۱- الف)

$$P_1 = \cot^{-1}(\cos^{-1}(۰٫۶)) \times ۱۶ + ۱۶j = \underbrace{۱۲}_{P_{av_1}} + ۱۶j \Rightarrow \boxed{|P_1| = ۲۰VA}$$

$$P_۲ = ۲۰ \times ۰٫۸ - \tan(\cos^{-1}(۰٫۸)) \times ۲۰ = \underbrace{۱۶}_{P_{av_۲}} - ۱۲j \Rightarrow \boxed{|P_۲| = ۲۰VA}$$

$$P_{serie} = P_1 + P_۲ = \underbrace{۲۸}_{P_{av,serie}} + \underbrace{۴j}_{Q_{serie}} \Rightarrow \boxed{|P_{serie}| = \sqrt{Q_{serie}^۲ + P_{av,serie}^۲} = ۲۸٫۲۸۴VA}$$

$$\boxed{PF_{serie} = \frac{P_{av,serie}}{|P_{serie}|} = \frac{۲۸}{۲۸٫۲۸۴} = ۰٫۹۸۹۹ \Rightarrow Q_{serie} > ۰ \Rightarrow Lag}$$

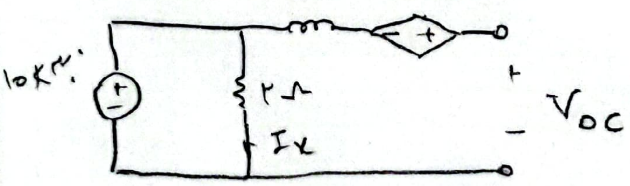
$$|P_1| = |P_۲| = \frac{1}{۲}|Z_1||I_{serie}|^۲ = \frac{1}{۲}|Z_۲||I_{serie}|^۲ \Rightarrow |Z_1| = |Z_۲| = |Z|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Z_1 = |Z|(۰٫۶ + ۰٫۸j) \\ Z_۲ = |Z|(۰٫۸ - ۰٫۶j) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{Serie} Z_{serie} = Z_1 + Z_۲ = |Z|(۱٫۴ + ۰٫۲j) \\ \xrightarrow{Parallel} Z_{par} = \frac{Z_1 Z_۲}{Z_1 + Z_۲} = |Z|(۰٫۷ + ۰٫۱j) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \measuredangle Z_{serie} = \measuredangle Z_{par} = \frac{۰٫۷}{\sqrt{۰٫۷^۲ + ۰٫۱^۲}} \Rightarrow \boxed{PF_{serie} = PF_{parallel}}$$

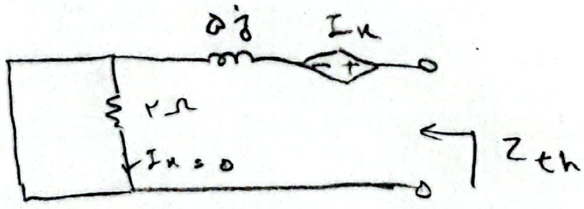
ب) تونن :

Voc :



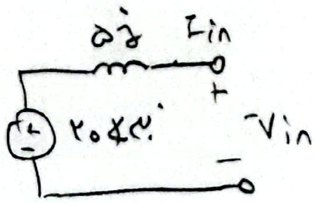
$$۲I_x = ۱۰\measuredangle ۳۰^\circ$$

$$\boxed{\Rightarrow V_{oc} = ۲I_x + ۱۰\measuredangle ۳۰^\circ = ۲۰\measuredangle ۳۰^\circ}$$



$$\boxed{Z_{th} = ۵j}$$

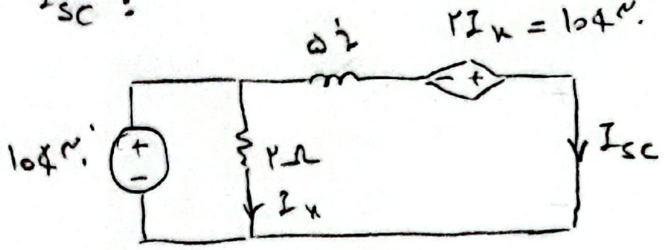
thevenin :



نورتن :

$Z_{no} = Z_{th} = 5j$

I_{sc} :

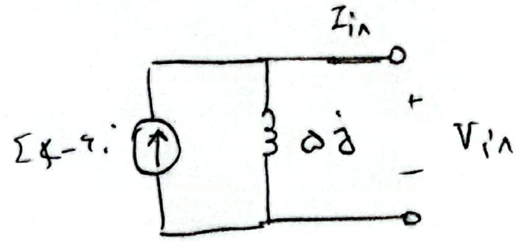


$KVL: \; 5j I_{sc} - 2I_x - 10\angle 90^\circ = 0$

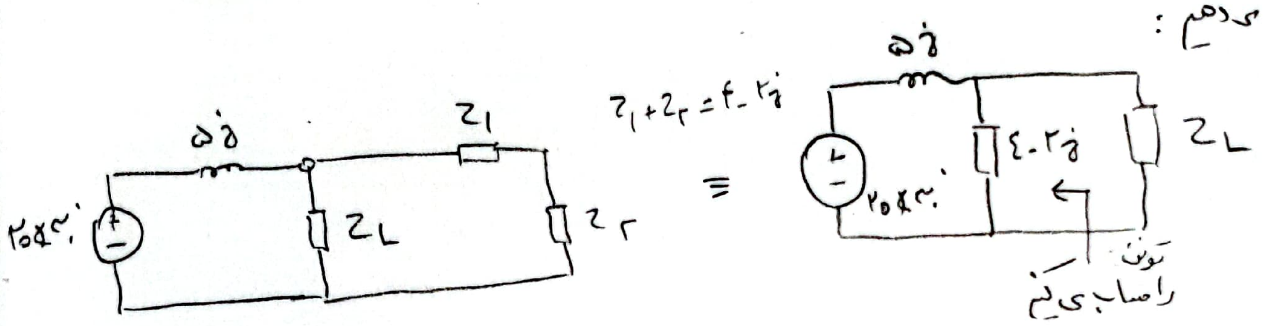
$\Rightarrow 5j I_{sc} = 20\angle 90^\circ$

$\Rightarrow \boxed{I_{sc} = 4\angle -90^\circ}$

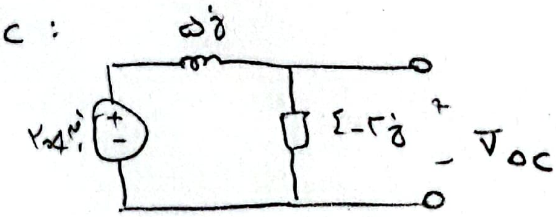
norton:



ب) مدل تونن را قرار می‌دهیم :

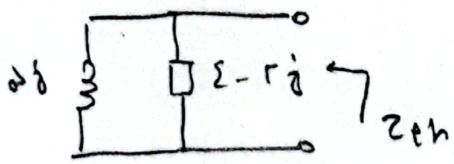


V_{oc} :



