برابر ۸ است، بنابراین ۸ ورودی نیاز داریم و ۱ خروجی برای تعیین اینکه آیا مسیر مطلوب انتخاب شده است یا نه

(سوال ۱ ب) TLU را به صورت دو لایه‌ی AND-OR پیاده‌سازی می‌کنیم.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	y
1	1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1	1

و در بقیه ۲۵۴ حالت دیگر، $y=0$ می‌باشد.

بنابراین خواهیم داشت:

$$y = x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5 \bar{x}_6 x_7 \bar{x}_8 + \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5 \bar{x}_6 x_7 x_8$$

از الگوریتم 3.1 استفاده میکنیم:

$$K_1 = x_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5 \bar{x}_6 x_7 \bar{x}_8 \rightarrow \begin{cases} w_1 = 2, w_2 = 2, w_3 = -2, w_4 = 2, \\ w_5 = -2, w_6 = -2, w_7 = 2, w_8 = -2 \end{cases}$$

$$\theta_1 = n-1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n w_{ij} = 7 + 0 = 7$$

$$K_2 = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 x_4 \bar{x}_5 \bar{x}_6 x_7 x_8 \rightarrow \begin{cases} w_1 = -2, w_2 = 2, w_3 = -2, w_4 = 2, \\ w_5 = -2, w_6 = -2, w_7 = 2, w_8 = 2 \end{cases}$$

$$\theta_2 = n-1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n w_{ij} = 7 + 0 = 7$$

