

# تمرین سری چهارم درس هدایت و ناوبری

علی بنی‌اسد

۳۱ خرداد ۱۴۰۲

## ۱ سوال اول

در این سوال به بررسی مسیر بالستیک موشک و مسیر بهینه آن پرداخته شده است.

### ۱.۱ بخش الف

در این بخش به بررسی معادلات حرکت جسم نقطه در صفحه پرداخته شده است. معادلات حرکت جسم نقطه در صفحه به صورت زیر است:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^3}\mathbf{r} + \text{Thrust} + \text{Drag} \quad (۱)$$

در این معادله Thrust نیروی پیشران موشک و Drag نیروی مقاومت هوایی موشک است. در این مسیر فرض شده است که نیروی پیشران موشک به صورت زیر است:

$$\text{Thrust} = \frac{T}{v}\hat{\mathbf{v}} \quad (۲)$$

در این معادله  $T$  نیروی پیشران موشک و  $m$  جرم موشک است. همچنین فرض شده است که نیروی مقاومت هوایی به صورت زیر است:

$$\text{Drag} = -\frac{1}{2}\rho C_D A v \hat{\mathbf{v}} \quad (۳)$$

در این معادله  $\rho$  چگالی هوا،  $C_D$  ضریب مقاومت هوایی و  $A$  مساحت مقطع عرضی موشک است. با جایگذاری معادلات (۲) و (۳) در معادله (۱) داریم:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \left( -\frac{GM}{r^3}\mathbf{r} + \frac{T}{m}\hat{\mathbf{v}} - \frac{1}{2}\rho C_D A v \hat{\mathbf{v}}/m \right) \quad (۴)$$

با توجه به اینکه در این مسیر فرض شده است که موشک در ارتفاع‌های بالا حرکت می‌کند، می‌توان فرض کرد که چگالی هوا تابعی از ارتفاع است. برای محاسبه چگالی هوا از رابطه زیر استفاده می‌شود:

$$\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3 \quad \text{متر: } h \leq 0$$

$$\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3 \left( 1 - \frac{0.0065h}{288.15} \right)^{4.2561} \quad \text{متر: } 0 < h \leq 11000$$

$$\rho = 0.36391 \text{ kg/m}^3 \exp \left( \frac{-0.1577(h - 11000)}{216.65} \right) \quad \text{متر: } 11000 < h \leq 25000$$

$$\rho = 0.08803 \text{ kg/m}^3 \left( 1 - \frac{0.0226(h - 25000)}{216.65} \right)^{1.73} \quad \text{متر: } 25000 < h \leq 47000$$

$$\rho = 0.01322 \text{ kg/m}^3 \exp \left( \frac{-0.1577(h - 47000)}{216.65} \right) \quad \text{متر: } 47000 < h \leq 53000$$

$$\rho = 0.00143 \text{ kg/m}^3 \left( 1 - \frac{0.0065(h - 53000)}{216.65} \right)^{4.2561} \quad \text{متر: } 53000 < h \leq 79000$$

$$\rho = 0 \quad \text{متر: } h > 79000$$

پارامترهای معادله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{r} : \text{ بردار موقعیت جسم نقطه}$$

$$G : \text{ ثابت گرانشی}$$

$$M : \text{ جرم جسم مرکزی}$$

$$r : \text{ فاصله جسم نقطه از مرکز جسم مرکزی}$$

بردار موقعیت جسم نقطه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} \quad (5)$$

با جایگذاری معادله (۵) در معادله (۱) داریم:

$$\ddot{x}\hat{\mathbf{i}} + \ddot{y}\hat{\mathbf{j}} = -\frac{GM}{(x^2 + y^2)^{3/2}}(x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}) + \frac{T}{m}(\dot{x}\hat{\mathbf{i}} + \dot{y}\hat{\mathbf{j}})/v - \frac{1}{2}\rho C_D A v (\dot{x}\hat{\mathbf{i}} + \dot{y}\hat{\mathbf{j}}) \quad (6)$$

بر اساس روابط بالا ارتفاع به صورت زیر بدست می‌آید.

$$h = \sqrt{x^2 + y^2} - a \quad (7)$$

در این رابطه  $a$  بیانگر شعاع زمین است. برای محاسبه سرعت تغییرات ارتفاع نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{h} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (۸)$$

همچنین طول جغرافیایی برابر است با:

$$\lambda = \tan^{-1} \left( \frac{y}{x} \right) \quad (۹)$$

و تغییرات طول جغرافیایی برابر است با:

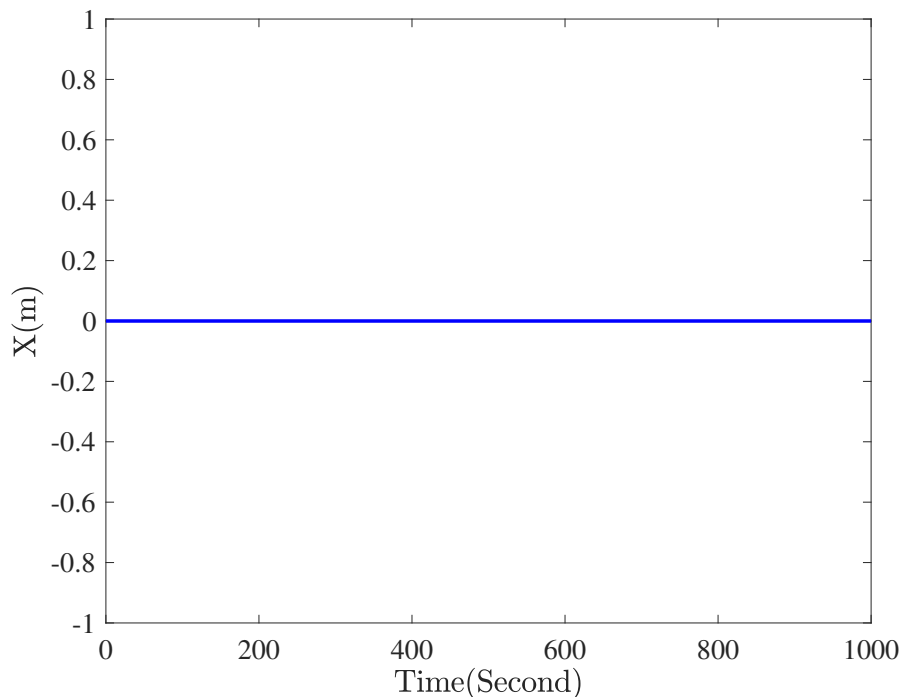
$$\dot{\lambda} = \frac{x\dot{y} - y\dot{x}}{x^2 + y^2} \quad (۱۰)$$

زاویه حمله به صورت زیر تعریف می‌شود:

