



## طراحی به کمک کامپیوتر - نیمسال دوم ۹۹-۱۳۹۸

شماره دانشجویی: ۹۶۱۰۸۳۷۸

نام و نام خانوادگی: علی بنی اسد  
عنوان تمرین: تمرین تبدیلات دو بعدی ۱۳۹۸/۹۸/۲۸

سوال:

مثلث  $ABC$  با رئوس  $A(0,0)$ ،  $B(1,1)$  و  $C(5,2)$  را در نظر بگیرید که در نقطه  $C(5,2)$  ثابت است. چنانچه اندازه مثلث را با در نظر گرفتن این نقطه ثابت دو برابر کنیم:  
**(الف)** ماتریس تبدیل لازم را بنویسید.  
**(ب)** مختصات دو رأس جدید را بدست آورید.

پاسخ:

اندازه مثلث واژه گنگی است و هم می توان برای اضلاع و هم مساحت استفاده کرد. برای حالت اول اضلاع را دو برابر و برای حالت دوم اضلاع را  $\sqrt{2}$  برابر می کنیم که در دو حالت فرقی در راه حل کلی وجود ندارد. با توجه به صورت سوال که نقطه  $C$  باید ثابت باشد با یک ماتریس انتقال آن را به مبدا انتقال می دهیم.

$$T = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = A + T, B_1 = B + T, C_1 = C + T$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

حال با توجه با خواسته سوال آن دیگر نقاط را  $\alpha$  برابر می کنیم.

$$S = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{bmatrix}$$

$$A_2 = S \cdot A_1, B_2 = S \cdot B_1, C_2 = S \cdot C_1$$

$$\text{for } \alpha = 2 \rightarrow A_2 = \begin{bmatrix} -10 \\ -4 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -8 \\ -2 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

حال دوباره از ماتریس انتقال استفاده می کنیم و نقطه  $C$  را به محل اولیه بر می گردانیم.

$$T' = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A' = A_2 + T', B' = B_2 + T', C' = C_2 + T'$$

$$A' = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \end{bmatrix}, B' = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}, C' = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

نقاط بدست آمده در بالا جواب سوال هستند می توان با یک عملیات هم به جواب رسید که پاسخ آن در صفحه بعد آمده است.

## طراحی به کمک کامپیوتر - نیمسال دوم ۹۹-۱۳۹۸

شماره دانشجویی: ۹۶۱۰۸۳۷۸

نام و نام خانوادگی: علی بنی اسد

عنوان تمرین: تمرین تبدیلات دو بعدی ۱۳۹۸/۹۸/۲۸

برای این کار ما مختصات را صرفاً جهت انجام راحت تر محاسبات در سه بعد می رویم و یک بعد دیگر به آن اضافه می کنیم.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, C_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{final matrix change } M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A' = T_2 \cdot S \cdot T_1 \cdot A \rightarrow A' = \begin{bmatrix} -5 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B' = T_2 \cdot S \cdot T_1 \cdot B \rightarrow B' = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C' = T_2 \cdot S \cdot T_1 \cdot C \rightarrow C' = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

که با توجه به بالا نتایج کاملاً یکی است.  
شکل خلاصه عملیات در دستگاه مختصات:

