



Sharif university of technology
Aerospace department
Heat transfer Project

Ali Baniasad
Summer 2020

3	مقدمه
3	چکیده
4	بخش اول
4	معادله دیفرانسیل جسم و گسسته سازی معادله
8	مدل سازی با MATLAB و نمایش نمودار ها
10	توزیع دما برای $W = 100$
11	تغییر شار و اثر آن روی دما و کمترین دما
19	شار عبوری از انتهای استوانه
20	دو برابر کردن نود ها
21	توزیع دما برای $W = 100$
22	تغییر شار و اثر آن روی دما و کمترین دما
30	شار عبوری از انتهای استوانه
31	منابع

چوب بالسا یک چوب پر کاربرد در صنایع هواپی ای است. در این پژوهه این چوب را با نظر گرفتن شرایط خاصی که در ادامه گفته می شود بررسی می شود. در این پژوهه یک استوانه از جنس چوب بالسا (Balsa) مورد تحلیل قرار می گیرد. یکبار توسط نرم افزار های گمبیت / فلوئنت نیز بررسی می شود.

چکیده

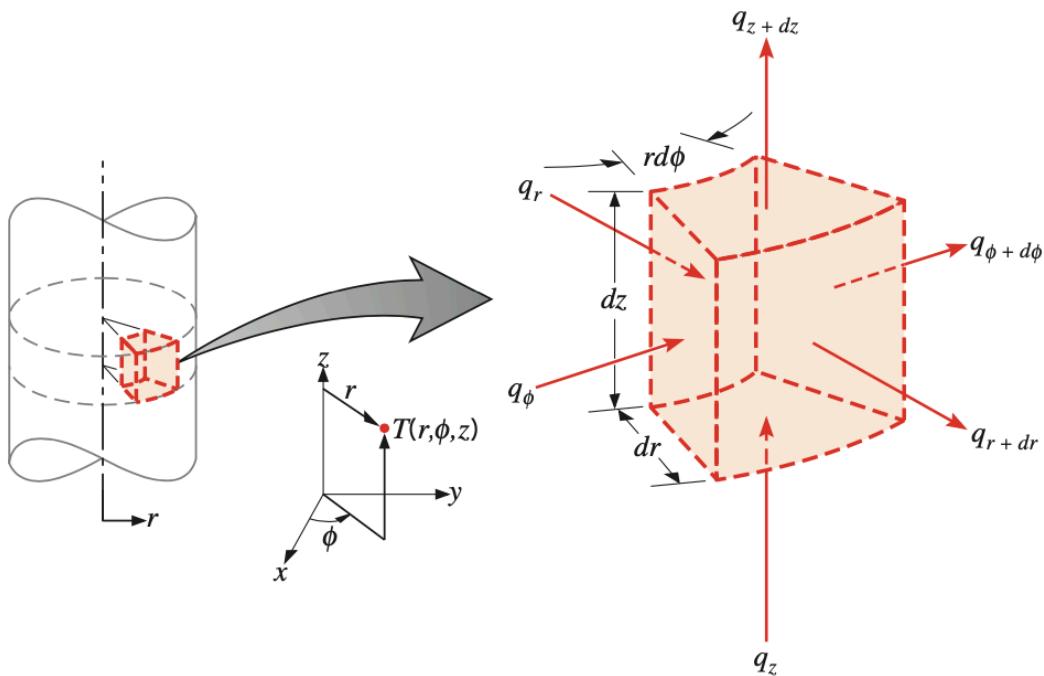
نتایج و کدهای پژوهه در ادامه آمده است. در این پژوهه های برای حالت اول مش بندی و معادلات در زبان Python 3 پیاده سازه شده و برای 1000 بار ایتریت بدست آمده است و سپس توسط MATLAB تحلیل می شود. در حالت دوم مشبندی در گمبیت انجام می شود و خروجی گمبیت به فلوئنت داده می شود و شرایط شبیه سازی می شود.

در کد بنده برای هر قسمت مقدار شار را عوض می کردم که در هر قسمت صورت پژوهه آمده است.