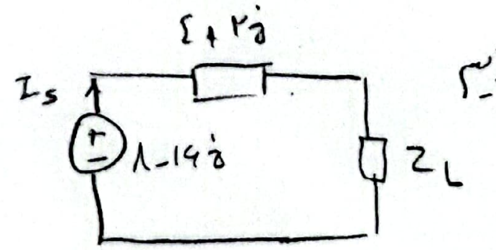
$$V_{oc} = \frac{4-2j}{4-2j+5j} \cdot 20\angle 90^\circ = 8-14j$$

Z_{th} :



$Z_{th} = (4-2j \,||\, 5j) = 4+2j$

$\Rightarrow$



$\xRightarrow{\text{تطبیق توان ماکزیمم}} \boxed{Z_L = \bar{Z}_s = 4-2j}$

$$P_{av,L,max} = \frac{1}{8}\frac{|V_s|^2}{R_L} = \frac{1}{8}\frac{8^2+14^2}{4} = \boxed{10W}$$

۲ـ الف)

$P_{av} = 12\,KW$

$PF = 0.6\ lag \Rightarrow \dfrac{P_{av}}{|P|} = \dfrac{12}{|P|} = 0.6 \Rightarrow |P| = 20\,KVA$

$\Rightarrow$ درصد $= \dfrac{|P|}{|P_{nom}|} \times 100 = \dfrac{20}{25} \times 100 = \boxed{80\%}$

ب)

$Lag \Rightarrow Q > 0:$

$Q = \sqrt{|P|^2 - P_{av}^2} = \sqrt{20^2 + 12^2} = 16\,KVAR$

فرض کنیم مقدار x توان با ضریب توان واحد اضافه کردیم:

$\Rightarrow \sqrt{(P_{av}+x)^2 + Q^2} \le |P_{nom}| \Rightarrow \sqrt{(12+x)^2 + 16^2} \le 25$

$\Rightarrow (12+x)^2 \le 25^2 - 16^2 = 369 \xRightarrow{x>0} 12 + x \le 19.209$

$\Rightarrow x \le 7.209\,KW \Rightarrow$ ماکزیمم توان ظاهری $= \boxed{7.209\,KVA}$

پ) فرض کنید مقدار x توان ظاهری بار اضافه شده باشد:

$Lead \Rightarrow P_x = x\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}j\right)$

$\Rightarrow P_{new} = P + P_x = \left(12 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}x\right) + \left(16 - \dfrac{1}{2}x\right)j$

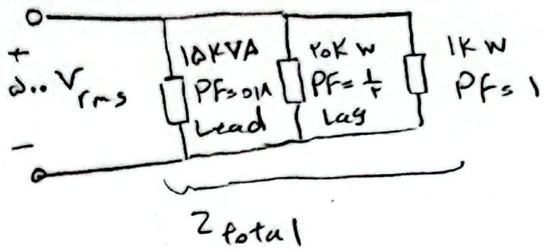
$\Rightarrow |P_{new}| \le |P_{nom}| \Rightarrow |P_{new}|^2 \le |P_{nom}|^2$

$\Rightarrow \left(12 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 + \left(16 - \dfrac{1}{2}x\right)^2 \le 25^2$

$\Rightarrow x^2 + (12\sqrt{3} - 16)x + 400 \le 625$

$\Rightarrow x^2 + (12\sqrt{3} - 16)x - 225 \le 0 \xRightarrow{x>0} x \le 12.8\,KVA$

$\Rightarrow$ ماکزیمم توان ظاهری $= \boxed{12.8\,KVA}$



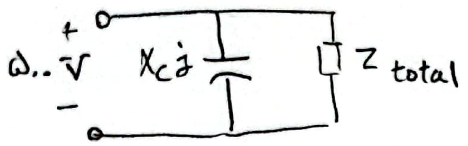
$$P = P_۱ + P_۲ + P_۳$$

$$= ۱۵(۰٫۸ - \underbrace{\tan(\cos^{-1} ۰٫۸)\, j}_{Lead}) + (۲۰ + \underbrace{\sqrt{۳} \times ۲۰\, j}_{\tan(\cos^{-1}(\frac{۱}{۲}))\ Lag}) + ۱$$

$$\boxed{= ۳۳ + ۲۵٫۶۴\, j}$$

$$\Rightarrow PF = \frac{P_{av}}{|P|} = \frac{۳۳}{\sqrt{۳۳^۲ + ۲۵٫۶۴^۲}} = ۰٫۷۸۹۴ \Rightarrow Q > ۰ \Rightarrow \boxed{Lag}$$

خازن موازی :



$$\Rightarrow P_{new} = P_{Z,total} + P_C$$

$$= ۳۳ + ۲۵٫۶۴ j + |V_{rms}|^۲ Y_C$$

$$= \underbrace{۳۳}_{KW} + \underbrace{۲۵٫۶۴ j}_{KVAR} + \underbrace{۵۰۰^۲ \cdot \left(\frac{۱}{X_C j}\right)}_{VAR \xrightarrow{\div ۱۰۰۰} KVAR}$$

$$= ۳۳ + \left(۲۵٫۶۴ + \frac{۲۵۰}{X_C}\right) j \Rightarrow PF = ۰٫۹ \Rightarrow \frac{۳۳}{\sqrt{۳۳^۲ + \left(۲۵٫۶۴ + \frac{۲۵۰}{X_C}\right)^۲}} = ۰٫۹$$

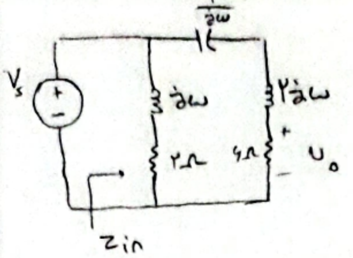
$$\Rightarrow ۱۳۴۴٫۴ = ۱۰۸۹ + (\underbrace{۲۵٫۶۴ + \frac{۲۵۰}{X_C}}_{Q})^۲ \Rightarrow Q^۲ = ۲۵۵٫۴$$

$$\xRightarrow[Q<۰]{Lead} Q = -۱۵٫۹۸\ KVAR \Rightarrow ۲۵٫۶۴ + \frac{۲۵۰}{X_C} = -۱۵٫۹۸$$

$$\Rightarrow X_C = -۶ \Rightarrow -\frac{۱}{\omega C} = -۶ \Rightarrow \omega C = \frac{۱}{۶} \Rightarrow ۲\pi f C = \frac{۱}{۶}$$

$$\Rightarrow C = \frac{۱}{۱۲\pi f} = \frac{۱}{۱۲\pi \times ۵۰} = \boxed{۵۳۰\ \mu F}$$

۴ - الف)



$$Z_{in} = (2+j\omega) \,||\, \left(\frac{2}{j\omega} + 2j\omega + 6\right)$$

$$= \frac{(2+j\omega)\left(\frac{2}{j\omega} + 2j\omega + 6\right)}{8 + 3j\omega + \frac{2}{j\omega}}$$

$$= \frac{(14 - 2\omega^2) + j\left(10\omega - \frac{4}{\omega}\right)}{8 + j\left(3\omega - \frac{2}{\omega}\right)}$$

$$= \frac{\left[(14 - 2\omega^2) + j\left(10\omega - \frac{4}{\omega}\right)\right]\left(8 - j\left(3\omega - \frac{2}{\omega}\right)\right)}{\sqrt{8^2 + \left(3\omega - \frac{2}{\omega}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow \operatorname{Im}\{Z_{in}\} = 0 \Rightarrow 8\left(10\omega - \frac{4}{\omega}\right) - (14 - 2\omega^2)\left(3\omega - \frac{2}{\omega}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 6\omega^3 + 34\omega - \frac{4}{\omega} = 0 \Rightarrow 6\omega^4 + 34\omega^2 - 4 = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_r = 0.339 \ \frac{rad}{s}}$$

