بسم الله الرحمن الرحیم

دانشکده مهندسی هوافضا

دینامیک پرواز ۲

Flight Dynamics 2

فصل ۲

مدل‌سازی نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی

مدل‌سازی نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی

جایگاه بحث

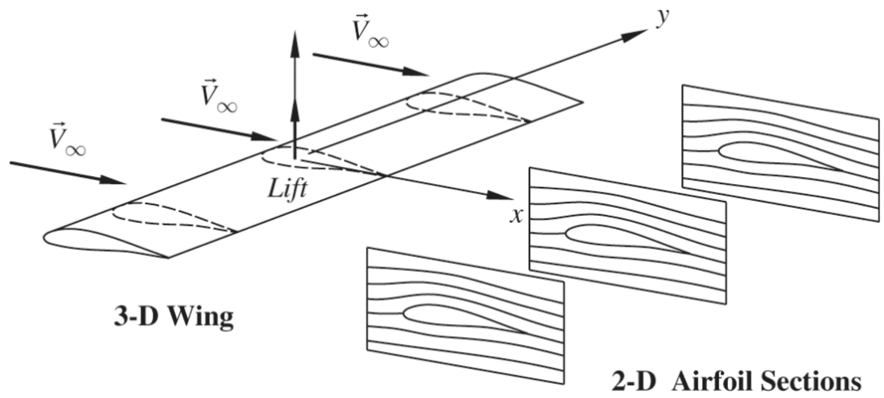
در نقشه راه درس

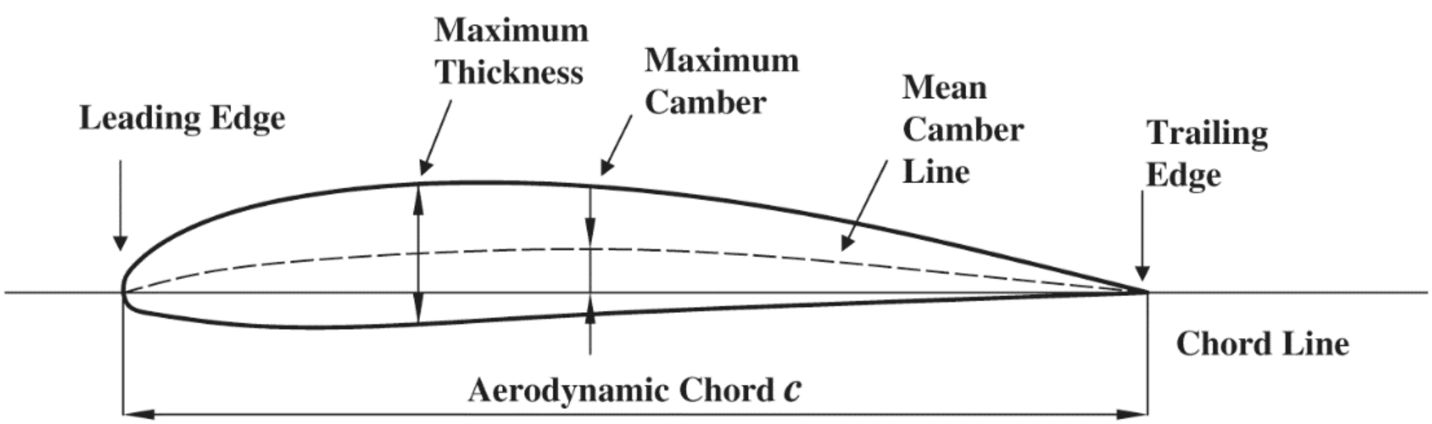
- ❖ Aircraft Equations of Motion
- ❖ Modeling of Aerodynamic and Thrust Forces and Moments
- ❖ Aircraft Stability and Design for Trim Conditions
- ❖ Aircraft Stability and Control for Perturbed-State Flight
- ❖ Supplementary Topics

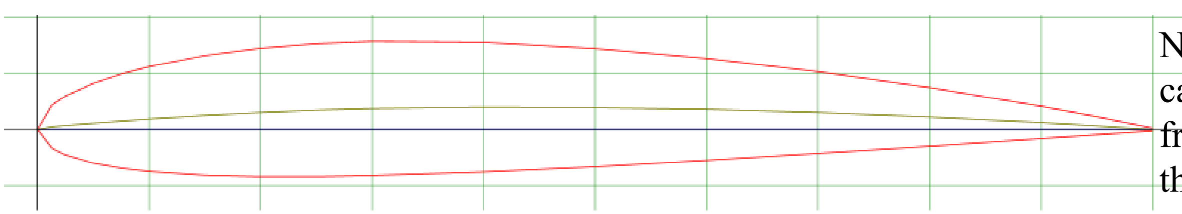
- مروری بر مشخصات کلیدی آیرودینامیکی مقاطع بال

✓ مشخصه‌های هندسی کلیدی:

- انحنا (شکل خط میانی)
- حداکثر نسبت ضخامت به وتر
- شکل لبه حمله





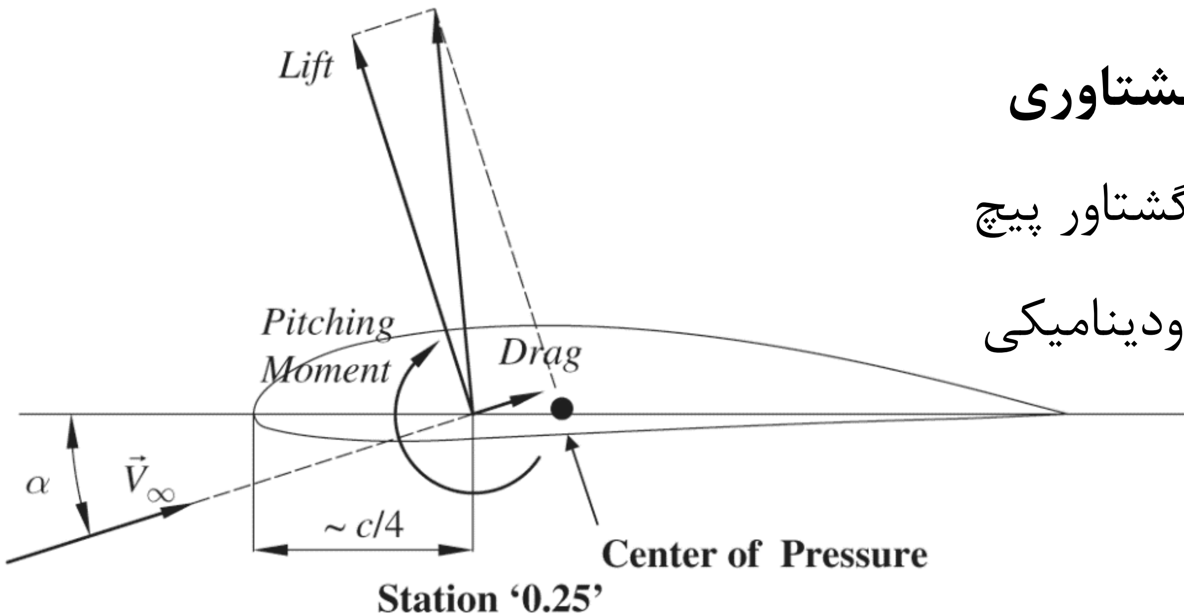


NACA 2412 airfoil has a maximum camber of 2% located 40% (0.4 chords) from the leading edge with a maximum thickness of 12% of the chord.

- مروری بر مشخصات کلیدی آیرودینامیکی مقاطع بال

✓ **مشخصه‌های نیرویی و گشتاوری**

- نیروهای برا و پسا، و گشتاور پیچ
- مرکز فشار و مرکز آیرودینامیکی

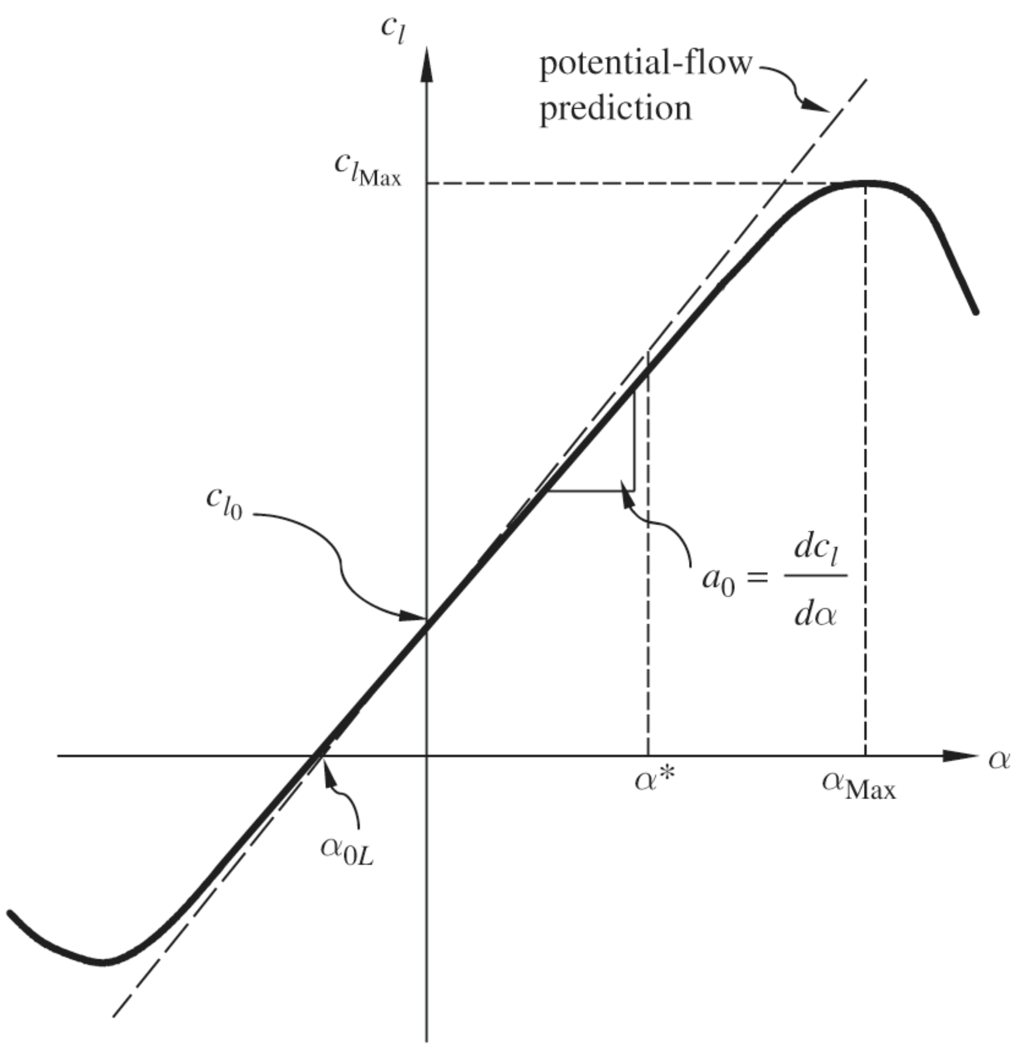


$C_{m_\alpha} = 0$ **مرکز آیرودینامیکی**

$$M_{AC} = -L\left(x_{CP} - x_{AC}\right) \xrightarrow[L=\bar{q}ScC_L]{M=\bar{q}S\bar{c}C_m} C_{m_{AC}} = -C_L \frac{(x_{CP} - x_{AC})}{\bar{c}} = -C_L(\bar{x}_{CP} - \bar{x}_{AC})$$

$$\bar{x}_{AC} \in [0.25 - 0.27] \xrightarrow[\text{Tuck}]{\text{Transonic F.C.}} \bar{x}_{AC} \simeq 0.5$$

- مروری بر مشخصات کلیدی آیرودینامیکی مقاطع بال



✓ $C_L - \alpha$

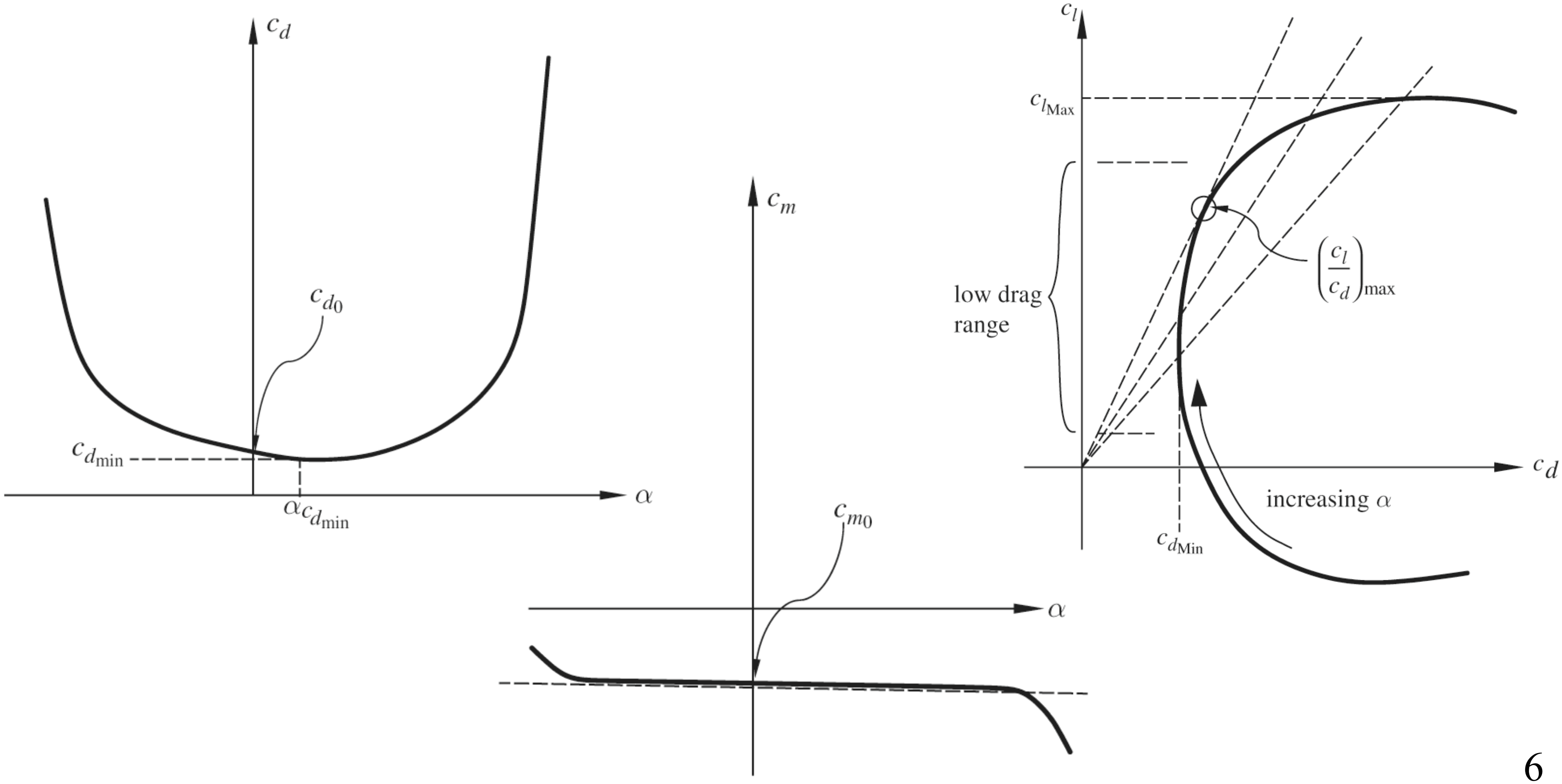
تبدیل پرانتــل -گلارت

$$c_{L_\alpha}\Big|_{Mach} = \frac{c_{L_\alpha}\Big|_{M=0}}{\sqrt{1-M^2}}$$

$$M \notin [0.85 - 1.15]$$

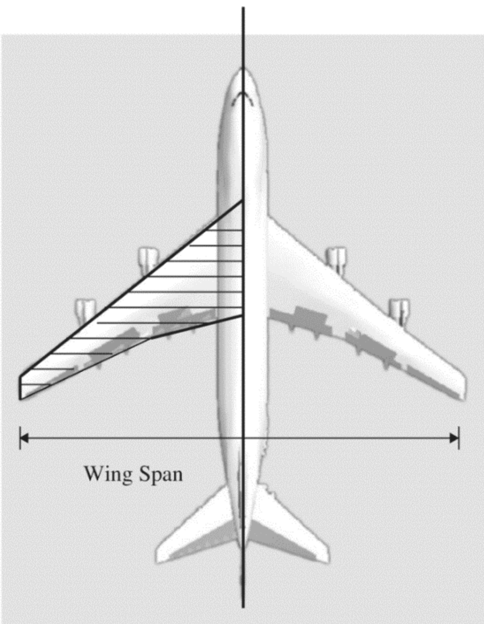
- مروری بر مشخصات کلیدی آیرودینامیکی مقاطع بال

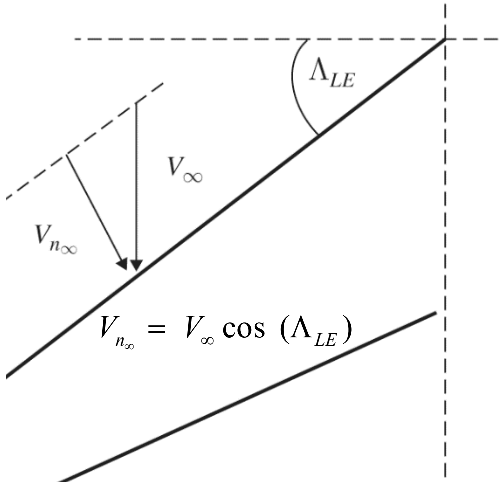
✓ $C_D - \alpha$ ، $C_m - \alpha$ و منحنی قطبی **Polar Curve**

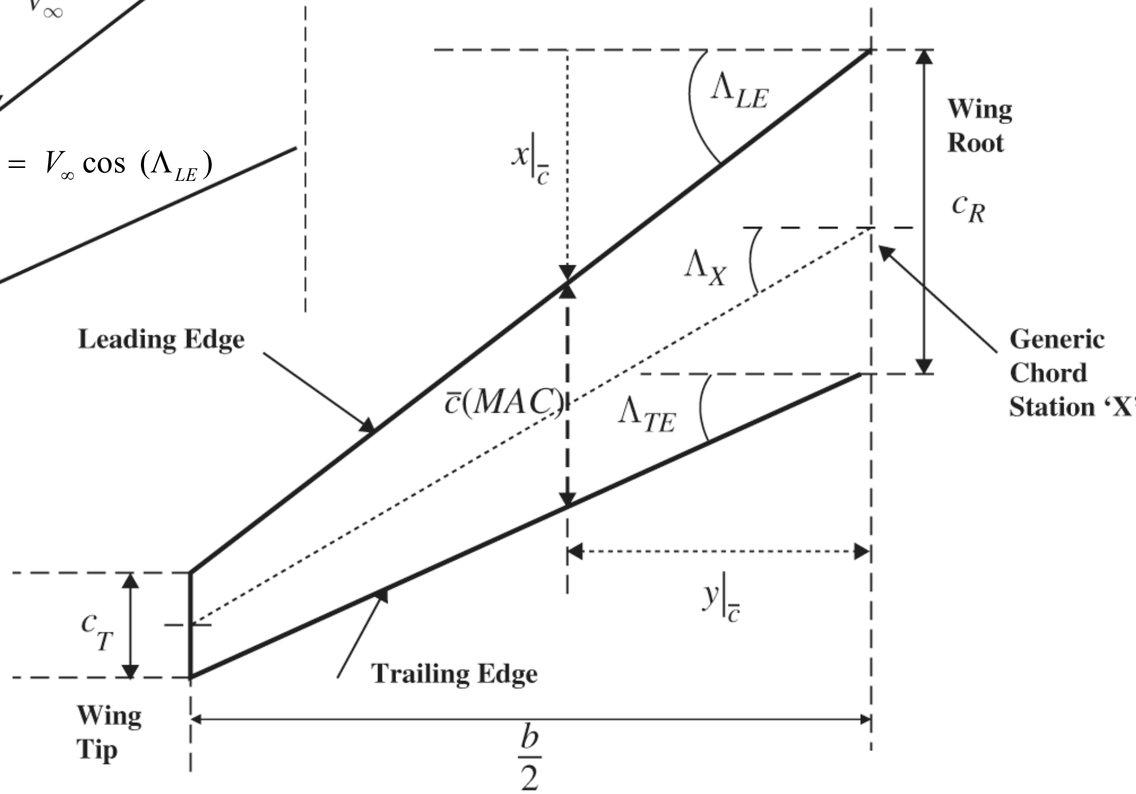


• مشخصات آیرودینامیکی بال محدود

✓ پلنفرم بال مستقیم عمومی







$AR = \dfrac{b^2}{S}$ aspect ratio
نسبت منظری

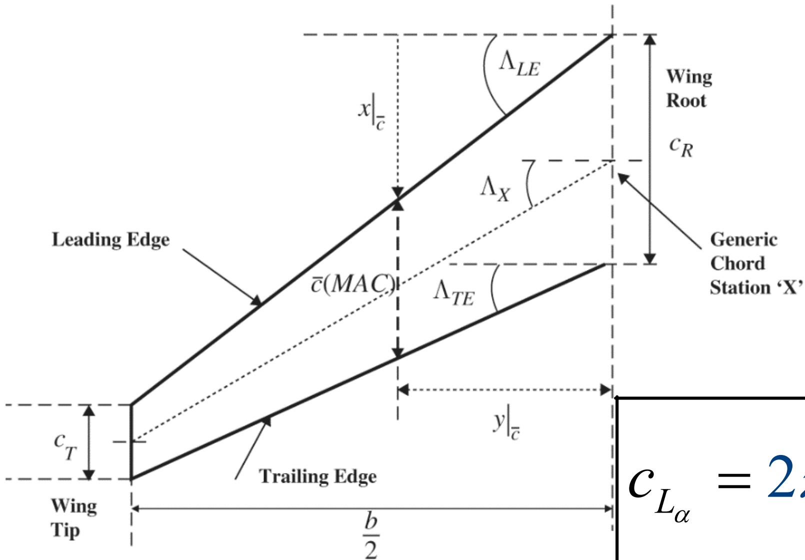
$\lambda = \frac{c_T}{c_R} \in [0-1]$ taper ratio
نسبت باریک‌شوندگی

$\lambda = 1$: rectangular wing

$\lambda = 0$: delta wing

- مشخصات آیرودینامیکی بال محدود

✓ فرمول پلهیمس **Polhamus Formula**



$$\boxed{c_{L_\alpha} = 2\pi \frac{AR}{2 + \sqrt{\frac{AR^2(1-M^2)}{k^2}\left(1 + \frac{\tan^2(\Lambda_{0.5})}{(1-M^2)}\right) + 4}}}$$

$$\text{for } AR < 4 \quad k = 1 + \frac{AR(1.87 - 0.000233\ \Lambda_{LE})}{100}$$

$$\text{for } AR \geq 4 \quad k = 1 + \frac{[(8.2 - 2.3\ \Lambda_{LE})\ -\ AR(0.22 - 0.153\ \Lambda_{LE})]}{100}$$

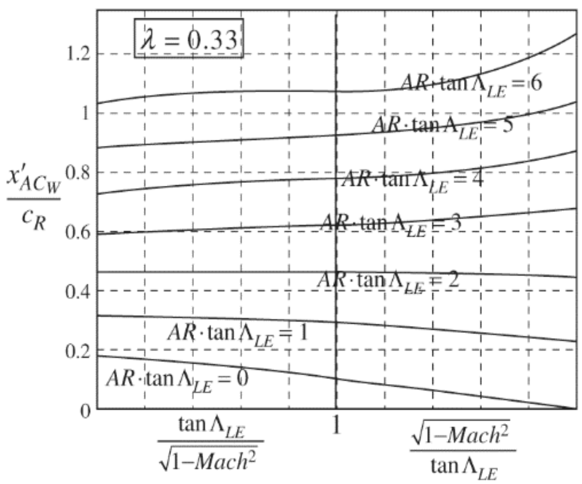
$$M < M_{CRIT} \quad ; \quad \Lambda_{LE} < [30 - 32]^\circ \quad ; \quad AR \in [3 - 8] \quad ; \quad \lambda \in [0.4 - 1.0]$$

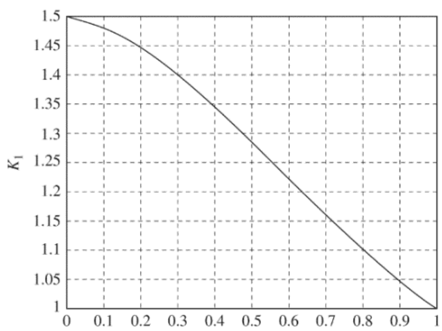
- مشخصات آیرودینامیکی بال محدود

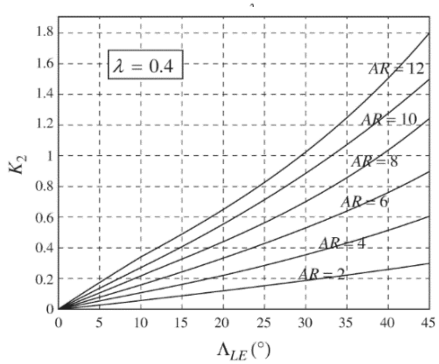
✓ تعیین مرکز آیرودینامیکی بال و بال+بدنه Munk's theory

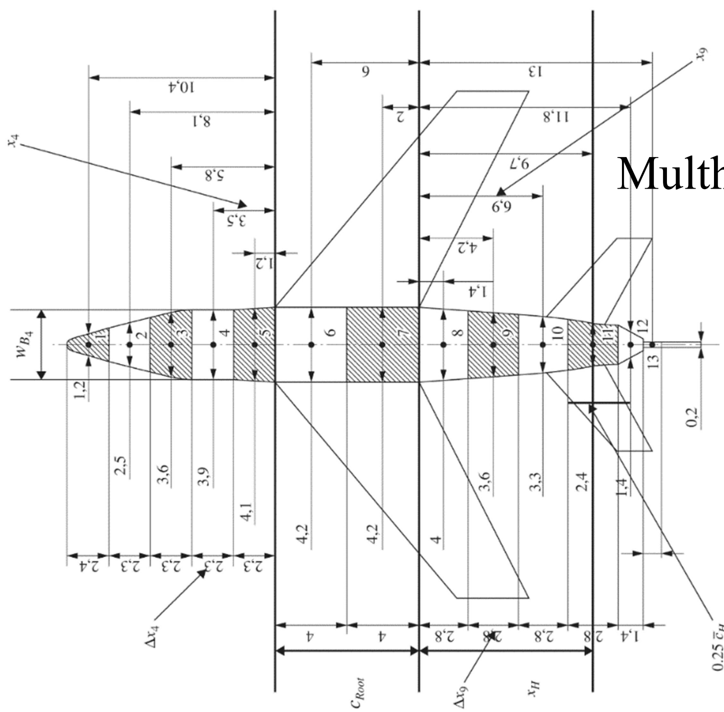
$$\bar{x}_{AC_{WB}} = \bar{x}_{AC_W} + \Delta\bar{x}_{AC_B}$$

- یافتن مقدار $\left(\frac{x'_{AC}}{c_R}\right)$ با میانیابی از نمودارهای مربوطه
- تعیین مرکز آیرودینامیکی بال $\bar{x}_{AC_W} = K_1\left(\frac{x'_{AC}}{c_R} - K_2\right)$
- تعیین اثر بدنه $\Delta\bar{x}_{AC_B}$





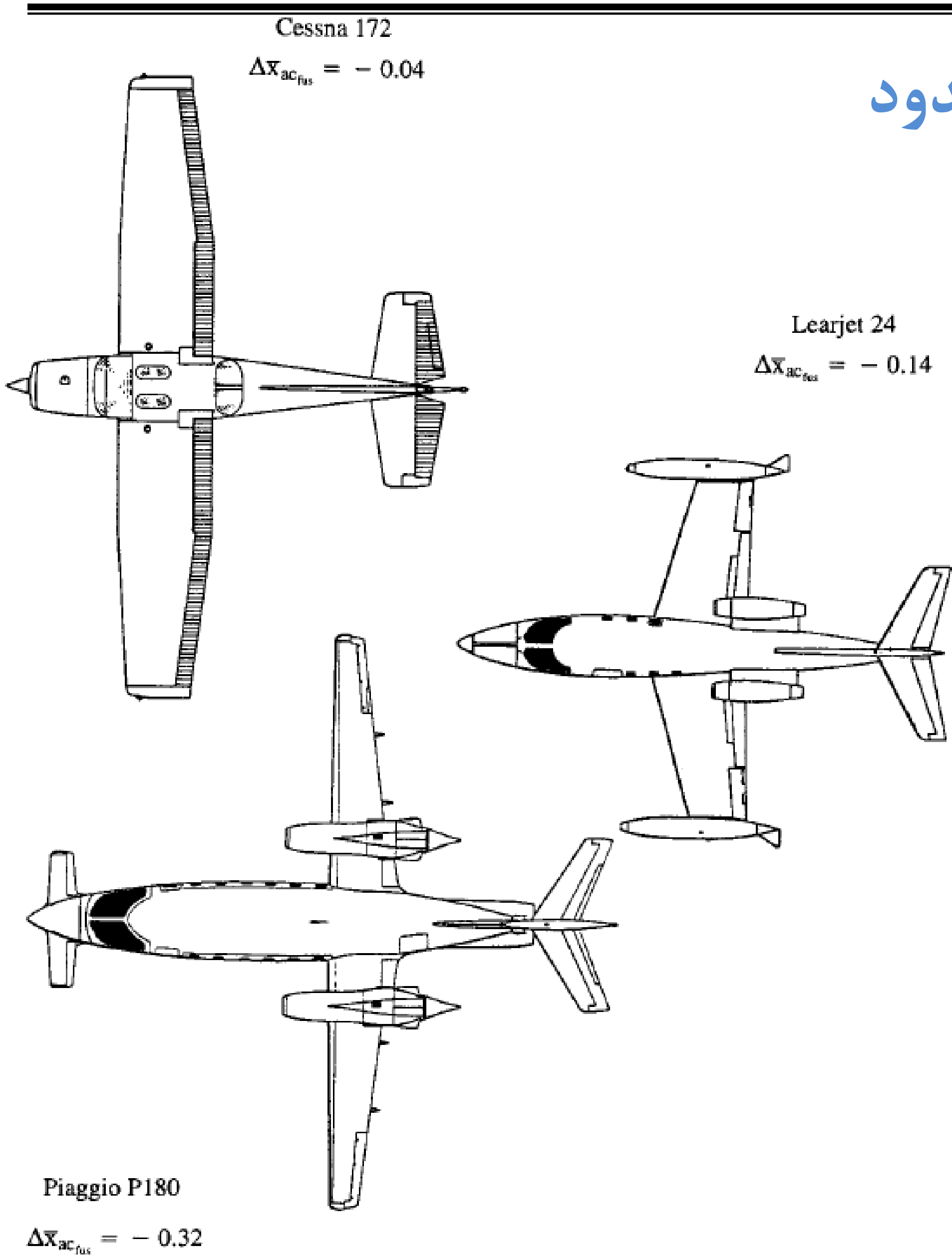




Multhopp strip-integration method

روش تجمیع نواری مولتاپ

- مشخصات آیرودینامیکی بال محدود



Munk Effect

$$\bar{x}_{ac_{WB}} = \bar{x}_{ac_W} + \Delta\bar{x}_{ac_B}$$

$\Delta\bar{x}_{ac_B}$: Fuselage Induced AC Shift

$$\Delta\bar{x}_{ac_B} = \frac{C_{m_{\alpha_B}}}{C_{L_{\alpha_{WB}}}} \cong \frac{C_{m_{\alpha_B}}}{C_{L_{\alpha_B}}}$$

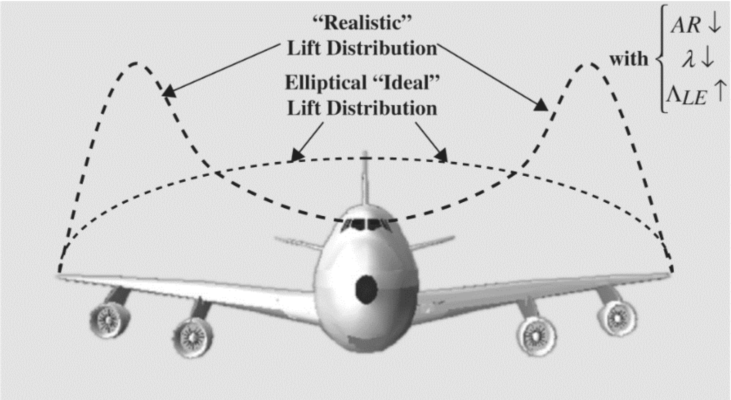
- آیرودینامیک دم

«تداخل» آیرودینامیکی ایجاد شده توسط بال روی دم افقی

$$\varepsilon = \varepsilon\big|_{\alpha=0^\circ} + \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\alpha = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\alpha \xrightarrow{\text{If } \varepsilon_0 \approx 0}$$

$$\alpha_H = \alpha - \varepsilon = \alpha - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\alpha = \alpha\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$