بخش اول

معادله دیفرانسیل جسم و گسته سازی معادله

FIGURE 1



Differential equation

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (K r \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} (K \frac{\partial T}{\partial \phi}) + \frac{\partial}{\partial z} (K \frac{\partial T}{\partial z}) + \dot{q}_{gen} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

معادله کلی برای یک سیلندر به فرمت بالا است.

$$K = const, \dot{q}_{gen} = 0 \rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} (\frac{\partial T}{\partial \phi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\frac{\partial T}{\partial z}) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

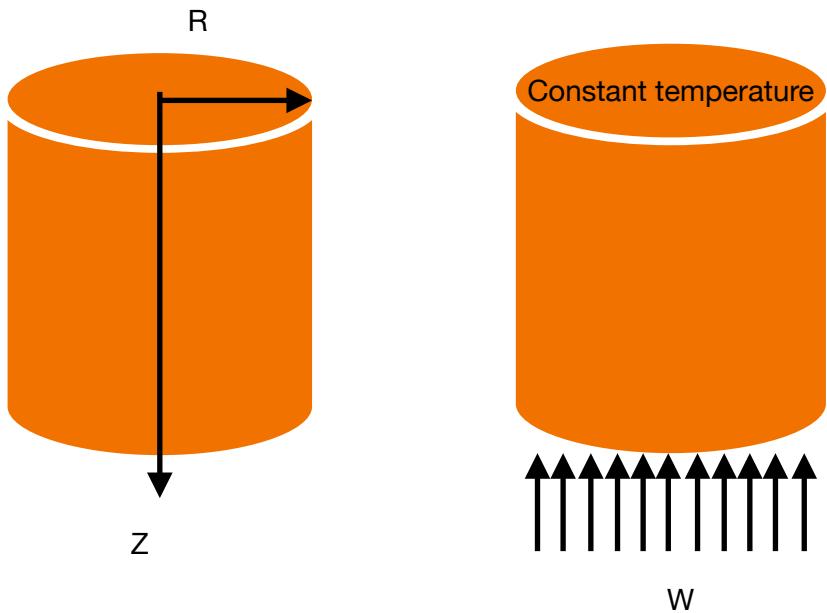
مسئله را می توان به دو صورت در نظر گرفت حالت اول اینکه بعد از گذشت مدتی به حالت steady state رسیده است و پارامتر زمان را می توان از معادلات حذف کرد. که فقط داری یک مجهول دما (T) می باشد و معادله اصلی به شکل زیر می شود.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} (\frac{\partial T}{\partial \phi}) + \frac{\partial}{\partial z} (\frac{\partial T}{\partial z}) = 0$$

حالت دوم که در پروژه بررسی می شود به این صورت است که جسم دارای دمای uniform باشد و دمای مورد نظر را 40 درجه سانتیگراد در نظر گرفتیم. و معادله به شکل زیر می شود. معادله به صورت یک معادله دیفرانسیل پاره تبدیل می شود.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial T}{\partial \phi} \right) = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$

برای حل معادلات بالا به شرایط مرزی احتایج داریم که از داده های صورت پروژه استفاده می کنیم.



boundary conditions:

$$T_{z=0} = \text{const}$$

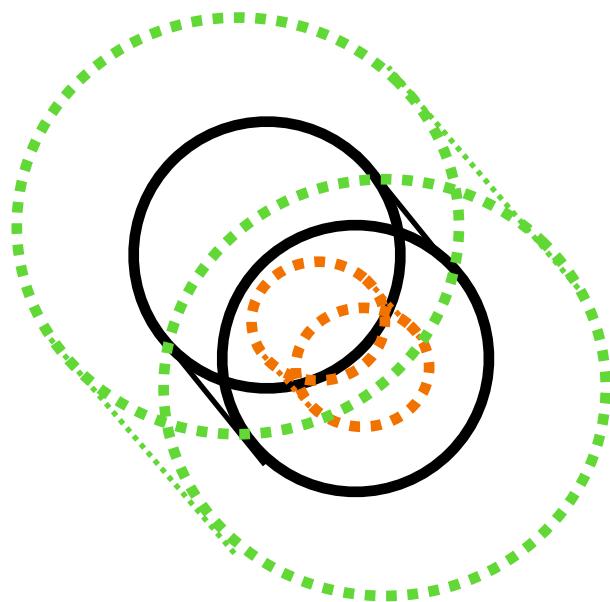
$$\text{In } r = R : \rightarrow -K \frac{\partial T}{\partial r} = h(T - T_{\infty})$$