ب)

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{6}{6 + 2j\omega + \frac{2}{j\omega}} = \frac{3}{3 + j\left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)} = H(j\omega)$$

$$\Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{3}{\sqrt{9 + \left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)^2}} \longrightarrow \begin{cases} \lim_{\omega \to \infty} |H(j\omega)| = 0 \\ \lim_{\omega \to 0} |H(j\omega)| = 0 \end{cases}$$

$$\frac{d}{d\omega}|H(j\omega)| = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\omega}\left(9 + \left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}\left(9 + \left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)^2\right)^{-\frac{3}{2}}\left(2\left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)\right)\left(1 - \frac{1}{\omega^2}\right) = 0$$

$$\xrightarrow{\omega > 0} 1 - \frac{1}{\omega^2} = 0 \Rightarrow \omega = 1 \ \frac{rad}{s} \Rightarrow |H(j\omega)| \to max$$

پس یک قله دارد و در ۰ و ∞ مقدار تابع شبکه ۰ است از این می‌توان نتیجه گرفت فیلتر ما میان‌گذر است.

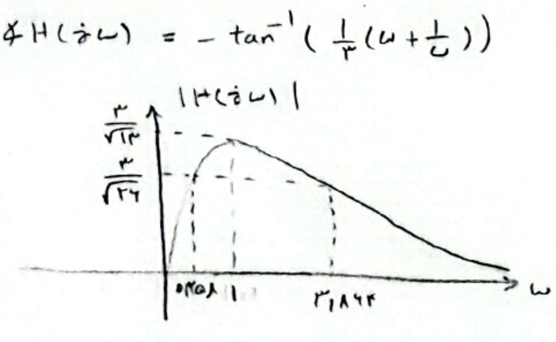
$$|H(j\omega)|_{max} = |H(j\omega)|\Big|_{\omega=1} = \frac{3}{\sqrt{13}} \xRightarrow{\text{فرکانس‌های قطع}} |H(j\omega)|^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{\sqrt{13}}\right)^2$$

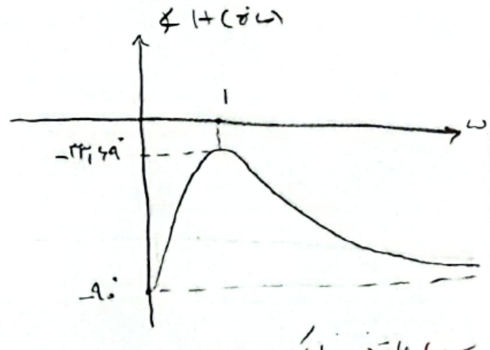
$$= \frac{9}{26} \Rightarrow \frac{9}{9 + \left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)^2} = \frac{9}{26} \Rightarrow 17 = \left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)^2 = \omega^2 + \frac{1}{\omega^2} + 2$$

$$\Rightarrow \omega^4 - 15\omega^2 + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 0.258 \ \frac{rad}{s} \\ \omega_2 = 3.864 \ \frac{rad}{s} \end{cases}$$

فرکانس‌های قطع 3db

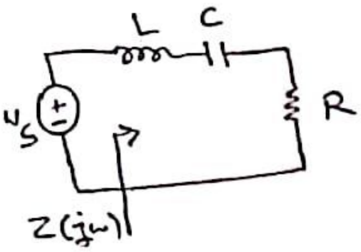
$$\measuredangle H(j\omega) = -\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\left(\omega + \frac{1}{\omega}\right)\right)$$





پ) با توجه به اینکه در این مدار یک RLC و RL با منبع ولتاژ موازی شده‌اند، ساختار RL هیچ نقشی در تابع شبکه خواسته شده ندارد و مشخصات فیلتر هیچ وابستگی به RL نخواهد داشت. ولی در محاسبه فرکانس تشدید امپدانس دیده شده از منبع مهم است که در آن RL نقش دارد، پس RL در اندازه فرکانس تشدید اثر می‌گذارد. لذا می‌توانیم نتیجه بگیریم ω_r هیچ ارتباطی با مشخصات فیلتر ندارد.

۵ ـ الف)



$$\frac{d^۲ v_c}{dt^۲} + \underbrace{\frac{R}{L}}_{۲\alpha} \frac{dv_c}{dt} + \underbrace{\frac{1}{LC}}_{\omega_0^۲} v_c = \frac{1}{LC} v_s$$

$$\text{Imp}: \; R + \frac{1}{j\omega C} + jL\omega = Z(j\omega) \overset{\text{تشدید}}{=} , \; Z(j\omega_0) = R$$

$$\Rightarrow Y(j\omega_0) = \frac{1}{R} = ۲۰ \Rightarrow \boxed{R = ۰٫۰۵ \, \Omega}$$

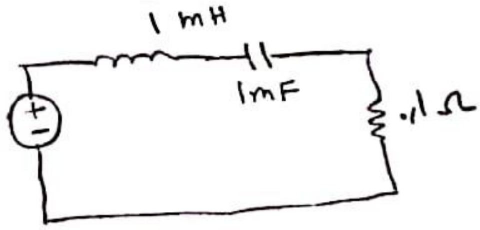
۳dB Band-width: $۲\alpha = \frac{R}{L} = \frac{\frac{1}{۲۰}}{L} = ۲۰ \Rightarrow \boxed{L = \frac{1}{۴۰۰} = ۲٫۵ \, mH}$

Res-f: $\omega_r = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = ۲۰۰ \Rightarrow \frac{1}{C} = ۱۰۰ \Rightarrow \boxed{C = 10 \, mF}$

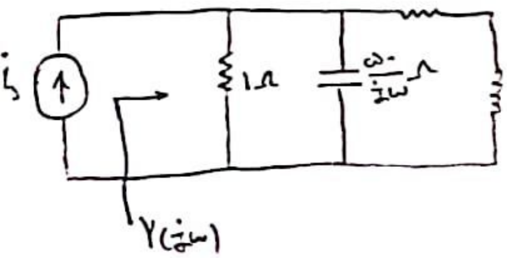
ب)

$$K_f = \frac{۱۰۰۰}{۲۰۰} = ۵ \qquad K_r = \frac{\frac{1}{۱۰}}{\frac{1}{۲۰}} = ۲$$

$$\Rightarrow \quad R_۲ = ۲ \times R = ۰٫۱ \, \Omega, \quad L_۲ = \frac{۲}{۵} \times L = ۱ \, mH, \quad C_۲ = \frac{1}{۱۰} \times C = 1 \, mF \quad \Rightarrow$$



پ)

