

# تمرین سری چهارم درس هدایت و ناوبری

علی بنی‌اسد

۲۸ خرداد ۱۴۰۲

## ۱ سوال اول

در این سوال به بررسی مسیر بالستیک موشک و مسیر بهینه آن پرداخته شده است.

### ۱.۱ بخش الف

در این بخش به بررسی معادلات حرکت جسم نقطه در صفحه پرداخته شده است. معادلات حرکت جسم نقطه در صفحه به صورت زیر است:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^3}\mathbf{r} \quad (1)$$

پارامترهای معادله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

•  $\mathbf{r}$  : بردار موقعیت جسم نقطه

•  $G$  : ثابت گرانشی

•  $M$  : جرم جسم مرکزی

•  $r$  : فاصله جسم نقطه از مرکز جسم مرکزی

بردار موقعیت جسم نقطه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} \quad (2)$$

با جایگذاری معادله (۲) در معادله (۱) داریم:

$$\ddot{x}\hat{\mathbf{i}} + \ddot{y}\hat{\mathbf{j}} = -\frac{GM}{(x^2 + y^2)^{3/2}}(x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}) \quad (۳)$$

بر اساس روابط بالا ارتفاع به صورت زیر بدست می‌آید.

$$h = \sqrt{x^2 + y^2} - a \quad (۴)$$

در این رابطه  $a$  بیانگر شعاع زمین است. برای محاسبه سرعت تغییرات ارتفاع نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{h} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (۵)$$

همچنین طول جغرافیایی برابر است با:

$$\lambda = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \quad (۶)$$

و تغییرات طول جغرافیایی برابر است با:

$$\dot{\lambda} = \frac{x\dot{y} - y\dot{x}}{x^2 + y^2} \quad (۷)$$

زاویه فراز با فرض قرار دادن محور  $X$  بر روی مکان اولیه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta = \arccos\left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_0}{r \cdot r_0}\right) = \arccos\left(\frac{x_0x + y_0y}{\sqrt{(x^2 + y^2)(x_0^2 + y_0^2)}}\right) \quad (۸)$$

و تغییرات زاویه فراز برابر است با:

$$\dot{\theta} = \frac{x_0\dot{x} + y_0\dot{y}}{\sqrt{(x^2 + y^2)(x_0^2 + y_0^2)}} - \frac{x_0x\dot{x} + y_0y\dot{y}}{(x^2 + y^2)^{3/2}\sqrt{x_0^2 + y_0^2}} \quad (۹)$$

## فهرست مطالب

۱	سوال اول	۱
۱	بخش الف	۱.۱

## فهرست تصاویر

## فهرست جداول