تمرین سری چهارم درس هدایت و ناوبری

علی بنی‌اسد

۲۹ خرداد ۱۴۰۲

۱ سوال اول

در این سوال به بررسی مسیر بالستیک موشک و مسیر بهینه آن پرداخته شده است.

۱.۱ بخش الف

در این بخش به بررسی معادلات حرکت جسم نقطه در صفحه پرداخته شده است. معادلات حرکت جسم نقطه در صفحه به صورت زیر است:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{GM}{r^3}\mathbf{r} + \text{Thrust} + \text{Drag} \tag{۱}$$

در این معادله Thrust نیروی پیشران موشک و Drag نیروی مقاومت هوایی موشک است. در این مسیر فرض شده است که نیروی پیشران موشک به صورت زیر است:

$$\text{Thrust} = \frac{T}{m}\hat{\mathbf{v}} \tag{۲}$$

در این معادله T نیروی پیشران موشک و m جرم موشک است. همچنین فرض شده است که نیروی مقاومت هوایی به صورت زیر است:

$$\text{Drag} = -\frac{1}{2}\rho C_D A \dot{r}\hat{\mathbf{v}} \tag{۳}$$

در این معادله ρ چگالی هوا، C_D ضریب مقاومت هوایی و A مساحت مقطع عرضی موشک است.
با جایگذاری معادلات (۲) و (۳) در معادله (۱) داریم:

$$\ddot{\mathbf{r}} = \left(-\frac{GM}{r^3}\mathbf{r} + \frac{T}{m}\hat{\mathbf{v}} - \frac{1}{2}\rho C_D A \dot{r}\hat{\mathbf{v}}\right) / (m - \dot{m}) \tag{۴}$$

با توجه به اینکه در این مسیر فرض شده است که موشک در ارتفاع‌های بالا حرکت می‌کند، می‌توان فرض کرد که چگالی هوا تابعی از ارتفاع است. برای محاسبه چگالی هوا از رابطه زیر استفاده می‌شود:

- $h \leq 0$ متر: $\rho = 1.225\text{kg/m}^3$
- $0 < h \leq 11000$ متر: $\rho = 1.225\text{kg/m}^3 \left(1 - \frac{0.0065h}{288.15}\right)^{4.2561}$
- $11000 < h \leq 25000$ متر: $\rho = 0.36391\text{kg/m}^3 \exp\left(\frac{-0.1577(h-11000)}{216.65}\right)$
- $25000 < h \leq 47000$ متر: $\rho = 0.08803\text{kg/m}^3 \left(1 - \frac{0.0226(h-25000)}{216.65}\right)^{1.73}$
- $47000 < h \leq 53000$ متر: $\rho = 0.01322\text{kg/m}^3 \exp\left(\frac{-0.1577(h-47000)}{216.65}\right)$
- $53000 < h \leq 79000$ متر: $\rho = 0.00143\text{kg/m}^3 \left(1 - \frac{0.0065(h-53000)}{216.65}\right)^{4.2561}$
- $h > 79000$ متر: $\rho = 0$

پارامترهای معادله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

- $\mathbf{r}$: بردار موقعیت جسم نقطه
- G : ثابت گرانشی
- M : جرم جسم مرکزی
- r : فاصله جسم نقطه از مرکز جسم مرکزی

بردار موقعیت جسم نقطه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} \tag{۵}$$

با جایگذاری معادله (۵) در معادله (۱) داریم:

$$\ddot{x}\hat{\mathbf{i}} + \ddot{y}\hat{\mathbf{j}} = -\frac{GM}{(x^2+y^2)^{3/2}}(x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}}) \tag{۶}$$

بر اساس روابط بالا ارتفاع به صورت زیر بدست می‌آید.

$$h = \sqrt{x^2+y^2} - a \tag{۷}$$

در این رابطه a بیانگر شعاع زمین است. برای محاسبه سرعت تغیرات ارتفاع نیز به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\dot{h} = \frac{x\dot{x} + y\dot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} \tag{8}$$

همچنین طول جغرافیایی برابر است با:

$$\lambda = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \tag{9}$$

و تغیرات طول جغرافیایی برابر است با:

$$\dot{\lambda} = \frac{x\dot{y} - y\dot{x}}{x^2 + y^2} \tag{10}$$

زاویه حمله به صورت زیر تعریف می‌شود:

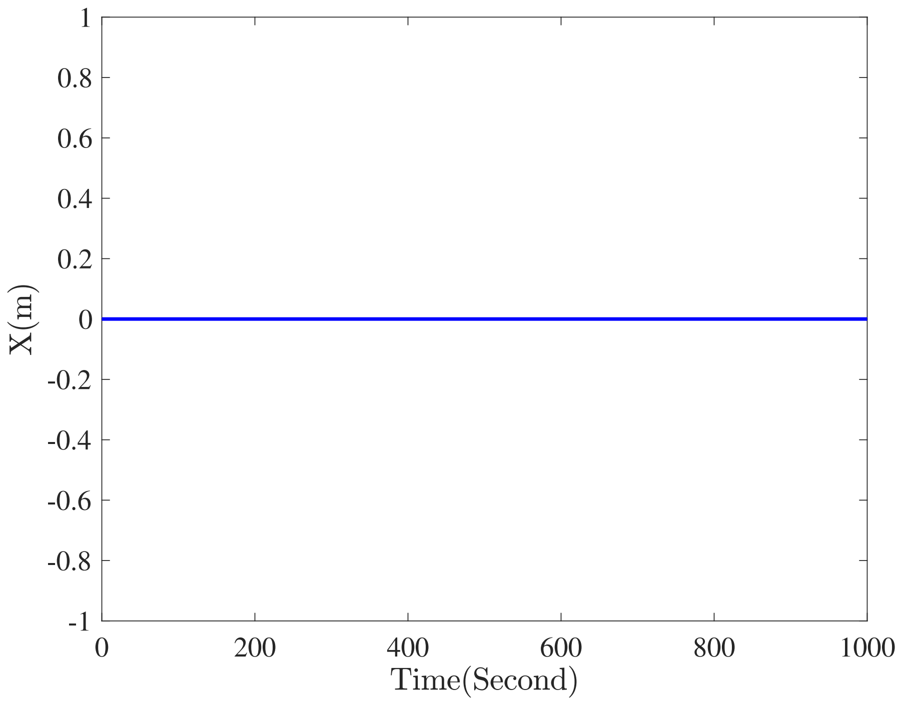
$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{\dot{h}}{\dot{\lambda}}\right) \tag{11}$$

با جایگذاری معادلات (۸) و (۱۰) در معادله (۱۱) داریم:

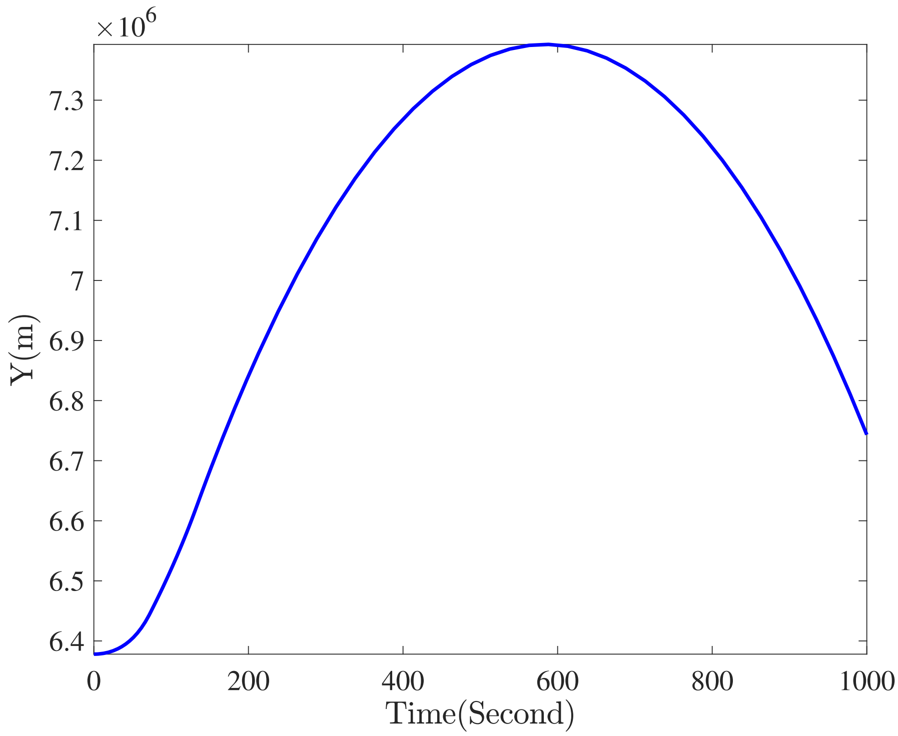
$$\gamma = \tan^{-1}\left(\frac{x\dot{y} - y\dot{x}}{x\dot{x} + y\dot{y}}\right) \tag{12}$$