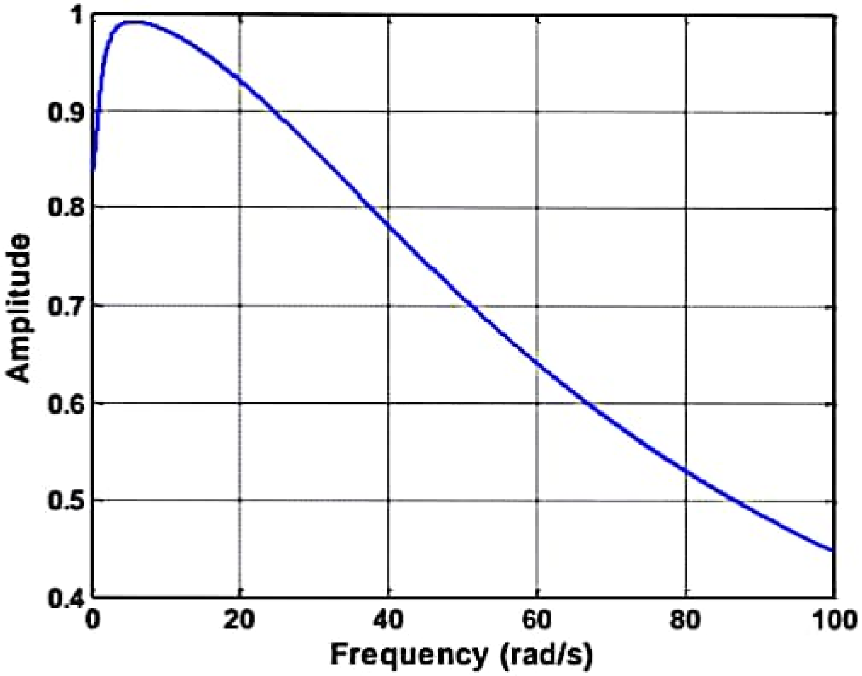


$$\Rightarrow Y(j\omega) = 1 + \frac{j\omega}{۵۰} + \frac{1}{۵ + ۵j\omega} = 1 + \frac{j\omega}{۵۰} + \frac{1 - j\omega}{۵ + ۵\omega^۲}$$

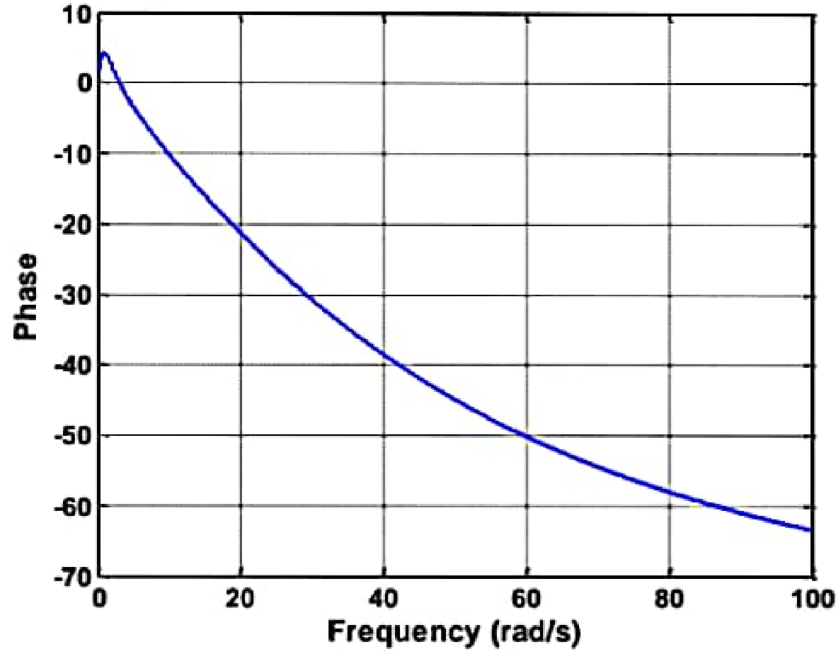
$$\Rightarrow Im\{Y\} = \frac{j\omega}{۵۰} - \frac{j\omega}{۵ + ۵\omega^۲} = ۰ \Rightarrow \frac{1}{۵۰} = \frac{1}{۵ + ۵\omega^۲}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_r = ۳ \, rad/s} \; , \; \boxed{Z(j\omega) = \frac{1}{1 + \frac{j\omega}{۵۰} + \frac{1}{۵ + ۵j\omega}}}$$

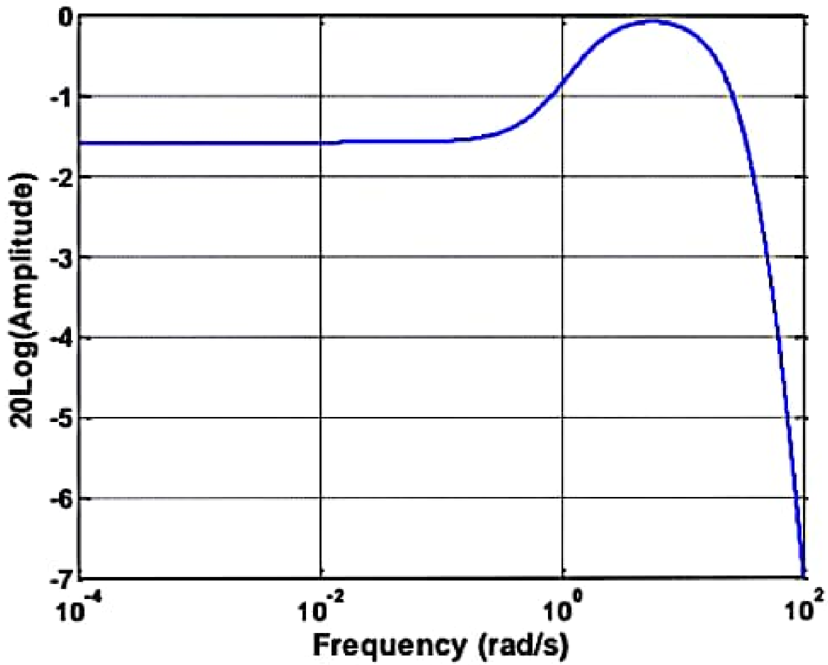
$$Z(j\omega_r) = \frac{1}{Y(j\omega_r)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{۵ + ۵\omega_r^۲}} \approx ۰٫۹۸ \, \Omega$$



