

به نام خدا

استاد: دکتر کرباسی

کوییز چهارم آمار و احتمال مهندسی

۱- سرور یک شرکت می تواند برای یک مدت زمان تصادفی X کار کند. اگر تابع چگالی X (بر حسب ماه) به صورت زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} Cxe^{-x/2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

(الف) احتمال اینکه سرور حداقل ۶ ماه کار کند چقدر است؟ (راهنمایی: ابتدا مقدار ثابت C را بدست آورید)
(ب) $E[X]$ و $Var[X]$ را بدست آورید.

(ج) اگر سرور دیگری برای مدت زمان تصادفی $Y = X^2 + \frac{2}{X}$ کار کند، آنگاه $E[Y]$ را بدست آورید.

۲- اگر $X \sim N(3,9)$ باشد و نیز $U = |X - EX|$ ، $Y = 3X + 4$ و $Z = X^2$ باشند، آنگاه
(الف) $P(X > 2 \mid 13 > Y > 7)$ را بدست آورید (عدد نهایی را با استفاده از جدول داده شده در صفحه ی بعد بدست آورید)

(ب) $E[U]$ را بدست آورید.

(ج) PDF متغیر تصادفی Z را بدست آورید

۳- کل مسافتی که (بر حسب هزار کیلومتر) می تواند یک خودرو طی کند قبل از اینکه نیاز به تعمیر داشته باشد یک متغیر تصادفی نمایی با پارامتر $\lambda = \frac{1}{15}$ است. خودروی دست دومی ۱۲۰۰۰ کیلومتر کار کرده است.
(الف) احتمال اینکه این خودرو حداقل ۲۵۰۰۰ کیلومتر دیگر بتواند کار کند چقدر است.
(ب) حال فرض کنید طول عمر خودرو بر اساس مسافت طی شده بجای توزیع نمایی، توزیع یکنواخت (بر حسب هزار کیلومتر) روی فاصله ی (۰ و ۴۰) داشته باشد و سپس قسمت الف را مجدداً تکرار کنید.

$$\operatorname{erf} x = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy = \Phi(x) - \frac{1}{2}$$

x	$\operatorname{erf} x$	x	$\operatorname{erf} x$	x	$\operatorname{erf} x$	x	$\operatorname{erf} x$
0.00	0.0000	0.20	0.0793	0.40	0.1554	0.60	0.2257
0.01	0.0040	0.21	0.0832	0.41	0.1591	0.61	0.2291
0.02	0.0080	0.22	0.0871	0.42	0.1628	0.62	0.2324
0.03	0.0120	0.23	0.0910	0.43	0.1664	0.63	0.2357
0.04	0.0160	0.24	0.0948	0.44	0.1700	0.64	0.2389
0.05	0.0199	0.25	0.0987	0.45	0.1736	0.65	0.2422
0.06	0.0239	0.26	0.1026	0.46	0.1772	0.66	0.2454
0.07	0.0279	0.27	0.1064	0.47	0.1808	0.67	0.2486
0.08	0.0319	0.28	0.1103	0.48	0.1844	0.68	0.2517
0.09	0.0359	0.29	0.1141	0.49	0.1879	0.69	0.2549
0.10	0.0398	0.30	0.1179	0.50	0.1915	0.70	0.2580
0.11	0.0438	0.31	0.1217	0.51	0.1950	0.71	0.2611
0.12	0.0478	0.32	0.1255	0.52	0.1985	0.72	0.2642
0.13	0.0517	0.33	0.1293	0.53	0.2019	0.73	0.2673
0.14	0.0557	0.34	0.1331	0.54	0.2054	0.74	0.2704
0.15	0.0596	0.35	0.1368	0.55	0.2088	0.75	0.2734
0.16	0.0636	0.36	0.1406	0.56	0.2123	0.76	0.2764
0.17	0.0675	0.37	0.1443	0.57	0.2157	0.77	0.2794
0.18	0.0714	0.38	0.1480	0.58	0.2190	0.78	0.2823
0.19	0.0753	0.39	0.1517	0.59	0.2224	0.79	0.2852