۲.۱ بخش ب

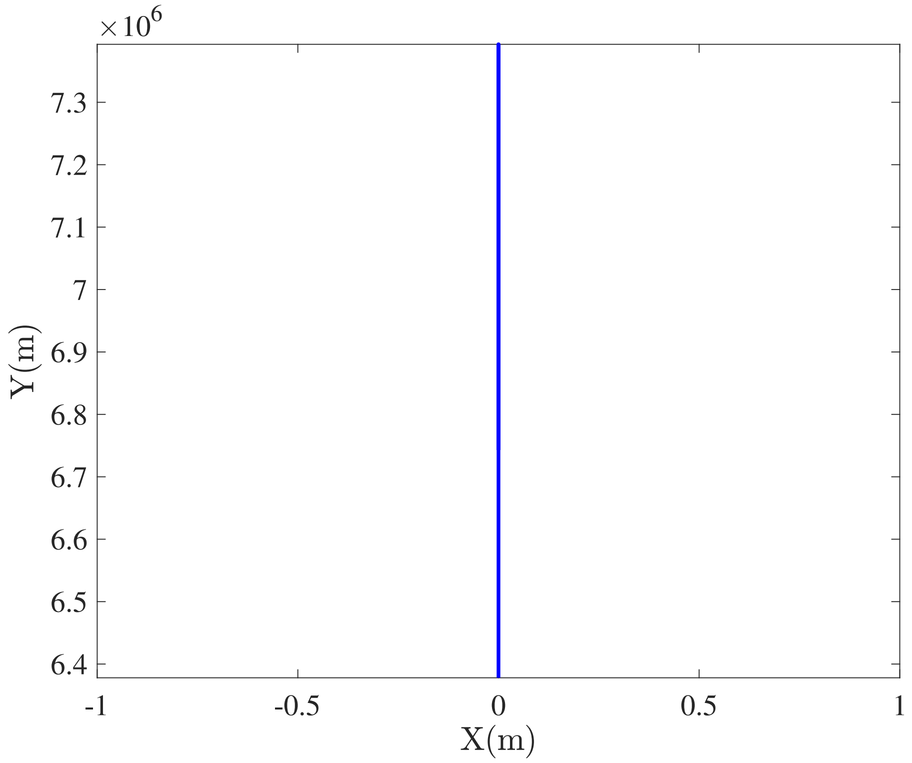
در این بخش فرض شده است که نیروی تراست بر اساس ربطه زیر بدست می‌آید و در هر فاز تغبرات دبی و نیروی تراست صفر است. در ادامه نتایج آورده شده است.



