

به نام خدا

استاد: دکتر کرباسی

کوییز پنجم آمار و احتمال مهندسی

۱- دو متغیر تصادفی  $X$  و  $Y$  با توزیع توأم براساس جدول زیر را در نظر بگیرید و به سوالات زیر پاسخ دهید.

(الف)  $P(X \leq 2 | Y = 2)$  را بیابید

(ب)  $E(X|Y)$  را بیابید

(ج)  $Var(X|Y)$  را بیابید

(د) آیا  $X$  و  $Y$  مستقل اند؟

	$Y=0$	$Y=1$	$Y=2$
$X=1$	0.5	0	0.125
$X=2$	0.0625	0	0
$X=3$	0.125	0.0625	0.125

۲- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی هستند. از روی  $Y$  و  $X$  توابع  $Z = \min(X, Y)$  و  $W = \max(X, Y)$  و

$$T = \frac{\min(X, Y)}{\max(X, Y)}$$
 را میسازیم.

(الف) اگر  $X$  و  $Y$  از هم مستقل و با توزیع یکنواخت در بازه‌ی  $(0, \theta)$  باشند، آنگاه  $f_{ZW}(z, w)$  را بیابید و سپس از روی آن  $f_Z(z)$  را بدست آورید.

(ب) اگر  $X$  و  $Y$  از هم مستقل و با توزیع نمایی با پارامتر یکسان  $\theta$  باشند، آنگاه  $f_T(t)$  را بدست آورید.

۳- فرض کنید  $X$  و  $Y$  دو متغیر تصادفی به صورت توأم نرمال با پارامترهای زیر باشد

$$\mu_X = 2, \sigma_X^2 = 9, \mu_Y = 1, \sigma_Y^2 = 4, \rho = -\frac{1}{2}$$

آنگاه  $P(2X + 3Y > 9 | X + 2Y = 2)$  را با استفاده از جدول زیر بدست آورید.

$$\operatorname{erf} x = \int_0^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y^2/2} dy = \Phi(x) - \frac{1}{2}$$

$x$	$\operatorname{erf} x$	$x$	$\operatorname{erf} x$	$x$	$\operatorname{erf} x$	$x$	$\operatorname{erf} x$
0.00	0.0000	0.20	0.0793	0.40	0.1554	0.60	0.2257
0.01	0.0040	0.21	0.0832	0.41	0.1591	0.61	0.2291
0.02	0.0080	0.22	0.0871	0.42	0.1628	0.62	0.2324
0.03	0.0120	0.23	0.0910	0.43	0.1664	0.63	0.2357
0.04	0.0160	0.24	0.0948	0.44	0.1700	0.64	0.2389
0.05	0.0199	0.25	0.0987	0.45	0.1736	0.65	0.2422
0.06	0.0239	0.26	0.1026	0.46	0.1772	0.66	0.2454
0.07	0.0279	0.27	0.1064	0.47	0.1808	0.67	0.2486
0.08	0.0319	0.28	0.1103	0.48	0.1844	0.68	0.2517
0.09	0.0359	0.29	0.1141	0.49	0.1879	0.69	0.2549
0.10	0.0398	0.30	0.1179	0.50	0.1915	0.70	0.2580
0.11	0.0438	0.31	0.1217	0.51	0.1950	0.71	0.2611
0.12	0.0478	0.32	0.1255	0.52	0.1985	0.72	0.2642
0.13	0.0517	0.33	0.1293	0.53	0.2019	0.73	0.2673
0.14	0.0557	0.34	0.1331	0.54	0.2054	0.74	0.2704
0.15	0.0596	0.35	0.1368	0.55	0.2088	0.75	0.2734
0.16	0.0636	0.36	0.1406	0.56	0.2123	0.76	0.2764
0.17	0.0675	0.37	0.1443	0.57	0.2157	0.77	0.2794
0.18	0.0714	0.38	0.1480	0.58	0.2190	0.78	0.2823
0.19	0.0753	0.39	0.1517	0.59	0.2224	0.79	0.2852