



نظریه بازی‌ها

بهار ۱۴۰۲

مدرس: دکتر محمد امین فضلی / مجتبی فیاض بخش

تاریخ تحویل: ۱۴۰۲/۲/۰۲

تمرین سری دوم

پرسش ۱

فرهاد و فریدون و فریبرز بازی ای انجام می‌دهند که در آن استراتژی آن‌ها به ترتیب با y_1, y_2, y_3 مشخص می‌شود و توابع امتیاز با u_1, u_2, u_3

$$U_1(y_1, y_2, y_3) = y_1 + y_1 y_2 - y_1^2$$

$$U_2(y_1, y_2, y_3) = y_2 + y_1 y_2 - y_2^2$$

$$U_3(y_1, y_2, y_3) = (10 - y_1 - y_2 - y_3) y_3$$

تعادل نش را محاسبه کنید.

پرسش ۲

نشان دهید ترتیب حذف سطرها و ستون‌های اکیدا مغلوب مهم نیست و همیشه نتیجه‌ی یکتایی به همراه دارد.

پرسش ۳

بازی زیر را در نظر بگیرید:

رستم \ نیما	C	D
A	6, -10	0, 10
B	4, 1	1, 0

الف) نشان دهید بازی مورد نظر یک تعادل نش ترکیبی یکتا دارد.

ب) نشان دهید اگر رستم بتواند متعهد شود که استراتژی A را با احتمال اندکی کمتر از x^* بازی کند (احتمالی که در تعادل نش ترکیبی بازی می کند) در این صورت رستم می تواند امتیاز خود را افزایش دهد و همچنین نیما نیز سود می کند و امتیاز بیشتری از امتیاز در تعادل نش بدست می آورد

ج) به طور مشابه ثابت کنید اگر نیما متعهد شود که استراتژی C را با احتمال اندکی بیشتر از y^* بازی کند (احتمالی که در تعادل ترکیبی نش بازی می کند) در این صورت نیما می تواند امتیاز خود را افزایش دهد و همچنین رستم نیز سود می کند و امتیاز بیشتری بدست می آورد.

پرسش ۴

یک بازی را در نظر بگیرید که در آن به دو بازیکن یک مجموعه از ۱۰ کارت داده می شود که از ۱ تا ۱۰ شماره گذاری شده است. بازیکنان به طور همزمان یک کارت را به دلخواه بازی می کنند، بازیکنی که کارت بالاتری داشته باشد برنده می شود و مبلغ ۱ دلار دریافت می کند. اگر کارت ها مساوی باشند، هر دو بازیکن ۰٫۵ دلار دریافت می کنند. با این حال، هر بازیکن تعداد محدودی "زندگی" دارد و در صورت شکست در یک دور، یکی از آنها را می بازد. اگر بازیکنی تمام زندگی خود را از دست بدهد، از بازی خارج می شود.

بازیکن ۱ دارای سه زندگی است، در حالی که بازیکن ۲ دارای دو زندگی است. هر بازیکن از تعداد زندگی های حریف خود آگاه است. این بازی تا ۱۰ راند یا تا زمانی که یک بازیکن از بازی خارج شود ادامه دارد.

الف) تعادل نش این بازی را بررسی کنید؟

ب) آیا استراتژی غالب برای هر کدام از بازیکنان وجود دارد؟ اگر چنین است، آن چیست؟

ج) فرض کنید بازیکن ۱ می داند که بازیکن ۲ همیشه بالاترین کارت خود را اول بازی می کند. آیا بازیکن ۱ می تواند از این اطلاعات به نفع خود استفاده کند؟ اگر چنین است، چگونه؟

د) اگر هر بازیکن تعداد نامحدودی زندگی داشته باشد، بازی چگونه تغییر می کند؟

پرسش ۵

با فرض این که می‌دانیم در بازی زیر تعادلی وجود دارد که در آن تمامی استراتژی‌ها با احتمال ناصفر بازی می‌شوند، این تعادل نش ترکیبی را محاسبه کنید. همچنین با فرض این که در این بازی تعادل ترکیبی وجود دارد که در آن نفر دوم، به طور خالص استراتژی D را انجام می‌دهد، این تعادل را به دست آورید. این بازی چند تعادل نش خالص دارد؟

نفر اول \ نفر دوم	A	B	C
C	1,1	4,9	7,2
D	4,7	7,7	1,2
E	8,6	5,4	2,10