

به نام خدا

کوییز ششم آمار و احتمال مهندسی استاد: دکتر کرباسی

۱- فرض کنید $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$ یک بردار تصادفی نرمال با میانگین و کواریانس زیر باشد:

$$m = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 9 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

همچنین داریم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = AX + b$$

الف) $P(X_2 \leq 1)$ را بیابید.

ب) EY را بیابید.

ج) C_Y (ماتریس کواریانس Y) را بیابید.

د) $P(Y_1 > 16)$ را بیابید.

۲- تعداد جریمه‌های رانندگی به طور روزانه در یک جاده یک متغیر تصادفی پواسون n با پارامتر a است. احتمال این که یک جریمه به اشتباه ثبت شود p است. با استفاده از توابع مشخصه، نشان دهید که جریمه‌هایی که به اشتباه ثبت شده‌اند یک متغیر تصادفی پواسون با پارامتر ap است (توجه کنید که تنها راه مورد قبول که به آن نمره تعلق میگیرد استفاده از توابع مشخصه است)

۳- X یک متغیر تصادفی مثبت با میانگین 50 و واریانس 55 می‌باشد.

الف) اگر $P(X \geq 45) \geq 0.95$ باشد، آنگاه با استفاده از نامساوی‌ها، یک حد بالا برای $P(X \geq 60 \text{ or } X \leq 45)$ بیابید.

ب) با استفاده از نامساوی Jensen حد بالا یا پایین $E[X^3 + 2X^2 + 3X + 4]$ را بیابید. (تشخیص اینکه بین حد بالا یا حد پایین کدام را باید بدست آورد با شماسه است!)

$$\operatorname{erf} x = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy = \Phi(x) - \frac{1}{2}$$

x	$\operatorname{erf} x$	x	$\operatorname{erf} x$	x	$\operatorname{erf} x$	x	$\operatorname{erf} x$
0.00	0.0000	0.20	0.0793	0.40	0.1554	0.60	0.2257
0.01	0.0040	0.21	0.0832	0.41	0.1591	0.61	0.2291
0.02	0.0080	0.22	0.0871	0.42	0.1628	0.62	0.2324
0.03	0.0120	0.23	0.0910	0.43	0.1664	0.63	0.2357
0.04	0.0160	0.24	0.0948	0.44	0.1700	0.64	0.2389
0.05	0.0199	0.25	0.0987	0.45	0.1736	0.65	0.2422
0.06	0.0239	0.26	0.1026	0.46	0.1772	0.66	0.2454
0.07	0.0279	0.27	0.1064	0.47	0.1808	0.67	0.2486
0.08	0.0319	0.28	0.1103	0.48	0.1844	0.68	0.2517
0.09	0.0359	0.29	0.1141	0.49	0.1879	0.69	0.2549
0.10	0.0398	0.30	0.1179	0.50	0.1915	0.70	0.2580
0.11	0.0438	0.31	0.1217	0.51	0.1950	0.71	0.2611
0.12	0.0478	0.32	0.1255	0.52	0.1985	0.72	0.2642
0.13	0.0517	0.33	0.1293	0.53	0.2019	0.73	0.2673
0.14	0.0557	0.34	0.1331	0.54	0.2054	0.74	0.2704
0.15	0.0596	0.35	0.1368	0.55	0.2088	0.75	0.2734
0.16	0.0636	0.36	0.1406	0.56	0.2123	0.76	0.2764
0.17	0.0675	0.37	0.1443	0.57	0.2157	0.77	0.2794
0.18	0.0714	0.38	0.1480	0.58	0.2190	0.78	0.2823
0.19	0.0753	0.39	0.1517	0.59	0.2224	0.79	0.2852