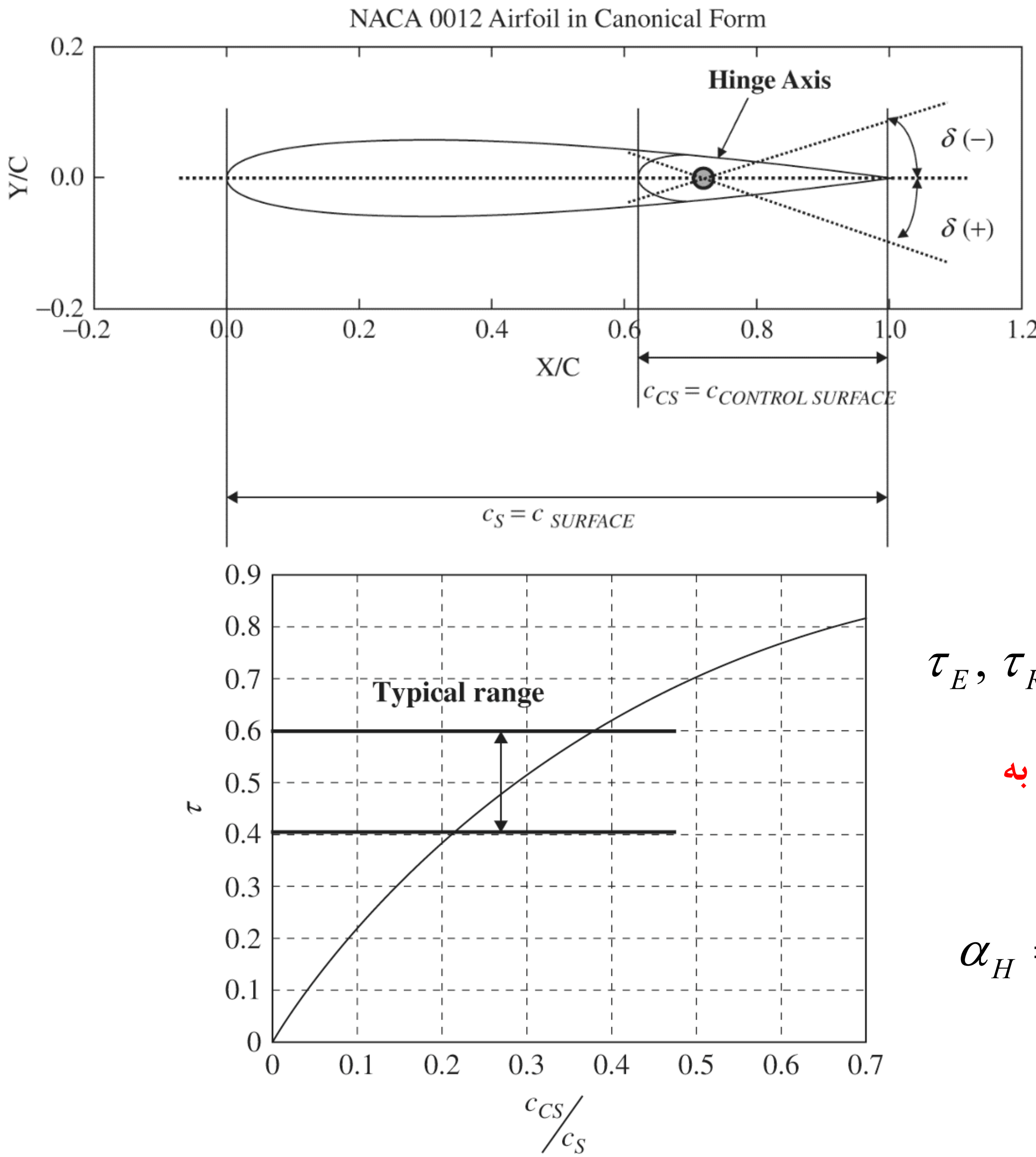
با هوشمندی، زاویه حمله مؤثر دم افقی را به زاویه حمله هواپیما مربوط کردیم



نسبت‌های فشار دینامیکی:

$$\eta_H = \frac{\frac{1}{2}\rho V_H^2}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{\bar{q}_H}{\bar{q}}, \qquad \eta_V = \frac{\frac{1}{2}\rho V_V^2}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{\bar{q}_V}{\bar{q}}$$

مجددا هوشمندی



- ## سطوح کنترلی دم

✓ **استاندارد زوایا**

طبق قرارداد انحراف سطوح کنترلی هنگامی مثبت فرض می‌شود که برای دم افقی لبهٔ فرار به سمت پایین و برای دم عمودی، لبهٔ فرار به سمت چپ نسبت به خلبان منحرف گردد.

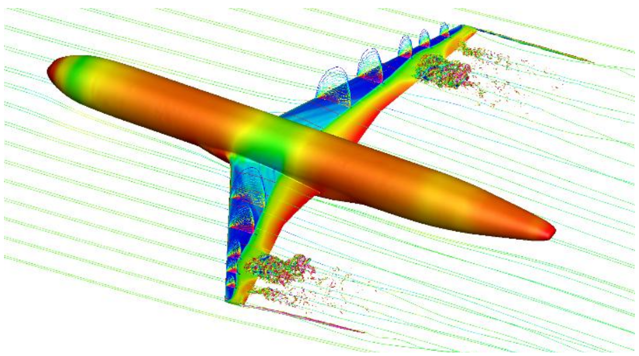
✓ **فاکتور کارآمدی** τ_E, τ_R, τ_A

با هوشمندی، زاویه حمله مؤثر دم افقی را به زاویه حمله هواپیما مربوط کردیم

$$\alpha_H = \tau_E \delta_E$$

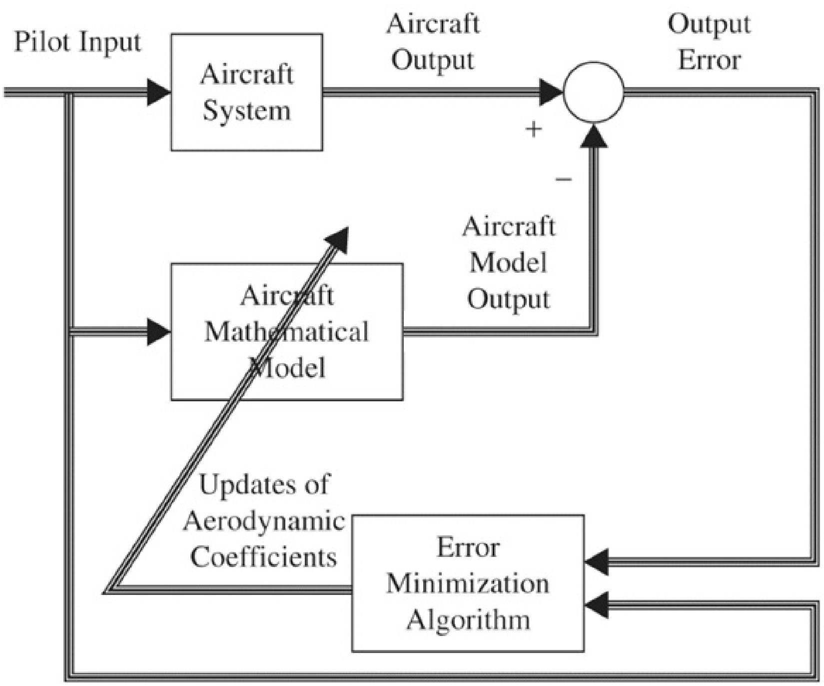
- رویکردهای عمومی تعیین مشخصات آیرودینامیکی هواپیما

✓ تحلیل تونل باد



✓ تحلیل دینامیک سیالات محاسباتی (CFD)

✓ شناسایی پارامتر (PID) از داده‌های پروازی



✓ به دست آوردن رابطه بین داده‌های تونل باد

و مشاهدات تجربی «تجمیع مؤلفه‌ها»

Empirical "Build-Up" method (Engineering)

- رویکرد اتخاذی: روش مهندسی

مطالعهٔ نقش مؤلّفه‌های کلیدی هواپیما در الگوی نیرو و گشتاورها

↓

مطالعهٔ نحوهٔ اثرگذاری مؤلّفه‌ها در رفتار مطلوب / نامطلوب هواپیما

در این روش نیرو و گشتاورها بر اساس الگوهایی مدل‌سازی می شوند که درون آنها پارامترهایی به عنوان مشتقات وجود دارند. مشتقات به نوبه خود نشان‌دهنده سطح پایداری استاتیکی می‌باشند.

$$\rightarrow C_{L_\alpha}, C_{m_\alpha}, C_{L_{\delta_E}}, \ \ldots$$

در ادامه درس، بدلیل سهولت و ارتباط صریح با معماری هواپیما (نقش مولفه ها)، از رویکرد مهندسی برای استخراج نیرو و گشتاورها در دو حالت، استفاده خواهد شد:

1. Steady State Flight $\quad L_A = \left(C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R\right)\bar{q}Sb$

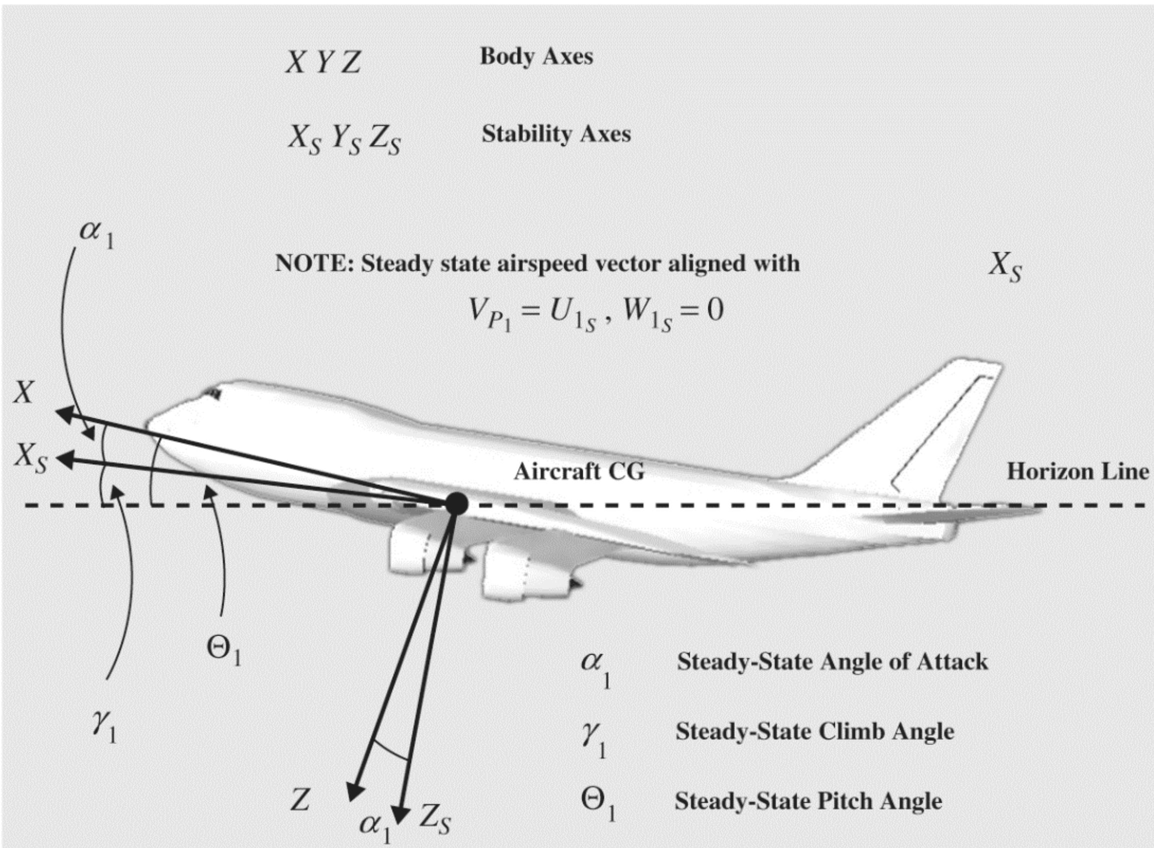
2. Perturbed State Flight $\quad l_A = \left(C_{l_p}p + C_{l_r}r + \cdots\right)\bar{q}Sb$

• مرور بحث

- نیروها و گشتاورها از روش مهندسی تجمیع مؤلّفه‌ها Component Build-Up برآورد می‌گردد.
- نیروها و گشتاورها در دستگاه پایداری محاسبه می‌گردد.
- الگوی نیروها و گشتاورها در دو حالت دائم و اختلالی معرّفی خواهد شد.
- به طور کلی نیرو و ممان‌ها در دو بخش طولی، جانبی-جهتی طبقه‌بندی می‌گردند و الگوی آنها براساس نقش کلیدی مؤلّفه‌ها، سطوح کنترلی و پارامترهای پروازی ارائه می‌گردد.
- پارامترهای مدل (ضرائب نیرو و ممان) مشتقّات نامیده می‌شوند که از روش مؤلّفه‌ها به خواص آئرودینامیکی، هندسی اجزاء هواپیما مرتبط خواهد شد (ارتباط با طرّاحی). مشتقّات به تبع به گروه‌های استاتیکی، دینامیکی و کنترلی قابل تقسیم‌بندی می‌باشند.

- ## دستگاه پایداری هواپیما

دستگاه پایداری $X_s Y_s Z_s$ توسط چرخش دستگاه بدنی XYZ حول $Y = Y_s$ به میزان α_1 حاصل می‌شود. توجه کنید که امتداد X_s در پرواز متقارن $\beta_1 = 0$، در راستای بردار سرعت و در پروازهای نامتقارن، در امتداد تصویر آن روی صفحه تقارن است.



هنگامی که هواپیما پرواز دائم خود را با $\beta_1 \neq 0$ انجام دهد، اصطلاحاً در پرواز نامتقارن **(Side slipping)** قرار دارد. در این حالت بردار سرعت در صفحهٔ تقارن هواپیما قرار ندارد. در این شرایط دستگاه بدنی با دو دوران α_1 و β_1 به دستگاهی به نام دستگاه باد (X در راستای بردار سرعت) تبدیل می‌گردد.

در مقابل α_T, ϕ

- دستگاه پایداری هواپیما

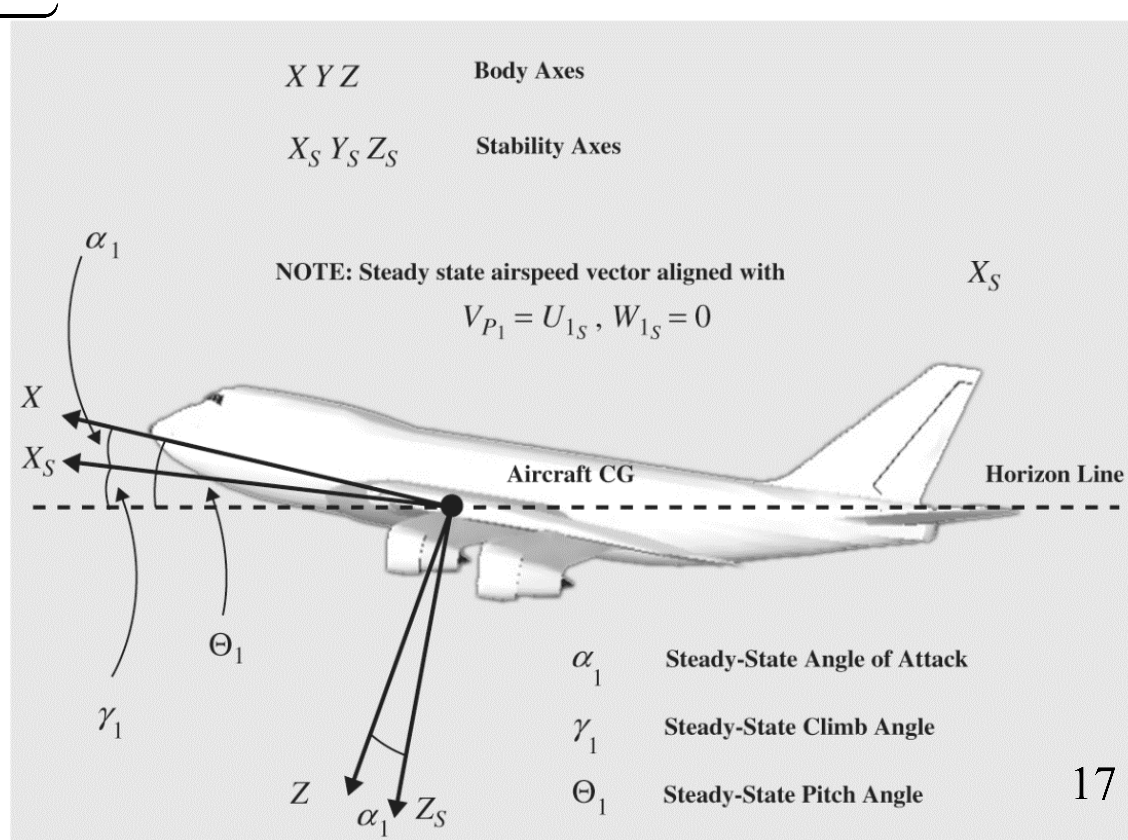
پرواز متقارن :

$$\vec{V}_{P_1}^{S} = \begin{bmatrix} V_{P_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\vec{V}_{P_1}^{B} = T^{BS}(\alpha)\vec{V}_{P_1}^{S} \quad \rightarrow$$

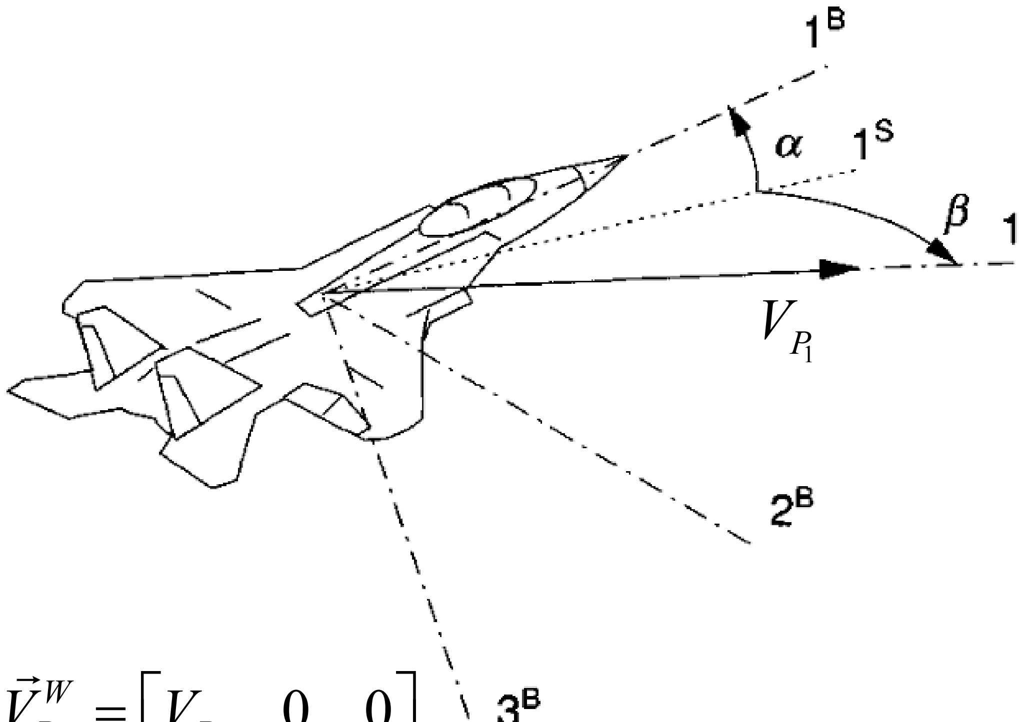
$$\vec{V}_{P_1}^{B} = [\underbrace{V_{P_1}\cos\alpha_1}_{U_1} \quad 0 \quad \underbrace{V_{P_1}\sin\alpha_1}_{W_1}]^T$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F_{A_{X_{1_s}}} = -D = -C_D\bar{q}S \\ F_{A_{Z_{1_s}}} = -L = -C_L\bar{q}S \\ M_{A_{1_s}} = M_{A_1} = C_m\bar{q}S\bar{c} \end{cases}$$



- دستگاه پایداری هواپیما

پرواز نامتقارن :



$$\vec{V}_{P_1}^{W} = \begin{bmatrix} V_{P_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{V}_{P_1}^{S} = \begin{bmatrix} V_{P_1}\cos\beta_1 & V_{P_1}\sin\beta_1 & 0 \end{bmatrix}^T$$

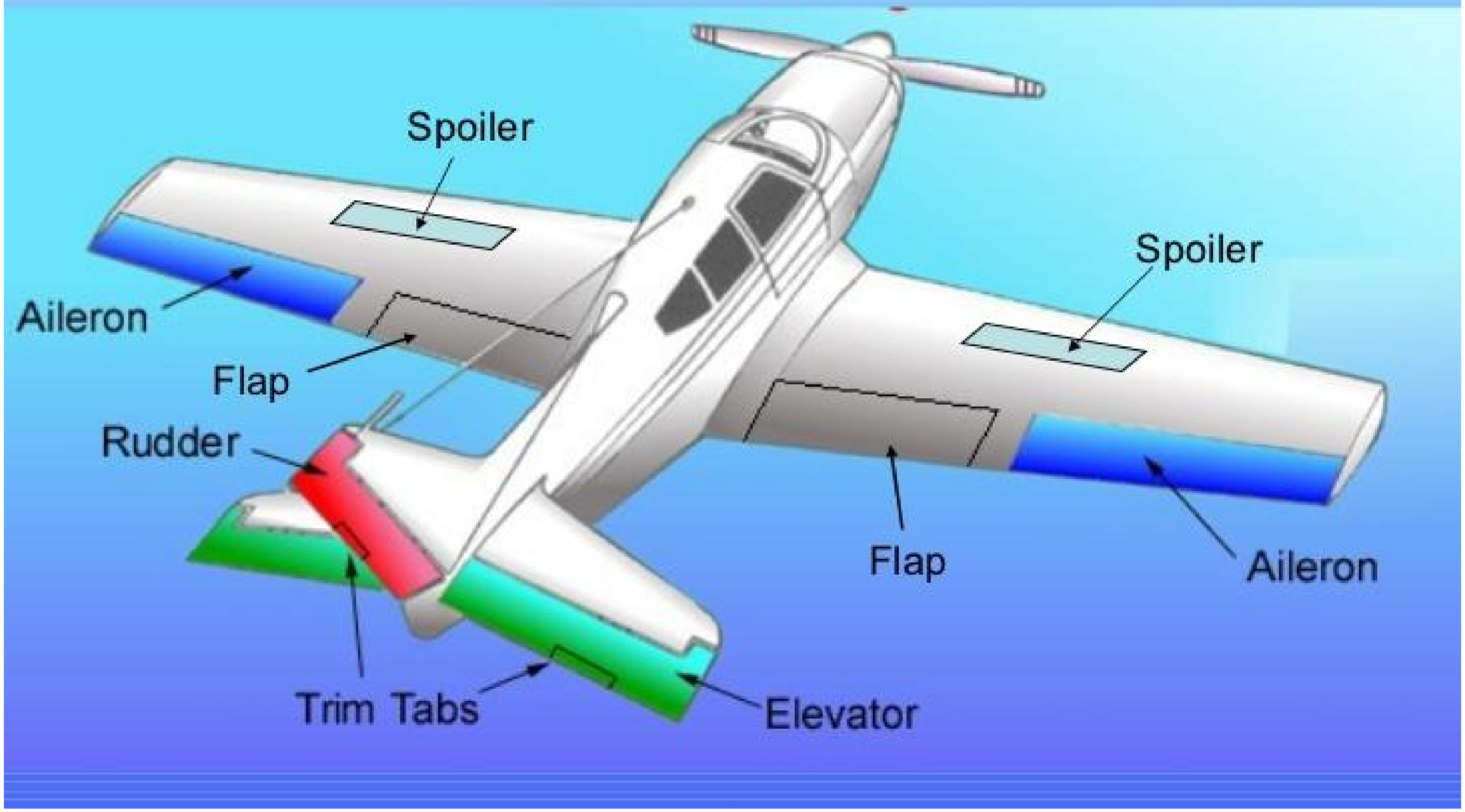
$$\beta_1 = \sin^{-1}\left(\frac{V_1}{V_{P_1}}\right) \approx \frac{V_1}{V_{P_1}} \approx \frac{V_1}{U_1}$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{W_1}{U_1}\right) \approx \frac{W_1}{U_1}$$

$$\vec{V}_{P_1}^{B} = T^{BW}(\alpha_1,\beta_1)\vec{V}_{P_1}^{W} \Rightarrow \vec{V}_{P_1}^{B} = [\underbrace{V_{P_1}\cos\beta_1\cos\alpha_1}_{U_1} \quad \underbrace{V_{P_1}\sin\beta_1}_{V_1} \quad \underbrace{V_{P_1}\cos\beta_1\sin\alpha_1}_{W_1}]^T$$

Flight Control Surfaces

سطوح کنترلی هواپیما



• نیروها و گشتاورهای دائمی

Variables	All=0	α	β	δ_A	δ_E	δ_R
$F_{A_{x_1}}$	Drag at Zero Lift	Drag Due to α	Negligible for Small β	Negligible	Negligible	Negligible
$F_{A_{y_1}}$	Zero	Indirect	Side Force Due to β	Negligible	Zero	Side Force Due to δr
$F_{A_{z_1}}$	Lift at zero α	Lift Due to α	Negligible for Small β	Negligible	Lift Due to δe	Negligible
L_{A_1}	Zero	Indirect	Rolling Moment Due to β	Rolling Moment Due to δa	Zero	Rolling Moment Due to δr
M_{A_1}	Pitching Moment at Zero α	Pitching Moment Due to α	Negligible for Small β	Negligible	Pitching Moment Due to δe	Negligible
N_{A_1}	Zero	Indirect	Yawing Moment Due to β	Small but Not Negligible	Zero	Yawing Moment Due to δr

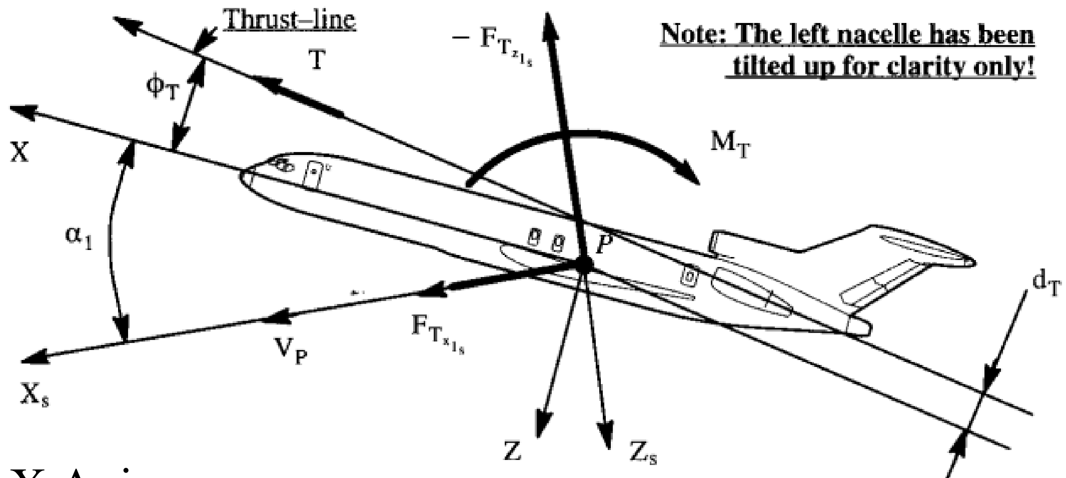
• الگوی نیرو و گشتاورهای طولی در پرواز دائم Longitudinal

❑ پیشرانش

$$F_{T_{X_{1_s}}} = T\cos\left(\phi_T + \alpha_1\right)$$

$$F_{T_{Z_{1_s}}} = -T\sin\left(\phi_T + \alpha_1\right)$$

$$M_{T_{1_s}} = -TdT$$



ϕ_T = Thrust Angle Relative to X Axis

نیرو و ممان‌های مربوط به نیروی پیشرانش کلّاً با مشخّص بودن T که تابعی از پارامترهای زیر است، مشخّص می‌شود:

$$T = f\left(h, M, \text{Inlet}\left(\text{Prop}\right), \alpha, \text{Throttle Setting}\right)$$

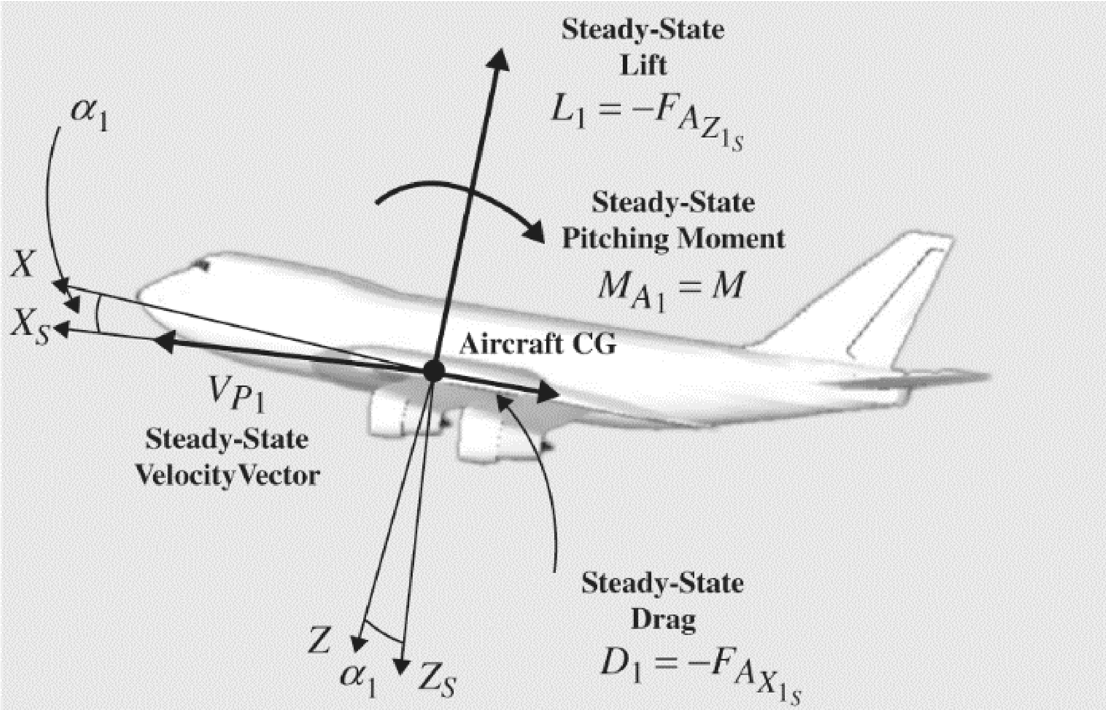
- الگوی نیرو و گشتاورهای طولی در پرواز دائم **Longitudinal**

❑ آیرودینامیک

$$F_{A_{X_{1_s}}} = -D_1 = -\left(C_{D_0} + C_{D_\alpha}\alpha + C_{D_{\delta_E}}\delta_E + C_{D_{i_H}} i_H\right)\bar{q}_1 S$$

$$F_{A_{Z_{1_s}}} = -L_1 = -\left(C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\delta_E}}\delta_E + C_{L_{i_H}} i_H\right)\bar{q}_1 S$$

$$M_{A_{1_s}} = M_{A_1} = \left(C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_E}}\delta_E + C_{m_{i_H}} i_H\right)\bar{q}_1 S\bar{c}$$



• الگوی نیرو و گشتاورهای طولی در پرواز دائم Longitudinal

نکات مهم!

- از اینجا به بعد اندیس‌های 1 و s حذف می‌شوند؛ چون به طور کلّی این نیروها در شرایط دائم و در محور مختصات پایداری مطرح می‌شوند.
- برای به دست آوردن نیروها که برابر با پسا و برآ و گشتاور که گشتاور پیچ را شامل می‌شود، از روش تجمیع مؤلّفه‌ها استفاده می‌کنیم.
- نیرو و ممان‌های طولی در شرایط دائم متّکی به پارامترهای زیر می‌باشند:

$$\alpha, \delta_E, i_H, \bar{q}, M, \mathrm{Re}$$

- اثرات سرعت و ارتفاع در $\bar{q}_1$ نهفته و مشتقّات در M ثابت در نظر گرفته می‌شوند.
- مشتقّات از طریق قیاس الگوی مدل ضرائب با فیزیک کلان هواپیما حاصل می‌گردند.
- مشتقّات بی‌بعد هستند!