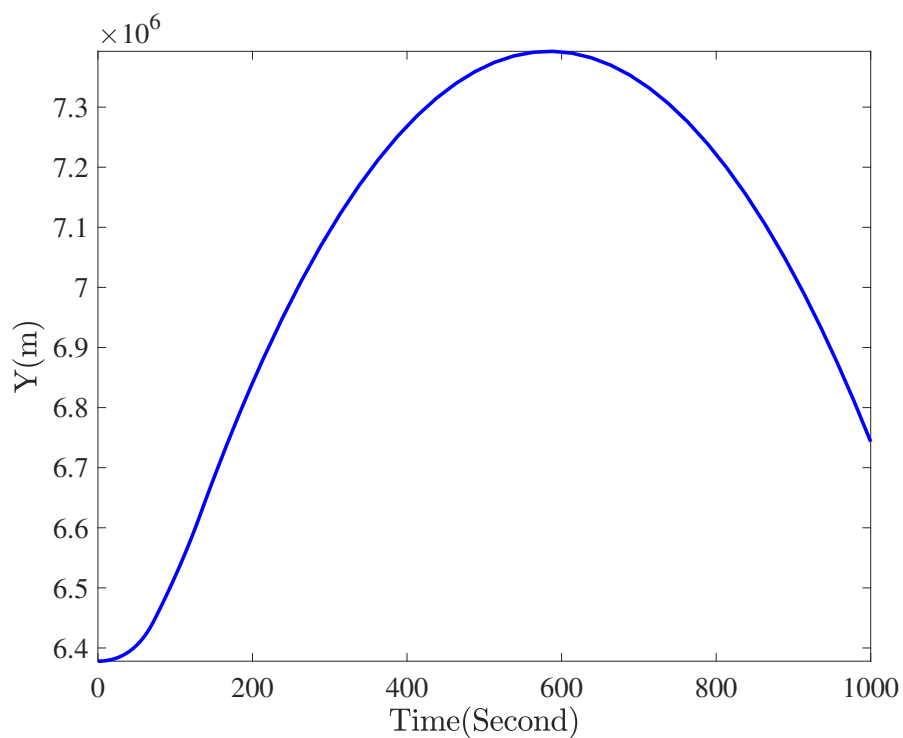
$$\gamma = \tan^{-1} \left( \frac{\dot{h}}{\dot{\lambda}} \right) \quad (۱۱)$$

## ۲.۱ بخش ب

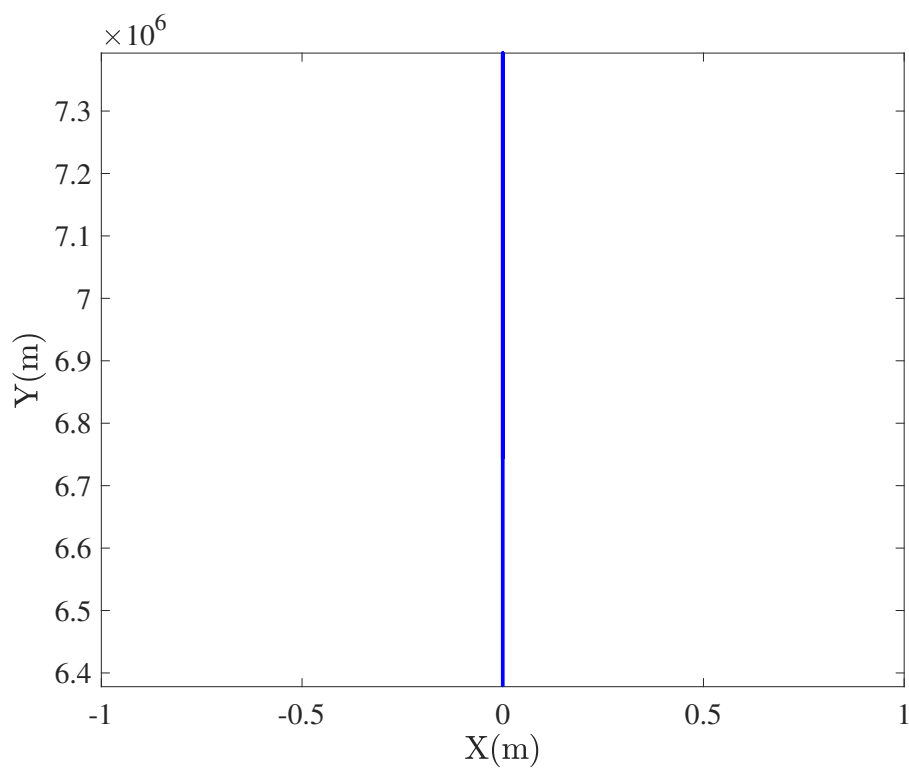
در این بخش فرض شده است که نیروی تراست بر اساس رابطه زیر بدست می‌آید و در هر فاز تغییرات دبی و نیروی تراست صفر است. در ادامه نتایج آورده شده است.