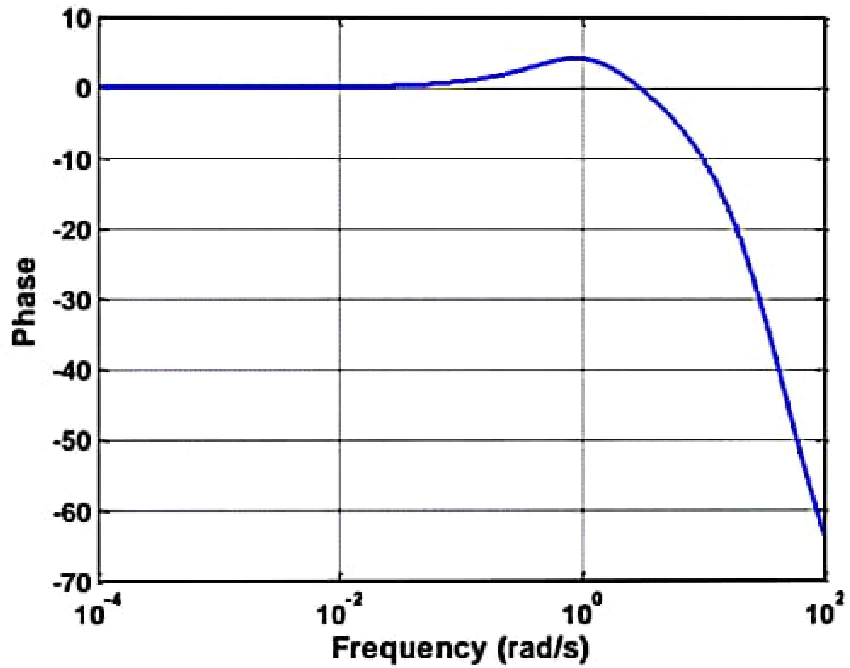
Amplitude
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0
20
40
60
80
100
Frequency (rad/s)



Phase
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
0
20
40
60
80
100
Frequency (rad/s)

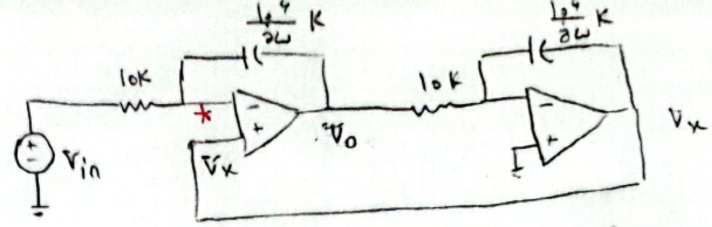


20Log(Amplitude)
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
10^{-4}
10^{-2}
10^{0}
10^{2}
Frequency (rad/s)



Phase
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
10^{-4}
10^{-2}
10^{0}
10^{2}
Frequency (rad/s)

۴- الف)

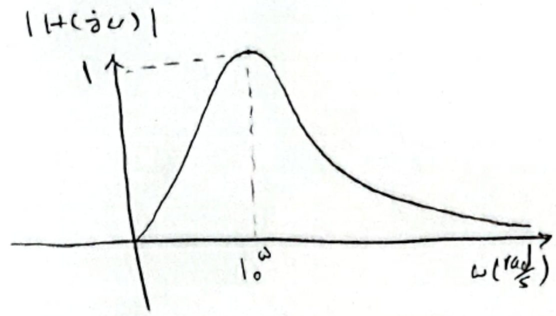


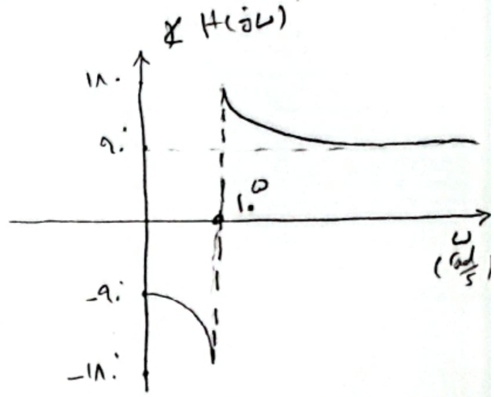
inverting Amplifier $\Rightarrow V_x = -\frac{10^5}{j\omega} V_o \quad \left(v_o = -\frac{R_f}{R_i} v_{in} \right)$

KCL: (*) $$\frac{V_{in} + \frac{10^5}{j\omega} V_o}{10} = \frac{-\frac{10^5}{j\omega} V_o - V_o}{\frac{10^6}{j\omega}}$$

$$\Rightarrow V_{in} = -\frac{10^5}{j\omega} V_o - V_o - \frac{j\omega}{10^5} V_o = -\left(1 + j\left(\frac{\omega}{10^5} - \frac{10^5}{\omega}\right)\right) V_o$$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{V_{in}} = \frac{-1}{1 + j\left(\frac{\omega}{10^5} - \frac{10^5}{\omega}\right)} = H(j\omega)$$





ب)

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{10^5} - \frac{10^5}{\omega}\right)^2}} \xrightarrow{max} 1 + \left(\frac{\omega}{10^5} - \frac{10^5}{\omega}\right)^2 \xrightarrow{min} \frac{\omega}{10^5} - \frac{10^5}{\omega} = 0$$

$\Rightarrow \boxed{\omega_m = 10^5 \frac{rad}{s}}$ در این فرکانس $|H(j\omega)|$ بیشینه است

پ)

$$|H(j\omega_m)| = \frac{1}{1} = 1 \xrightarrow{3dB} |H(j\omega)|^2 = \frac{1}{2} |H(j\omega_m)|^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{10^5} - \frac{10^5}{\omega}\right)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{\omega}{10^5} - \frac{10^5}{\omega}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\omega^2}{10^{10}} - 2 + \frac{10^{10}}{\omega^2} = 1 \Rightarrow \omega^4 - 3 \times 10^{10} \omega^2 + 10^{20} = 0$$

$\omega_1^2 = 2.618 \times 10^{10} \Rightarrow \boxed{\omega_1 = 1.618 \times 10^5}$

$\omega_2^2 = 0.382 \times 10^{10} \Rightarrow \boxed{\omega_2 = 0.618 \times 10^5}$ $\Rightarrow \omega_2 - \omega_1 =$

$\boxed{\Delta\omega = 10^5 \frac{rad}{s} \text{ (Bandwidth)}}$ ✓

۷- الف)

$i_{s_1}, v_{s_3} \Rightarrow$ هم‌فرکانس $\Rightarrow P_{av,1,3} = \frac{1}{2}R|I_1+I_3|^2$

$$= 5|10\angle\phi_1 + 8\angle\phi_3|^2 \begin{cases} \xrightarrow{max} \phi_1=\phi_3 \Rightarrow 5\times 18^2 = 1620\,W \\ \xrightarrow{min} \phi_1=\phi_3+\pi \Rightarrow 5\times 2^2 = 20\,W \end{cases}$$

$$\Rightarrow 20W \le P_{av,1,3} \le 1620\,W$$

$$v_{s_2} \Rightarrow P_{av,2} = \frac{1}{2}R|I_2|^2 = 5\times 14^2 = 980\,W$$

$$\Rightarrow \underbrace{1000W}_{min} \le P_{total} = P_{av,1,3} + P_{av,2} \le \underbrace{2600W}_{max}$$

برای برابر شدن توان با حالت غیر هم‌فرکانس باید داشته باشیم:

$$P_{av,1} + P_{av,2} + P_{av,3} = P_{av,1,3} + P_{av,2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}R|I_1+I_3|^2 = \frac{1}{2}R|I_1|^2 + \frac{1}{2}R|I_3|^2$$

$$\Rightarrow |I_1|^2 + |I_3|^2 + 2|I_1||I_3|\cos(\phi_1-\phi_3) = |I_1|^2 + |I_3|^2$$

$$\Rightarrow \cos(\phi_1-\phi_3) = 0 \Rightarrow \boxed{|\phi_1-\phi_3| = \frac{\pi}{2}}$$