• نیروی پسا (Drag Force)

Total Airplane Drag:

پسای هواپیما برحسب ضرایب بی‌بعد آن به صورت زیر می‌باشد:

$$D = C_D \bar{q} S \xrightarrow{c_D = f(\alpha, \delta_E, i_H)}$$

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha + C_{D_{\delta_E}} \delta_E + C_{D_{i_H}} i_H$$

C_{D_0} = Total Airplane Drag Coef. for $\alpha = i_H = \delta_E = 0$

$C_{D_\alpha} = \dfrac{\partial C_D}{\partial \alpha}$ Total Airplane Drag Change with α

$C_{D_{i_H}} = \dfrac{\partial C_D}{\partial i_H}$ Total Airplane Drag Change Due to i_H

$C_{D_{\delta_E}} = \dfrac{\partial C_D}{\partial \delta_E}$ Total Airplane Drag Change Due to δ_E

- نیروی پسا (Drag Force)

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_\alpha}\alpha + C_{D_{\delta_E}}\delta_E + C_{D_{i_H}} i_H$$

$$C_D = C_{D_0} + \frac{{C_L}^2}{\pi A R e}$$ رابطه پرانتل

$$C_{D_0} = f\left(\text{Wing-Body Configuration}, \delta_E, i_H\right)$$

$$C_{D_\alpha} \approx \frac{\partial \dfrac{{C_L}^2}{\pi A R e}}{\partial \alpha} \rightarrow \boxed{C_{D_\alpha} = \left(\frac{2C_L}{\pi A R e}\right) C_{L_\alpha}}$$

• نیروی برآ (Lift Force)

Total Airplane Lift:

برای هواپیما برحسب ضرایب بی‌بعد آن به صورت زیر است:

$$L = C_L \bar{q}_1 S$$

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\delta_E}}\delta_E + C_{L_{i_H}} i_H$$

C_{L_0} = Total Airplane Lift Coef. for $\alpha = i_H = \delta_E = 0$

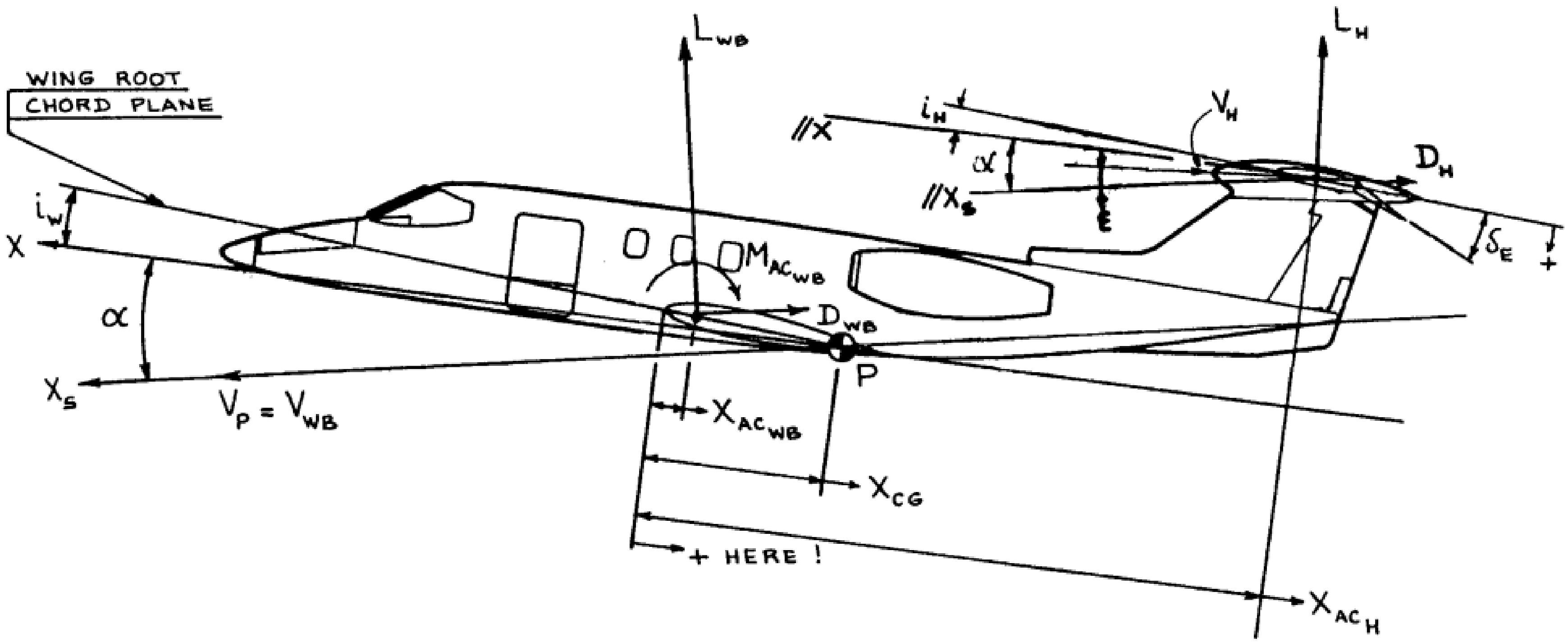
$C_{L_\alpha} = \dfrac{\partial C_L}{\partial \alpha}$ Total Airplane Lift Curve Slope

$C_{L_{i_H}}$ OR $C_{L_{\delta_E}}$ Change in Airplane C_L for Unit Stabilizer OR Elevator Angle

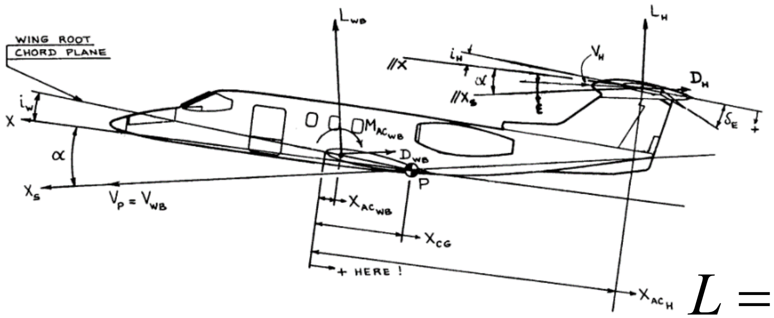
• $C_{L_0}, C_{L_\alpha}, C_{L_{i_H}}, C_{L_{\delta_E}}$ به M بستگی دارند!

• قراردادهای تعریف مشتقات

برای به دست آوردن روابطی برای پارامترهای معرّفی شده شده در الگوی نیرو و ممان ها، براساس مؤلّفه‌های قراردادی هواپیما شکل زیر را در نظر بگیرید:



• محاسبه نیروی برآ (Lift Force)



توجّه کنید که:

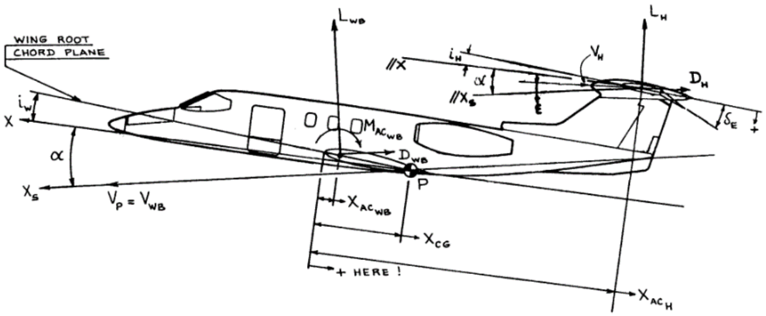
$$L = L_{WB} + L_H \cos\varepsilon - D_H \sin\varepsilon \approx L_{WB} + L_H$$

که در فرم ضرایب به صورت زیر می‌شود:

$$\Rightarrow C_L \bar{q} S = C_{L_{WB}} \bar{q} S + C_{L_H} \bar{q}_H S_H$$

$$\Rightarrow \boxed{C_L = C_{L_{WB}} + C_{L_H} \eta_H \frac{S_H}{S}} \quad ; \quad \eta_H = \frac{\bar{q}_H}{\bar{q}}$$

این معادله به این اشاره می‌کند که فشار دینامیکی روی دم لزوماً برابر فشار دینامیکی بال نخواهد بود.



• محاسبه نیروی برآ (Lift Force)

متعاقباً ضریب برای بدنه-بال به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$C_{L_{WB}} = C_{L_{0_{WB}}} + C_{L_{\alpha_{WB}}} \alpha$$

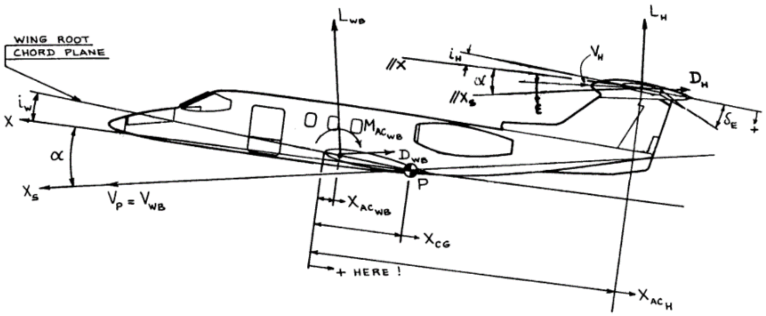
به دلیل اثرات تداخلی (Interference Effects) : $C_{L_{\alpha_{WB}}} \neq C_{L_{\alpha_W}}$

برای پیکربندی‌هایی که دارای b/d_B بزرگ باشند: $C_{L_{\alpha_{WB}}} \approx C_{L_{\alpha_W}}$

همچنین زاویهٔ حملهٔ بال با زاویهٔ حملهٔ هواپیما فرق می‌کند!

$$\alpha_w = \alpha + i_w$$

البته می‌توان محور X را طوری انتخاب کرد که $i_w = 0$ شود.



- **محاسبه نیروی برآ (Lift Force)**

همچنین داریم:

$$C_{L_H} = C_{L_{0_H}} + C_{L_{\alpha_H}} \alpha_H + C_{L_{\alpha_H}} \tau_E \delta_E$$

$$= C_{L_{0_H}} + C_{L_{\alpha_H}} \left(\alpha + i_H - \varepsilon + \tau_E \delta_E \right)$$

Where: $\alpha_H = \alpha + i_H - \varepsilon + \tau_E \delta_E$ Horizontal Tail A.O.A

ε = Average Downwash Angle Induced by Wing on Horiz. Tail

i_H = Horiz. Tail Incidence Angle

δ_E = Elevator Deflection Angle

$\tau_E = \dfrac{\partial \alpha_H}{\partial \delta_E}$ =Angle of Attack Effectiveness of Elevator

$0 \le \tau_E = f\left(c_f / c \right) \le 1$

- محاسبه نیروی برآ (Lift Force)

$$C_L = C_{L_{WB}} + C_{L_H}\eta_H \frac{S_H}{S} \xrightarrow[C_{L_H}=C_{L_{0_H}}+C_{L_{\alpha_H}}\left(\alpha+i_H-\varepsilon+\tau_E\delta_E\right)]{C_{L_{WB}}=C_{L_{0_{WB}}}+C_{L_{\alpha_{WB}}}\alpha}$$

$$C_L = C_{L_{0_{WB}}} + C_{L_{\alpha_{WB}}}\alpha + \cancel{C_{L_{0_H}}}^{=0}\eta_H \frac{S_H}{S} + C_{L_{\alpha_H}}\eta_H \frac{S_H}{S}\left(\alpha + i_H - \left(\varepsilon_\circ + \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\alpha\right) + \tau_E\delta_E\right)$$

از طرفی:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\delta_E}}\delta_E + C_{L_{i_H}} i_H$$

$$\boxed{C_{L_0} = C_{L_{0_{WB}}} - C_{L_{\alpha_H}}\eta_H \frac{S_H}{S}\varepsilon_\circ} \qquad \boxed{C_{L_{i_H}} = C_{L_{\alpha_H}}\eta_H \frac{S_H}{S}}$$

$$\boxed{C_{L_\alpha} = C_{L_{\alpha_{WB}}} + C_{L_{\alpha_H}}\eta_H \frac{S_H}{S}\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)} \qquad \boxed{C_{L_{\delta_E}} = C_{L_{\alpha_H}}\eta_H \frac{S_H}{S}\tau_E}$$

$$\boxed{F_{A_{Z_{1_s}}} = F_{A_Z} = -L = -\left(C_{L_0} + C_{L_\alpha}\alpha + C_{L_{\delta_E}}\delta_E + C_{L_{i_H}} i_H\right)\bar{q}S}$$

- گشتاور پیچ (Pitching Moment)

Total Airplane Pitching Moment:

$$M_A = C_m \bar{q}_1 S\bar{c}$$

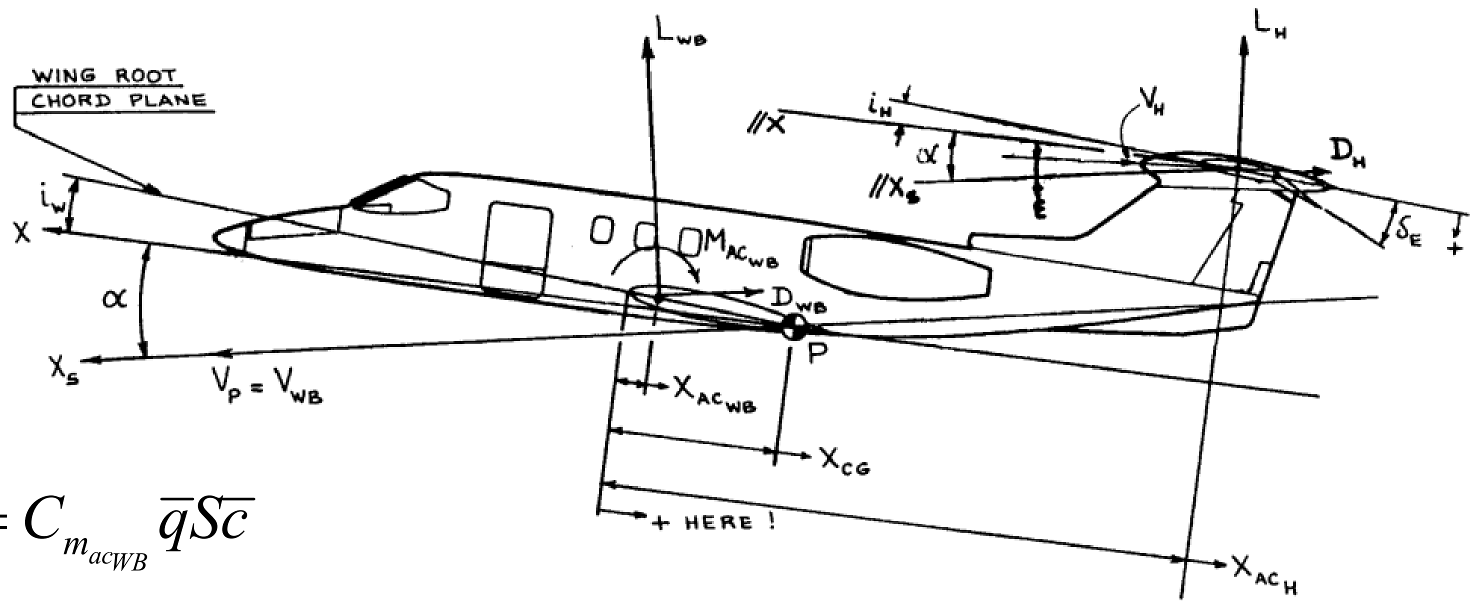
$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_E}}\delta_E + C_{m_{i_H}} i_H$$

C_{m_0} = Total Airplane Pitching Moment Coef. for $\alpha = i_H = \delta_E = 0$

$C_{m_\alpha} = \dfrac{\partial C_m}{\partial \alpha}$ = Total Airplane Pitching Moment Versus α Slope

$C_{m_{i_H}}, C_{m_{\delta_E}}$ = Change in Total Airplane Pitching Moment Coef. for Unit Stabilizer OR Elevator Angle

- **گشتاور پیچ (Pitching Moment)**



$$M_A = C_{m_{ac_{WB}}} \overline{q} S \overline{c}$$

$$+L_{WB}\cos(\alpha + i_w)(x_{cg} - x_{ac_{WB}}) + \underbrace{D_{WB}\sin(\alpha + i_w)(x_{cg} - x_{ac_{WB}})}_{\text{negligible}}$$

$$-L_H\cos(\alpha + i_w - \varepsilon)(x_{ac_H} - x_{cg}) + \underbrace{D_H\sin(\alpha + i_w - \varepsilon)(x_{ac_H} - x_{cg})}_{\text{negligible}}$$

$$+()$$

- **گشتاور پیچ (Pitching Moment)**

با حذف ترم مربوط به D_{WB} و فرض $\cos(\bullet)\approx 1$ خواهیم داشت:

$$M_A = C_{m_{acWB}}\bar{q}S\bar{c} + L_{WB}\cos(\alpha+i_w)\left(x_{cg}-x_{ac_{WB}}\right) - L_H\cos(\alpha+i_w-\varepsilon)\left(x_{ac_H}-x_{cg}\right)$$

$$\boxed{C_m = C_{m_{acWB}} + C_{L_{WB}}\left(\frac{x_{cg}-x_{ac_{WB}}}{\bar{c}}\right) - C_{L_H}\frac{\bar{q}_H S_H}{\bar{q}S}\left(\frac{x_{ac_H}-x_{cg}}{\bar{c}}\right)}$$

اگر $\bar{x}=\dfrac{x}{\bar{c}}$ خواهیم داشت:

$$C_m = C_{m_{acWB}} + \left(C_{L_{0WB}} + C_{L_{\alpha WB}}\alpha\right)\left(\bar{x}_{cg}-\bar{x}_{ac_{WB}}\right) - C_{L_{\alpha H}}\eta_H\frac{S_H}{S}\left(\bar{x}_{ac_H}-\bar{x}_{cg}\right)\left\{\alpha-\left(\varepsilon_0+\frac{d\varepsilon}{d\alpha}\alpha\right)+i_H+\tau_E\delta_E\right\}$$

از طرفی : $C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\delta_E}}\delta_E + C_{m_{i_H}}i_H$

- گشتاور پیچ **(Pitching Moment)**

$$C_m = C_{m_{acWB}} + \left(C_{L_{0_{WB}}} + C_{L_{\alpha WB}}\alpha\right)\left(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac_{WB}}\right) - C_{L_{\alpha H}}\eta_H \frac{S_H}{S}\left(\bar{x}_{ac_H} - \bar{x}_{cg}\right)\left\{-\varepsilon_0 + \left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)\alpha + i_H + \tau_E\delta_E\right\}$$

$$C_{m_0} = C_{m_{acWB}} + C_{L_{0_{WB}}}\left(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac_{WB}}\right) + \underbrace{C_{L_{\alpha H}}\eta_H \frac{S_H}{S}\left(\bar{x}_{ac_H} - \bar{x}_{cg}\right)\varepsilon_0}_{\text{Negligible}}$$

$$= C_{m_{acWB}} + C_{L_{0_{WB}}}\left(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac_{WB}}\right)$$

$$C_{m_\alpha} = C_{L_{\alpha WB}}\left(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac_{WB}}\right) - C_{L_{\alpha H}}\eta_H \frac{S_H}{S}\left(\bar{x}_{ac_H} - \bar{x}_{cg}\right)\left(1 - \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\right)$$

$$C_{m_{i_H}} = -C_{L_{\alpha H}}\eta_H \frac{S_H}{S}\left(\bar{x}_{ac_H} - \bar{x}_{cg}\right) = -C_{L_{\alpha H}}\eta_H \bar{V}_H$$

$$C_{m_{\delta_E}} = -C_{L_{\alpha H}}\eta_H \bar{V}_H \tau_E$$

$$\bar{V}_H = \frac{S_H}{S}\left(\bar{x}_{ac_H} - \bar{x}_{cg}\right)$$

Horizontal Tail Volume Coefficient

- **مرکز آیرودینامیکی هواپیما**

برای مرکز آیرودینامیکی: $C_{m_\alpha}=0$

$$C_{m_\alpha}=C_{L_{\alpha WB}}\left(\bar{x}_{cg}-\bar{x}_{ac_{WB}}\right)-C_{L_{\alpha H}}\eta_H\frac{S_H}{S}\left(\bar{x}_{ac_H}-\bar{x}_{cg}\right)(1-\frac{d\varepsilon}{d\alpha})$$

برای یافتن مرکز آیرودینامیکی، فرض می‌کنیم در یک شرایط مرکز ثقل بر مرکز آیرودینامیکی هواپیما منطبق است. بنابراین داریم:

$$\xrightarrow[C_{m_\alpha}=0]{\bar{x}_{ac}=\bar{x}_{cg}}$$

$$\Rightarrow 0=C_{L_{\alpha WB}}\left(\bar{x}_{ac}-\bar{x}_{ac_{WB}}\right)-C_{L_{\alpha H}}\eta_H\frac{S_H}{S}\left(\bar{x}_{ac_H}-\bar{x}_{ac}\right)(1-\frac{d\varepsilon}{d\alpha})$$

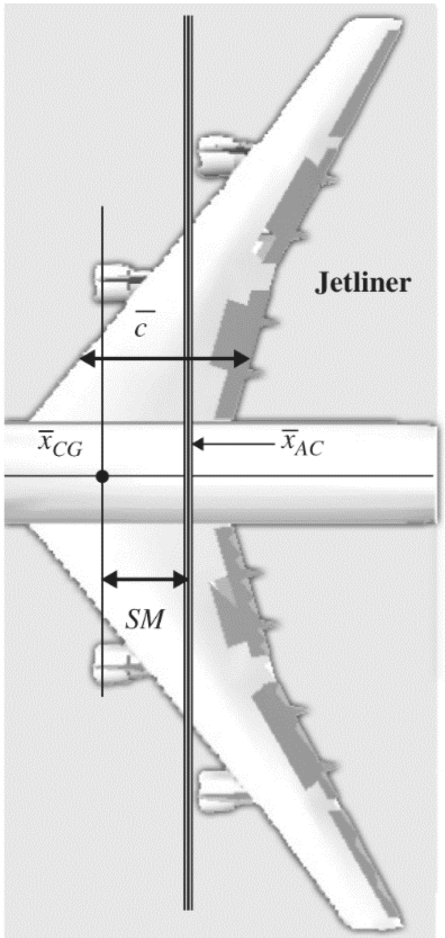
$$\Rightarrow \bar{x}_{ac}=\frac{\bar{x}_{ac_{WB}}+\dfrac{C_{L_{\alpha H}}}{C_{L_{\alpha WB}}}\eta_H\dfrac{S_H}{S}\bar{x}_{ac_H}(1-\dfrac{d\varepsilon}{d\alpha})}{1+\dfrac{C_{L_{\alpha H}}}{C_{L_{\alpha WB}}}\eta_H\dfrac{S_H}{S}(1-\dfrac{d\varepsilon}{d\alpha})}\quad \text{Power-off A.C.}$$

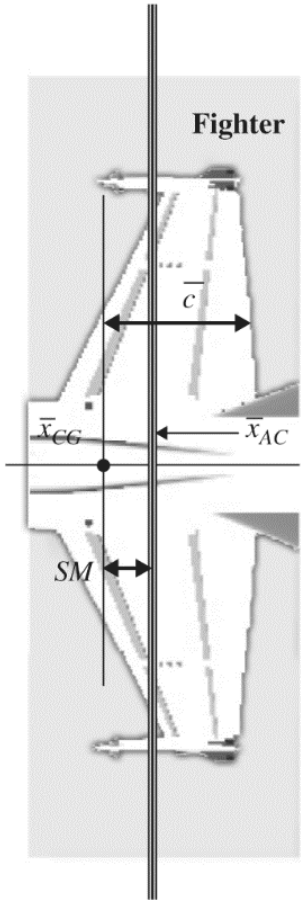
برای هوانوردی عمومی $\left[0.4-0.6\right]$

برای هوانوردی تجاری و حمل و نقل نظامی $\left[0.35-0.45\right]$

برای هواپیمای جنگنده $\left[0.3-0.35\right]$

- حاشیه پایداری **Static Margin**





$$C_{m_\alpha} = C_{L_\alpha}(\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac})$$

Static Margin = SM: $\bar{x}_{cg} - \bar{x}_{ac}$

Desired: $\begin{cases} C_{L_\alpha} > 0 \\ C_{m_\alpha} < 0 \end{cases}$ $\quad SM < 0$

$$SM = -0.1 = -10\% \quad \Rightarrow \quad X_{CG} - X_{AC} = -0.1\bar{c}$$

$SM < 0 \Rightarrow C_{m_\alpha} < 0 \Rightarrow$ Positive Static Stability $\rightarrow$ Stable

$SM = 0 \Rightarrow$ Neutral (or Relax) Static Stability

$SM > 0 \Rightarrow C_{m_\alpha} > 0 \Rightarrow$ Negative Static Stability $\rightarrow$ Unstable

- حاشیه پایداری **Static Margin**

$[0.15-0.25]$ برای هوانوردی تجاری و حمل و نقل نظامی

$[0.05-0.15]$ برای هواپیمای جنگنده

<u>You don't fly an F-16; it flies you</u>

It has up to negative 5% in subsonic,

and becomes slightly positive in supersonic flight.

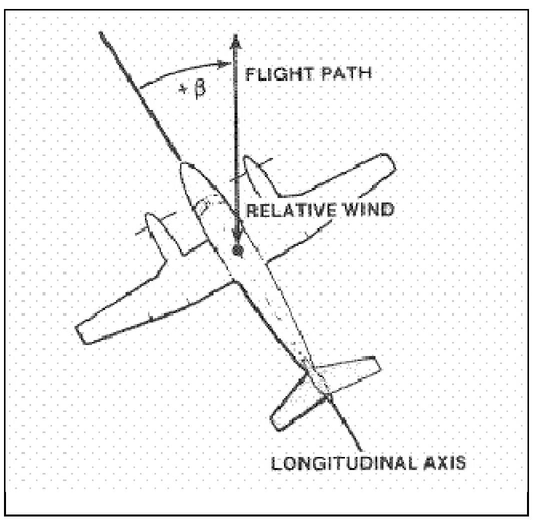
• الگوی نیرو و ممان‌های عرضی- سمتی در پروازهای دائم

همانند بخش طولی نیرو و ممان‌ها توسّط ضرایب بسط داده می‌شوند:

$$L_{A_{1_s}} = C_l \bar{q}_1 Sb \quad ; \quad C_l =$$ ضریب گشتاور رول (Roll)

$$F_{A_{y1_s}} = C_y \bar{q}_1 S \quad ; \quad C_y =$$ ضریب نیروی عرضی (Side Force)

$$N_{A_{1_s}} = C_n \bar{q}_1 Sb \quad ; \quad C_n =$$ ضریب گشتاور سمتی (Yaw)



در پرواز دائـــــم نیرو و ممان‌های عرضی-سمتـی زمانـــی به وجود خواهنـــد آمد که $\beta_1 \neq 0$ و اصطلاحاً هواپیما در حال Side slipping باشد.

- بسط ضرایب بر اساس مشتقات پایداری و کنترل **Lateral-Directional**

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

$$C_y = C_{y_0} + C_{y_\beta}\beta + C_{y_{\delta_A}}\delta_A + C_{y_{\delta_R}}\delta_R$$

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

این مشتقّات در هر حالت دائم، برای ماخ ثابت و زاویهٔ حملهٔ ثابت محاسبه شده است.

$C_{l_{\delta_A}}$	Roll Control Power
$C_{n_{\delta_R}}$	Directional Control Power
$C_{l_{\delta_A}}, C_{l_{\delta_R}}, C_{n_{\delta_A}}, C_{n_{\delta_R}}$	Control Derivatives

- گشتاور رول (Rolling Moment)

$$L_A = C_l \bar{q} S b$$

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

C_{l_0} = Rolling moment coef. for zero β & zero control deflections

(usually it is zero for A/C with xz plane of symmetry)

C_{l_β} = Dihedral Effect $= \dfrac{\partial C_l}{\partial \beta}$ = Change in C_l due to unit β change

$C_{l_{\delta_A}}$ = Change in C_l due to unit change in aileron deflection

$C_{l_{\delta_R}}$ = Change in C_l due to unit change in rudder deflection

$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

وجود این خاصیت در هواپیما از طریق نقش مؤلّفه‌های کلیدی هواپیما قابل بررسی است.

مکانیزم‌های مؤثّر در تولید C_{l_β} از طریق WB و H یکسان است و عبارتند از:

a) Wing Dihedral Angle

b) Wing Position on Fuselage

c) Wing Sweep Angle

$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

در رابطهٔ اخیر $C_{l_{\beta_H}}$ مقیاس شده است، به عبارت دیگر اگر $C_{l_{\beta_H}}$ براساس خواص هندسی/آیرودینامیکی خودش موجود باشد و آن را $\bar{C}_{l_{\beta_H}}$ بنامیم، روش مقیاس نمودن به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{C}_{l_{\beta_H}}\beta\bar{q}_H S_H b_H = C_{l_{\beta_H}}\beta\bar{q}Sb$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{l_{\beta_H}} = \bar{C}_{l_{\beta_H}}\frac{\bar{q}_H}{\bar{q}}\frac{S_H}{S}\frac{b_H}{b}}$$

$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

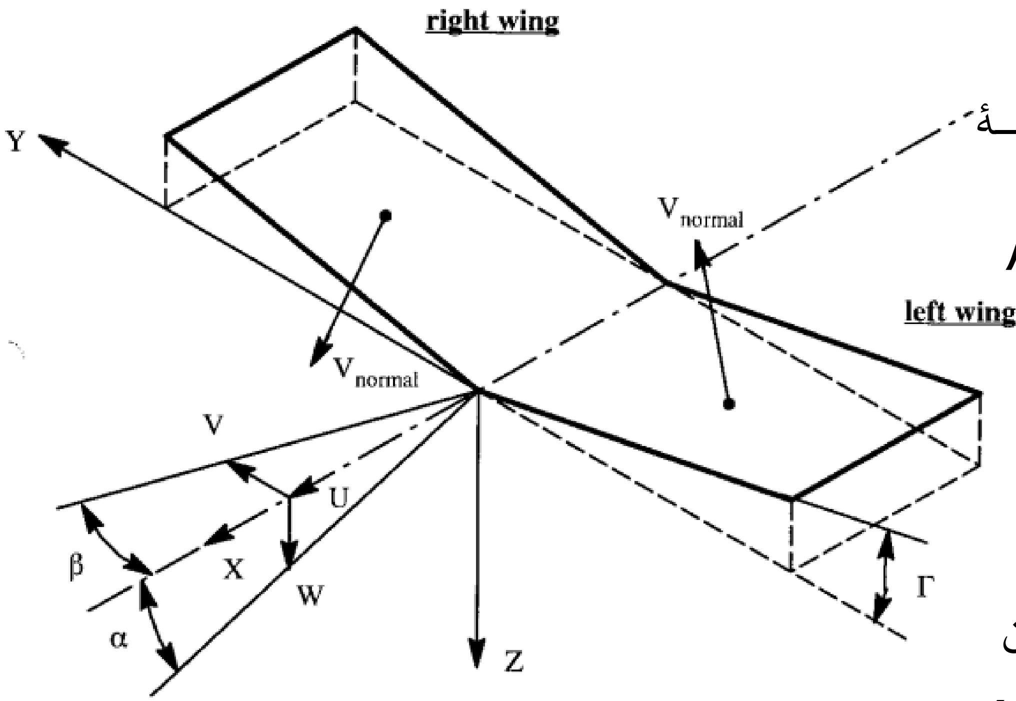
a) اثر زاویهٔ دایهدرال در ایجاد C_{l_β}

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

a) اثر زاویهٔ دایهدرال در ایجاد C_{l_β}



یک سطـــــح برآزا (بال یا دم افقی) با زاویـــــــهٔ $\Gamma > 0$ (هفتی شکل) در مواجه با $\beta > 0$ دچار رُل منفی خواهد شد.