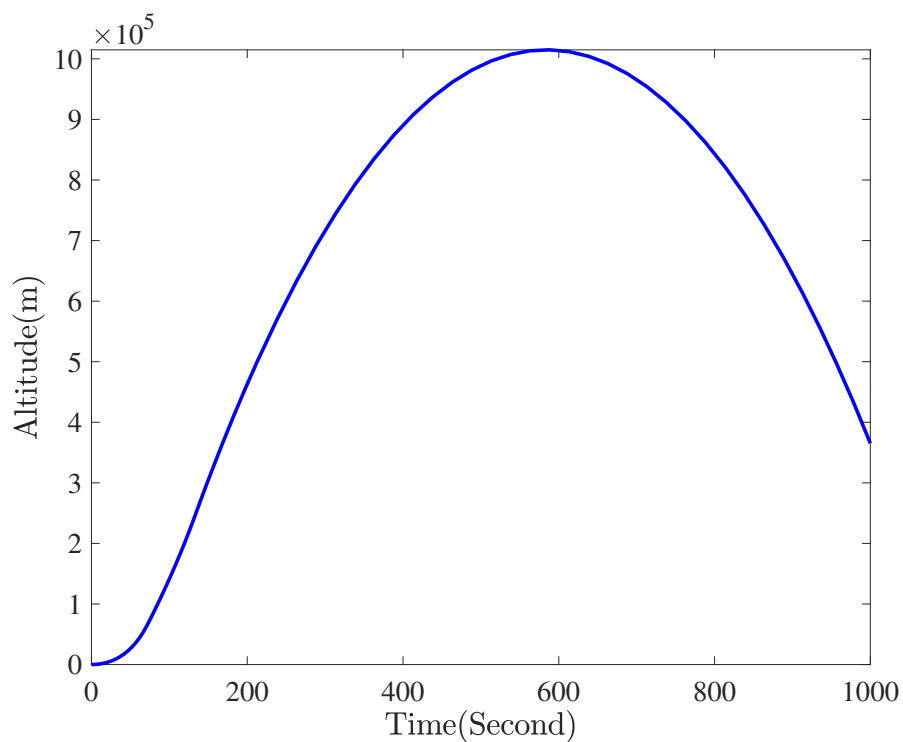
شکل ۱: موقعیت  $X$  پرنده تابعی از زمان



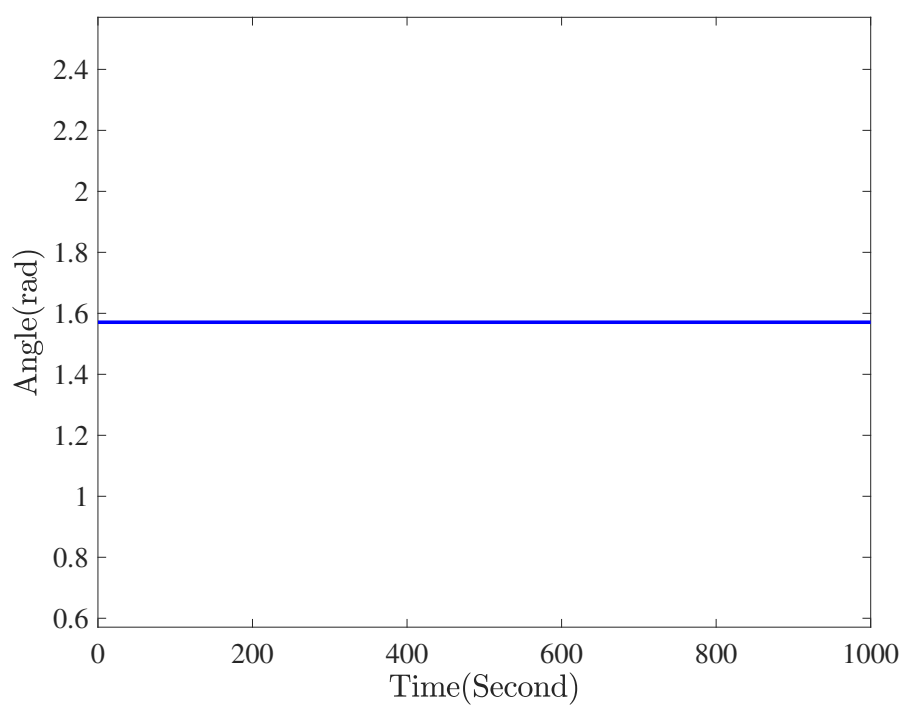
شکل ۲: موقعیت Y پرنده تابعی از زمان



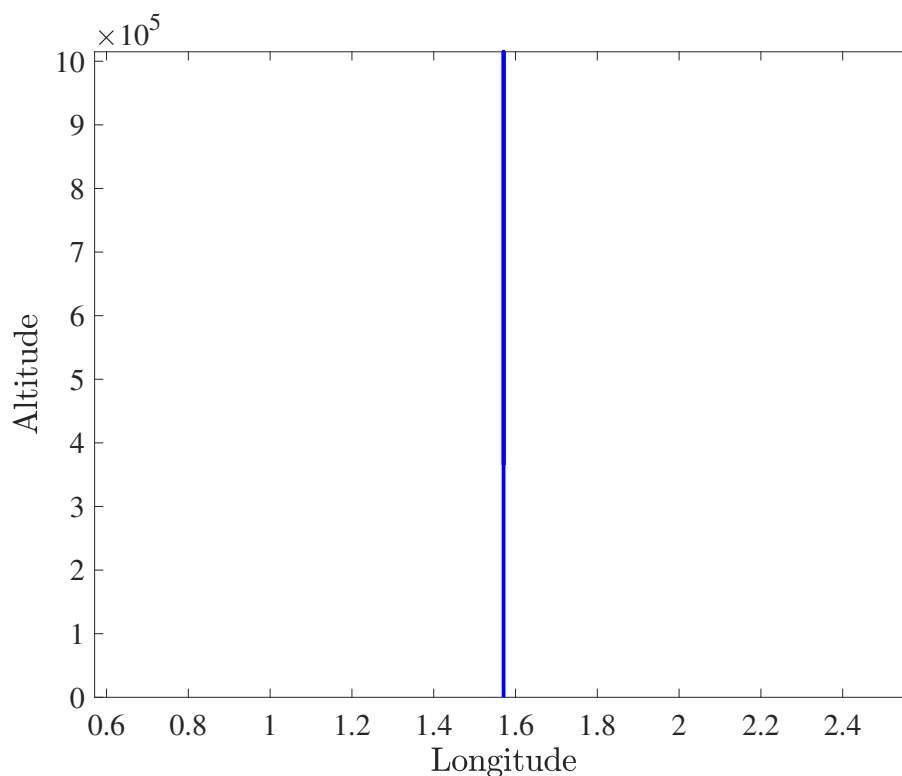
شکل ۳: موقعیت پرنده در صفحه X-Y



شکل ۴: ارتفاع پرنده تابعی از زمان



شکل ۵: طول جغرافیایی پرنده تابعی از زمان



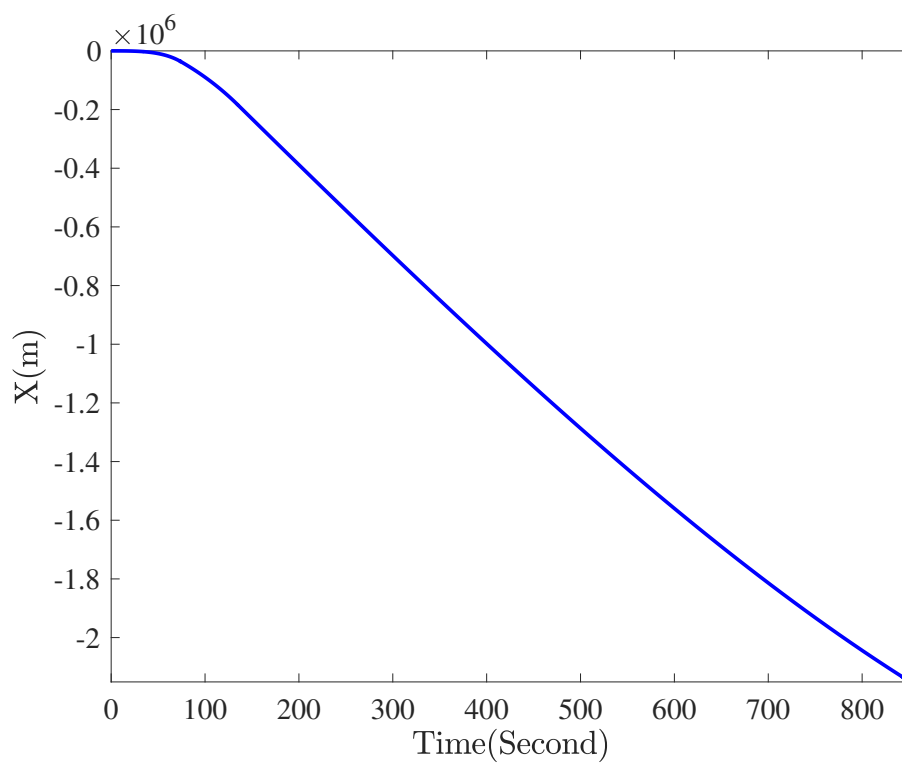
شکل ۶: ارتفاع پرندۀ تابعی از طول جغرافیایی