$$\text{In } z = l : \rightarrow -K \frac{\partial T}{\partial z} = W$$

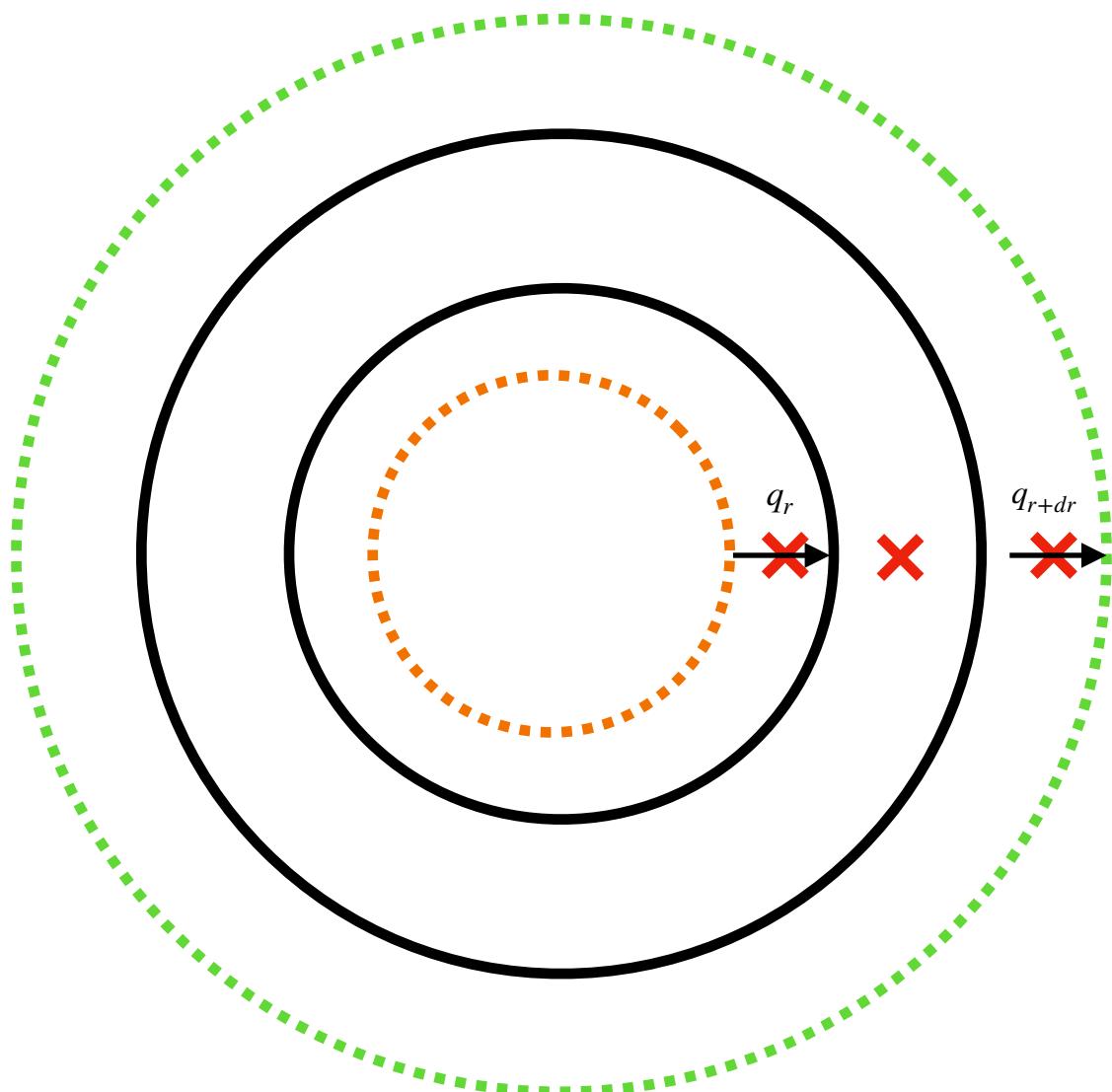
برای حالتی که در پروژه در نظر گرفته شده یک فرض دیگر هم می کنیم.