در این حالت بال راست دچار افزایش زاویهٔ حملهٔ محلّی به میزان $\Delta\alpha \simeq \Gamma\beta$ خواهد شد که موجب افزایش برآ می‌شود و بال چپ نیز به همین میزان دچار کاهش زاویهٔ حمله می‌شود. بنابراین ← ایجاد رُل منفی

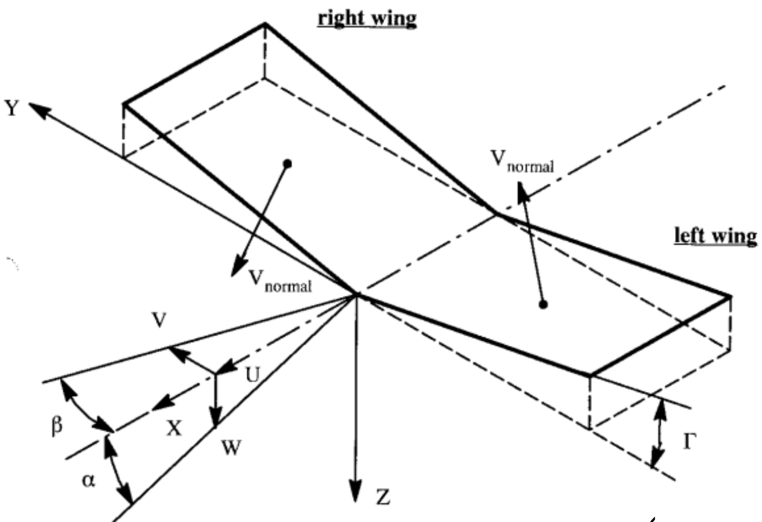
$$V_{n_R} = w\cos\Gamma + v\sin\Gamma = w + v\Gamma \;\rightarrow\; \Delta\alpha \simeq \frac{v\Gamma}{V_p} = \frac{V_p\sin(\beta)\;\Gamma}{V_p} = \Gamma\beta$$

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

a) اثر زاویهٔ دایهدرال در ایجاد $C_{l_{\beta_W}}$



$$C_{l_{\beta_W}}\beta\,\bar{q}\,S\,b = -2\left(C_{L_{\alpha_W}}\Delta\alpha\,\bar{q}\,S\right)\frac{b}{4} = -C_{L_{\alpha_W}}\Gamma\,\beta\,\bar{q}\,S\frac{b}{2} \rightarrow$$

$$\boxed{C_{l_{\beta_W}} = -\frac{\Gamma}{2}C_{L_{\alpha_W}}}$$

مدل‌سازی نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی

$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$

- گشتاور رول (Rolling Moment)

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

b) اثر موقعیت نصب در ایجاد C_{l_β}

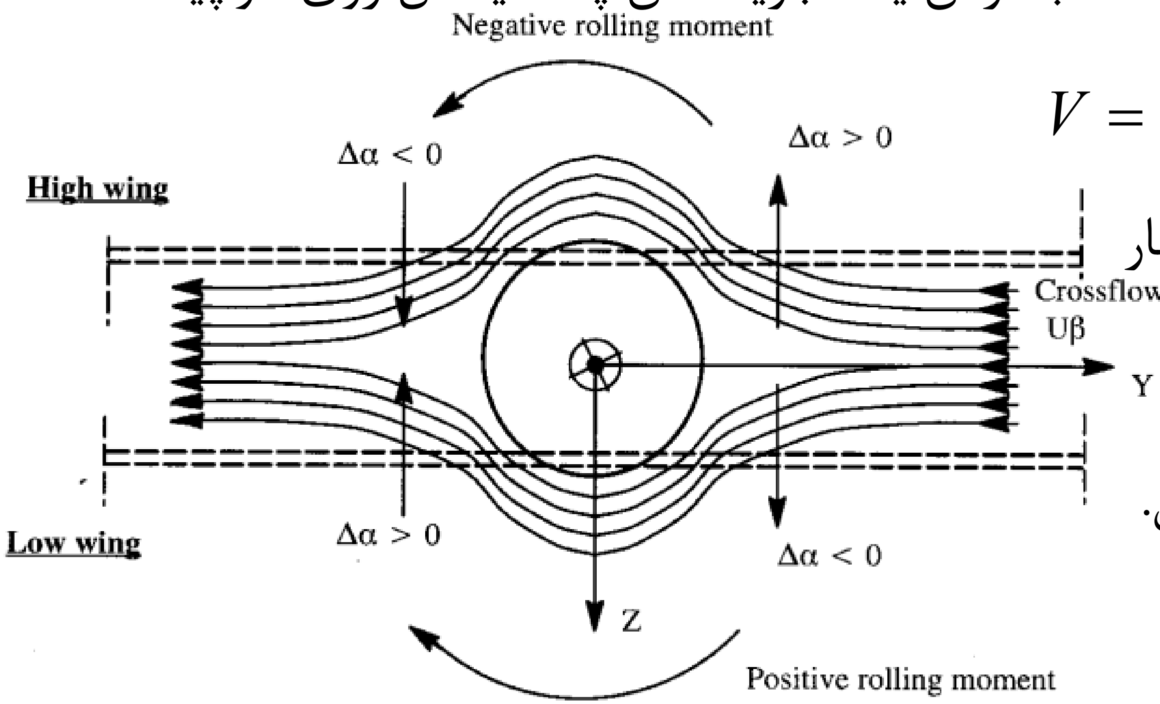
$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- گشتاور رول (Rolling Moment)

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

b) اثر موقعیت نصب در ایجاد C_{l_β}

با فرض $\beta > 0$ و موقعیت نصب یک سطح برآزا در بالای بدنهٔ هواپیما می‌توان نشان داد که هواپیما دچار یک رُل منفی خواهد شد. با فرض یک جریـــان پتانسیـــل روی هواپیمـــا با جریان عرضـــی به میزان $V = V_p\beta$ ملاحظه می‌گردد که بال راست دچار افزایش سرعت‌های عمودی محلّی خواهد شد و بال چپ دچار کاهش.



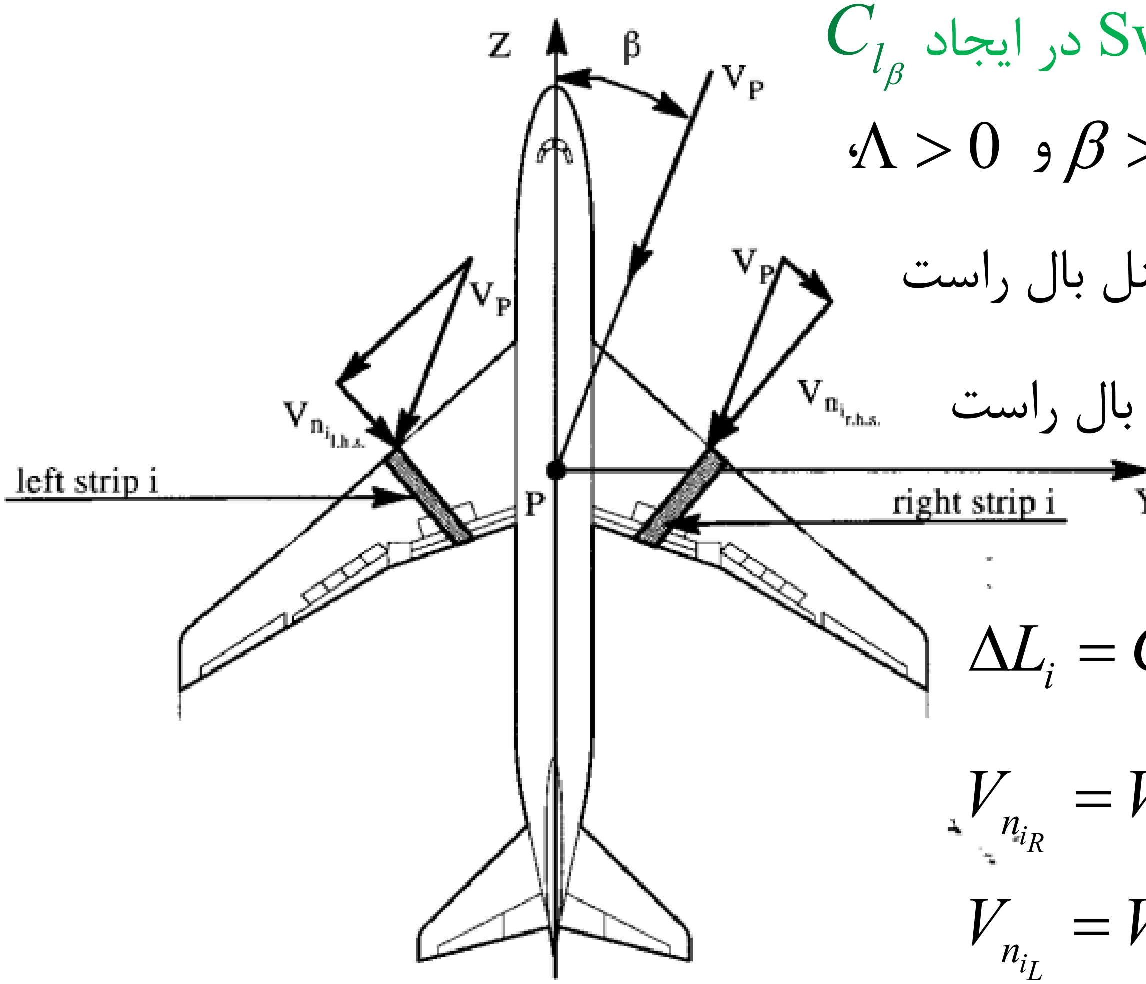
← ایجاد رُل منفی

$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$

• گشتاور رول (Rolling Moment)

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

c) اثر زاویه عقب‌گرد بال Sweep در ایجاد C_{l_β}



می‌توان نشان داد که در شرایط $\beta > 0$ و $\Lambda > 0$،

افزایش سرعت‌های محلّی عمود بر پنل بال راست

← افزایش فشارهای دینامیکی روی بال راست

← ایجاد رُل منفی

$$\Delta L_i = C_{L_i}\bar{q}_i S_i = C_{L_i} S_i \frac{1}{2}\rho V_{n_{i_R}}^2$$

$$V_{n_{i_R}} = V_{p_1}\cos(\Lambda - \beta)$$

$$V_{n_{i_L}} = V_{p_1}\cos(\Lambda + \beta)$$

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

c) اثر زاویه عقب‌گرد بال Sweep در ایجاد C_{l_β}

$$\Delta L\left(\text{Rolling Moment}\right) = -y_i C_{L_i}\frac{1}{2}\rho S_i V_P^2\left\{\cos^2\left(\Lambda-\beta\right)-\cos^2\left(\Lambda+\beta\right)\right\}$$

$$= -y_i C_{L_i}\bar{q}S_i\left\{2\beta\sin 2\Lambda\right\} \qquad \beta \ll 1$$

$$\rightarrow \quad C_{l_\beta} = \frac{\partial \Delta L}{\partial \beta} \propto -\begin{cases}\sin 2\Lambda \\ \text{Lift}\end{cases}$$

که گویای دو نکته است:

- Highly Swept Wings دارای $C_{l_{\beta_W}}$ منفی بزرگ خواهد بود.
- در مانوارهای با برای بالا (High Lift) و سرعت کم، $C_{l_{\beta_W}}$ منفی بزرگ خواهد بود.

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

a) اثر زاویه عقب‌گرد بال Sweep در ایجاد $C_{l_{\beta_W}}$

$$\Delta L(\text{Rolling Moment}) = -y_i C_{L_i}\frac{1}{2}\rho S_i V_P^2\left\{\cos^2(\Lambda-\beta) - \cos^2(\Lambda+\beta)\right\}$$

$$= -y_i C_{L_i}\bar{q}S_i\{2\beta\sin 2\Lambda\} \qquad \beta \ll 1$$

$$C_{l_{\beta_W}}\beta\,\bar{q}\,S\,b = -2\frac{b}{4}C_{L_W}\,\bar{q}\,S\,\beta\sin 2\Lambda \rightarrow$$

$$\boxed{C_{l_{\beta_W}} = -\frac{1}{2}C_{L_W}\sin 2\Lambda}$$

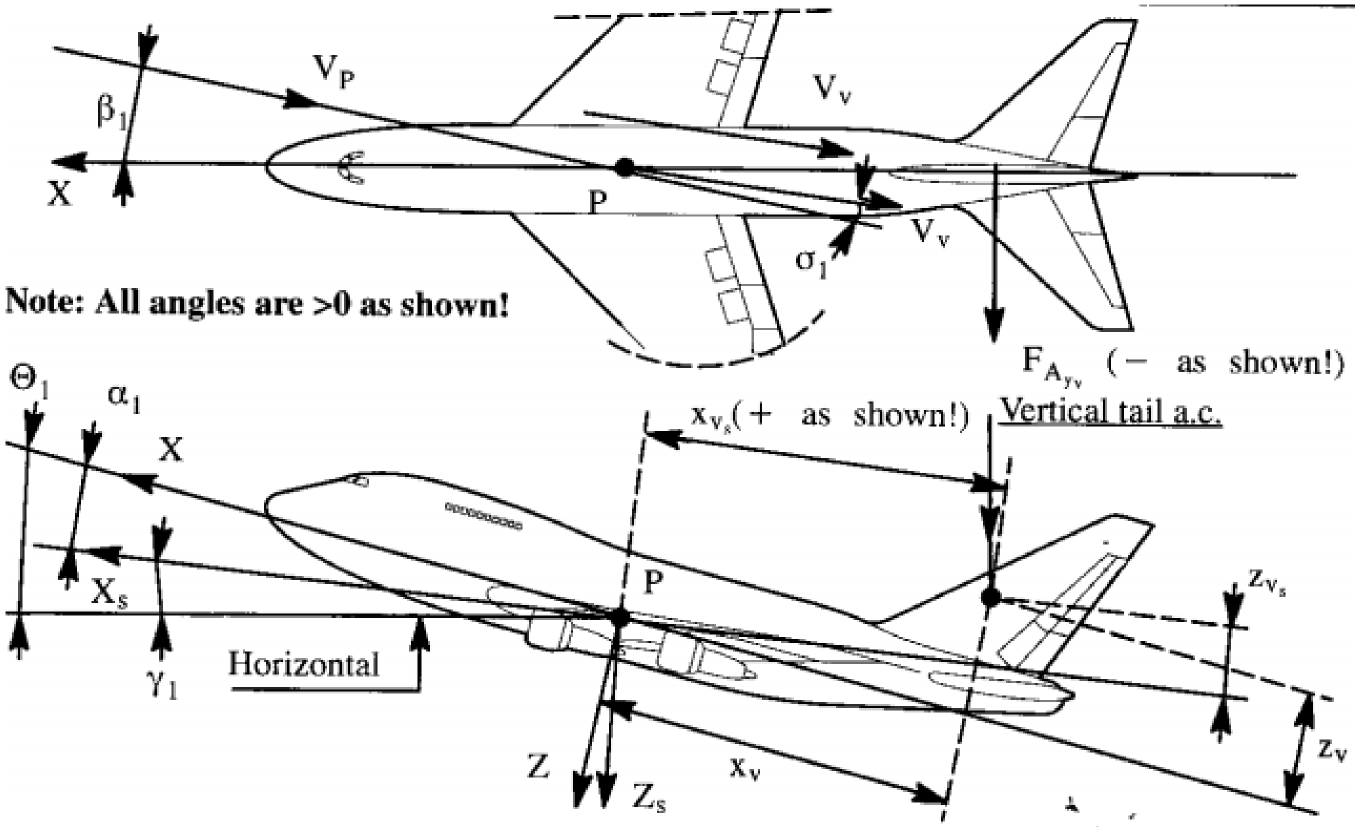
$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

اثر دم عمودی در ایجاد C_{l_β}

تاثیر دم عمودی در تولید گشتاور رُل را می‌توان در شکل و روابط زیر ملاحظه کرد.



- گشتاور رول (Rolling Moment)

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

Dihedral Effect: $C_{l_\beta} = C_{l_{\beta_{WB}}} + C_{l_{\beta_H}} + C_{l_{\beta_V}}$

زمانی که مرکز ائرودینامیک دم عمودی بالای محور تعادلی x باشد، ممان رول به خاطر β تولید خواهد شد.

Sidewash Angle $\quad \sigma = \sigma_0 + \dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\beta}\beta$

$$C_{L_V} = C_{L_{\alpha_V}}\left(\beta - \sigma\right) = C_{L_{\alpha_V}}\left(1 - \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\beta}\right)\beta$$

$$F_V = C_{L_{\alpha_V}}(\beta - \sigma)\bar{q}_V S_V$$

$$C_{l_{\beta_V}}\beta\bar{q}Sb = -C_{L_{\alpha_V}}(1 - \frac{d\sigma}{d\beta})\beta\bar{q}_V S_V Z_{V_s}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{l_{\beta_V}} = -C_{L_{\alpha_V}}(1 - \frac{d\sigma}{d\beta})\eta_V \frac{S_V}{S}\frac{Z_{V_s}}{b}}$$

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

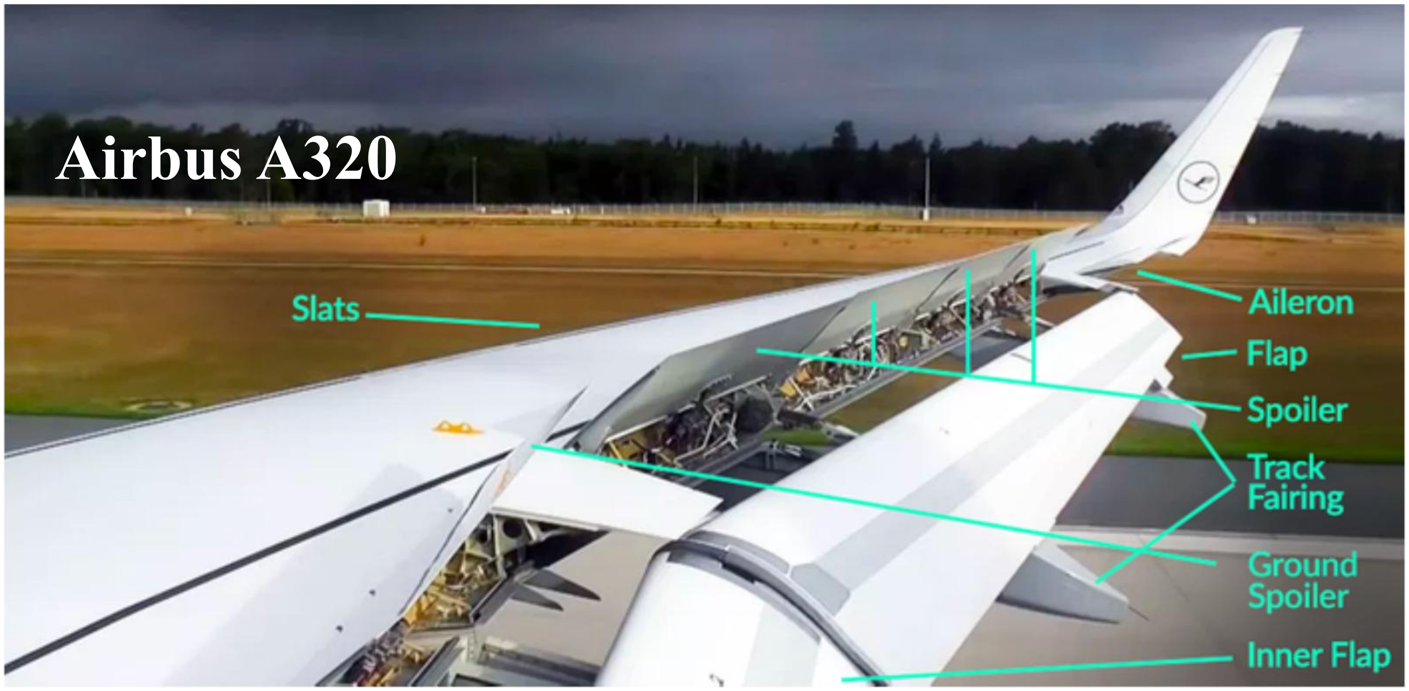
- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

کنترل رُل در هواپیما از طریق سطوح زیر امکان‌پذیر است:

a) Ailerons

b) Spoiler

c) Differential Stabilizer



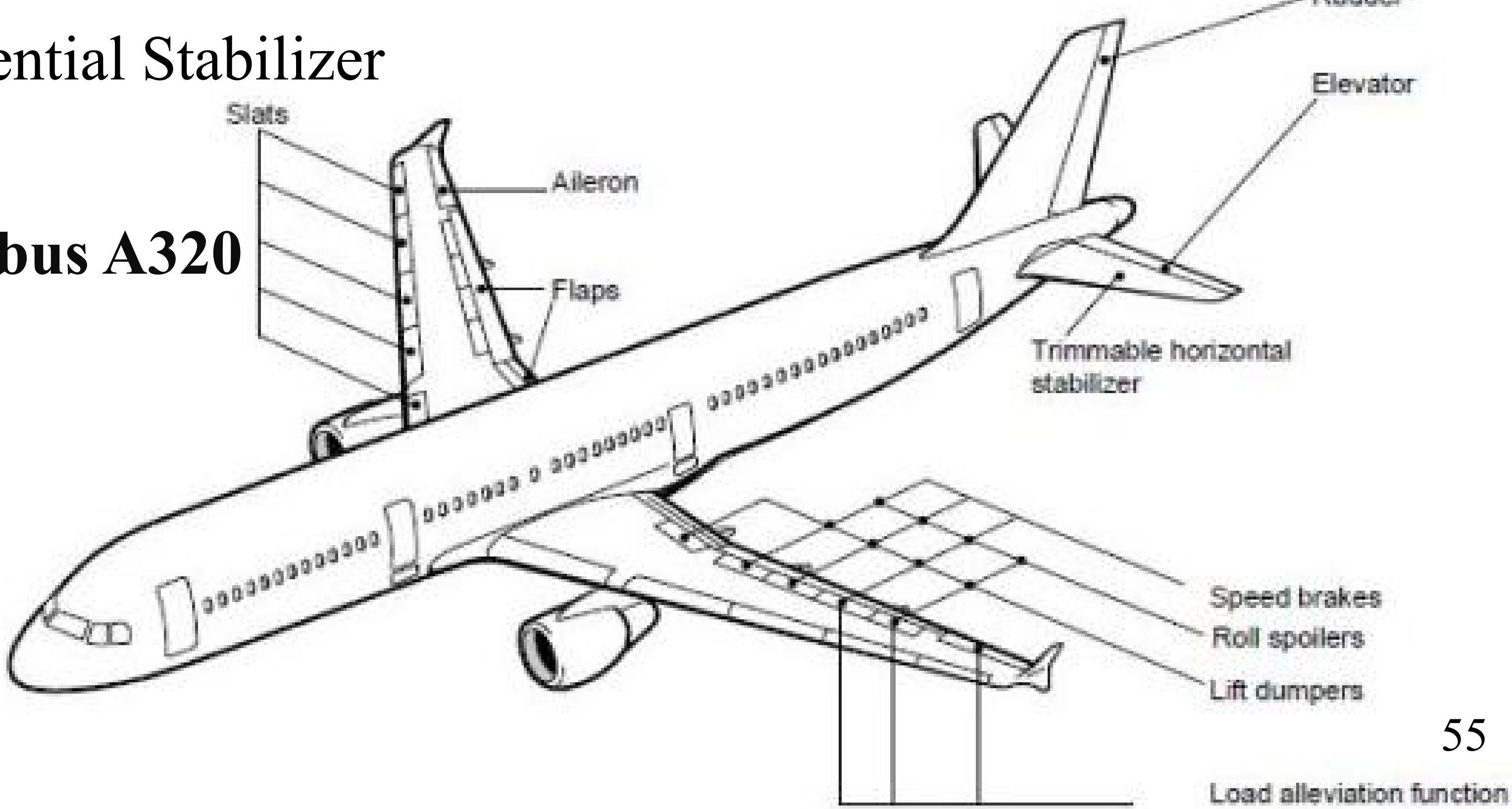
• گشتاور رول (Rolling Moment)

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

کنترل رُل در هواپیما از طریق سطوح زیر امکان‌پذیر است:

a) Ailerons
b) Spoiler
c) Differential Stabilizer

Airbus A320



$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$

• گشتاور رول (Rolling Moment)

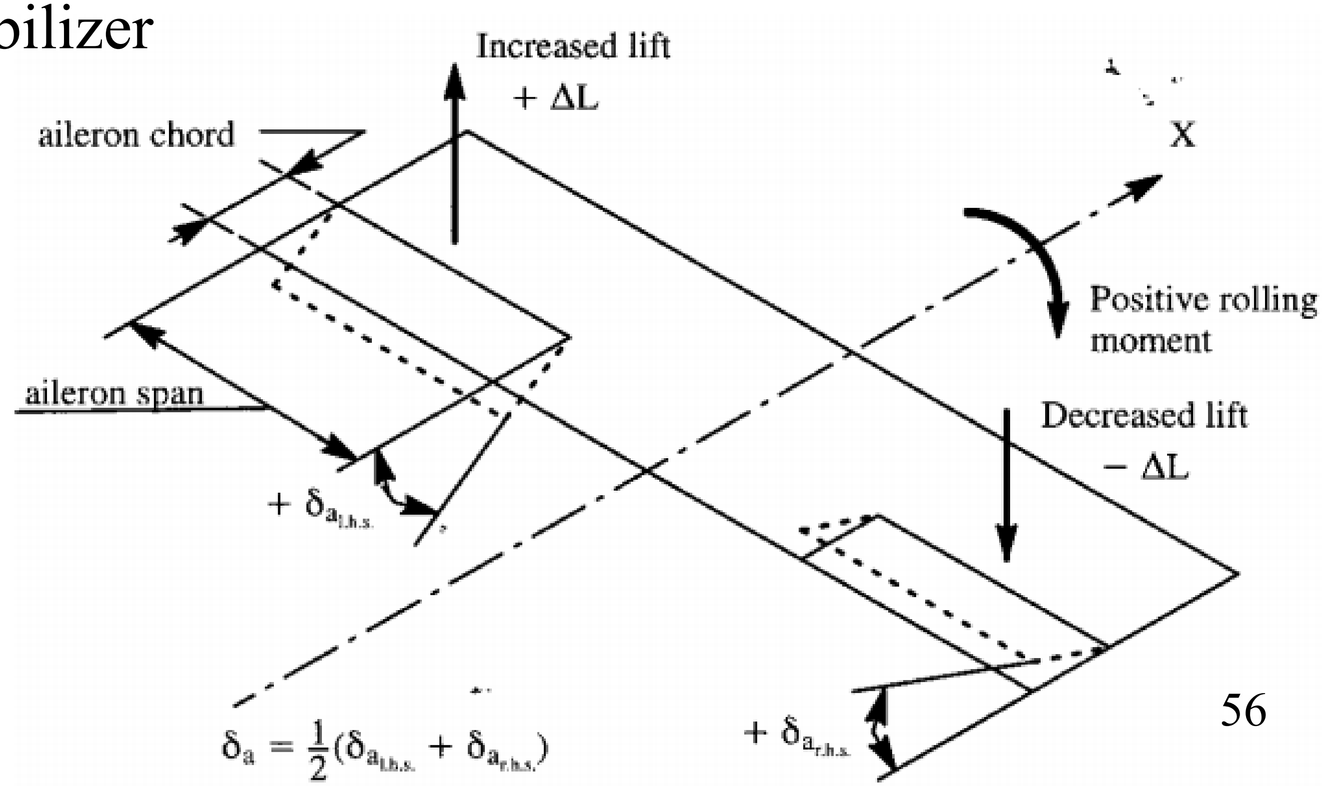
$C_{l_{\delta_a}}$

کنترل رُل در هواپیما از طریق سطوح زیر امکان‌پذیر است:

a) Ailerons

b) Spoiler

c) Differential Stabilizer



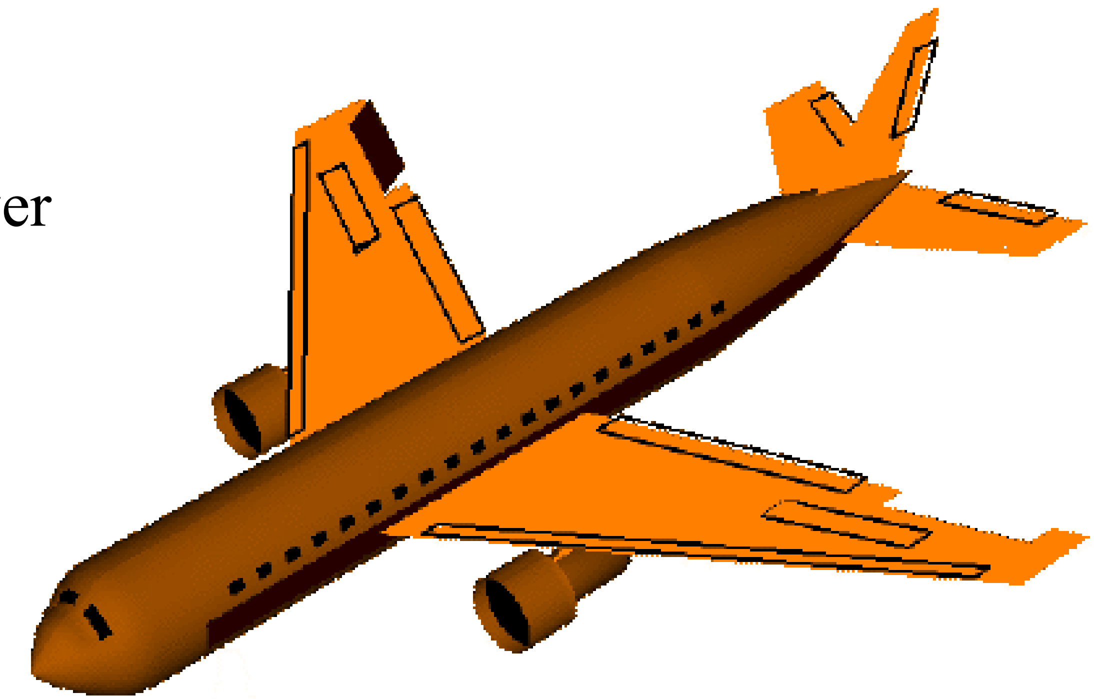
• گشتاور رول (Rolling Moment)

$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

کنترل رُل در هواپیما از طریق سطوح زیر امکان‌پذیر است:

$C_{l_{\delta_a}}$

a) Ailerons
b) Spoiler
c) Differential Stabilizer



$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

• گشتاور رول (Rolling Moment)

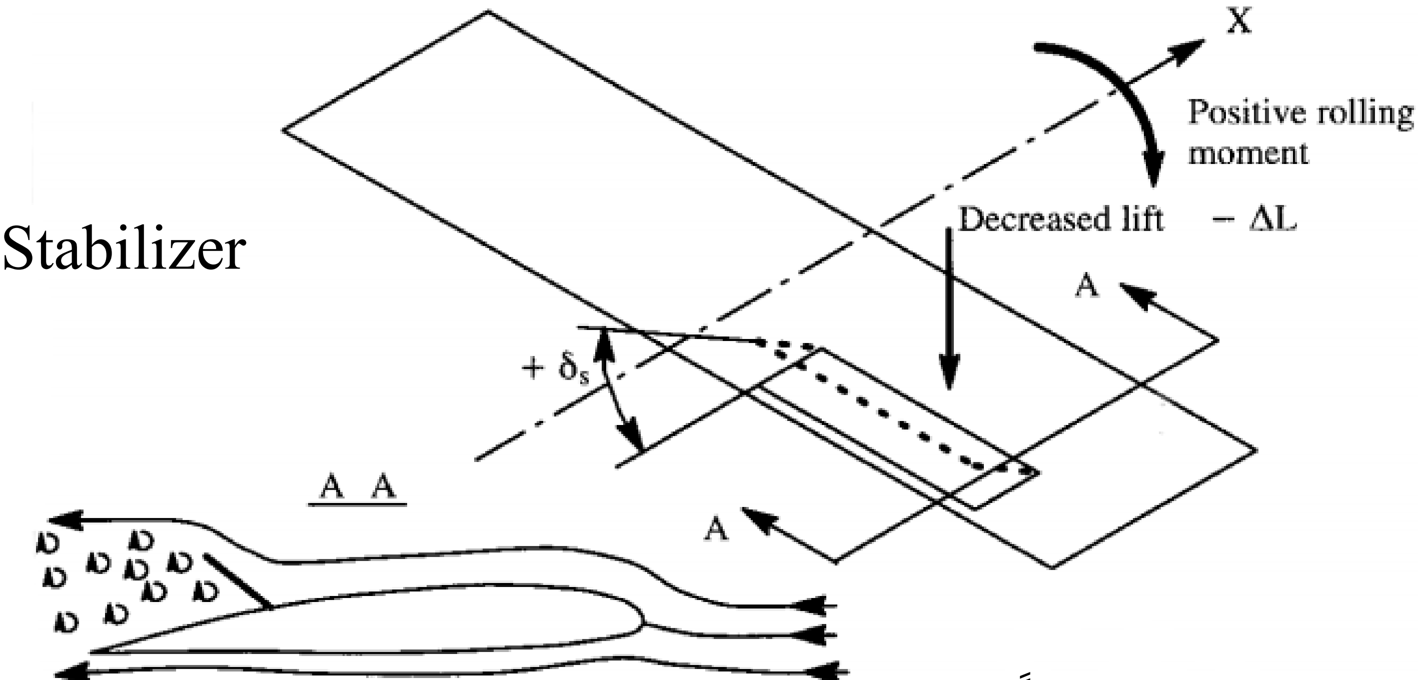
کنترل رُل در هواپیما از طریق سطوح زیر امکان‌پذیر است:

$C_{l_{\delta_a}}$

a) Ailerons

b) Spoiler

c) Differential Stabilizer



آیلرون‌ها اکثراً در سرعت‌های کم و برای زوایای Sweep کوچک استفاده می‌شوند. در سرعت‌های بالا و Sweep های نسبتاً زیاد اثرات آیروالاستیسیته از اثرپذیری این سطوح کم کرده و یا مشکلاتی در رابطه با استفاده از آنها ایجاد می‌کند و در این حالات از Spoiler ها استفاده خواهد شد.