### ۳.۱ بخش پ

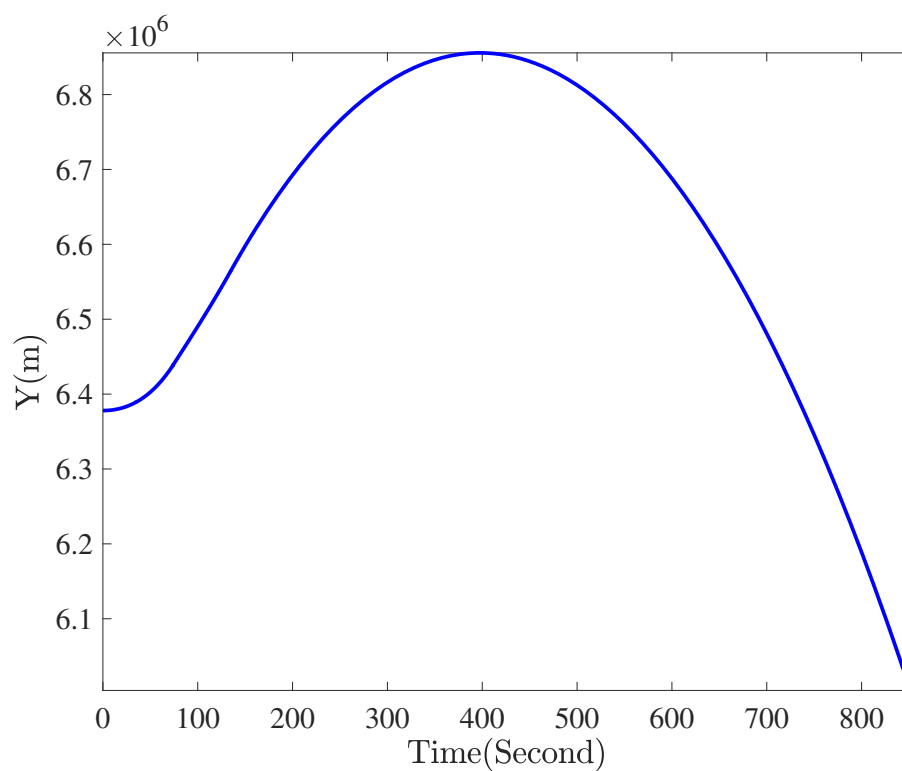
در بخش پارامترهای هدایت بالستیک با استفاده از الگوریتم PSO بهینه‌سازی شده است. در ادامه نتایج آورده شده است.

جدول ۱: پارامترهای هدایت بالستیک بهینه‌سازی شده و نتایج

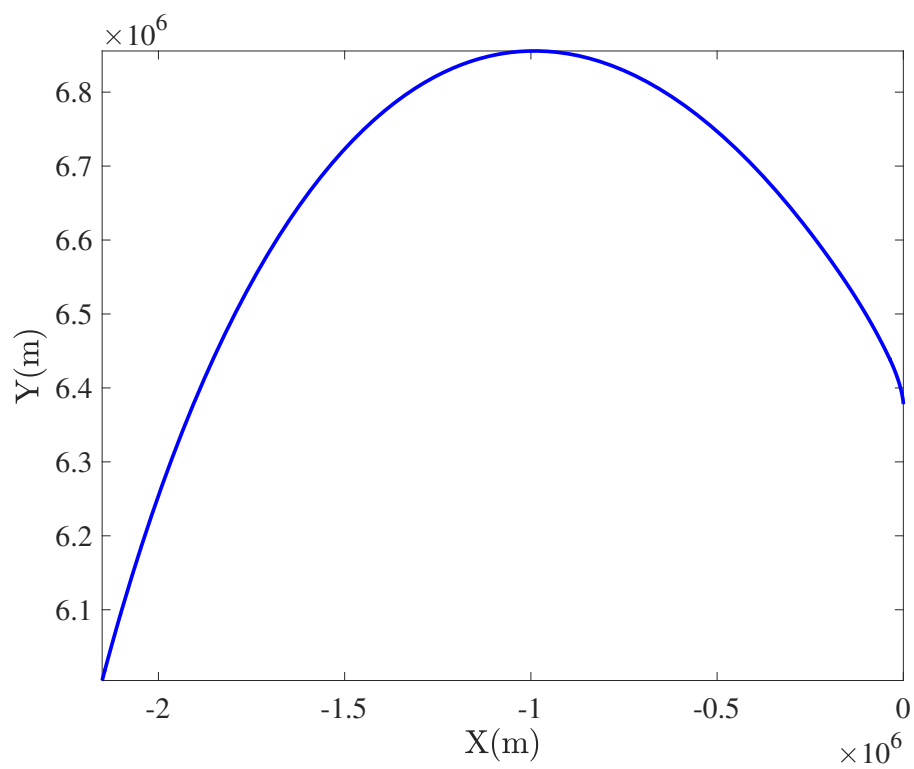
Parameter	Value
$q_1$	-0.7613
$q_2$	0.000000
$q_3$	0.000000
$t_1$	132.6961
Distance	1799.1