ب) اگر دو منبع هم فرکانس را باهم در حوزه فرکانس جمع می‌کنیم:

$$I_1 = H_1(j1)\, I_{s_1} = \frac{1+j}{3+j}4\angle 30^\circ = 1.788\angle 56.5^\circ$$

$$I_2 = H_2(j2)\, I_{s_2} = \frac{1+3j}{2+3j}12\angle 0^\circ = 9.486\angle 18.43^\circ$$

$$I_3 = H_3(j1)\, I_{s_3} = \frac{3+j}{1+j}4\angle 30^\circ = 8.944\angle 3.43^\circ$$

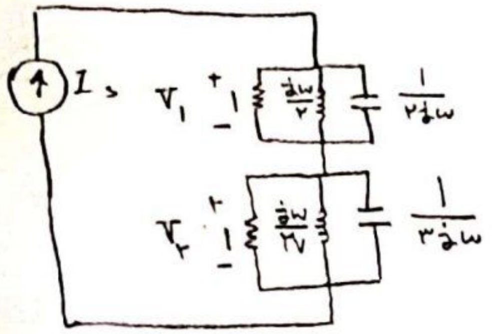
جمع در حوزه فرکانس

$$\Rightarrow I_4 = I_1 + I_3 = 10.12\angle 11.56^\circ$$

زمان $\Rightarrow i(t) = 9.486\cos(2t+18.43^\circ) + 10.12\cos(t+11.56^\circ)$

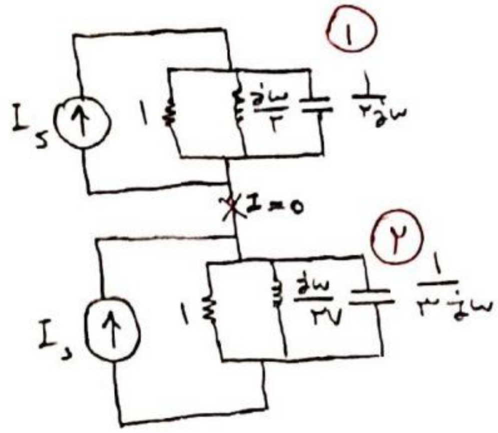
$$P_{av} = \frac{1}{2}R|I_4|^2 + \frac{1}{2}R|I_2|^2 = 5(|I_4|^2 + |I_2|^2) = 962\,W$$

۸- الف)



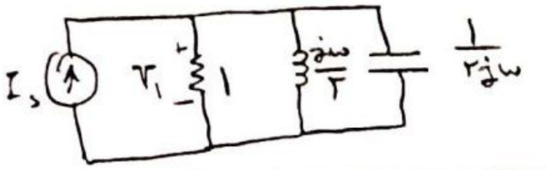
تبدیل منبع

$\equiv$



مانند این است که اتصالی بین این دو بخش نباشد.

(1):



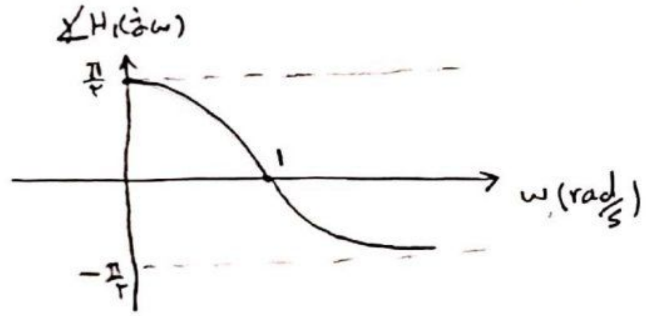
$$I_1 = \frac{1}{1+2j\omega-\frac{2}{\omega}j} I_s \Rightarrow V_1 = \frac{1}{1+2(\omega-\frac{1}{\omega})j} I_s$$

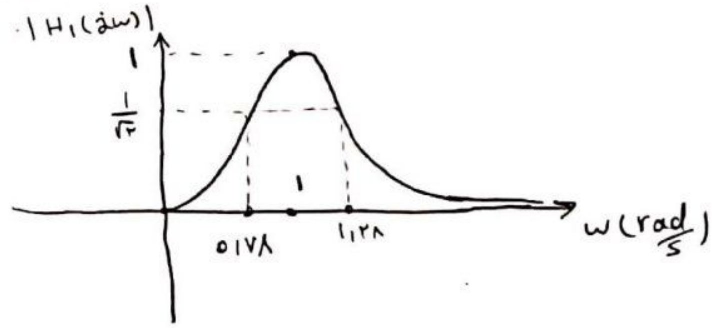
$$|H_1(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+4(\omega-\frac{1}{\omega})^2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{H_1(j\omega) = \frac{V_1}{I_s} = \frac{1}{1+2(\omega-\frac{1}{\omega})j}}$$

$$\measuredangle H_1(j\omega) = -\arctan\left(2\left(\omega-\frac{1}{\omega}\right)\right)$$

منحنی ها فاز و دامنه $H_1(j\omega)$:





$$\boxed{\omega_m = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{1}} = 1\ \frac{rad}{s}}$$

$$\boxed{\text{Bandwidth}: 2\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{2}\ \frac{rad}{s}}$$

تقریبی:
$$\boxed{\begin{aligned}\omega_1 &= \omega_0 - \alpha = 0.75\ \frac{rad}{s}\\ \omega_2 &= \omega_0 + \alpha = 1.25\ \frac{rad}{s}\end{aligned}}$$

دقیق:
$$\omega_1 = \omega_0\left(\frac{-1}{2Q} + \sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}}\right)$$

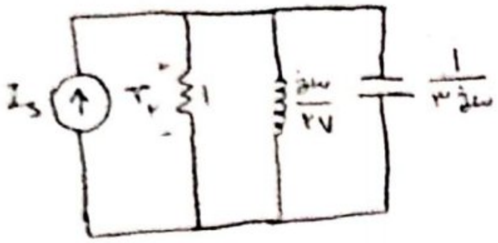
$$\omega_2 = \omega_0\left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{1+\frac{1}{4Q^2}}\right)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\alpha} = 2$$

$$\boxed{\begin{aligned}\omega_1 &= -\frac{1}{4} + \sqrt{1+\frac{1}{16}} = 0.78\ \frac{rad}{s}\\ \omega_2 &= \frac{1}{4} + \sqrt{1+\frac{1}{16}} = 1.28\ \frac{rad}{s}\end{aligned}}$$

خطا: $\frac{0.78 - 0.75}{0.78} \times 100 = 3.84\% \longrightarrow$ خطای پایین بوده و تقریب خیلی خوب است.

(۲):



$$I_۲ = \frac{۱}{۱ - \frac{۲۷j}{ω} + ۳jω} I_s = \frac{۱}{۱+۹(\frac{ω}{۳} - \frac{۳}{ω})j} I_s$$

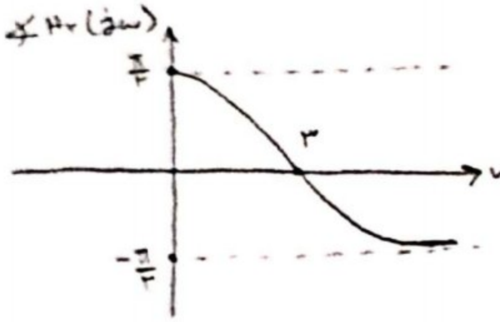
$$\Rightarrow V_۲ = \frac{۱}{۱+۹(\frac{ω}{۳} - \frac{۳}{ω})j} I_s$$

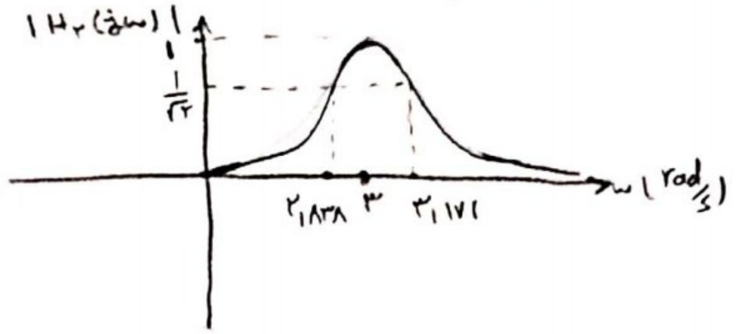
$$\boxed{H_۲(jω) = \frac{V_۲}{I_s} = \frac{۱}{۱+۹(\frac{ω}{۳} - \frac{۳}{ω})j}}$$

$$\rightarrow |H_۲(jω)| = \frac{۱}{\sqrt{۱+۸۱(\frac{ω}{۳} - \frac{۳}{ω})^۲}}$$

$$\measuredangle H_۲(jω) = -\arctan(۹(\frac{ω}{۳} - \frac{۳}{ω}))$$

منحنی دامنه و فاز $H_۲(jω)$:





$$\boxed{ω_m = ω_0 = \frac{۱}{\sqrt{LC}} = \frac{۱}{\sqrt{\frac{۱}{۹}}} = ۳ \frac{rad}{s}}$$

$$\boxed{\text{Band-width} = ۲α = \frac{۱}{RC} = \frac{۱}{۳} \frac{rad}{s}}$$

تقریبی: $ω_۱ = ω_0 - α = ۲٫۸۳ \frac{rad}{s}$

$ω_۲ = ω_0 + α = ۳٫۱۷ \frac{rad}{s}$

دقیق: $ω_۱ = ω_0(-\frac{۱}{۲Q} + \sqrt{۱+\frac{۱}{۴Q^۲}})$

$ω_۲ = ω_0(\frac{۱}{۲Q} + \sqrt{۱+\frac{۱}{۴Q^۲}})$

$$Q = \frac{ω_0}{۲α} = ۹$$

$$ω_۱ = ۳(-\frac{۱}{۱۸} + \sqrt{۱+\frac{۱}{۳۲۴}}) = ۲٫۸۳۸ \frac{rad}{s}$$

$$ω_۲ = ۳(\frac{۱}{۱۸} + \sqrt{۱+\frac{۱}{۳۲۴}}) = ۳٫۱۷۱ \frac{rad}{s}$$

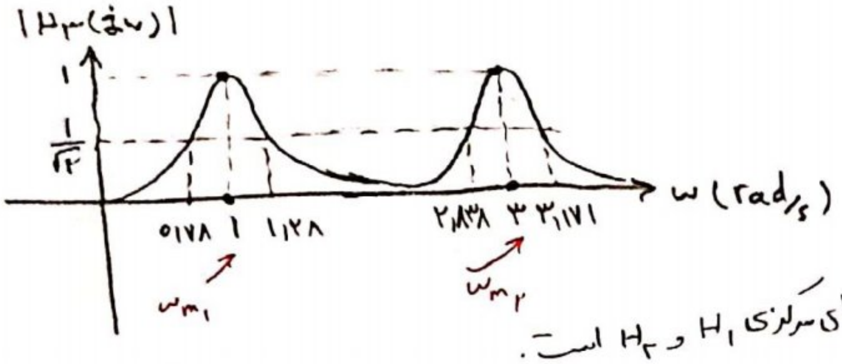
درصد خطا: $\frac{۲٫۸۳۸ - ۲٫۸۳}{۲٫۸۳۸} \times ۱۰۰ = \%۰٫۲۸ \rightarrow$ خطای بسیار کمی است و تقریب عالی محسوب می‌شود.

ب)

$$H_3(j\omega)=\frac{V_3}{I_s}=\frac{V_2+V_1}{I_s}=H_1(j\omega)+H_2(j\omega)=\frac{1}{1+2(\omega-\frac{1}{\omega})j}+\frac{1}{1+9(\frac{\omega}{3}-\frac{3}{\omega})j}$$

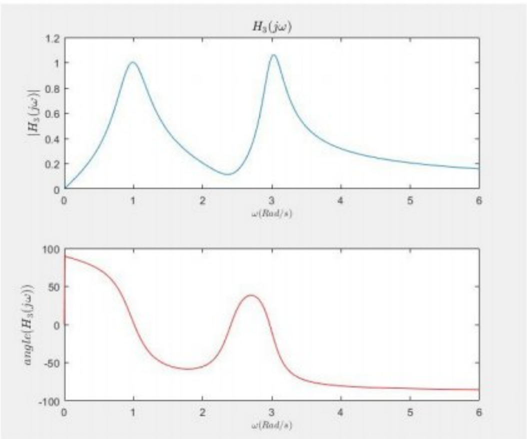
$$\Rightarrow \boxed{H_3(j\omega)=\frac{1}{1+2(\omega-\frac{1}{\omega})j}+\frac{1}{1+9(\frac{\omega}{3}-\frac{3}{\omega})j}}$$

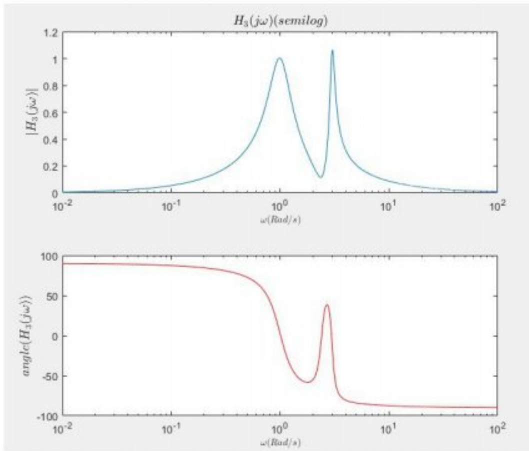
با توجه به اینکه $H_3(j\omega)=H_1(j\omega)+H_2(j\omega)$ است و باند عبور H_1 برابر [۰٫۷۸, ۱٫۲۸] است و باند عبور H_2 برابر [۲٫۸۳۸, ۳٫۱۷۱] است و H_1 و H_2 در خارج این بازه با آلین خیلی کم سیگنال را عبور می دهند. چون باند عبور H_1 و H_2 اشتراکی ندارند، پس در باند عبور هرکدام دیگری اثرش خیلی کمتر است و شکل این است که فیلتر ما دو بازه را عبور می دهد و دارای دو فرکانس مرکزی است.
طبق توضیحات داریم :