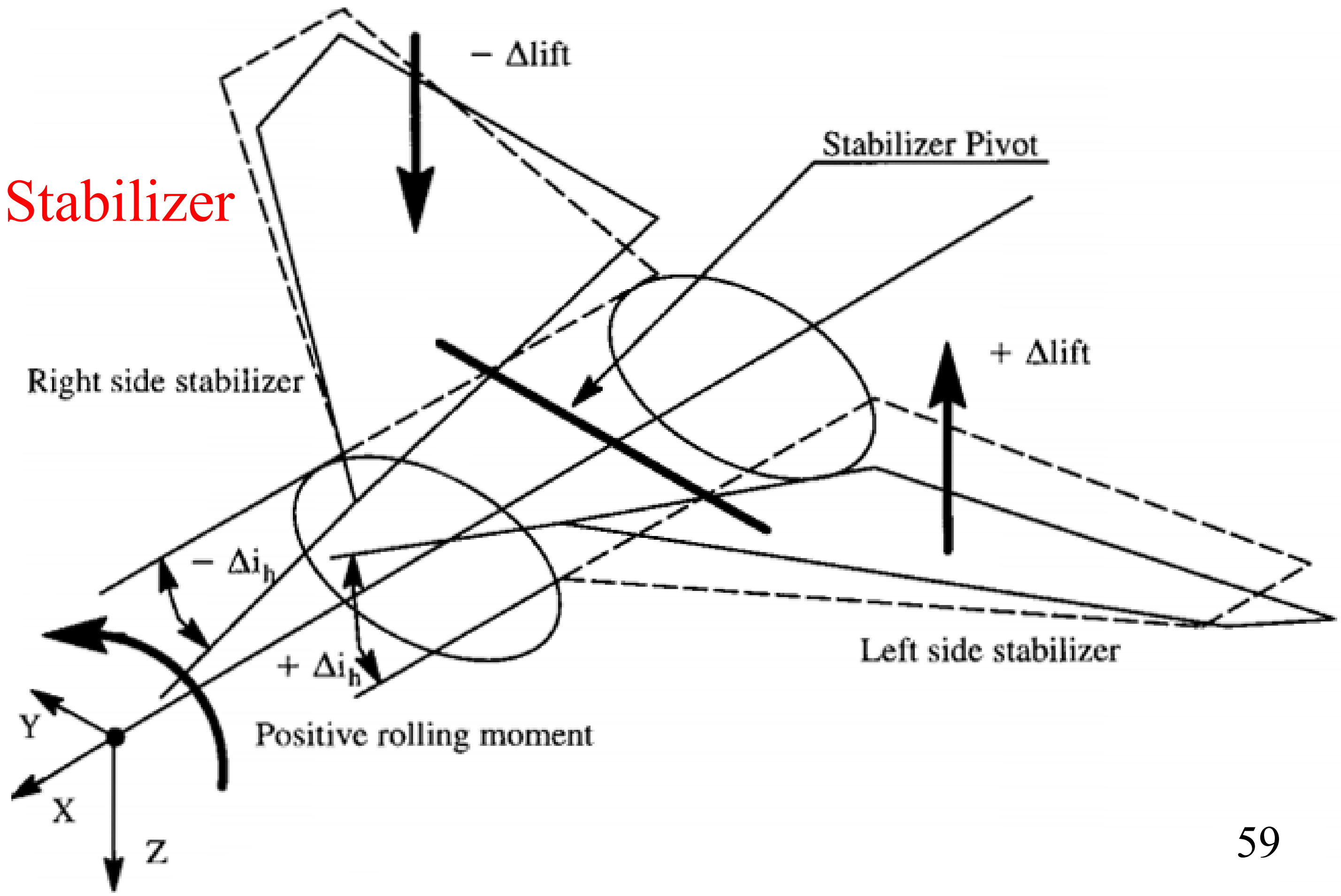
$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

کنترل رُل در هواپیما از طریق سطوح زیر امکان‌پذیر است:

$C_{l_{\delta_a}}$

a) Ailerons
b) Spoiler
c) Differential Stabilizer

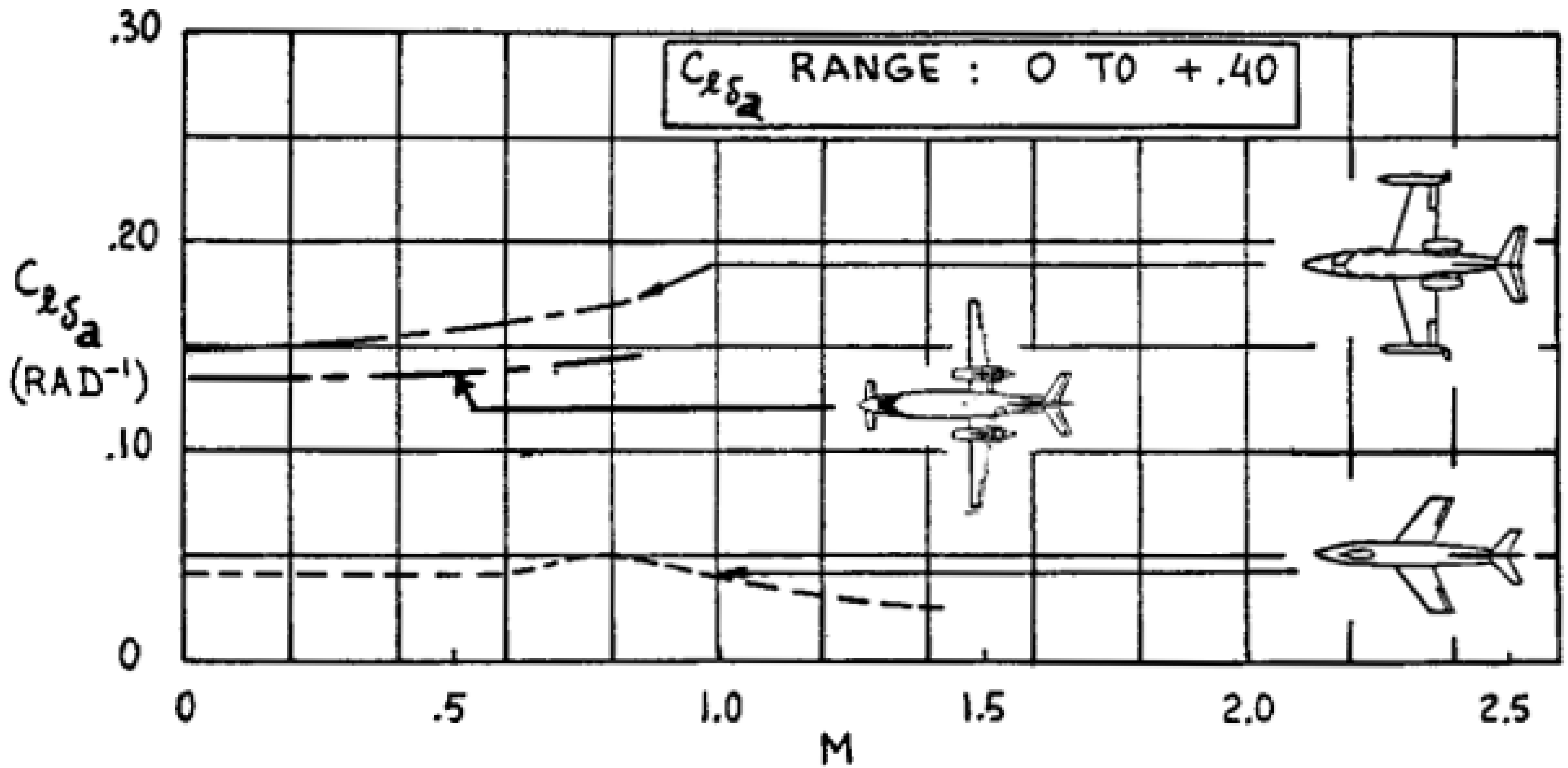


$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

$C_{l_{\delta_a}}$

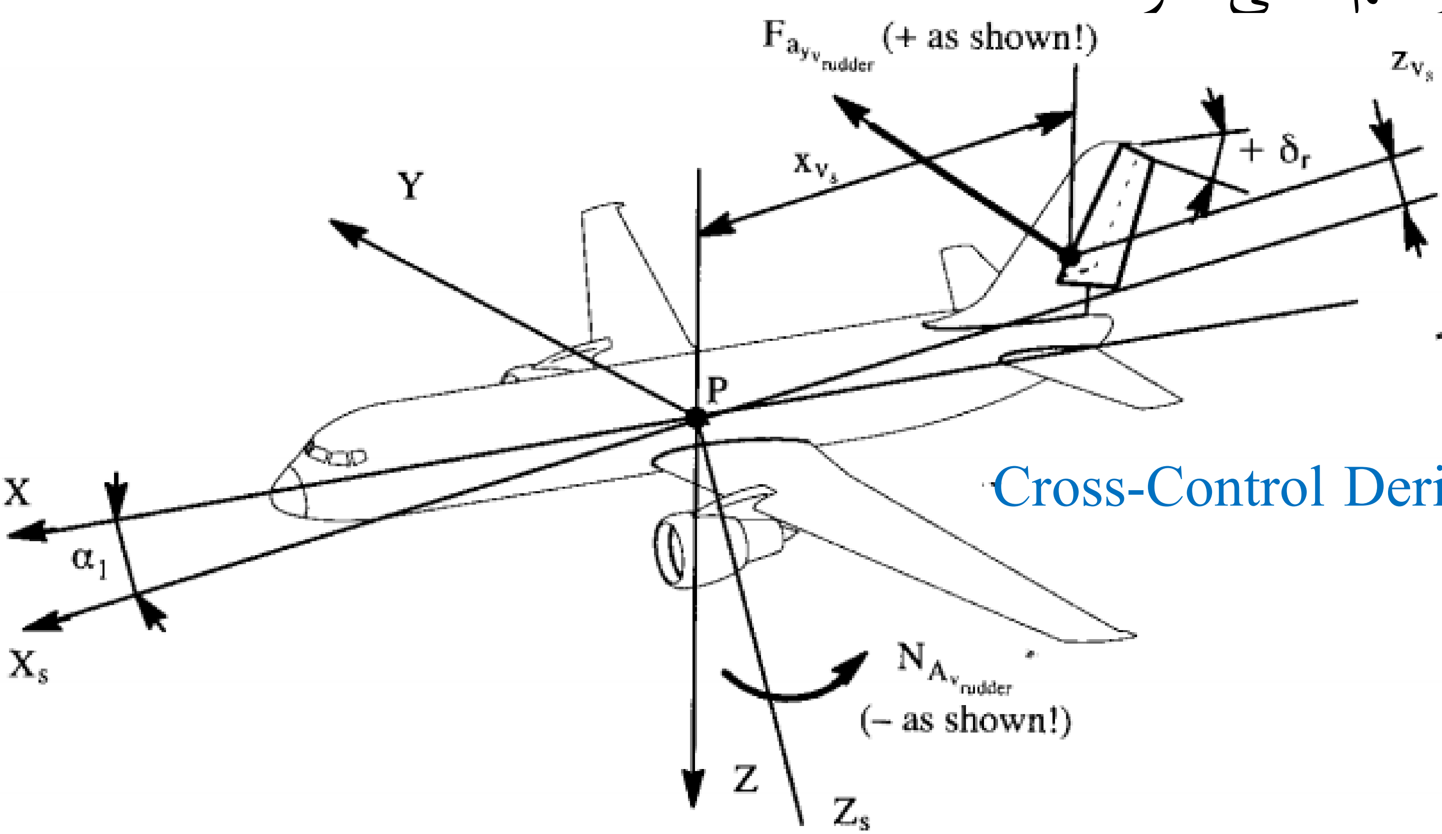
تاثیر عدد ماخ بر روی مشتق $C_{l_{\delta_A}}$ برای چند هواپیمای مختلف



$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور رول (Rolling Moment)**

$C_{l_{\delta_R}}$ می‌توان نشان داد که یک δ_R مثبت (علاوه بر ایجاد Yaw) می‌تواند در صورت وجود بازوی عمودی Z_{V_s} یک رُل مثبت نیز ایجاد کند که به عنوان یک اثر جانبی مزاحم تلقّی خواهد شد.



به این مشتق Cross-Control Derivative نیز گفته می‌شود!

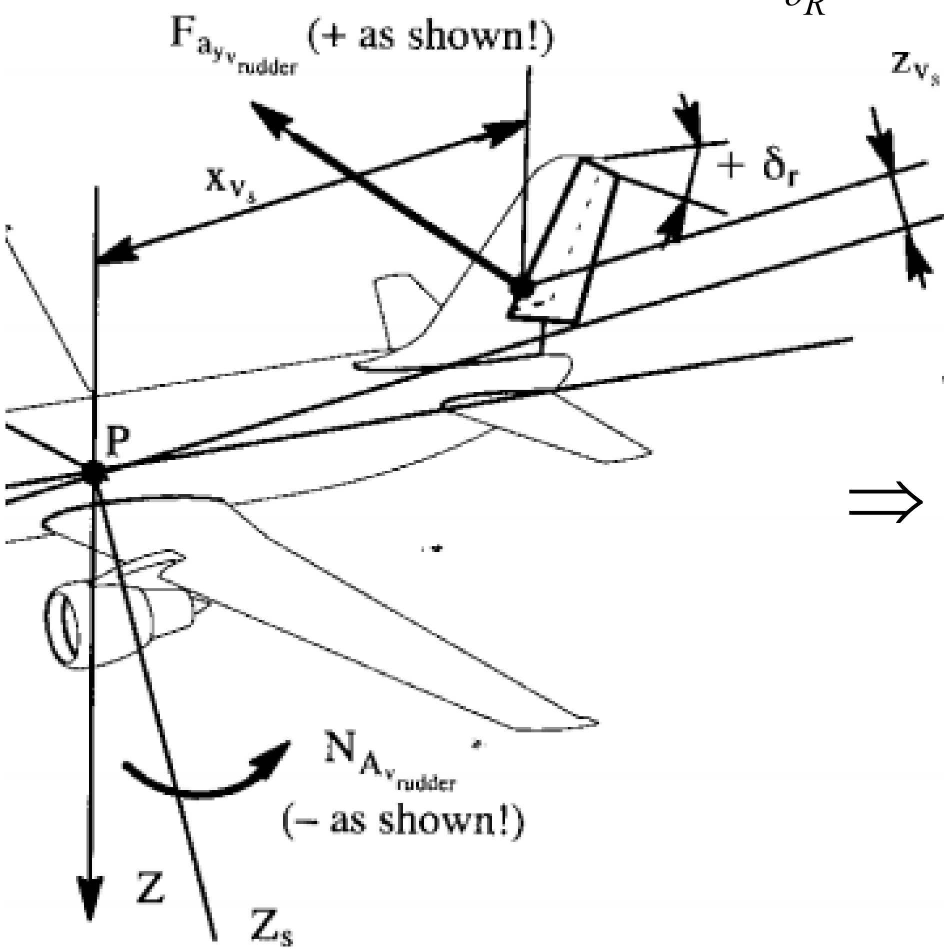
$$C_l = C_{l_0} + C_{l_\beta}\beta + C_{l_{\delta_A}}\delta_A + C_{l_{\delta_R}}\delta_R$$

• گشتاور رول (Rolling Moment)

$C_{l_{\delta_R}}$

$$C_{l_{\delta_R}}\delta_R \bar{q} S b = C_{L_{\alpha\,V}}\left[\alpha_{\delta_R}\delta_R\right]\bar{q}_V S_V Z_{V_s}$$

$$\alpha_{\delta_R} = \frac{\partial \alpha_V}{\partial \delta_R} \quad ; \quad 1 \le \alpha_{\delta_R} \le 1$$



$$\Rightarrow \boxed{C_{l_{\delta_R}} = C_{L_{\alpha\,V}}\alpha_{\delta_R}\frac{\bar{q}_V}{\bar{q}}\frac{S_V}{S}\frac{Z_{V_s}}{b}}$$

- **نیروی جانبی (Side Force)**

$$F_{A_y} = C_y \bar{q} S$$

$$C_y = C_{y_0} + C_{y_\beta}\beta + C_{y_{\delta_A}}\delta_A + C_{y_{\delta_R}}\delta_R$$

C_{y_0} = Side force coef. for zero β & zero control deflections

(usually it is zero for A/C with xz plane of symmetry)

C_{y_β} = Change in side force coef. due to unit change in sideslip angle

$C_{y_{\delta_A}}$ = Change in C_y due to unit change in aileron deflection

$C_{y_{\delta_R}}$ = Change in C_y due to unit change in rudder deflection

این مشتقّات در هر حالت دائم، برای ماخ ثابت و زاویهٔ حملهٔ ثابت محاسبه شده است.

$$C_y = C_{y_0} + C_{y_\beta}\beta + C_{y_{\delta_A}}\delta_A + C_{y_{\delta_R}}\delta_R$$

• نیروی جانبی (Side Force)

$$C_{y_\beta} = C_{y_{\beta\,WB}} + C_{y_{\beta\,V}}$$

این مشتق معمولاً از دو بخش تشکیل می‌گردد:

i. $C_{y_{\beta\,WB}} \triangleq$ Wing-Body Contribution

این مؤلّفه (که معمولاً منفی است) از لحاظ مقدار نسبت به $C_{y_{\beta\,V}}$ خیلی کوچکتر بوده و همین‌طور به دلیل مشکل بودن محاسبه معمولاً صرف‌نظر می‌شود.

ii. $C_{y_{\beta\,\mathrm{V}}} \triangleq$ Vertical Tail Contribution

در این حالت زاویهٔ β مانند زاویهٔ α است. این مشتق را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\underset{Sideslip}{C_{L_V}} = C_{L_{\alpha\,V}}\left(1 - \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\beta}\right)\beta$$

$$F_V = -C_{L_V}\bar{q}_V S_V = -C_{L_{\alpha\,V}}\left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right)\beta\bar{q}_V S_V = C_{y_{\beta\,V}}\beta\bar{q}S$$

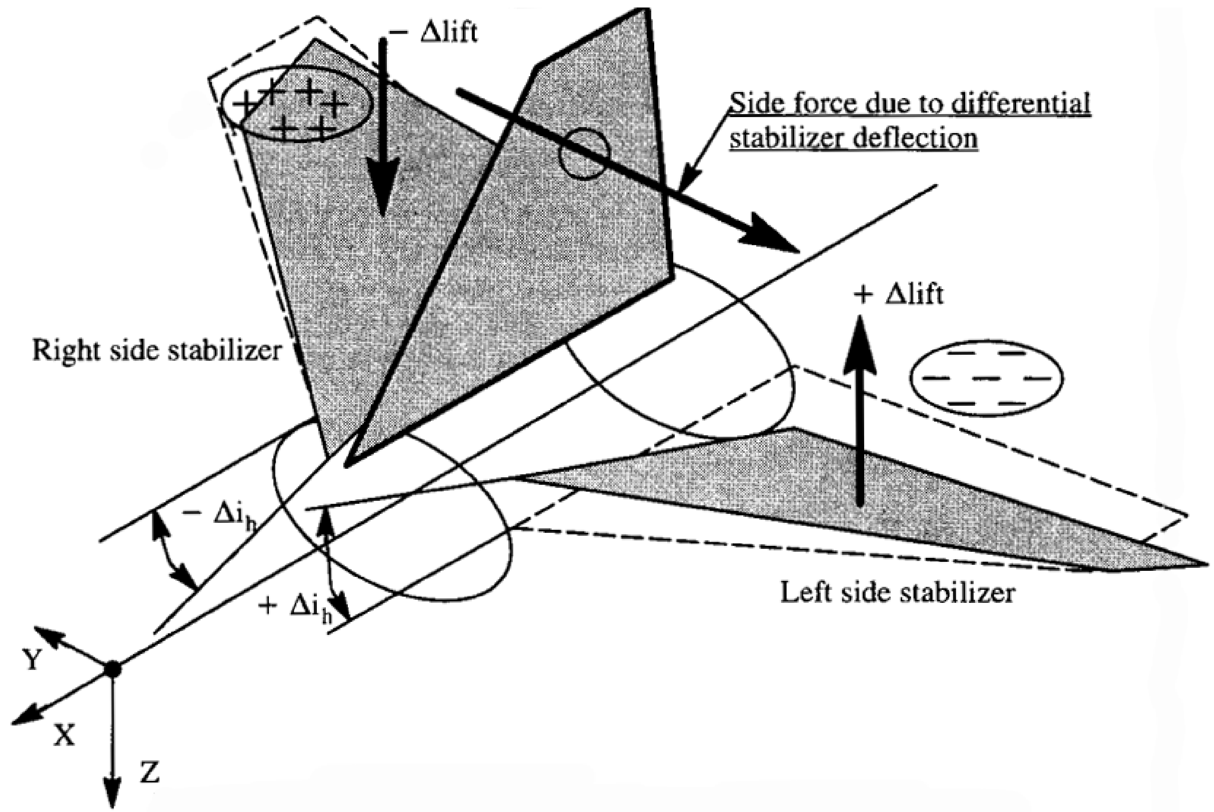
$$\Rightarrow \boxed{C_{y_{\beta\,V}} = -C_{L_{\alpha\,V}}\left(1 - \frac{d\sigma}{d\beta}\right)\eta_V\frac{S_V}{S}}$$

$$C_y = C_{y_0} + C_{y_\beta}\beta + C_{y_{\delta_A}}\delta_A + C_{y_{\delta_R}}\delta_R$$

- **نیروی جانبی (Side Force)**

$C_{y_{\delta_A}}$

این مشتق معمولاً قابل صرف نظر می‌باشد، مگر در حالتی که سطوح کنترلی نزدیک دم عمودی باشد و این توزیع فشار روی دم عمودی عمل کرده و باعث Side Force خواهد شد.

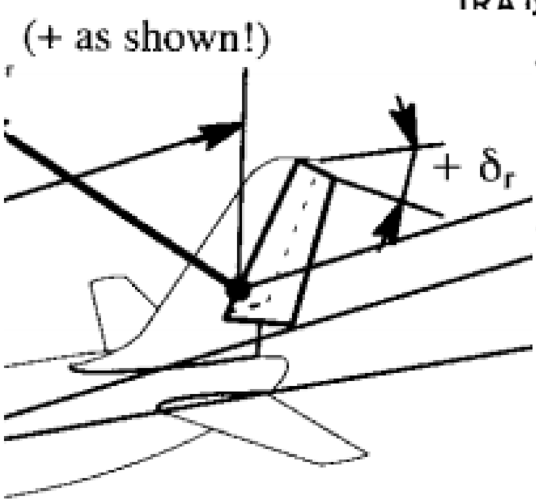


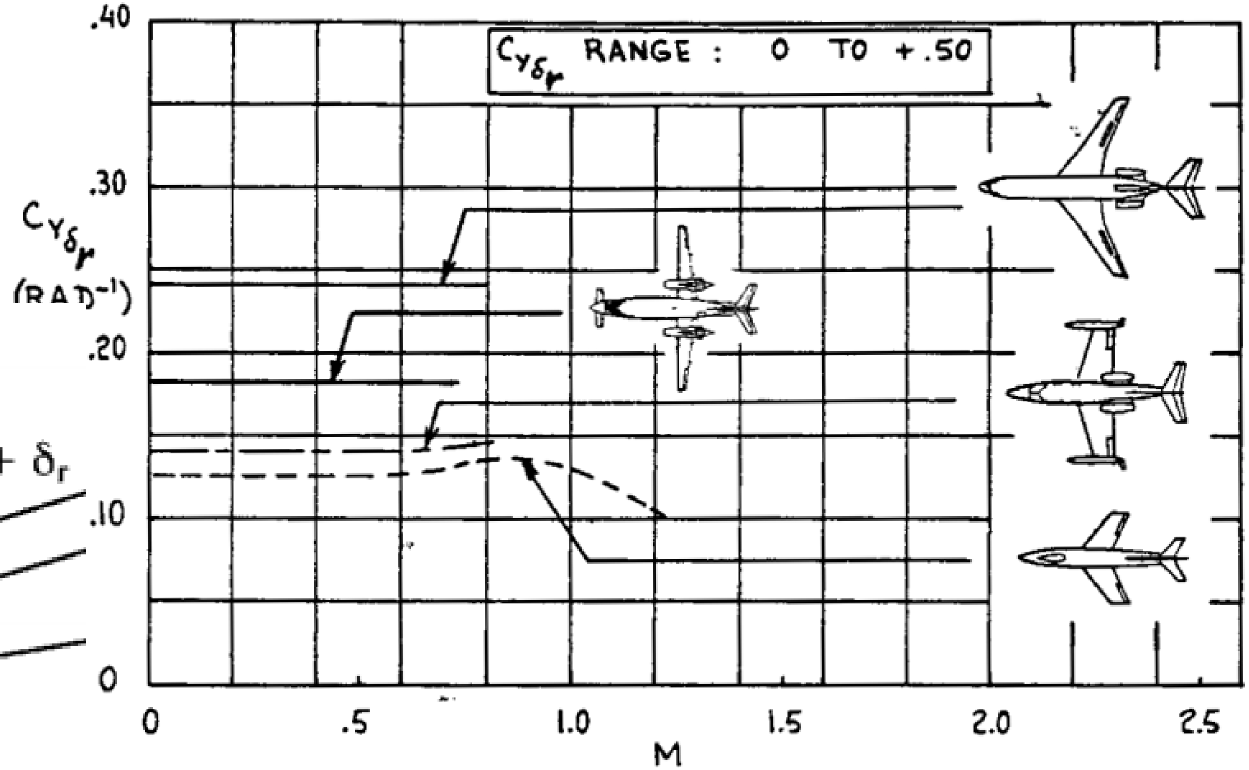
$$C_y = C_{y_0} + C_{y_\beta}\beta + C_{y_{\delta_A}}\delta_A + C_{y_{\delta_R}}\delta_R$$

• نیروی جانبی (Side Force)

$C_{y_{\delta_R}}$

$$\begin{cases} \underset{Rudder}{F_{A_Y}} = C_{y_{\delta_R}}\delta_R \bar{q} S \\ \underset{Rudder}{F_{A_Y}} = C_{L_{\alpha V}}\alpha_{\delta_R}\delta_R \bar{q}_V S_V \end{cases} \Rightarrow \boxed{C_{y_{\delta_R}} = C_{L_{\alpha\,V}}\alpha_{\delta_R}\eta_V \frac{S_V}{S}}$$





- **گشتاور یاو (Yaw Moment)**

$$N_A = C_n \bar{q} S b$$

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

C_{n_0} = Yawing moment coef. for zero β & zero control deflections

(zero for A/C with xz plane of symmetry)

C_{n_β} = Change in C_n due to unit β change

(Directional Stability Derivative)

$C_{n_{\delta_R}}$ = Change in C_n due to δ_R

(Directional Control Power Derivative)

$C_{n_{\delta_A}}$ = Change in C_n due to δ_A

(Cross Control Derivative)

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

• گشتاور یاو (Yaw Moment)

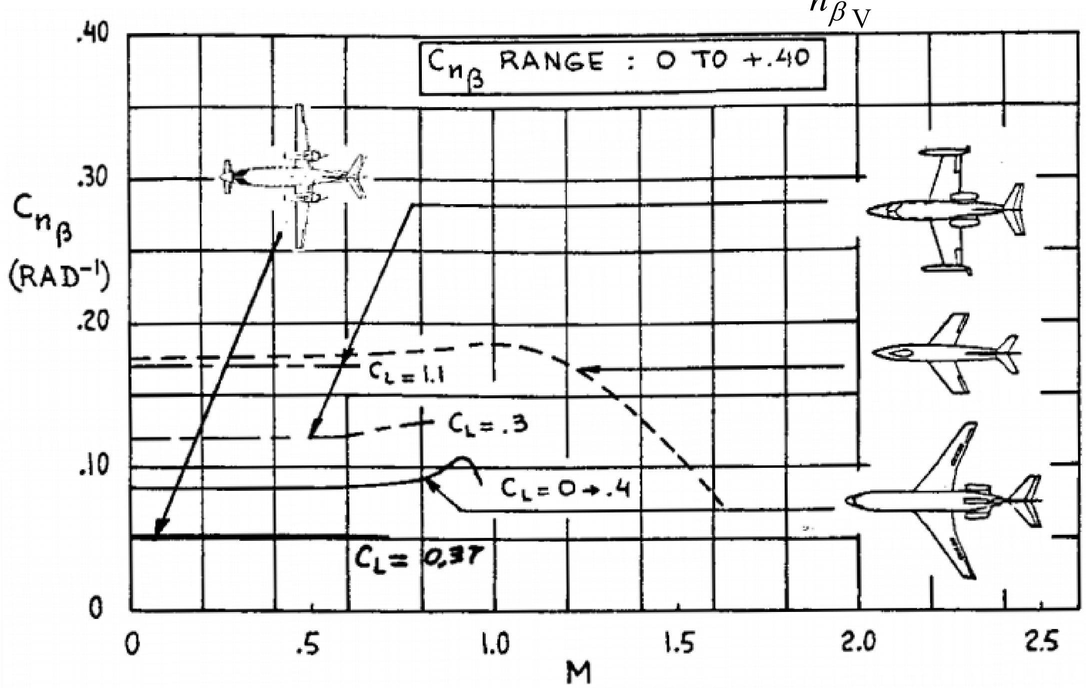
$$C_{n_\beta} = C_{n_{\beta_{WB}}} + C_{n_{\beta_V}}$$

C_{n_β} = Directional Stability Derivative

این مشتق معمولاً از دو بخش تشکیل می‌گردد:

i. $C_{n_{\beta_{WB}}} \triangleq$ Wing-Body Contribution

ii. $C_{n_{\beta_V}} \triangleq$ Vertical Tail Contribution



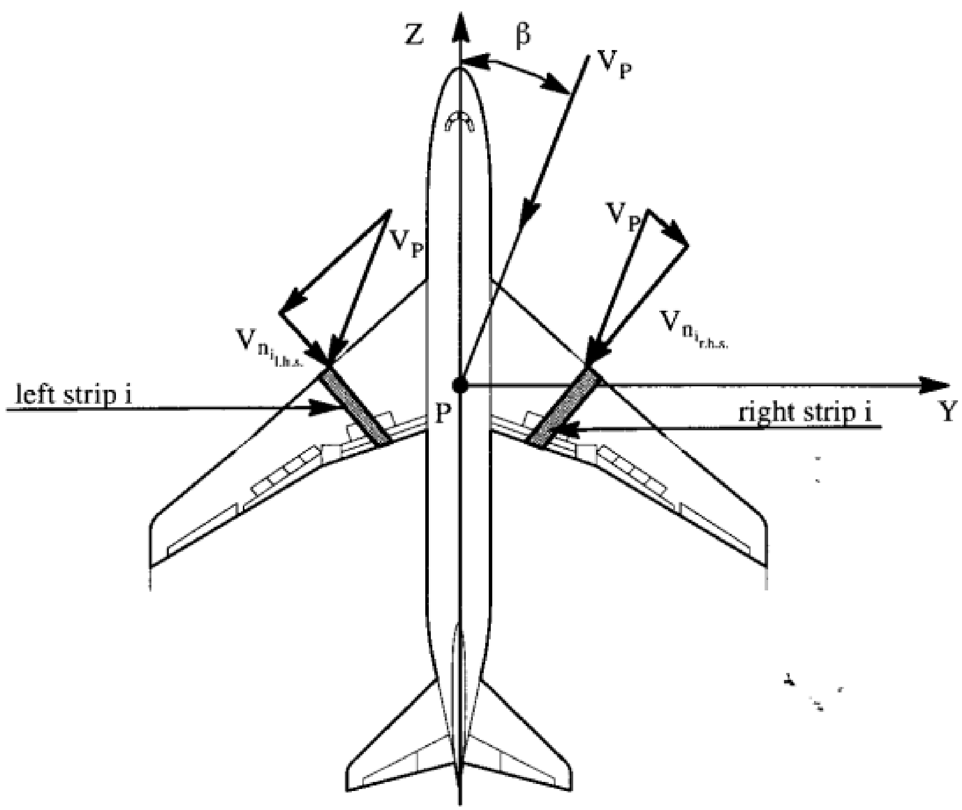
- **گشتاور یاو (Yaw Moment)**

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

$$C_{n_\beta} = C_{n_{\beta_{WB}}} + C_{n_{\beta_V}}$$

$$C_{n_{\beta_{WB}}} = C_{n_{\beta_W}} + C_{n_{\beta_B}}$$

a) اثر بال: می‌توان نشان داد که برای یک بال با $\Lambda > 0$ ، $C_{n_{\beta_W}} > 0$ خواهد بود که به نوبهٔ خود در پایداری سمتی مؤثّر است.



$$\left\{\begin{array}{l}\beta > 0\\ \Lambda > 0\end{array}\right. \Rightarrow V_{n_{i_R}} > V_{n_{i_L}} \Rightarrow \Delta L_R > \Delta L_L$$

$$\Rightarrow \Delta D_R > \Delta D_L \Rightarrow \boxed{N > 0}$$

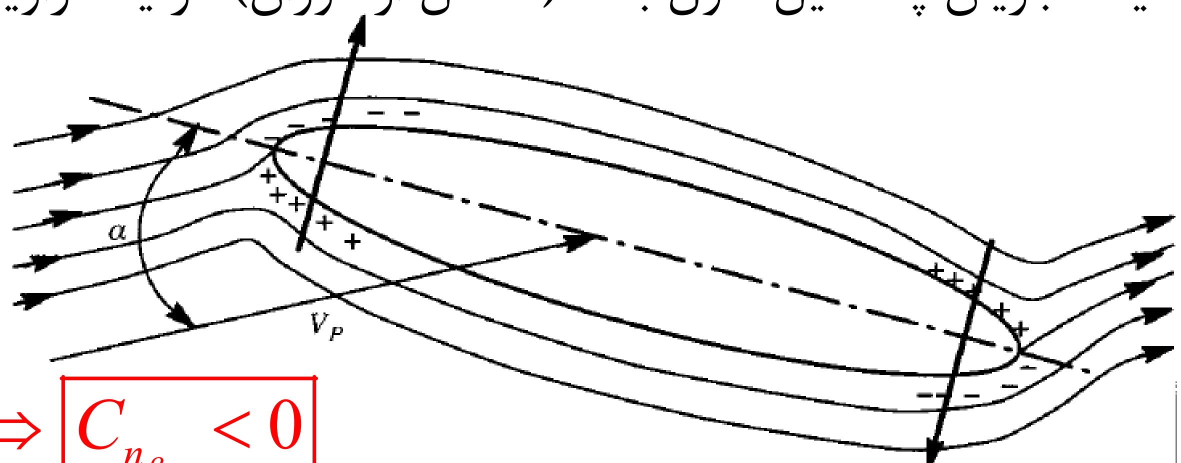
$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$

- **گشتاور یاو (Yaw Moment)**

$$C_{n_\beta} = C_{n_{\beta_{WB}}} + C_{n_{\beta_V}}$$

$$C_{n_{\beta_{WB}}} = C_{n_{\beta_W}} + C_{n_{\beta_B}}$$

b) **اثر بدنه:** در C_{n_β} مشابه اثر بدنه در C_{m_α} می‌باشد و نامطلوب است. می‌توان از طریق نقش بدنه در C_{m_α} به نقش بدنه در C_{n_β} نیز دست یافت. برای بررسی نقش بدنه در C_{m_α} به یک جریان پتانسیل حول بدنه (حاصل از دوران) در یک زاویهٔ حمله دقّت کنید.