شکل ۷: موقعیت  $X$  پرنده تابعی از زمان

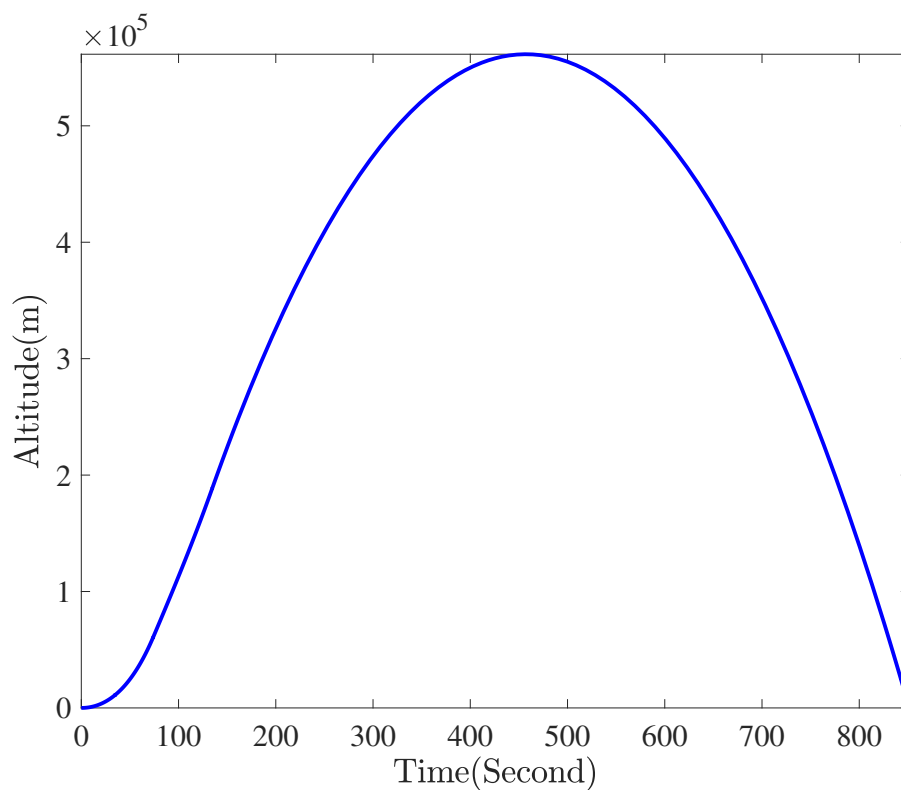


شکل ۸: موقعیت  $Y$  پرنده تابعی از زمان

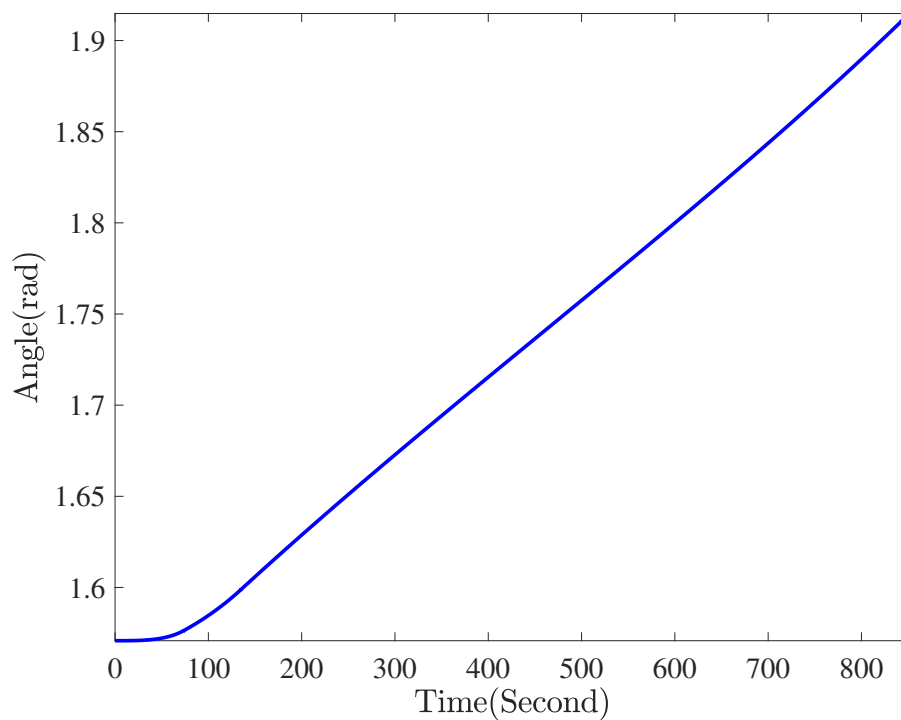


شکل ۹: موقعیت پرنده در صفحه X-Y

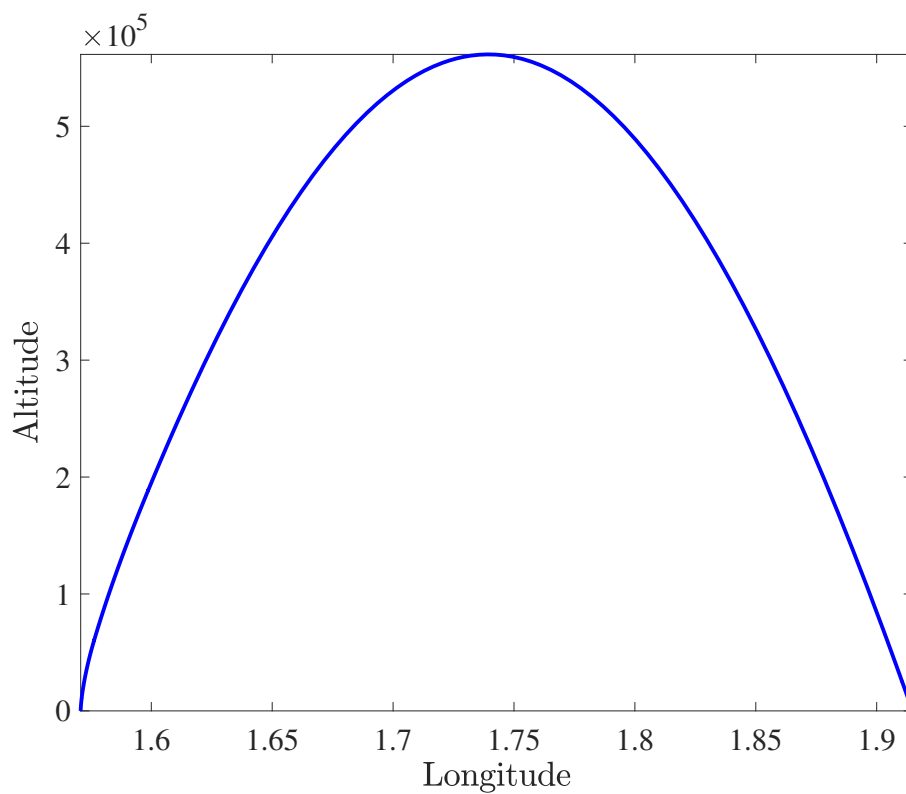




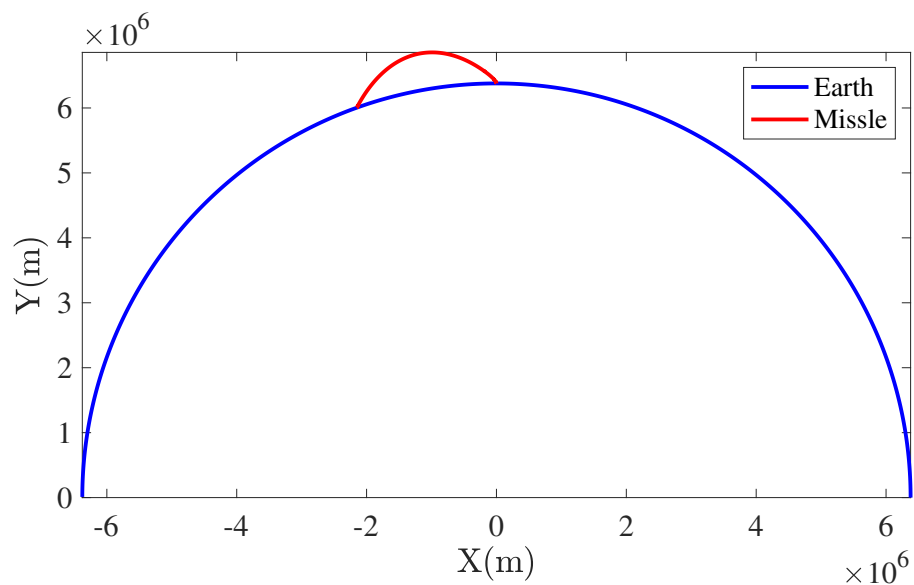
شکل ۱۰: ارتفاع پرنده تابعی از زمان



شکل ۱۱: طول جغرافیایی پرنده تابعی از زمان