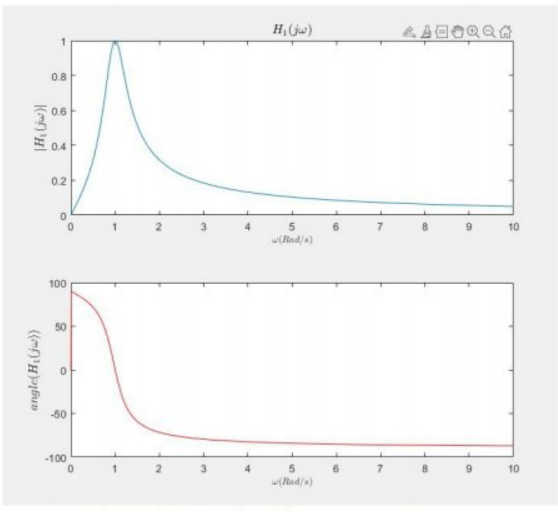


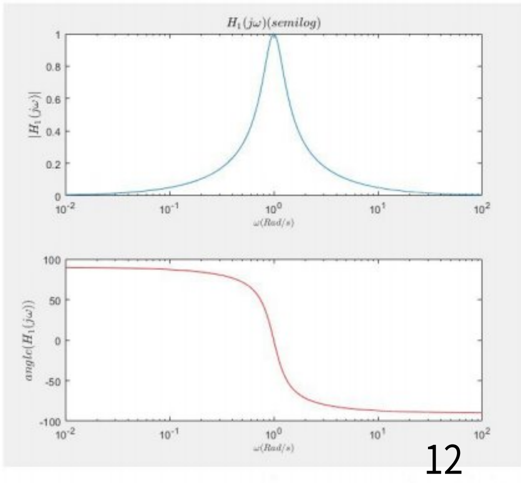
با توجه به توضیحات فرکانس های مرکزی آن همان فرکانس های مرکزی H_1 و H_2 است.
به طور تقریبی هم طبق توضیحات چون هرکدام از H_1 و H_2 در باند عبور دیگری اندازه خیلی کمی دارند می توان از مقدار هرکدام در باند عبور دیگری چشم پوشی کرد و مقادیر ماکزیمم را همان مقادیر ماکزیمم H_1 و H_2 در نظر بگیریم که برابر 1 است.

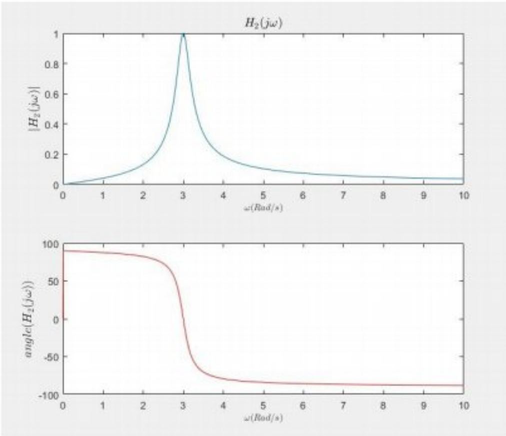
پ)

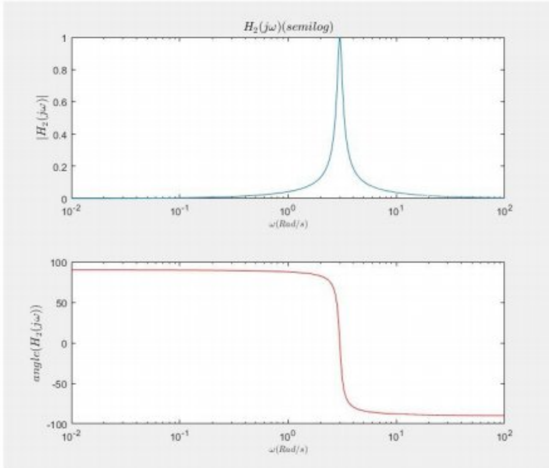




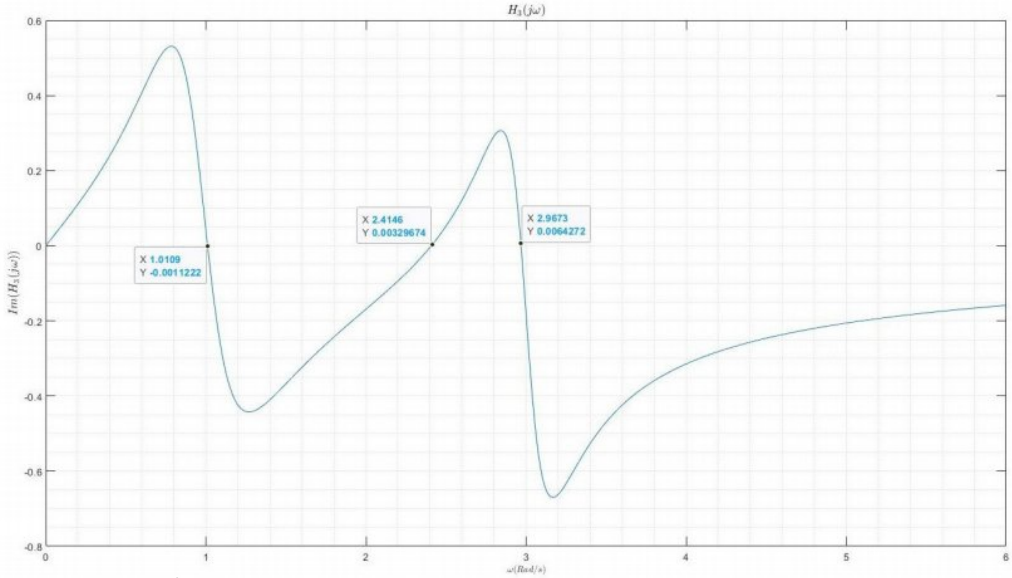








همان طورکه در نمودار زیر مشاهده میشود بخش موهومی H_3 در نزدیکی $\omega = 1$ و $\omega = 3$ که فرکانس های مرکزی H_2 و H_1 بودند برابر صفر می‌شود و این دو فرکانس ، فرکانس تشدید هستند. علتش هم واضح است. در مدار RLC موازی $\omega_m = \omega_0$ بود ، این جا هم در باند عبور H_1 و H_2 گین دیگری تقریباً ۰ است و اثرش خیلی کم می‌شود و می‌توان از وجود بخش ۱ و ۲ مدار به ترتیب در باند های عبور H_2 و H_1 چشم پوشی کنیم و بجایش سیم قرار بدهیم ، دراین صورت مانند این است که کل مدار RLC موازی باشد و داریم $\omega_m = \omega_0$ و مقادیر $\omega=1$ و $\omega=3$ اینگونه توجیه می‌شوند. در دو نقطه دیگر هم همانطور که مشاهده می‌کنیم بخش موهومی H_3 صفر می‌شود.



گرچه تابع شبکه کلی جمع دو تابع شبکه است ولی دامنهٔ H_3 برابر جمع دامنهٔ دو تابع شبکه نیست! ولی با توجه به عدم هم پوشانی باند های عبور ، تقریباً می‌توان دامنه دو تابع شبکه را جمع کرد. البته در منحنی واقعی اگر دقت کنیم در حوالی فرکانس های ۱ و ۳ دامنه واقعاً یکسان نیست.