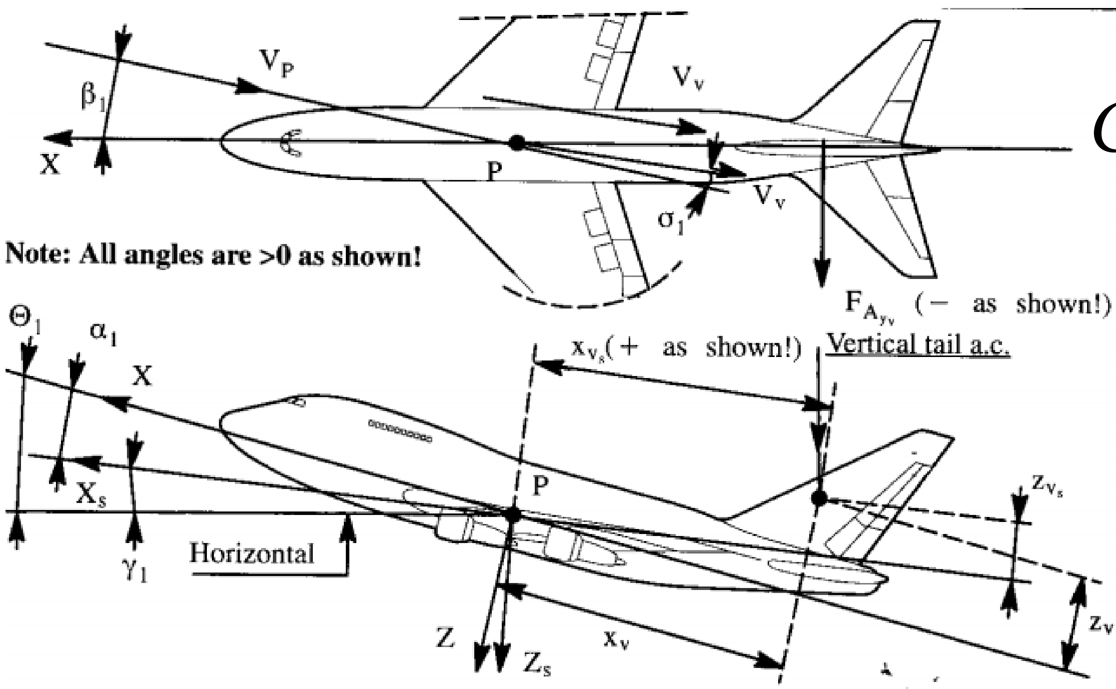
$\boxed{\beta < 0} \Rightarrow N > 0 \Rightarrow \boxed{C_{n_{\beta_B}} < 0}$

• گشتاور یاو (Yaw Moment)

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

$$C_{n_\beta} = C_{n_{\beta_{WB}}} + C_{n_{\beta_V}}$$

ترکیب β با زاویهٔ σ (Sidewash) نیروی برای روی دم عمودی ایجاد کرده که مؤلّفه‌ای در جهت منفی y_s خواهد داشت که باعث ایجاد ممان یاو مثبت خواهد شد به خاطر β که بعضی مواقع به نام اثر Weathercock (Stability) دم عمودی مطرح می‌شود که در مواقعی که مقدار آن غلبه بر $C_{n_{\beta_{WB}}}$ کند تمایل به صفر کردن β خواهد داشت و باعث جلوگیری از انحراف مسیر خواهد شد.



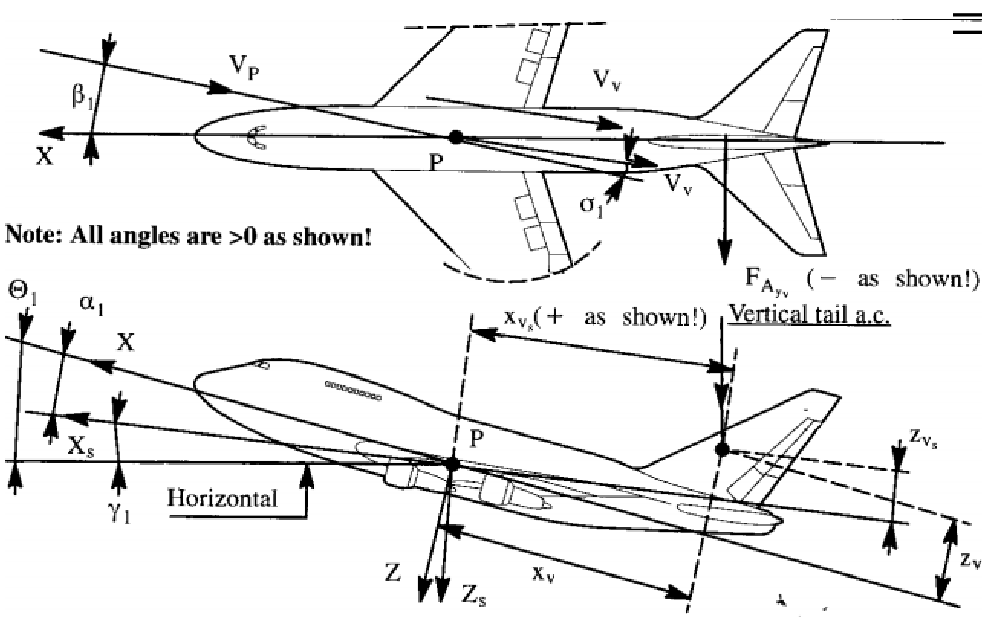
هشدار وزش باد

• گشتاور یاو (Yaw Moment)

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

$$C_{n_\beta} = C_{n_{\beta_{WB}}} + C_{n_{\beta_V}}$$

$$\underset{Sideslip}{N_V} = \underset{Sideslip}{F_{A_{y\,V}}} X_{V_S} = C_{L_{\alpha\,V}}\left(1-\frac{d\sigma}{d\beta}\right)\beta\bar{q}_V S_V X_{V_S} = C_{n_{\beta_V}}\beta\bar{q}Sb$$



$$\Rightarrow \boxed{C_{n_{\beta_V}} = C_{L_{\alpha\,V}}\left(1-\frac{d\sigma}{d\beta}\right)\eta_V \frac{S_V X_{V_s}}{Sb}}$$

کمیت $\bar{V}_V = \dfrac{S_V X_{V_s}}{Sb}$ به عنوان

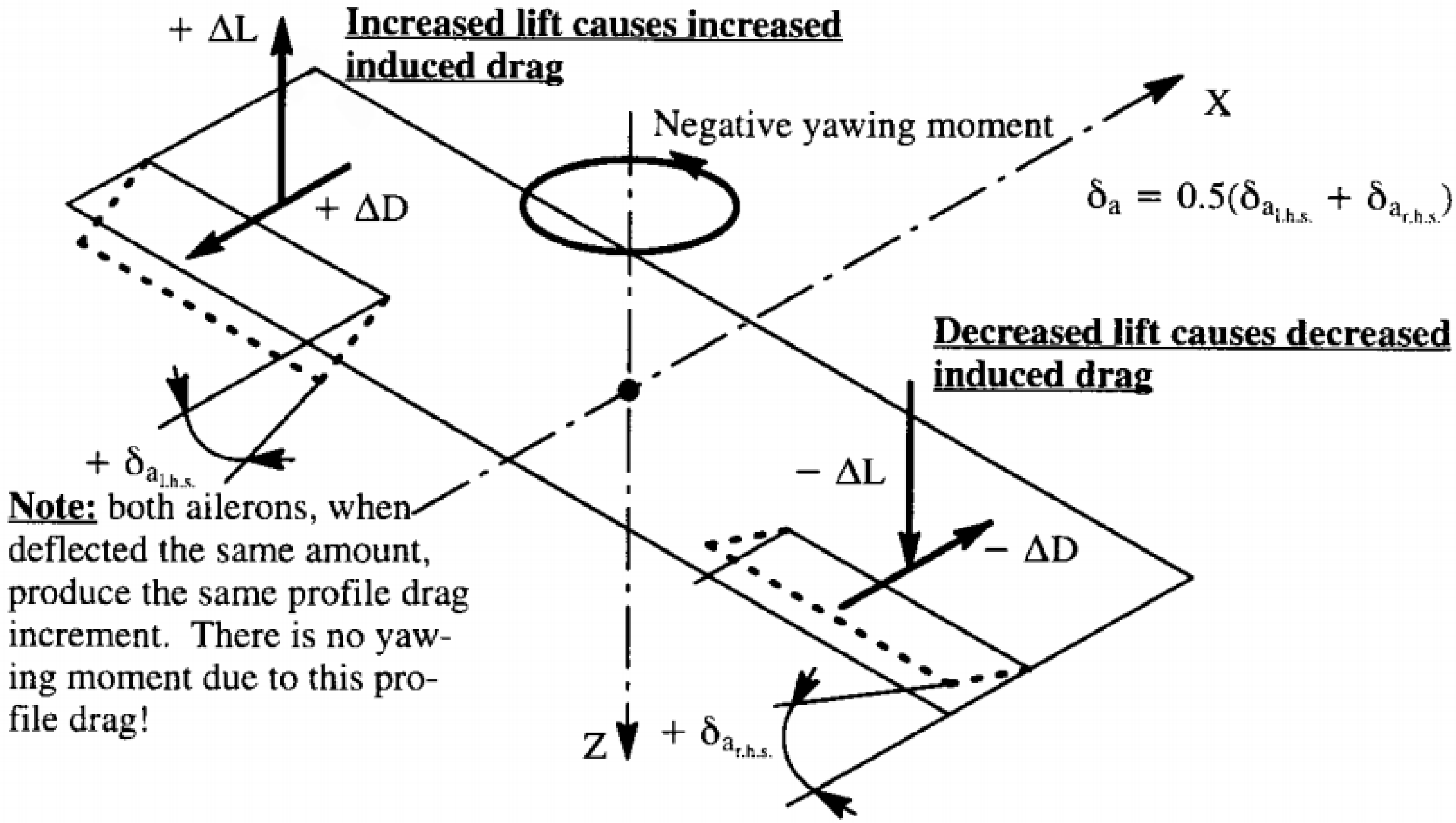
شناخته Vertical Tail Volume Coef.

می‌شود (اهمیت در طرّاحی اوّلیهٔ دم عمودی)

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

- گشتاور یاو (Yaw Moment)

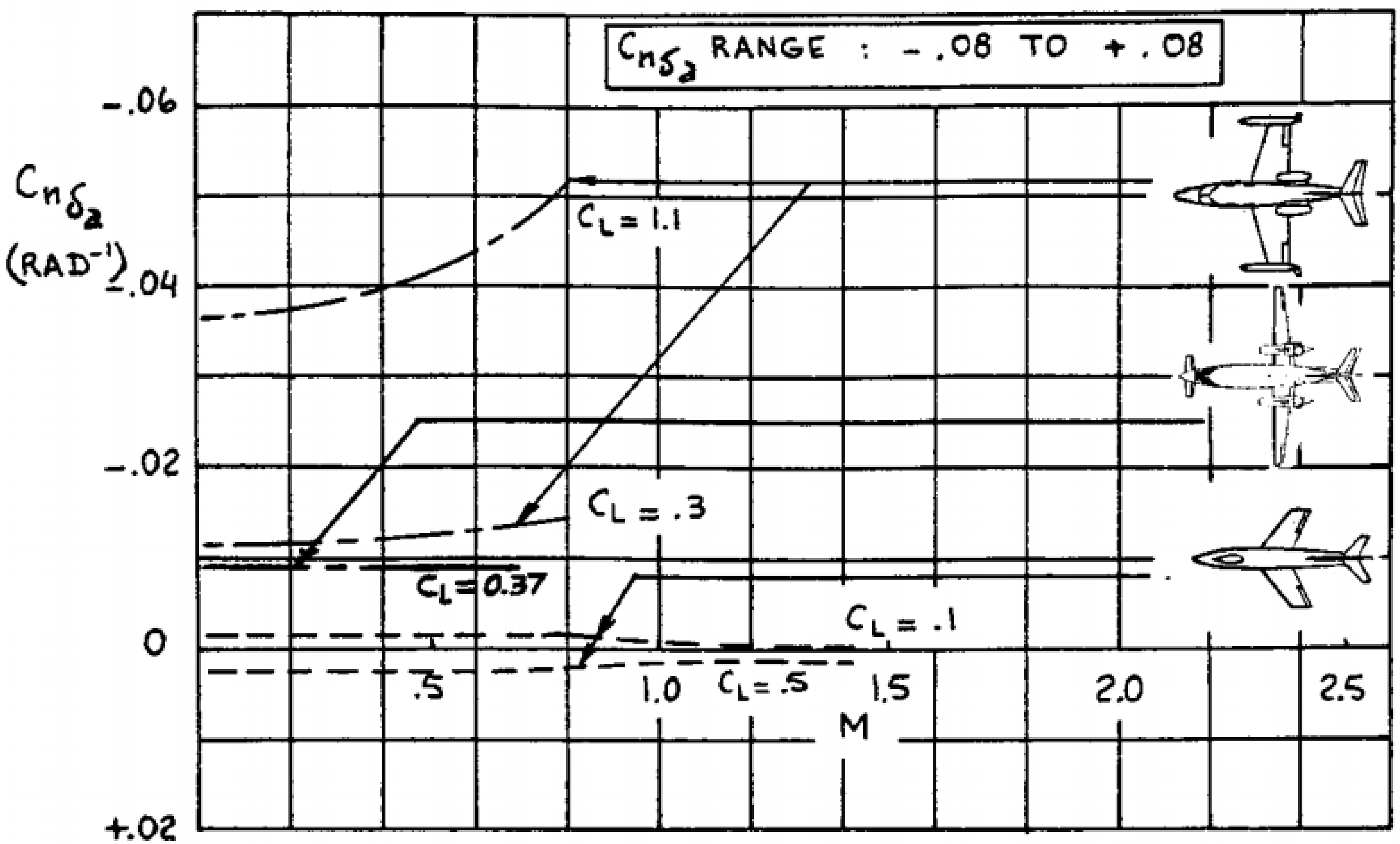
$C_{n_{\delta_a}}$



$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

- گشتاور یاو (Yaw Moment)

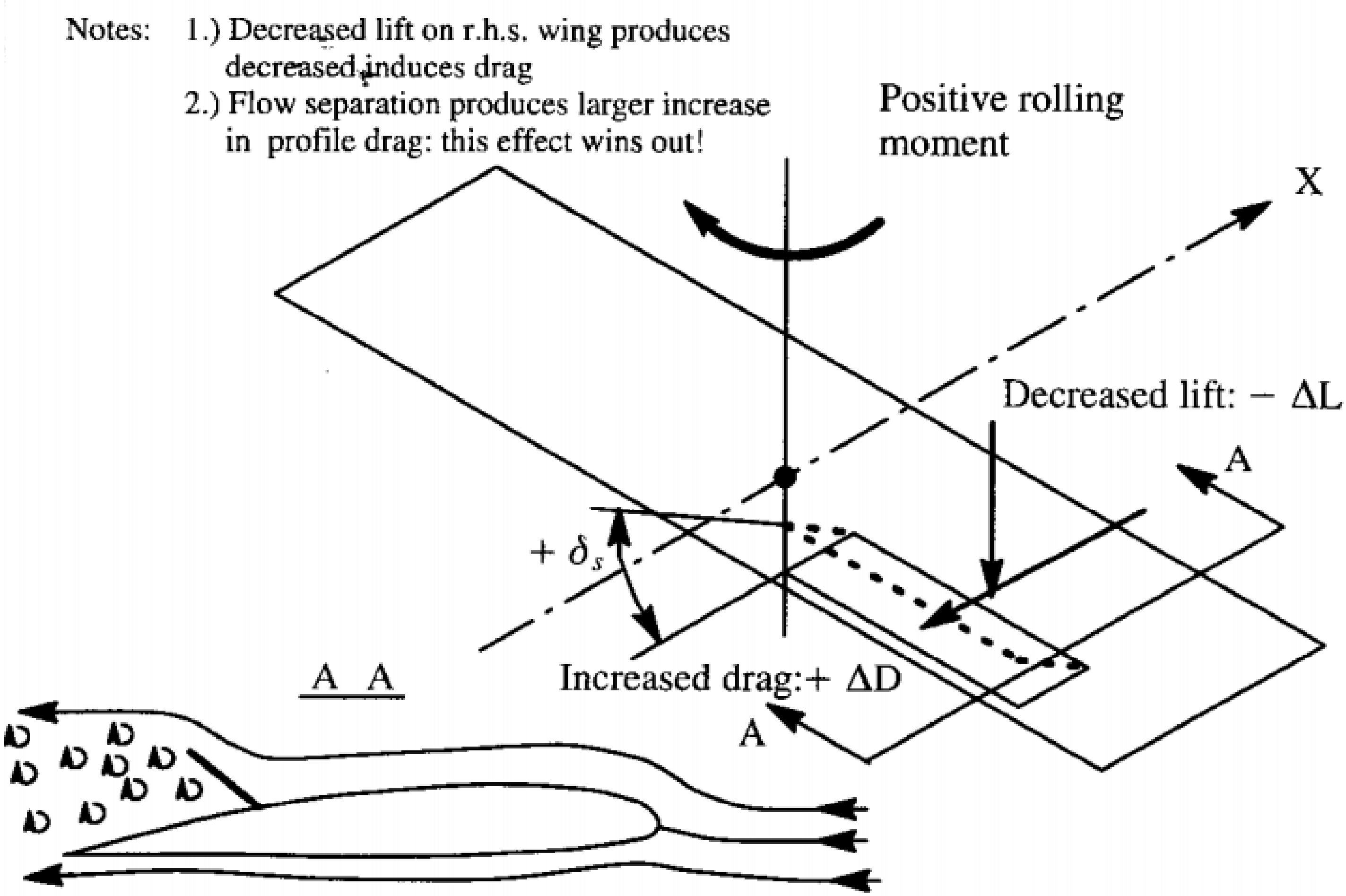
$C_{n_{\delta_a}}$



- گشتاور یاو (Yaw Moment)

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

$C_{n_{\delta_s}}$ $\delta_s \triangleq$ Spoiler Deflection

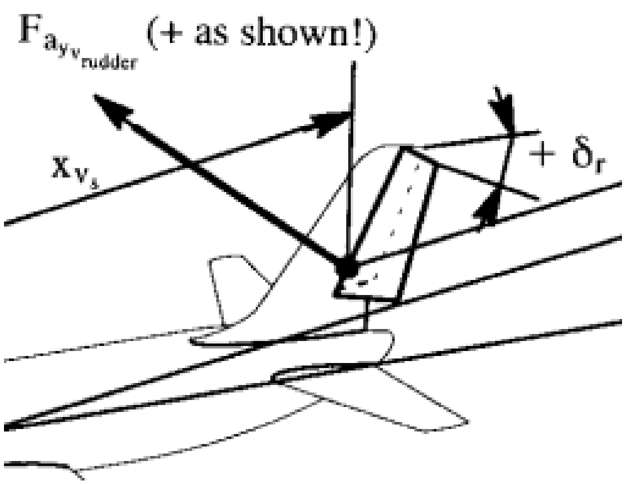


$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

- **گشتاور یاو (Yaw Moment)**

$C_{n_{\delta_R}}$

نیروی کناری در جهت y_s به خاطر انحراف مثبت δ_R ایجاد شده باعث ایجاد ممان سمتی منفی می‌شود.



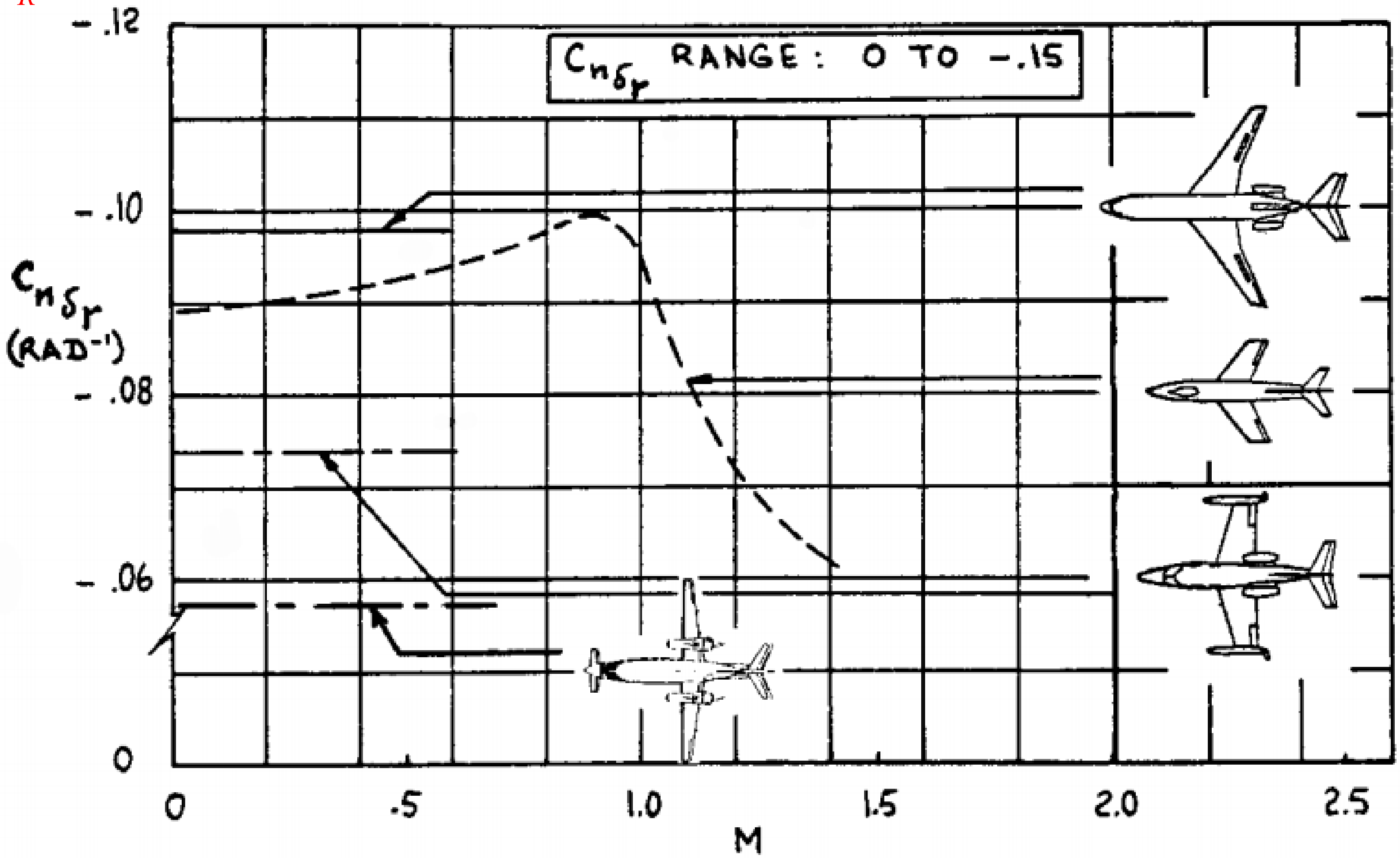
$$N_{Rudder} = -C_{L_{\alpha\,V}}\alpha_{\delta_R}\delta_R\bar{q}_V S_V X_{V_S} = C_{n_{\delta_R}}\delta_R\bar{q}Sb$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{n_{\delta_R}} = -C_{L_{\alpha\,V}}\alpha_{\delta_R}\eta_V \frac{S_V X_{V_S}}{Sb}}$$

$$C_n = C_{n_0} + C_{n_\beta}\beta + C_{n_{\delta_A}}\delta_A + C_{n_{\delta_R}}\delta_R$$

- گشتاور یاو (Yaw Moment)

$C_{n_{\delta_R}}$



	مشتق پایداری و علامت مطلوب	مشتق کنترلی مهم
Longitudinal	$C_{m_\alpha} < 0$	$C_{m_{\delta E}}$
Lateral	$C_{l_\beta} < 0$	$C_{l_{\delta A}}$
Directional	$C_{n_\beta} > 0$	$C_{n_{\delta R}}$

مدل‌سازی نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی - حالت اختلالی

- جهت بررسی اثر اختلالات روی نیرو و گشتاورها و تولید الگوی لازم، اختلالات حول مسیر مرجع «پرواز دائم متقارن» در نظر گرفته می شوند: $\begin{cases} V_1 = W_1 = P_1 = R_1 = 0 \\ F_{A_{y1}} = L_{A_1} = N_{A_1} = 0 \end{cases}$
- الگوی نیرو و ممان های اختلالی بر اساس حساسیت سنجی (از نیرو و ممان های اصلی نسبت به اختلالات بدون بعد شده) با استفاده از **فرضیه شبه-دائم** توسعه می‌یابند. Quasi-Steady Theory
- مشابه قبل با بسط تیلور برای نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی داریم:

Longitudinal:

$$f_{A_x} = \sum \frac{\partial F_{A_x}}{\partial \bar{x}_i}\bar{x}_i; \quad f_{A_z} = \sum \frac{\partial F_{A_z}}{\partial \bar{x}_i}\bar{x}_i; \quad m_A = \sum \frac{\partial M_A}{\partial \bar{x}_i}\bar{x}_i \ ; \text{Where } \bar{x}_i = \frac{u}{U_1}, \alpha, \frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}, \frac{q\bar{c}}{2U_1}, \delta_E$$

Lateral - Directional:

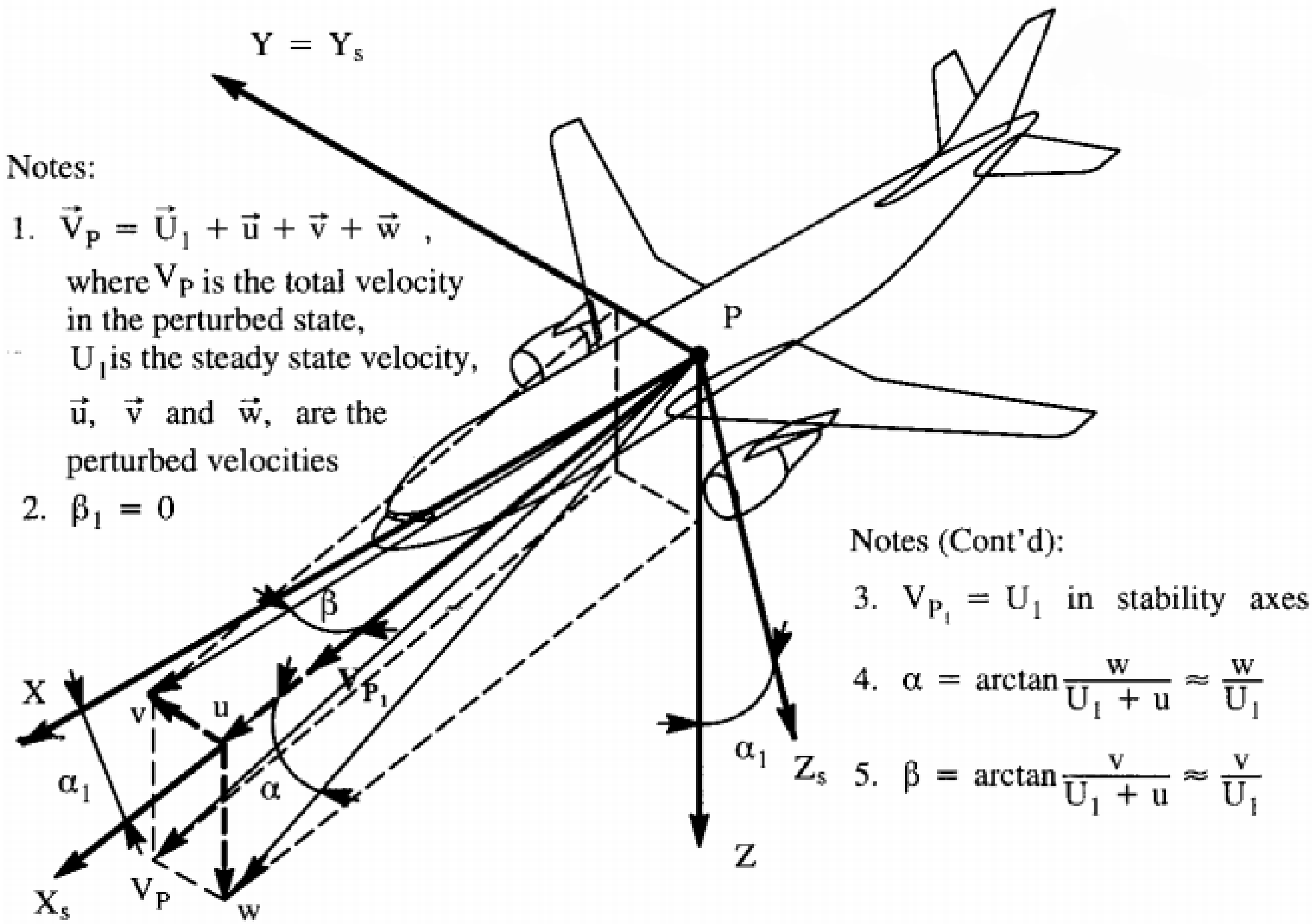
$$f_{A_y} = \sum \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \bar{y}_i}\bar{y}_i; \quad l_A = \sum \frac{\partial L_A}{\partial \bar{y}_i}\bar{y}_i; \quad n_A = \sum \frac{\partial N_A}{\partial \bar{y}_i}\bar{y}_i \ ; \text{Where } \bar{y}_i = \beta, \frac{\dot{\beta}b}{2U_1}, \frac{pb}{2U_1}, \frac{rb}{2U_1}, \delta_A, \delta_R$$

Variable	Direct Variables								Derived Variables				Control Variables			
	u	v	w	p	q	r	$\dot{v}$	$\dot{w}$	$\beta = \frac{v}{U_1}$	$\alpha = \frac{w}{U_1}$	$\dot{\beta} = \frac{\dot{v}}{U_1}$	$\dot{\alpha} = \frac{\dot{w}}{U_1}$	δ_a	δ_e	δ_r	δ_f
f_{A_x}	$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial u}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial w}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial q}$			$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \dot{w}}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \alpha}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \dot{\alpha}}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \delta_e}$		$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \delta_f}$
f_{A_y}		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial v}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial p}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial r}$	$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \dot{v}}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \beta}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \dot{\beta}}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \delta_a}$		$\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \delta_r}$	
f_{A_z}	$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial u}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial w}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial q}$			$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \dot{w}}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \alpha}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \dot{\alpha}}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \delta_e}$		$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \delta_f}$
l_A		$\frac{\partial L_A}{\partial v}$		$\frac{\partial L_A}{\partial p}$		$\frac{\partial L_A}{\partial r}$	$\frac{\partial L_A}{\partial \dot{v}}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \beta}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \dot{\beta}}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \delta_a}$		$\frac{\partial L_A}{\partial \delta_r}$	
m_A	$\frac{\partial M_A}{\partial u}$		$\frac{\partial M_A}{\partial w}$		$\frac{\partial M_A}{\partial q}$			$\frac{\partial M_A}{\partial \dot{w}}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \alpha}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \dot{\alpha}}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \delta_e}$		$\frac{\partial M_A}{\partial \delta_f}$
n_A		$\frac{\partial N_A}{\partial v}$		$\frac{\partial N_A}{\partial p}$		$\frac{\partial N_A}{\partial r}$	$\frac{\partial N_A}{\partial v}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \beta}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \dot{\beta}}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \delta_a}$		$\frac{\partial N_A}{\partial \delta_r}$	

<u>**Notes:**</u> 1. All perturbations are taken relative to a symmetrical steady state: $V_1 = P_1 = R_1 = 0$

2. Blanks in the table indicate that there is no effect, to a first order of approximation

شکل زیر در نمایش متغیّرهای حرکتی اختلالی نسبت به دائم کمک می‌کند.