شکل ۱۲: ارتفاع پرنده تابعی از طول جغرافیایی



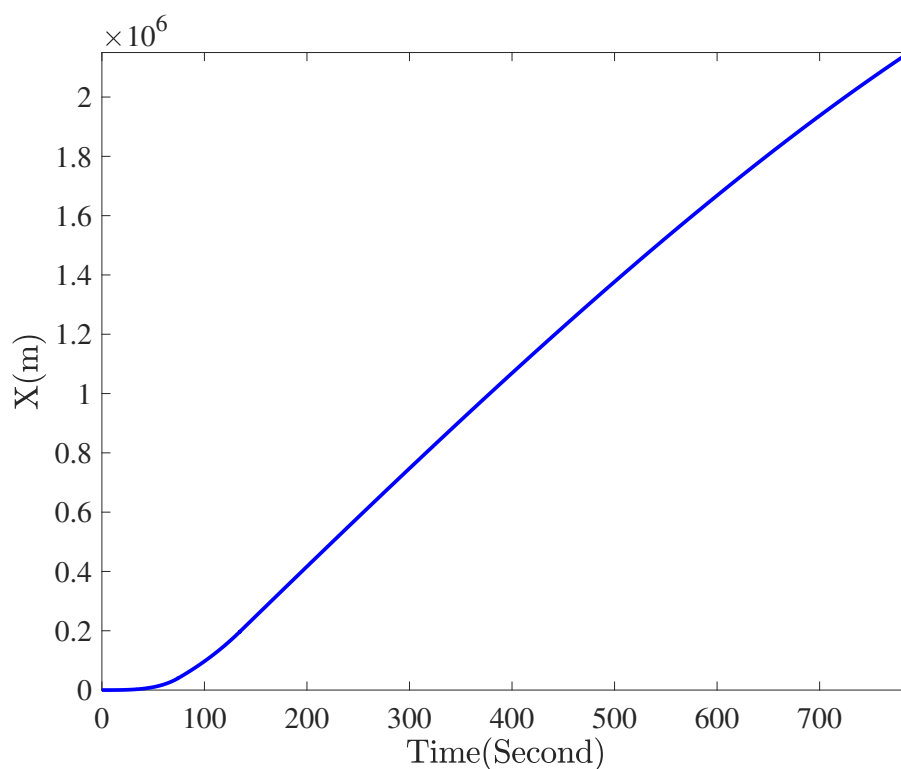
شکل ۱۳: موقعیت پرنده و کره زمین در صفحه X-Y

## ۴.۱ بخش پ

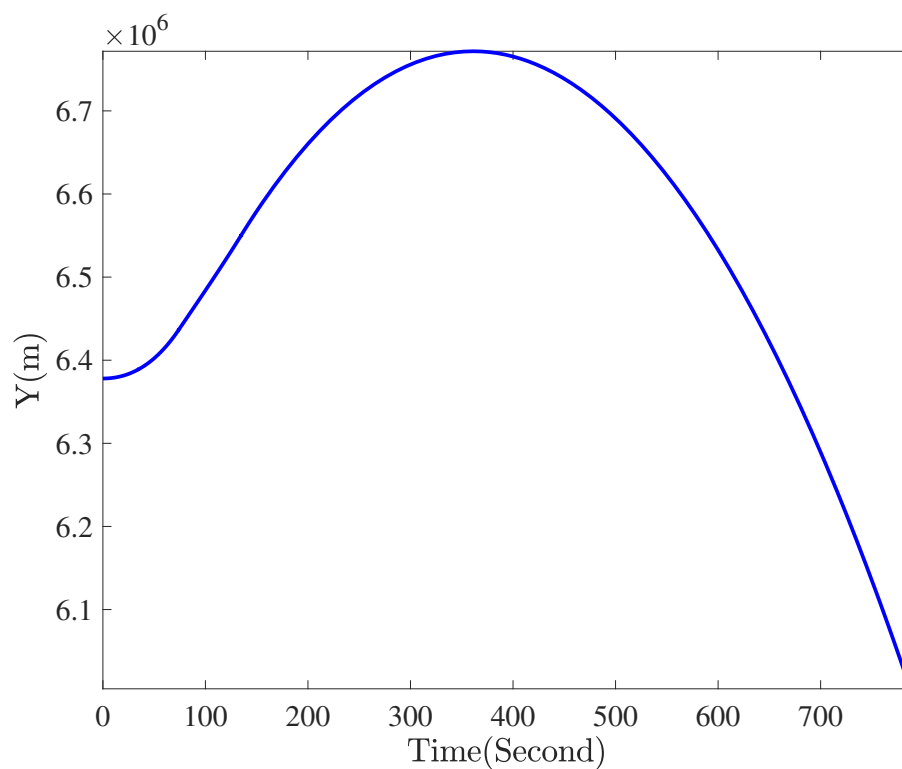
در بخش پارامترهای هدایت بالستیک با استفاده از الگوریتم PSO بهینه‌سازی شده است. در این بخش خلاف بخش قبل، جهت پرنده به شرق است. در ادامه نتایج آورده شده است.