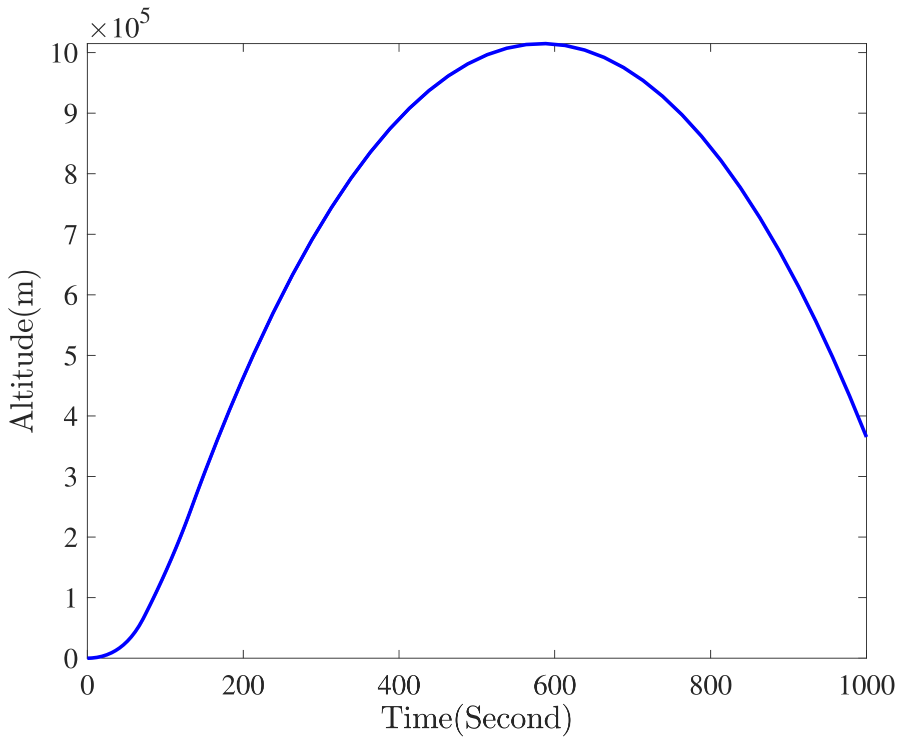
شکل ۱: موقعیت X پرنده تابعی از زمان



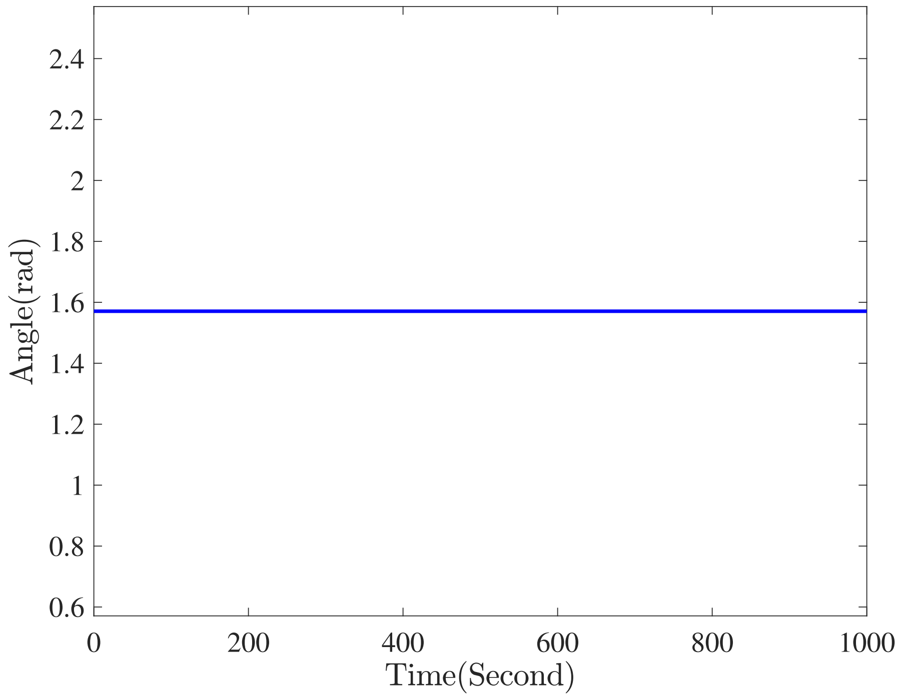
شکل ۲: موقعیت Y پرنده تابعی از زمان



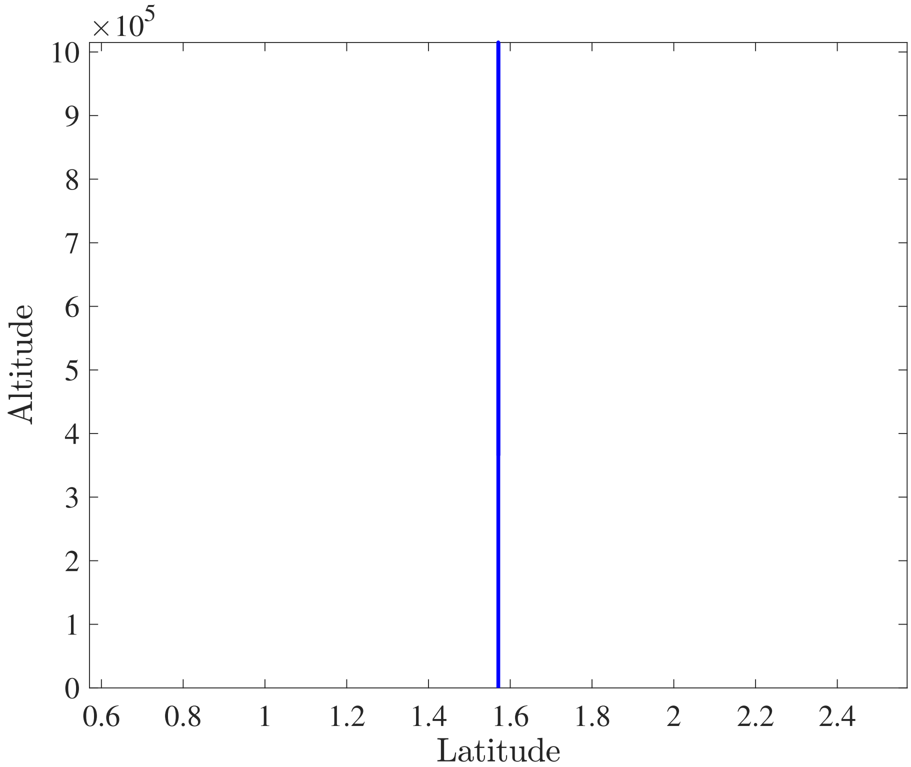
شکل ۳: موقعیت پرنده در صفحه X–Y



شکل ۴: ارتفاع پرنده تابعی از زمان



شکل ۵: طول جغرافیایی پرنده تابعی از زمان



شکل ۶: ارتفاع پرنده تابعی از طول جغرافیایی

فهرست مطالب

فهرست تصاویر

فهرست جداول