- کانال طولی

$$f_{A_x} = \sum \frac{\partial F_{A_x}}{\partial \bar{x}_i}\bar{x}_i; \qquad f_{A_z} = \sum \frac{\partial F_{A_z}}{\partial \bar{x}_i}\bar{x}_i; \qquad m_A = \sum \frac{\partial M_A}{\partial \bar{x}_i}\bar{x}_i$$

$$\bar{x}_i = \frac{u}{U_1}, \alpha, \frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}, \frac{q\bar{c}}{2U_1}, \delta_E, \delta_F$$

$$f_{A_x} = \frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial F_{A_x}}{\partial \alpha}\alpha + \frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{A_x}}{\partial \delta_E}\delta_E + \frac{\partial F_{A_x}}{\partial \delta_F}\delta_F$$

$$f_{A_z} = \frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial F_{A_z}}{\partial \alpha}\alpha + \frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial F_{A_z}}{\partial \delta_E}\delta_E + \frac{\partial F_{A_z}}{\partial \delta_F}\delta_F$$

$$m_A = \frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial M_A}{\partial \alpha}\alpha + \frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right) + \frac{\partial M_A}{\partial \delta_E}\delta_E + \frac{\partial M_A}{\partial \delta_F}\delta_F$$

- کانال عرضی-سمتی

$$f_{A_y} = \sum \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \bar{y}_i} \bar{y}_i ; \qquad l_A = \sum \frac{\partial L_A}{\partial \bar{y}_i} \bar{y}_i ; \qquad n_A = \sum \frac{\partial N_A}{\partial \bar{y}_i} \bar{y}_i$$

$$\bar{y}_i = \beta, \frac{\dot{\beta} b}{2U_1}, \frac{pb}{2U_1}, \frac{rb}{2U_1}, \delta_A, \delta_R$$

$$f_{A_y} = \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \left(\frac{\dot{\beta} b}{2U_1} \right)} \left(\frac{\dot{\beta} b}{2U_1} \right) + \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1} \right)} \left(\frac{pb}{2U_1} \right) + \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1} \right)} \left(\frac{rb}{2U_1} \right) + \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \delta_r} \delta_r$$

$$l_A = \frac{\partial L_A}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{\dot{\beta} b}{2U_1} \right)} \left(\frac{\dot{\beta} b}{2U_1} \right) + \frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1} \right)} \left(\frac{pb}{2U_1} \right) + \frac{\partial L_A}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1} \right)} \left(\frac{rb}{2U_1} \right) + \frac{\partial L_A}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial L_A}{\partial \delta_r} \delta_r$$

$$n_A = \frac{\partial N_A}{\partial \beta} \beta + \frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{\dot{\beta} b}{2U_1} \right)} \left(\frac{\dot{\beta} b}{2U_1} \right) + \frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{pb}{2U_1} \right)} \left(\frac{pb}{2U_1} \right) + \frac{\partial N_A}{\partial \left(\frac{rb}{2U_1} \right)} \left(\frac{rb}{2U_1} \right) + \frac{\partial N_A}{\partial \delta_a} \delta_a + \frac{\partial N_A}{\partial \delta_r} \delta_r$$

- **u-Stability Derivatives**

$$
\begin{aligned}
F_{A_x} &= C_x \bar{q} S \\
F_{A_z} &= C_z \bar{q} S \\
M_A &= C_m \bar{q} S \bar{c}
\end{aligned}
$$

$$
\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\right|_1 = \frac{\partial C_x}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)} \bar{q}_1 S + \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\right|_1 C_{x_1} S
$$

$$
\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\right|_1 = \frac{\partial C_z}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)} \bar{q}_1 S + \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\right|_1 C_{z_1} S
$$

$$
\left.\frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\right|_1 = \frac{\partial C_m}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)} \bar{q}_1 S \bar{c} + \left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\right|_1 C_{m_1} S \bar{c}
$$

از آنجا که تمامی مشتق‌ها نسبت به یک شرایط دائم تعریف شده‌اند، باید در همان شرایط سنجیده شوند.

- **u-Stability Derivatives**

$$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bigg|_1 = \frac{\partial C_x}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bar{q}_1 S + \frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bigg|_1 C_{x_1} S$$

حسّاسیت فشار دینامیکی نسبت به اختلالات

$$\vec{V}_p = \left(U_1 + u, v, w\right)$$

$$\bar{q} = \frac{1}{2}\rho\left|\overrightarrow{V_p}\right|^2 = \frac{1}{2}\rho[(U_1+u)^2 + v^2 + w^2] = \frac{1}{2}\rho[(U_1+u)^2 + (U_1\beta)^2 + (U_1\alpha)^2]$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bigg|_1 = U_1\frac{\partial \bar{q}}{\partial u}\bigg|_1 = U_1\left(2\times\frac{1}{2}\rho(U_1+u)\right)\bigg|_1 = \rho U_1^{\,2} = 2\bar{q}_1$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{v}{U_1}\right)}\bigg|_1 = \frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{w}{U_1}\right)}\bigg|_1 = \frac{\partial \bar{q}}{\partial \beta}\bigg|_1 = \frac{\partial \bar{q}}{\partial \alpha}\bigg|_1 = \frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\bigg|_1 = \frac{\partial \bar{q}}{\partial(\bullet)}\bigg|_1 = 0$$

Where: $\bullet$ = All Other Perturbation Quantities

• u-Stability Derivatives

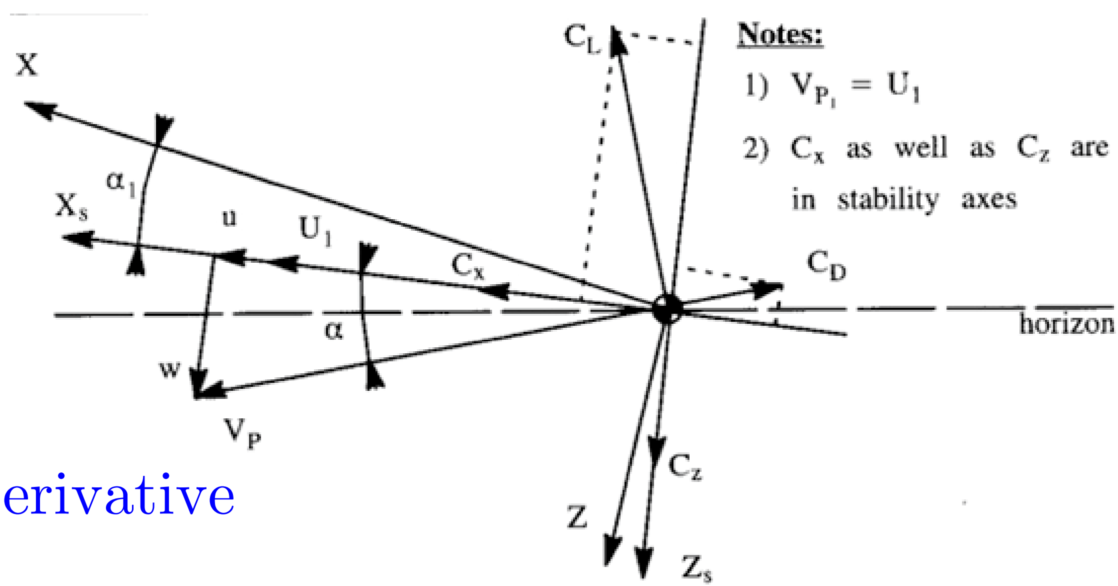
ارتباط C_x با ضرائب آیرودینامیکی

$$C_x = C_L \sin\alpha - C_D \cos\alpha \cong C_L\alpha - C_D$$

$$\frac{\partial C_x}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\Bigg|_1 = \frac{\partial C_L}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\Bigg|_1 \alpha\Big|_1 + C_L\frac{\partial\alpha}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)} - \frac{\partial C_D}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\Bigg|_1 = C_{L_u}\left[0\right] + C_L\left[0\right] - C_{D_u} = -C_{D_u}$$

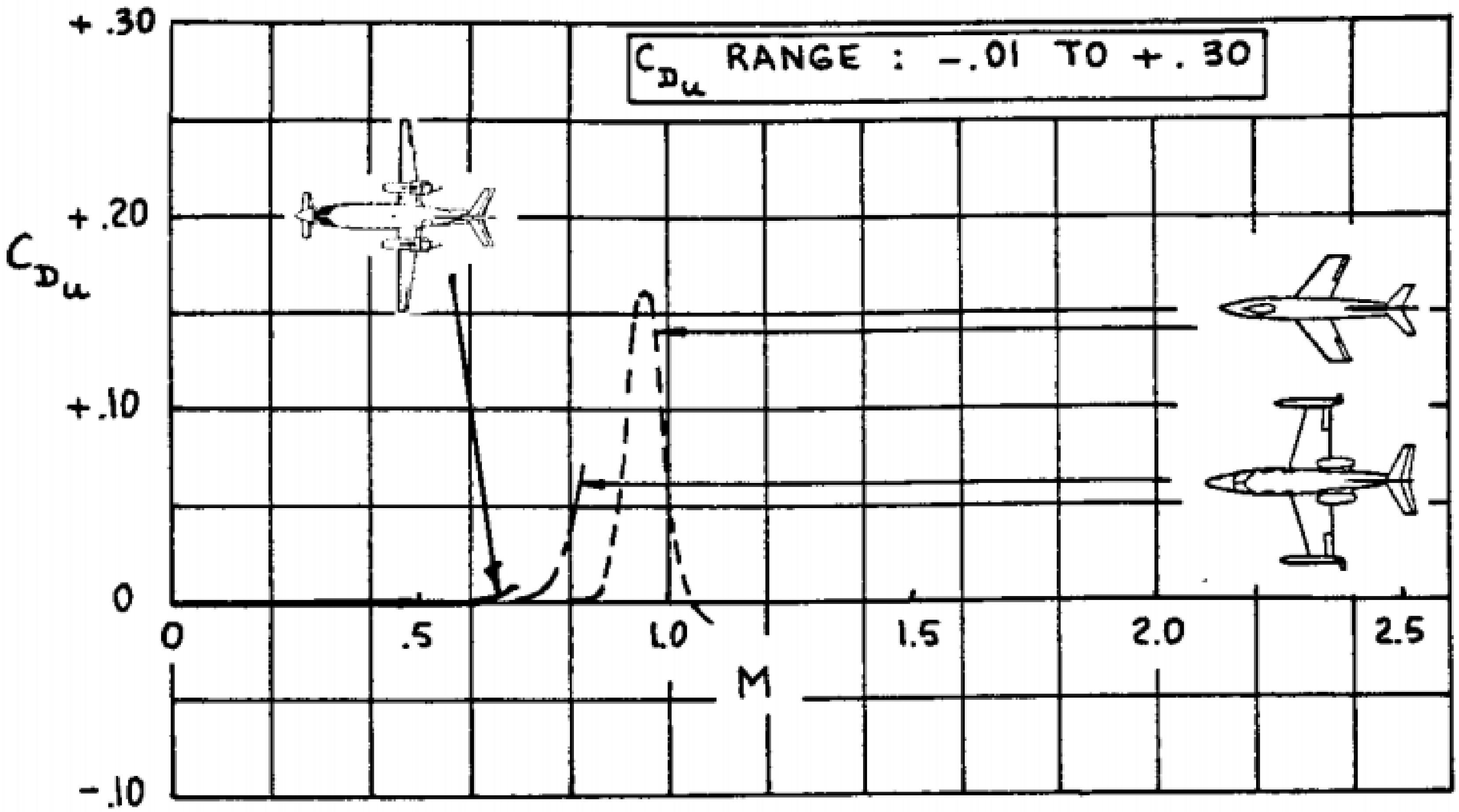
$$\xrightarrow{\dfrac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\Big|_1 = \dfrac{\partial C_x}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\overline{q}_1 S + \dfrac{\partial\overline{q}}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\Big|_1 C_{x_1} S}$$

$$\boxed{\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\Bigg|_1 = -\left(C_{D_u} + 2C_{D_1}\right)\overline{q}_1 S}$$



$C_{D_u} \triangleq$ Speed Damping Derivative

- u-Stability Derivatives



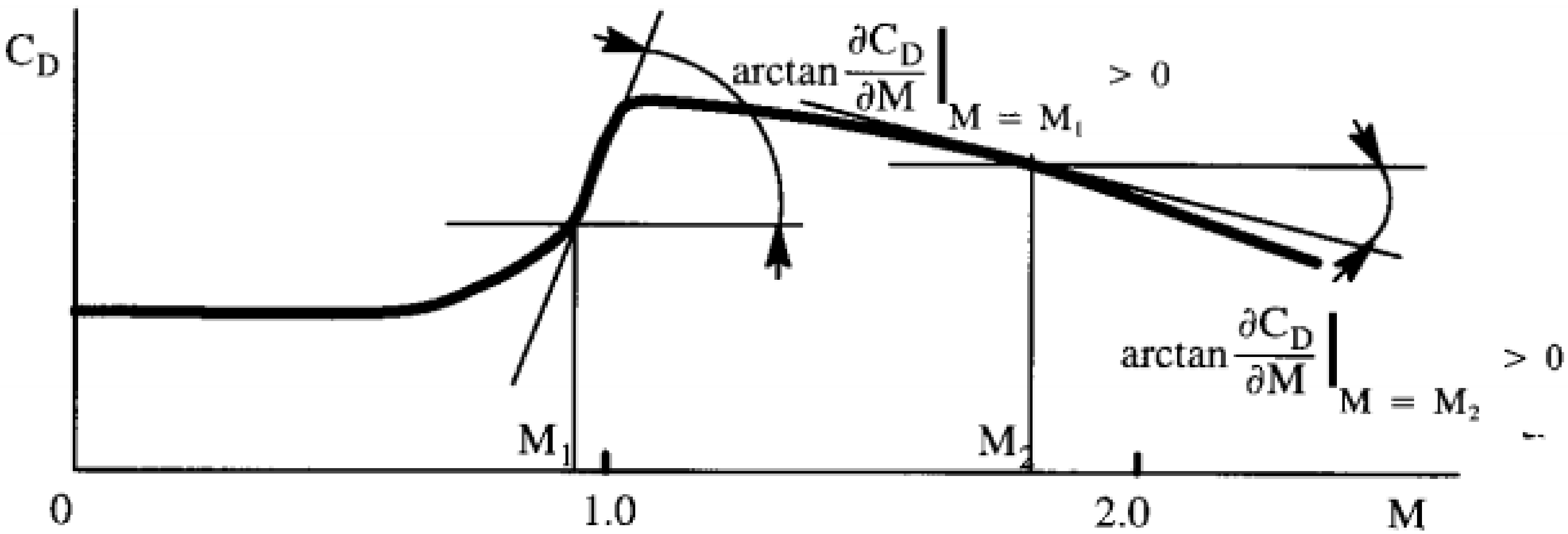
- **u-Stability Derivatives**

$$C_{D_u} = \frac{\partial C_D}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)} = \frac{U_1}{a}\frac{\partial C_D}{\partial\left(\frac{u}{a}\right)} = M_1 \frac{\partial C_D}{\partial M}$$

برای بسیاری از هواپیماهای متعارف، روند تغییر C_D نسبت به M به صورت زیر است.

$$M_1 < 1 \xrightarrow{\frac{\partial C_D}{\partial M}>0} C_{D_u} > 0$$

$$M_1 > 1 \xrightarrow{\frac{\partial C_D}{\partial M}<0} C_{D_u} < 0$$



• u-Stability Derivatives

ارتباط C_z با ضرائب آیرودینامیکی

$$C_z = -C_L \cos\alpha - C_D \sin\alpha \cong -C_L - C_D\alpha$$

$$\frac{\partial C_z}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bigg|_1 = -\frac{\partial C_L}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bigg|_1 - C_D\frac{\partial\alpha}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)} - \frac{\partial C_D}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bigg|_1 \alpha\Big|_1 = -C_{L_u} - C_D\left[0\right] - C_{D_u}\left[0\right] = -C_{L_u}$$

$$\xrightarrow{\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\big|_1 = \frac{\partial C_z}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\overline{q}_1 S + \frac{\partial \overline{q}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\big|_1 C_{z_1} S} \boxed{\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bigg|_1 = -\left(C_{L_u} + 2C_{L_1}\right)\overline{q}_1 S}$$

$$C_{L_u} = \frac{\partial C_L}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)} = \frac{U_1}{a}\frac{\partial C_L}{\partial\left(\frac{u}{a}\right)} = M_1\frac{\partial C_L}{\partial M} = \frac{M_1^2}{1-M_1^2}C_{L_1}$$

Prandtl-Glauert Transformation $C_L = \dfrac{C_L|_{M=0}}{(1-M^2)^{1/2}} \quad \rightarrow \quad \dfrac{\partial C_L}{\partial M} = \dfrac{M}{1-M^2}\dfrac{C_L|_{M=0}}{(1-M^2)^{1/2}} = \dfrac{M}{1-M^2}C_L$

• **u-Stability Derivatives**

$$\frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)} = \frac{\partial C_m}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\bar{q}_1 S\bar{c} + C_{m_1} S\bar{c}\rho U_1^2$$

$$\xrightarrow{C_{m_u} \triangleq \left.\frac{\partial C_m}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\right|_1} \boxed{\left.\frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\right|_1 = \left(C_{m_u} + 2C_{m_1}\right)\bar{q}_1 S\bar{c}}$$

برای هواپیما یا گلایدر در پرواز خطی دائم

• اگر تراست در ممان پیچ نقش نداشته باشد، داریم: $C_{m_1} = 0$

• و در صورتی که تراست، نقش یا اعانه داشته باشد: $C_{m_1} = -C_{m_{T_1}}$

• u-Stability Derivatives

$$C_{m_u} = \frac{\partial C_m}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)} = \frac{U_1}{a}\frac{\partial C_m}{\partial\left(\dfrac{u}{a}\right)} = M_1 \frac{\partial C_m}{\partial M}$$

برای تغییرات C_m با عدد ماخ به خاطر تغییر در مرکز آیرودینامیک می‌توان نوشت

$$\Delta C_m\Big|_{\text{Due to}\,\Delta M} = -\Delta \bar{x}_{ac_A}\Big|_{\text{Due to}\,\Delta M} C_{L_1} \qquad \text{For aft shift or:} \quad \Delta X_{ac} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial C_m}{\partial M} = -C_{L_1}\frac{\partial \bar{x}_{ac_A}}{\partial M} \xrightarrow{C_{m_u} = M_1 \frac{\partial C_m}{\partial M}}$$

$$C_{m_u} = -M_1 C_{L_1}\frac{\partial \bar{x}_{ac_A}}{\partial M}$$

• u-Stability Derivatives

جمع‌بندی در فرم ماتریسی

$$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\Big|_1 = -\left(C_{D_u} + 2C_{D_1}\right)\bar{q}_1 S \quad ; \quad \frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\Big|_1 = -\left(C_{L_u} + 2C_{L_1}\right)\bar{q}_1 S \quad ; \quad \frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\Big|_1 = \left(C_{m_u} + 2C_{m_1}\right)\bar{q}_1 S\bar{c}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{f_{A_x}}{\bar{q}_1 S} \\ \dfrac{f_{A_z}}{\bar{q}_1 S} \\ \dfrac{m_A}{\bar{q}_1 S\bar{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(C_{D_u} + 2C_{D_1}) \\ -(C_{L_u} + 2C_{L_1}) \\ C_{m_u} + 2C_{m_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{u}{U_1} \end{bmatrix}$$

- α -Stability Derivatives

$$F_{A_x} = C_x \bar{q} S$$
$$F_{A_z} = C_z \bar{q} S$$
$$M_A = C_m \bar{q} S \bar{c}$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \alpha}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_x}{\partial \alpha}\right|_1 \bar{q}_1 S + \overbrace{\cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \alpha}\right|_1}}^{=0} C_{x_1} S$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \alpha}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_z}{\partial \alpha}\right|_1 \bar{q}_1 S + \overbrace{\cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \alpha}\right|_1}}^{=0} C_{z_1} S$$

$$\left.\frac{\partial M_A}{\partial \alpha}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}\right|_1 \bar{q}_1 S \bar{c} + \overbrace{\cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \alpha}\right|_1}}^{=0} C_{m_1} S \bar{c}$$

- **α -Stability Derivatives**

$$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \alpha}\Big|_1 = \frac{\partial C_x}{\partial \alpha}\Big|_1 \bar{q}_1 S \quad ; \quad C_x = -C_D + C_L \alpha$$

$$\frac{\partial C_x}{\partial \alpha}\Big|_1 = -C_{D_\alpha} + C_{L_\alpha} \cancel{\alpha_1}^{=0} + C_{L_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \alpha}\Big|_1 = (C_{L_1} - C_{D_\alpha})\bar{q}_1 S}$$

$$C_D = C_{D_0} + \frac{C_L^2}{\pi A R e} \Rightarrow C_{D_\alpha} = \frac{2C_{L_1}}{\pi A R e} C_{L_\alpha}$$

- α -Stability Derivatives

$$\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \alpha}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_z}{\partial \alpha}\right|_1 \bar{q}_1 S \quad ; \qquad C_z = -C_L - C_D \alpha$$

$$\left.\frac{\partial C_z}{\partial \alpha}\right|_1 = -C_{L_\alpha} - C_{D_1} - C_{D_\alpha} \left.\cancel{\alpha}\right|_1^{=0} \Rightarrow \boxed{\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \alpha}\right|_1 = (-C_{L_\alpha} - C_{D_1})\bar{q}_1 S}$$

$$\left.\frac{\partial M_A}{\partial \alpha}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}\right|_1 \bar{q}_1 S \bar{c} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{\partial M_A}{\partial \alpha} = C_{m_\alpha} \bar{q}_1 S \bar{c}}$$

- **α -Stability Derivatives**

جمع‌بندی در فرم ماتریسی

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \alpha}\right|_1 = (C_{L_1} - C_{D_\alpha})\overline{q}_1 S \quad ; \quad \left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \alpha}\right|_1 = (-C_{L_\alpha} - C_{D_1})\overline{q}_1 S \quad ; \quad \frac{\partial M_A}{\partial \alpha} = C_{m_\alpha}\overline{q}_1 S\overline{c}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{f_{A_x}}{\overline{q}_1 S} \\ \dfrac{f_{A_z}}{\overline{q}_1 S} \\ \dfrac{m_A}{\overline{q}_1 S\overline{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{L_1} - C_{D_\alpha} \\ -\left(C_{L_\alpha} + C_{D_1}\right) \\ C_{m_\alpha} \end{bmatrix} [\alpha]$$

- $\dot{\alpha}$ -Stability Derivatives

$$F_{A_x} = C_x \bar{q} S$$
$$F_{A_z} = C_z \bar{q} S$$
$$M_A = C_m \bar{q} S \bar{c}$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_x}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1}^{=0} C_{x_1} S$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_z}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1}^{=0} C_{z_1} S$$

$$\left.\frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_m}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S\bar{c} + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1}^{=0} C_{m_1} S\bar{c}$$

- $\dot{\alpha}$ **-Stability Derivatives**

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_x}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S \quad ; \quad C_x = -C_D + C_L\alpha$$

$$\left.\frac{\partial C_x}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = -C_{D_{\dot{\alpha}}} + C_{L_{\dot{\alpha}}} \overbrace{\cancel{\alpha_1}}^{=0} \Rightarrow \boxed{\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = -C_{D_{\dot{\alpha}}} \bar{q}_1 S}$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_z}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S \quad ; \quad C_z = -C_L - C_D\alpha$$

$$\left.\frac{\partial C_z}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = -C_{L_{\dot{\alpha}}} - C_{D_{\dot{\alpha}}} \overbrace{\cancel{\alpha|_1}}^{=0} \Rightarrow \boxed{\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = -C_{L_{\dot{\alpha}}} \bar{q}_1 S}$$

$$\left.\frac{\partial M_A}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_m}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S\bar{c} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial M_A}{\partial\left(\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)} = C_{m_{\dot{\alpha}}} \bar{q}_1 S\bar{c}}$$

- $\dot{\alpha}$ -Stability Derivatives

جمع‌بندی در فرم ماتریسی

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = -C_{D_{\dot{\alpha}}}\bar{q}_1 S \quad ; \quad \left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = -C_{L_{\dot{\alpha}}}\bar{q}_1 S \quad ; \quad \frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right)} = C_{m_{\dot{\alpha}}}\bar{q}_1 S\bar{c}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{f_{A_x}}{\bar{q}_1 S} \\ \dfrac{f_{A_z}}{\bar{q}_1 S} \\ \dfrac{m_A}{\bar{q}_1 S\bar{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_{D_{\dot{\alpha}}} \\ -C_{L_{\dot{\alpha}}} \\ C_{m_{\dot{\alpha}}} \end{bmatrix} \left[\frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\right]$$

• $\dot{\alpha}$ -Stability Derivatives — فرضیهٔ شبه دائم

- در روش اتخاذ شده برای استخراج روابط نیرو و گشتاورهای اختلالی، فرض می‌گردد که نیرو و گشتاورهای آیرودینامیکی صرفاً به مقادیر لحظه‌ای کمیت‌های اختلالی (و نه تاریخچه زمانی آنها) وابسته باشند. (فرض تنظیم سریع توزیع فشار)

- این فرضیه برای حرکت‌های با فرکانس کاهش‌یافته کم (طبق تعریف زیر) معقول است:

$$\text{Reduced Frequency: } k = \frac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1} < 0.04$$

- $\dot{\alpha}$ **-Stability Derivatives**

محاسبه $C_{L_{\dot{\alpha}}}$

در واقع جزء اصلی در تولید این مشتق، دم افقی است. $C_{L_{\dot{\alpha}}} = C_{L_{\dot{\alpha}WB}} + C_{L_{\dot{\alpha}H}} \simeq C_{L_{\dot{\alpha}H}}$

با توجه به فرضیه شبه دائم، از تغییر زاویه ε دم افقی در اثر $\dot{\alpha}$ استفاده خواهد شد.

توجه به این نکته ضروری است که فرض می‌شود فرووزش، مربوط به $\alpha(t-\Delta t)$ می‌باشد.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\alpha \rightarrow \Delta\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\Delta\alpha = \frac{d\varepsilon}{d\alpha}\left(-\frac{d\alpha}{dt}\Delta t\right) = -\frac{d\varepsilon}{d\alpha}\dot{\alpha}\frac{X_H}{U_1}$$

که X_H فاصله مرکز آیرودینامیکی دم تا مرکز ثقل هواپیما می‌باشد: $X_H = x_{ac_H} - x_{CG}$

$$\begin{cases} \text{Model:} \quad C_{L_{\dot{\alpha}}}\dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1}\bar{q}S \\ \text{Physics:} \quad C_{L_{\alpha_H}}(-\Delta\varepsilon)\bar{q}_H S_H = C_{L_{\alpha_H}}\left(\dfrac{d\varepsilon}{d\alpha}\dot{\alpha}\dfrac{X_H}{U_1}\right)\bar{q}_H S_H \end{cases} \Rightarrow \boxed{C_{L_{\dot{\alpha}}} = 2C_{L_{\alpha_H}}\frac{d\varepsilon}{d\alpha}\eta_H\bar{V}_H}$$

توجه: عبارت قرمز، ناشی از تغییرات اختلالی C_{LH} بر حسب تغییرات فرووزش است.