جدول ۲: پارامترهای هدایت بالستیک بهینه‌سازی شده و نتایج

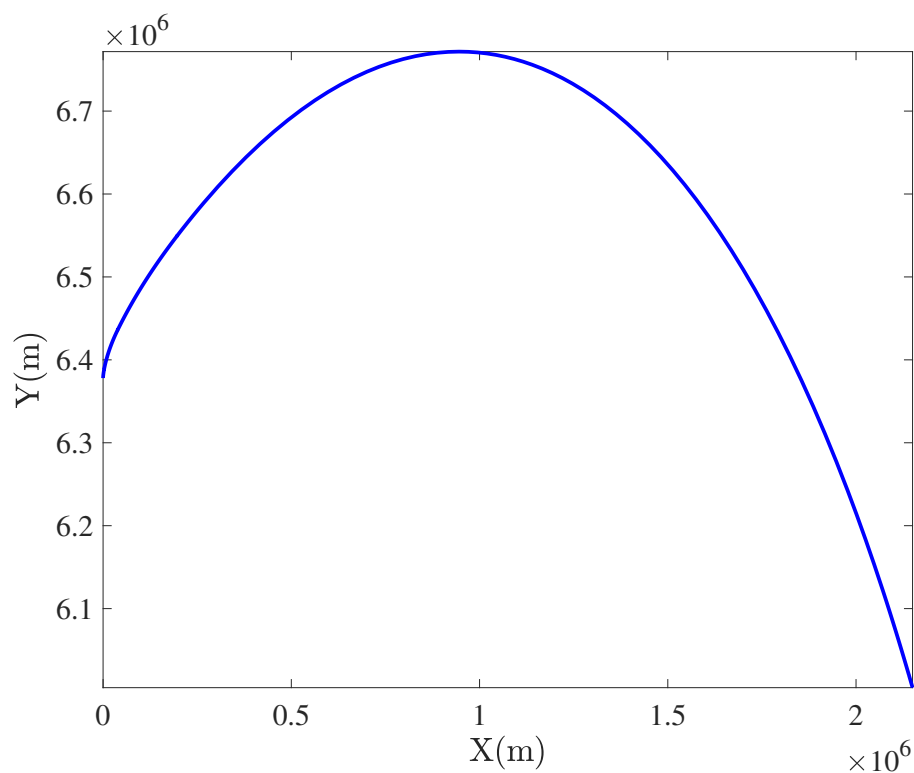
Parameter	Value
$q_1$	-0.8378
$q_2$	0.000000
$q_3$	-0.7963
$t_1$	145.6000
Distance	2558.5



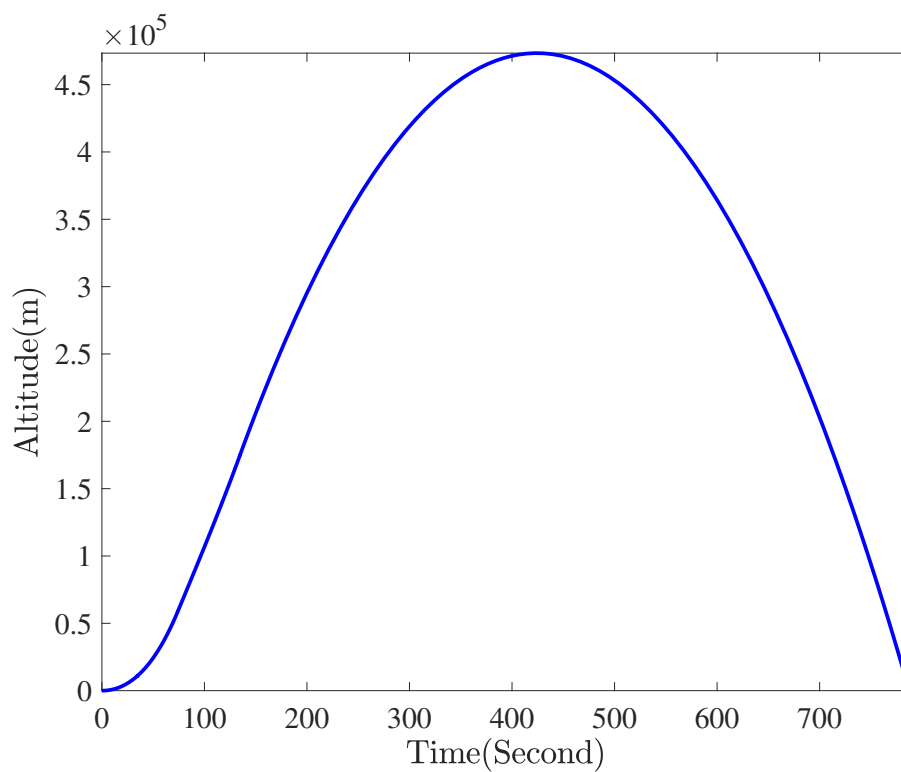
شکل ۱۴: موقعیت  $X$  پرنده تابعی از زمان



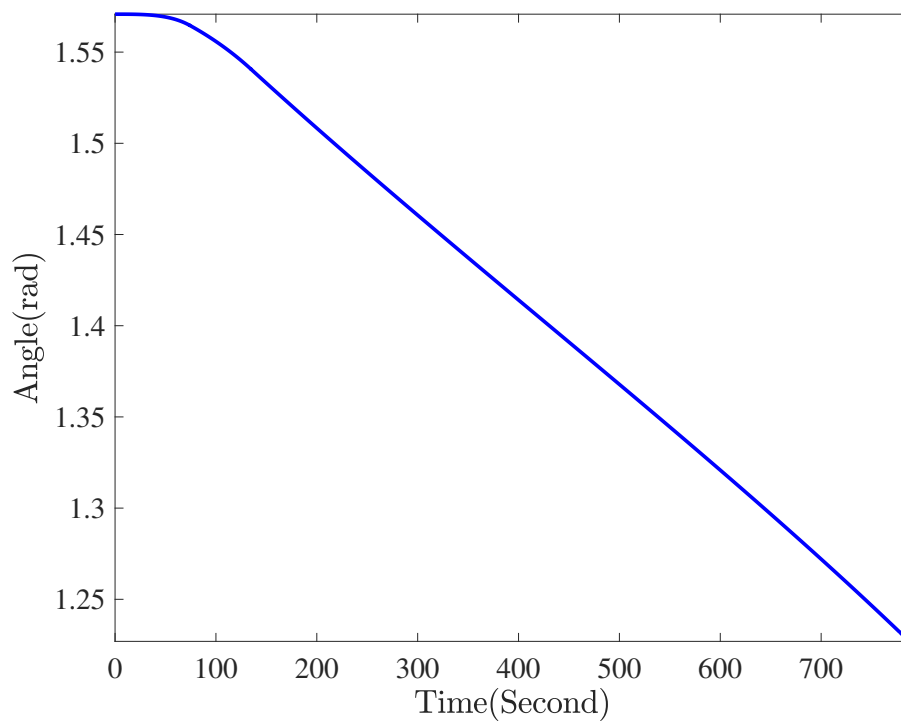
شکل ۱۵: موقعیت  $Y$  پرندۀ تابعی از زمان



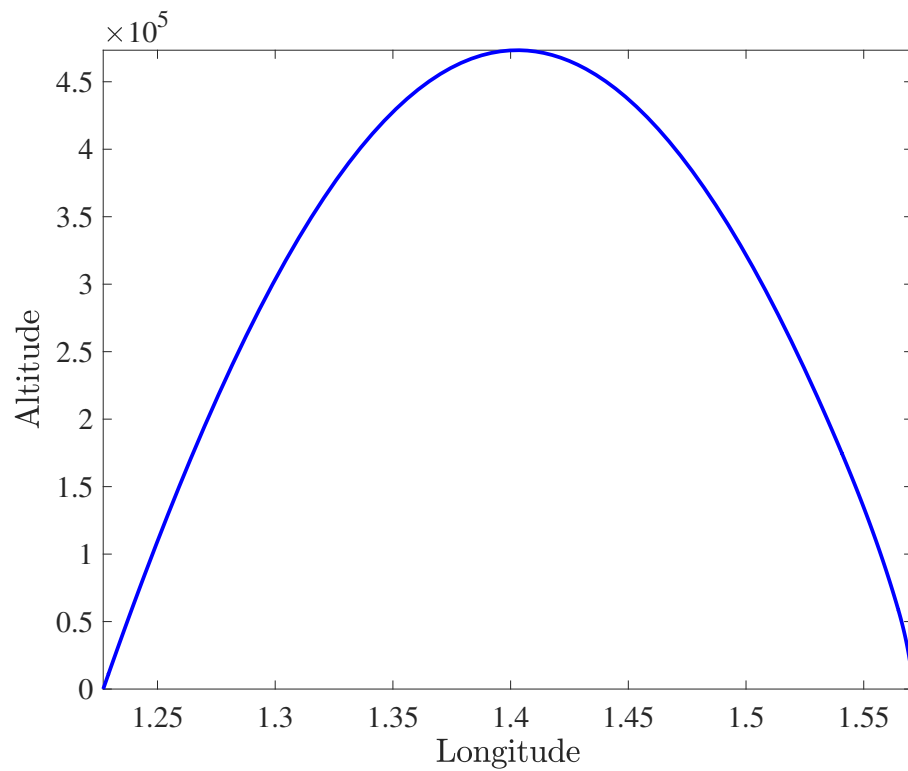
شکل ۱۶: موقعیت پرندۀ در صفحه  $X-Y$



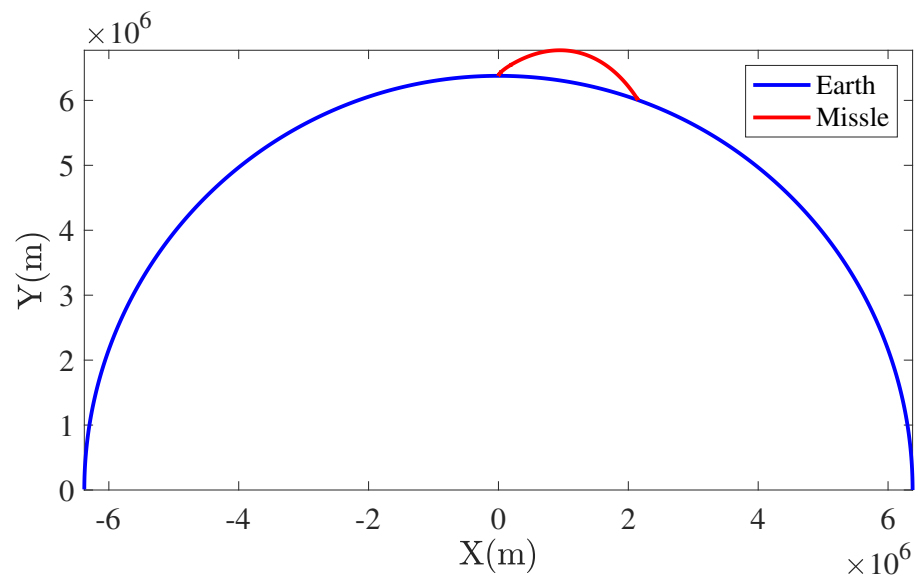
شکل ۱۷: ارتفاع پرنده تابعی از زمان



شکل ۱۸: طول جغرافیایی پرنده تابعی از زمان



شکل ۱۹: ارتفاع پرنده تابعی از طول جغرافیایی



شکل ۲۰: موقعیت پرنده و کره زمین در صفحه X-Y

## فهرست مطالب

۱	سوال اول	۱
۱	بخش الف	۱۰۱
۳	بخش ب	۲۰۱
۶	بخش پ	۳۰۱
۱۱	بخش پ	۴۰۱

## فهرست تصاویر

۳	موقعیت X پرنده تابعی از زمان	۱
۴	موقعیت Y پرنده تابعی از زمان	۲
۴	موقعیت پرنده در صفحه X-Y	۳
۵	ارتفاع پرنده تابعی از زمان	۴
۵	طول جغرافیایی پرنده تابعی از زمان	۵
۶	ارتفاع پرنده تابعی از طول جغرافیایی	۶
۷	موقعیت X پرنده تابعی از زمان	۷
۷	موقعیت Y پرنده تابعی از زمان	۸
۸	موقعیت پرنده در صفحه X-Y	۹
۹	ارتفاع پرنده تابعی از زمان	۱۰
۹	طول جغرافیایی پرنده تابعی از زمان	۱۱
۱۰	ارتفاع پرنده تابعی از طول جغرافیایی	۱۲
۱۰	موقعیت پرنده و کره زمین در صفحه X-Y	۱۳
۱۱	موقعیت X پرنده تابعی از زمان	۱۴
۱۲	موقعیت Y پرنده تابعی از زمان	۱۵
۱۲	موقعیت پرنده در صفحه X-Y	۱۶
۱۳	ارتفاع پرنده تابعی از زمان	۱۷
۱۳	طول جغرافیایی پرنده تابعی از زمان	۱۸
۱۴	ارتفاع پرنده تابعی از طول جغرافیایی	۱۹
۱۴	موقعیت پرنده و کره زمین در صفحه X-Y	۲۰

## فهرست جداول

۱	پارامترهای هدایت بالستیک بهینه‌سازی شده و نتایج	۶
۲	پارامترهای هدایت بالستیک بهینه‌سازی شده و نتایج	۱۱