ضریب حجمی دم افقی $\bar{V}_H = \dfrac{X_H}{\bar{c}}\dfrac{S_H}{S}$

- $\dot{\alpha}$ -Stability Derivatives

محاسبه $C_{m_{\dot{\alpha}}}$

$$\begin{cases} \text{Model:} \quad C_{m_{\dot{\alpha}}} \dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1} \bar{q} S \bar{c} \\ \text{Physics:} \quad -C_{L_{\alpha_H}} (-\Delta\varepsilon) \bar{q}_H S_H X_H = C_{L_{\alpha_H}} \left(\dfrac{d\varepsilon}{d\alpha} \dot{\alpha} \dfrac{X_H}{U_1} \right) \bar{q}_H S_H X_H \end{cases} \Rightarrow$$

$$\boxed{C_{m_{\dot{\alpha}}} = -2 C_{L_{\alpha_H}} \eta_H \bar{V}_H \frac{d\varepsilon}{d\alpha} \frac{X_H}{\bar{c}}}$$

- **q -Stability Derivatives**

$$F_{A_x} = C_x \bar{q} S$$
$$F_{A_z} = C_z \bar{q} S$$
$$M_A = C_m \bar{q} S \bar{c}$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_x}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1}^{=0} C_{x_1} S$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_z}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1}^{=0} C_{z_1} S$$

$$\left.\frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_m}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 \bar{q}_1 S\bar{c} + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1}^{=0} C_{m_1} S\bar{c}$$

- q -**Stability Derivatives**

$$\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 = \frac{\partial C_x}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 \bar{q}_1 S \quad ; \quad C_x = -C_D + C_L\alpha$$

$$\frac{\partial C_x}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 = -C_{D_q} + C_{L_q}\cancel{\alpha_1}^{=0} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 = -C_{D_q}\bar{q}_1 S}$$

$$\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 = \frac{\partial C_z}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 \bar{q}_1 S \quad ; \quad C_z = -C_L - C_D\alpha$$

$$\frac{\partial C_z}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 = -C_{L_q} - C_{D_q}\cancel{\alpha}\Big|_1^{=0} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 = -C_{L_q}\bar{q}_1 S}$$

$$\frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 = \frac{\partial C_m}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\Bigg|_1 \bar{q}_1 S\bar{c} \Rightarrow \boxed{\frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)} = C_{m_q}\bar{q}_1 S\bar{c}}$$

• q -Stability Derivatives

جمع‌بندی در فرم ماتریسی

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = -C_{D_q}\bar{q}_1 S \quad ; \quad \left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)}\right|_1 = -C_{L_q}\bar{q}_1 S \quad ; \quad \frac{\partial M_A}{\partial\left(\frac{q\bar{c}}{2U_1}\right)} = C_{m_q}\bar{q}_1 S\bar{c}$$

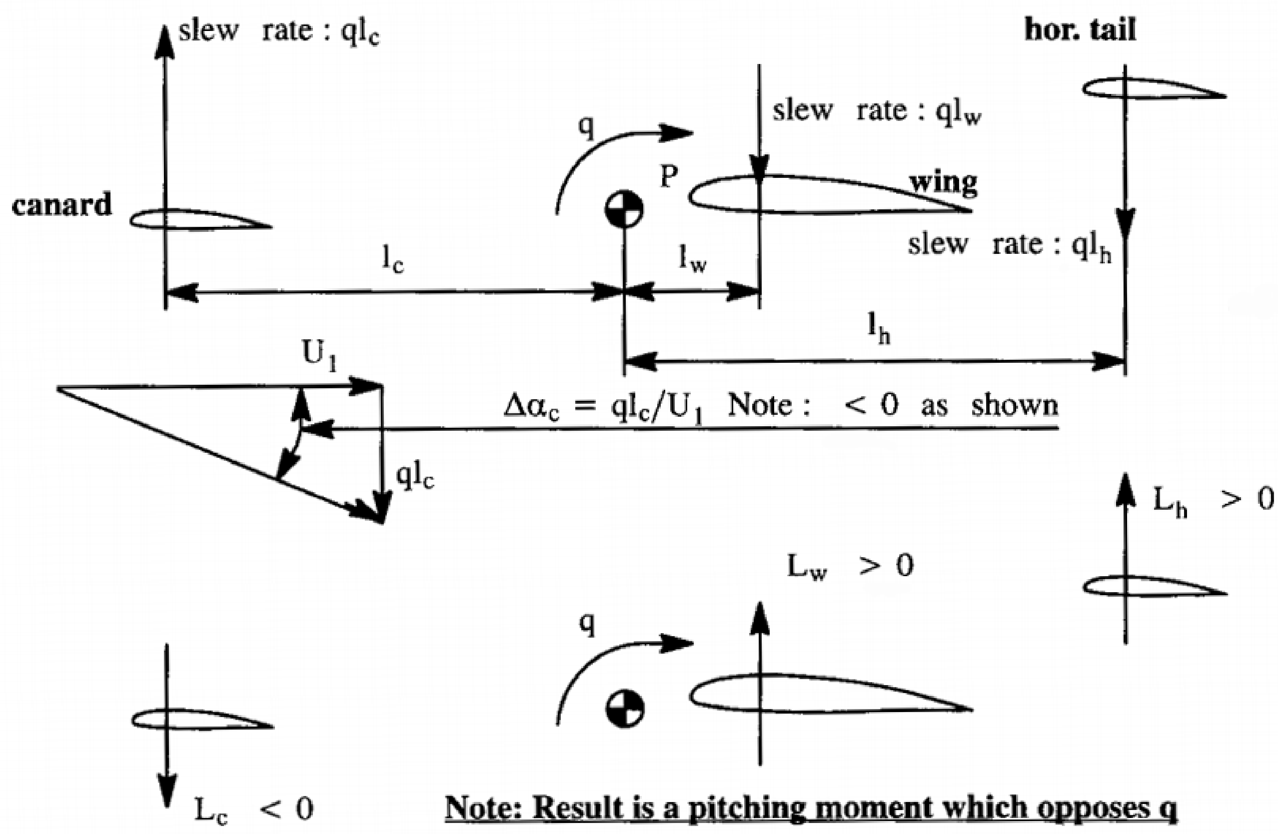
$$\begin{bmatrix} \frac{f_{A_x}}{\bar{q}_1 S} \\ \frac{f_{A_z}}{\bar{q}_1 S} \\ \frac{m_A}{\bar{q}_1 S\bar{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_{D_q} \\ -C_{L_q} \\ C_{m_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{q\bar{c}}{2U_1} \end{bmatrix}$$

• q -Stability Derivatives

محاسبه C_{L_q}

$$C_{L_q} = C_{L_{qWB}} + C_{L_{qH}} \simeq C_{L_{qH}}$$

معمولاً برای غالب هواپیماها مرکز ثقل در نقطه‌ای از $\bar{c}$ می‌باشد که برای آنها اعانهٔ بال در مقایسه با اعانهٔ دم افقی در C_{L_q} , C_{m_q} ناچیز خواهد بود.



q -Stability Derivatives •

محاسبه C_{L_q}

در واقع جزء اصلی در تولید این مشتق، دم افقی است. با استفاده از فرضیه شبه دائم:

$$\begin{cases} \text{Physics:} \quad C_{L_{\alpha_H}} \Delta\alpha_H \bar{q}_H S_H = C_{L_{\alpha_H}} \left(\dfrac{X_H q}{U_1}\right) \bar{q}_H S_H \\ \text{Model:} \quad C_{L_q} \dfrac{q\bar{c}}{2U_1} \bar{q} S \end{cases} \rightarrow \boxed{C_{L_q} = 2 C_{L_{\alpha_H}} \eta_H \bar{V}_H}$$

$$\bar{V}_H = \frac{X_H}{\bar{c}} \frac{S_H}{S}$$

ضریب حجمی دم افقی

محاسبه C_{m_q}

مشابه قبل با استفاده از فرضیه شبه دائم، استفاده خواهد شد (معمول است که برای در نظر

گرفتن اثرات Wing-Body معادلهٔ مربوط به دم افقی را در فاکتور 1.1 ضرب می‌کنند):

$$\begin{cases} \text{Physics:} \quad -1.1 C_{L_{\alpha_H}} \Delta\alpha_H \bar{q}_H S_H X_H = -1.1 C_{L_{\alpha_H}} \left(\dfrac{X_H q}{U_1}\right) \bar{q}_H S_H X_H \\ \text{Model:} \quad C_{m_q} \dfrac{q\bar{c}}{2U_1} \bar{q} S\bar{c} \end{cases} \rightarrow \boxed{C_{m_q} = -2.2 C_{L_{\alpha_H}} \eta_H \bar{V}_H \frac{X_H}{\bar{c}}}$$

- δ_E, δ_F**-Stability Derivatives**

$$F_{A_x} = C_x \bar{q} S$$
$$F_{A_z} = C_z \bar{q} S$$
$$M_A = C_m \bar{q} S \bar{c}$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \delta}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_x}{\partial \delta}\right|_1 \bar{q}_1 S + \overbrace{\cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \delta}\right|_1}}^{=0} C_{x_1} S$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \delta}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_z}{\partial \delta}\right|_1 \bar{q}_1 S + \overbrace{\cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \delta}\right|_1}}^{=0} C_{z_1} S$$

$$\left.\frac{\partial M_A}{\partial \delta}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_m}{\partial \delta}\right|_1 \bar{q}_1 S \bar{c} + \overbrace{\cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \delta}\right|_1}}^{=0} C_{m_1} S \bar{c}$$

- δ_E, δ_F**-Stability Derivatives**

جمع‌بندی در فرم ماتریسی

$$\left.\frac{\partial F_{A_x}}{\partial \delta}\right|_1 = -C_{D_\delta}\overline{q}_1 S \quad ; \quad \left.\frac{\partial F_{A_z}}{\partial \delta}\right|_1 = -C_{L_\delta}\overline{q}_1 S \quad ; \quad \frac{\partial M_A}{\partial \delta} = C_{m_\delta}\overline{q}_1 S\overline{c}$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{f_{A_x}}{\overline{q}_1 S} \\ \dfrac{f_{A_z}}{\overline{q}_1 S} \\ \dfrac{m_A}{\overline{q}_1 S\overline{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_{D_\delta} \\ -C_{L_\delta} \\ C_{m_\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \end{bmatrix}$$

- جمع‌بندی نهایی در فرم ماتریسی

$$\begin{bmatrix} \dfrac{f_{A_x}}{\bar{q}_1 S} \\ \dfrac{f_{A_z}}{\bar{q}_1 S} \\ \dfrac{m_A}{\bar{q}_1 S \bar{c}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(C_{D_u} + 2C_{D_1}) & -C_{D_\alpha} + C_{L_1} & -C_{D_{\dot{\alpha}}} & -\overbrace{C_{D_q}}^{\approx 0} & -C_{D_\delta} \\ -(C_{L_u} + 2C_{L_1}) & -C_{L_\alpha} - C_{D_1} & -C_{L_{\dot{\alpha}}} & -C_{L_q} & -C_{L_\delta} \\ C_{m_u} + 2C_{m_1} & C_{m_\alpha} & C_{m_{\dot{\alpha}}} & C_{m_q} & C_{m_\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{u}{U_1} \\ \alpha \\ \dfrac{\dot{\alpha}\bar{c}}{2U_1} \\ \dfrac{q\bar{c}}{2U_1} \\ \delta \end{bmatrix}$$

- کانال عرضی-سمتی

$$f_{A_y} = \sum \frac{\partial F_{A_y}}{\partial \bar{y}_i}\bar{y}_i; \qquad l_A = \sum \frac{\partial L_A}{\partial \bar{y}_i}\bar{y}_i; \qquad n_A = \sum \frac{\partial N_A}{\partial \bar{y}_i}\bar{y}_i$$

$$\bar{y}_i = \beta, \frac{\dot{\beta} b}{2U_1}, \frac{pb}{2U_1}, \frac{rb}{2U_1}, \delta_A, \delta_R$$

$$\left.\frac{\partial F_{A_y}}{\partial \bar{y}_i}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_y}{\partial \bar{y}_i}\right|_1 \bar{q}_1 S + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}_i}\right|_1}^{=0} C_{y_1} S$$

$$\left.\frac{\partial L_A}{\partial \bar{y}_i}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_l}{\partial \bar{y}_i}\right|_1 \bar{q}_1 S + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}_i}\right|_1}^{=0} C_{l_1} S$$

$$\left.\frac{\partial N_A}{\partial \bar{y}_i}\right|_1 = \left.\frac{\partial C_n}{\partial \bar{y}_i}\right|_1 \bar{q}_1 S\bar{c} + \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}}{\partial \bar{y}_i}\right|_1}^{=0} C_{n_1} S\bar{c}$$

- جمع‌بندی نهایی در فرم ماتریسی

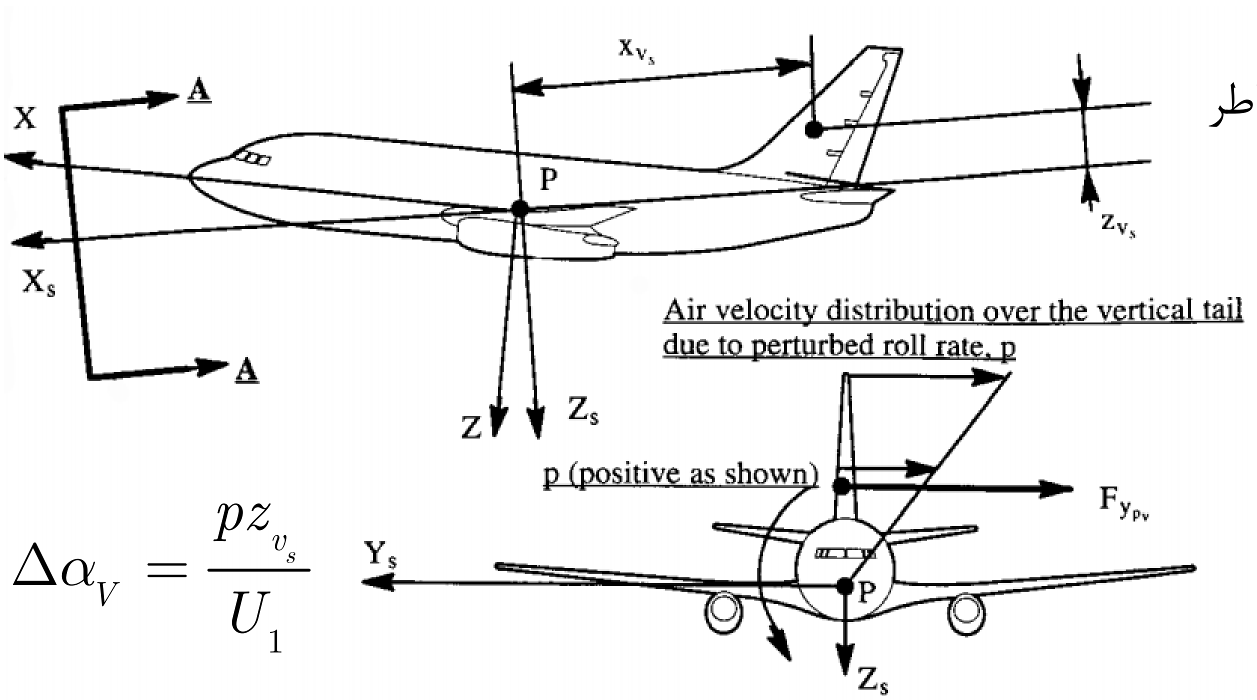
$$\begin{bmatrix} \dfrac{f_{A_y}}{\overline{q}_1 S} \\ \dfrac{l_A}{\overline{q}_1 S b} \\ \dfrac{n_A}{\overline{q}_1 S b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{y_\beta} & C_{y_{\dot\beta}} & C_{y_p} & C_{y_r} & C_{y_{\delta_A}} & C_{y_{\delta_R}} \\ C_{l_\beta} & C_{l_{\dot\beta}} & C_{l_p} & C_{l_r} & C_{l_{\delta_A}} & C_{l_{\delta_R}} \\ C_{n_\beta} & C_{n_{\dot\beta}} & C_{n_p} & C_{n_r} & C_{n_{\delta_A}} & C_{n_{\delta_R}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \dfrac{\dot\beta b}{2U_1} \\ \dfrac{pb}{2U_1} \\ \dfrac{rb}{2U_1} \\ \delta_A \\ \delta_R \end{bmatrix}$$

- محاسبه برخی مشتقات کانال عرضی-سمتی

$$C_{y_p} = \overbrace{C_{y_{p_{WBH}}}}^{\text{Tip Suction Effect}} + C_{y_{p_V}} \simeq C_{y_{p_V}}$$

محاسبه C_{y_p}

z_{v_s} : فاصله از مرکز فشار (به خاطر توزیع آن در اثر p) تا مرکز ثقل.



View: A–A

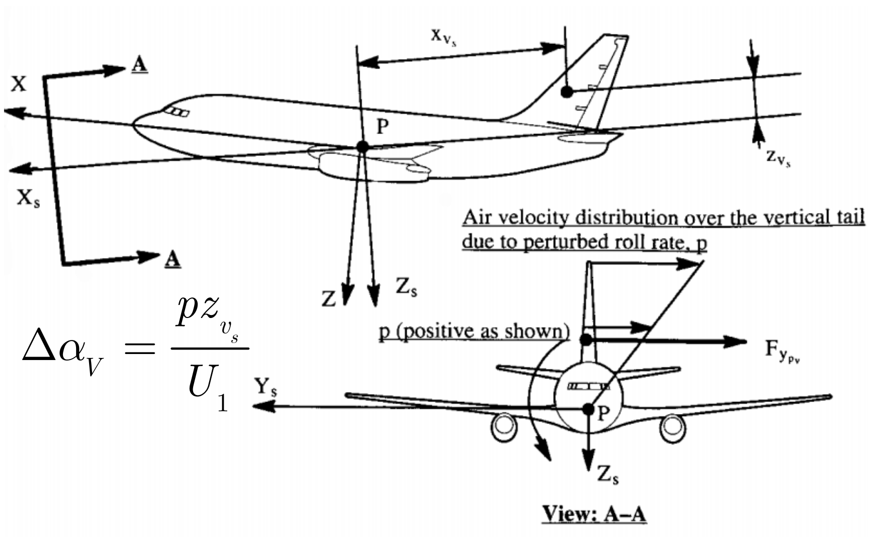
$$\Delta\alpha_V = \frac{p z_{v_s}}{U_1}$$

$$\begin{cases} \text{Model:} \quad C_{y_p} \dfrac{pb}{2U_1} \bar{q} S \\ \text{Physics:} \quad -C_{L_{\alpha V}} \Delta\alpha_V \bar{q}_V S_V = -C_{L_{\alpha V}} \left(\dfrac{p z_{v_s}}{U_1} \right) \bar{q}_V S_V \end{cases} \rightarrow \boxed{C_{y_p} = -2 C_{L_{\alpha V}} \eta_V \frac{S_V}{S} \frac{z_{v_s}}{b}}$$

• محاسبه برخی مشتقات کانال عرضی-سمتی

$$C_{l_p} = C_{l_{p_{WB}}} + C_{l_{p_H}} + C_{l_{p_v}}$$

محاسبه $C_{l_{p_V}}$



$$\Delta\alpha_V = \frac{p z_{v_s}}{U_1}$$

$$\begin{cases} \text{Model:} \quad C_{l_p} \dfrac{pb}{2U_1} \bar{q} S b \\ \text{Physics:} \quad -C_{L_{\alpha V}} \left(\dfrac{p z_{v_s}}{U_1} \right) \bar{q}_V S_V z_{v_s} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{C_{l_{p_V}} = -2 C_{L_{\alpha V}} \eta_V \frac{S_V}{S} \left(\frac{z_{v_s}}{b} \right)^2}$$

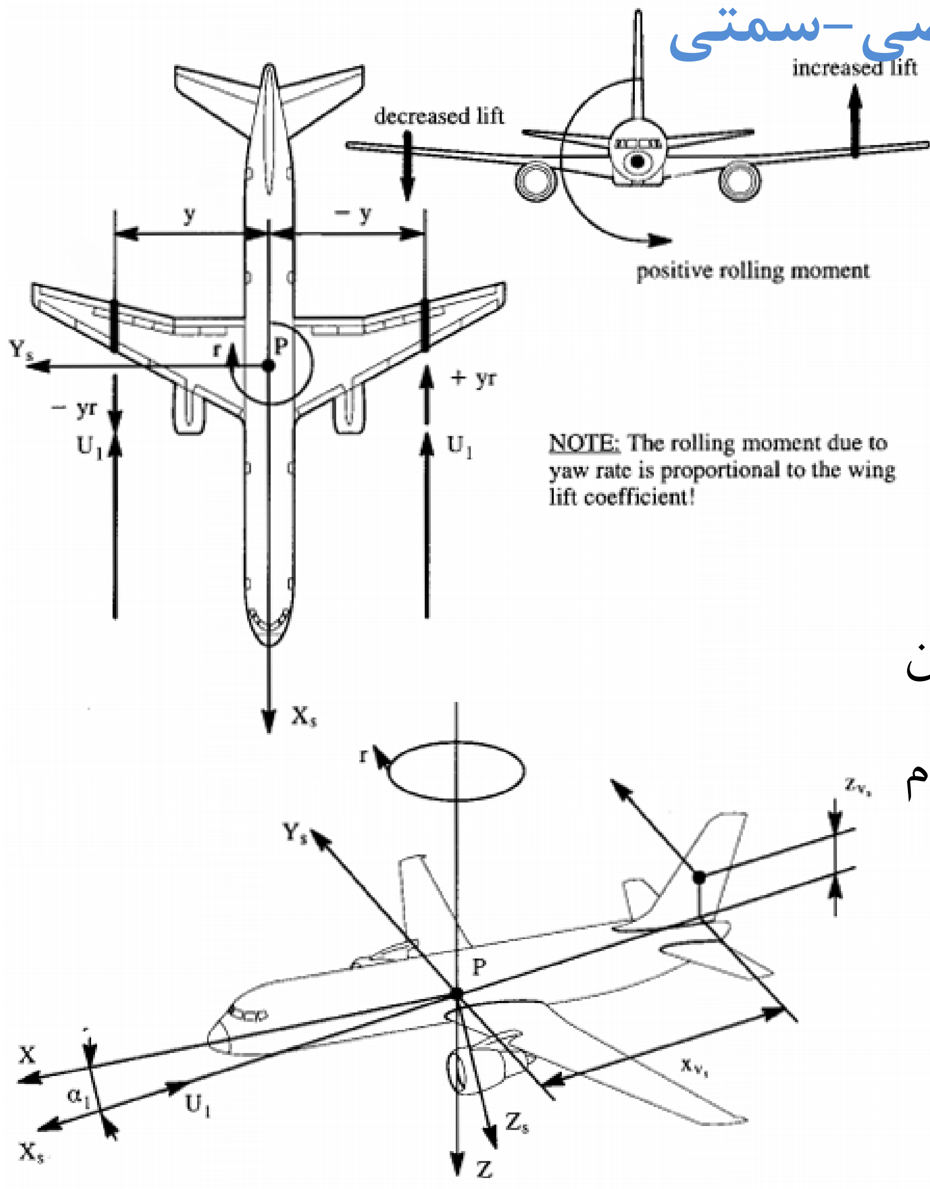
محاسبه $C_{l_{p_H}}$

$$C_{l_p} = C_{l_{p_{WB}}} + C_{l_{p_H}} + C_{l_{p_v}}$$

$$\underbrace{\bar{C}_{l_{p_H}} \left(\frac{p b_H}{2U_1} \right) \bar{q}_H S_H b_H}_{\text{Local Model}} = \underbrace{C_{l_{p_H}} \left(\frac{pb}{2U_1} \right) \bar{q} S b}_{\text{Global Model}} \qquad \Rightarrow \boxed{C_{l_{p_H}} = \bar{C}_{l_{p_H}} \frac{b_H^2}{b^2} \frac{S_H}{S}}$$

• محاسبه برخی مشتقات کانال عرضی-سمتی

محاسبه C_{l_r}

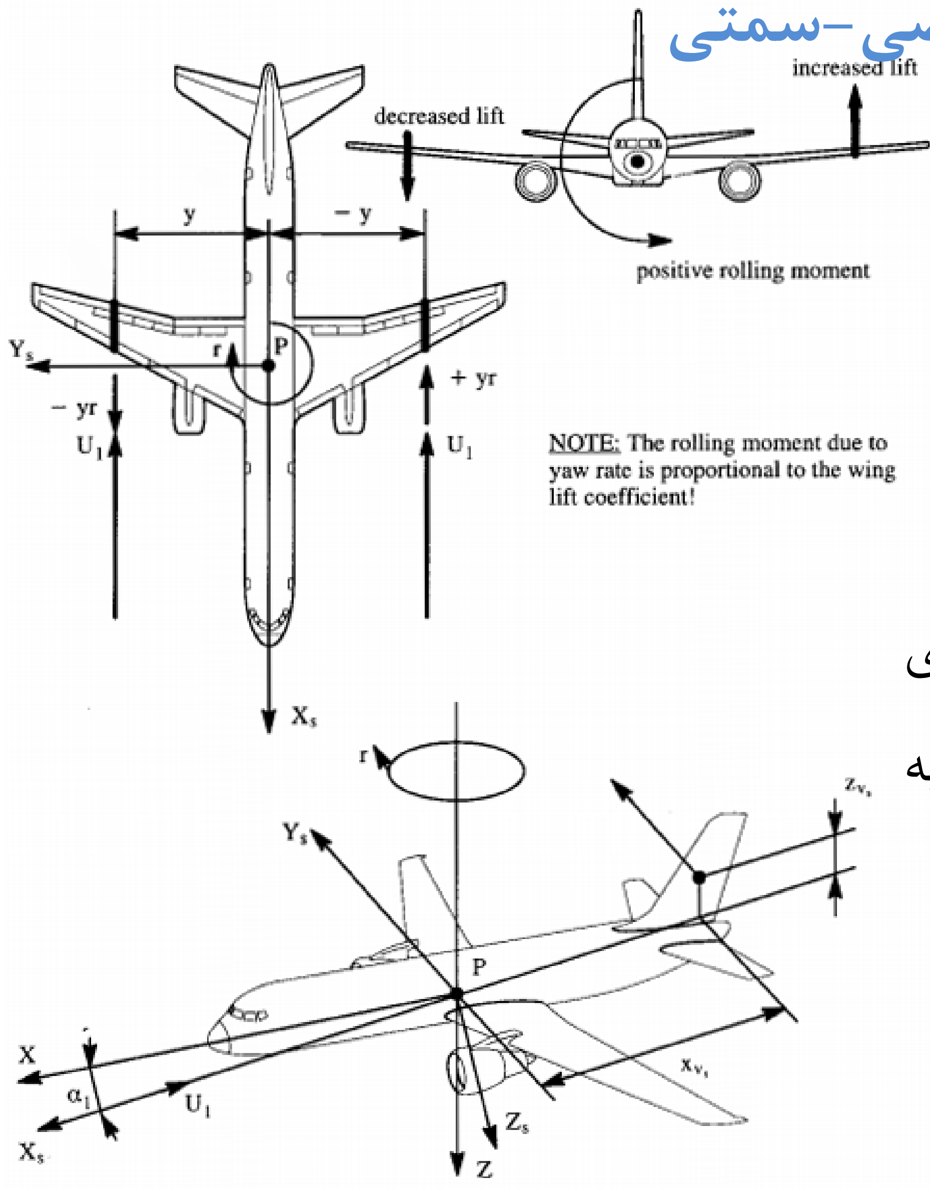


$$C_{l_r} = C_{l_{r_{WB}}} + C_{l_{r_H}} + C_{l_{r_V}}$$

$$\boxed{C_{l_{r_V}} = 2C_{L_{\alpha_V}} \frac{x_{v_s} z_{v_s}}{b^2} \eta_V \frac{S_V}{S}}$$

معمولاً C_{l_r} هواپیما مثبت می‌باشد که در آن اعانهٔ WB معمولاً مثبت است. اعانه یا سهم دم افقی در برابر بقیه ناچیز است.

- **محاسبه برخی مشتقات کانال عرضی-سمتی**



محاسبه Yaw Damping Derivative C_{n_r}

$$C_{n_r} = C_{n_{r_{WB}}} + C_{n_{r_H}} + C_{n_{r_V}}$$

$$\boxed{C_{n_{r_V}} = -2C_{L_{\alpha_V}}\left(\frac{x_{v_s}^2}{b^2}\right)\eta_V \frac{S_V}{S}}$$

این مشتق تاثیر مهمی بر کیفیت‌های پروازی هواپیما دارد. اعانه یا سهم دم افقی در برابر بقیه ناچیز است.

• نیروها و گشتاورهای اختلالی مربوط به تراست

در این حالت صرفاً متغیّرهای u، α و β در ایجاد نیرو و ممان‌های منبعث از تراست مهم هستند. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} F_{T_x} = C_{T_x}\bar{q}S \\ F_{T_z} = C_{T_z}\bar{q}S \\ M_T = C_{m_T}\bar{q}S\bar{c} \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} F_{T_y} = C_{T_y}\bar{q}S \\ L_T = C_{l_T}\bar{q}Sb \\ N_T = C_{n_T}\bar{q}Sb \end{cases}$$

Longitudinal:

$$f_{T_x} = \frac{\partial F_{T_x}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial F_{T_x}}{\partial\alpha}\alpha; \quad f_{T_z} = \frac{\partial F_{T_z}}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial F_{T_z}}{\partial\alpha}\alpha; \quad m_T = \frac{\partial M_T}{\partial\left(\frac{u}{U_1}\right)}\left(\frac{u}{U_1}\right) + \frac{\partial M_T}{\partial\alpha}\alpha$$

Lateral-Directional:

$$f_{T_y} = \frac{\partial F_{T_y}}{\partial\beta}\beta \quad , \quad l_T = \frac{\partial L_T}{\partial\beta}\beta \quad , \quad n_T = \frac{\partial N_T}{\partial\beta}\beta$$

- u -Stability Derivatives

$$F_{T_x} = C_{T_x}\overline{q}S$$
$$F_{T_z} = C_{T_z}\overline{q}S$$
$$M_T = C_{m_T}\overline{q}S\overline{c}$$

$$\frac{\partial F_{T_x}}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)} = \frac{\partial C_{T_x}}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\overline{q}_1 S + C_{T_{x_1}}\rho U_1^2 S = \left(C_{T_{x_u}} + 2C_{T_{x_1}}\right)\overline{q}_1 S$$

$$\frac{\partial F_{T_z}}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)} = \frac{\partial C_{T_z}}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\overline{q}_1 S + C_{T_{z_1}}\rho U_1^2 S = \left(C_{T_{z_u}} + 2C_{T_{z_1}}\right)\overline{q}_1 S$$

$$\frac{\partial M_T}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)} = \frac{\partial C_{M_T}}{\partial\left(\dfrac{u}{U_1}\right)}\overline{q}_1 S + C_{M_{T_1}}\rho U_1^2 S = \left(C_{M_{T_u}} + 2C_{M_{T_1}}\right)\overline{q}_1 S$$

- α **-Stability Derivatives**

$$F_{T_x} = C_{T_x}\bar{q}S$$
$$F_{T_z} = C_{T_z}\bar{q}S$$
$$M_T = C_{m_T}\bar{q}S\bar{c}$$

$$\frac{\partial F_{T_x}}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_{T_x}}{\partial \alpha}\bar{q}_1 S + C_{T_{x_1}} \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}_1}{\partial \alpha}\right|_1}^{=0} S = C_{T_{x_\alpha}}\bar{q}_1 S$$

$$\frac{\partial F_{T_z}}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_{T_z}}{\partial \alpha}\bar{q}_1 S + C_{T_{z_1}} \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}_1}{\partial \alpha}\right|_1}^{=0} S = C_{T_{z_\alpha}}\bar{q}_1 S$$

$$\frac{\partial M_T}{\partial \alpha} = \frac{\partial C_{M_T}}{\partial \alpha}\bar{q}_1 S + C_{M_{T_1}} \cancel{\left.\frac{\partial \bar{q}_1}{\partial \alpha}\right|_1}^{=0} S = C_{M_{T_\alpha}}\bar{q}_1 S$$

و به طور مشابه برای β

- جمع‌بندی نهایی در فرم ماتریسی

$$\begin{bmatrix} f_{T_x}/\bar{q}_1 S \\ f_{T_z}/\bar{q}_1 S \\ m_T/\bar{q}_1 S\bar{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{T_{x_u}} + 2C_{T_{x_1}} & \overbrace{C_{T_{x_\alpha}}}^{\approx 0} \\ \overbrace{C_{T_{z_u}} + 2C_{T_{z_1}}}^{\approx 0} & \overbrace{C_{T_{z_\alpha}}}^{\approx 0} \\ C_{m_{T_u}} + 2C_{m_{T_1}} & C_{m_{T_\alpha}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{u}{U_1} \\ \alpha \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} f_{T_x}/\bar{q}_1 S \\ f_{T_z}/\bar{q}_1 S \\ m_T/\bar{q}_1 S\bar{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{T_{x_u}} + 2C_{T_{x_1}} & 0 \\ 0 & 0 \\ C_{m_{T_u}} + 2C_{m_{T_1}} & C_{m_{T_\alpha}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{u}{U_1} \\ \alpha \end{Bmatrix}}$$

$$\begin{bmatrix} f_{T_y}/\bar{q}_1 S \\ l_T/\bar{q}_1 Sb \\ n_T/\bar{q}_1 Sb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overbrace{C_{T_{y_\beta}}}^{\approx 0} \\ \overbrace{C_{l_{T_\beta}}}^{\approx 0} \\ C_{n_{T_\beta}} \end{bmatrix} \{\beta\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\begin{bmatrix} f_{T_y} \\ l_T \\ n_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_{n_{T_\beta}} \end{bmatrix} \{\beta\}}$$

• جمع‌بندی نهایی مشتقات

Forces and moments	u	v	w	$\beta = \frac{v}{U_1}$	$\alpha = \frac{w}{U_1}$	p	q	r
	Perturbed Variables							
$F_{A_x} + F_{T_x}$	$\frac{\partial(F_{A_x} + F_{T_x})}{\partial u} < 0$ $\approx C_{D_u} > 0$							
$F_{A_y} + F_{T_y}$		$\frac{\partial(F_{A_y} + F_{T_y})}{\partial v} < 0$ $\approx C_{y_\beta} < 0$						
$F_{A_z} + F_{T_z}$			$\frac{\partial(F_{A_z} + F_{T_z})}{\partial w} < 0$ $\approx C_{L_\alpha} > 0$					
$L_A + L_T$				$\frac{\partial(L_A + L_T)}{\partial \beta} < 0$ $\approx C_{l_\beta} < 0$		$\frac{\partial(L_A + L_T)}{\partial p} < 0$ $\approx C_{l_p} < 0$		
$M_A + M_T$	$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial u} > 0$ $\approx C_{m_u} > 0$				$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial \alpha} < 0$ $\approx C_{m_\alpha} < 0$		$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial q} < 0$ $\approx C_{m_q} < 0$	
$N_A + N_T$				$\frac{\partial(N_A + N_T)}{\partial \beta} > 0$ $\approx C_{n_\beta} > 0$				$\frac{\partial(N_A + N_T)}{\partial r} < 0$ $\approx C_{n_r} < 0$

Notes: 1. All perturbations are taken relative to a steady state: $U_1, V_1, W_1, P_1, Q_1, R_1$
2. Blanks in the table indicate that there is no stability consequence

تعریف پایداری دائم استاتیکی: این پایداری به منزلهٔ قدرت یا تمایل هواپیما در به وجود آوردن نیرو و ممان‌هایی است که مستقیماً با اختلالات لحظه‌ای (نسبت به یک شرایط پروازی دائم) مخالفت کنند.

پایان فصل