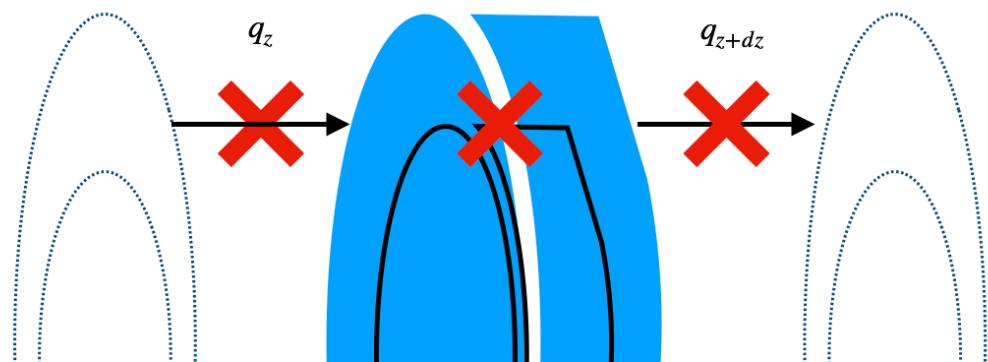
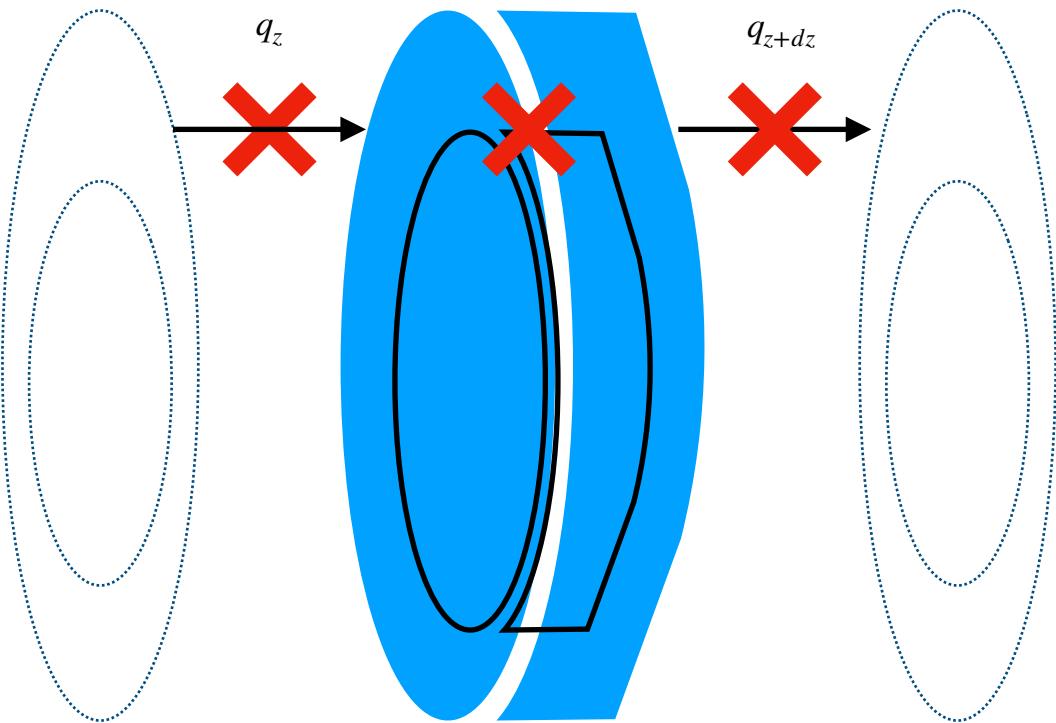
$$T_{t=0} = \text{const}$$

معادلات دیفرانسیل و شرایط مرزی برای بدست آوردن دما در بالا آمده است اما هدف از پروژه این نیست و تا همینجا معادلات را رها می کنیم.



برای راحتی از چند دید نگاه می کنیم و معادلات را با هم تلفیق می کنیم.





با فرض steady state بودن به حل می پردازیم.

$$\sum q_i = 0 \rightarrow q_z - q_{z+dz} + q_r - q_{r+dr} = 0$$

برای نود های داده شده در صورت سوال فاصله داریم:

$$l = 5_{mm}, r = 4_{mm}$$

$$KA_{Up} \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{l} + KA_{Down} \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{l} + KA_{Side} \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{l} + KA_{up} \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{l} = 0$$

معادله بالا بدون در نظر گرفتن convection با آب یا هوا است.

$$hA_{Up}(T_\infty - T_{i,j}) + KA_{Down} \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{l} + KA_{Side} \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{l} + KA_{up} \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{l} = 0$$

معادله بالا برای حالتی است که سطح با آب یا هوا در تماس باشد و دارای convection باشد.
حال آخر هم این است که داری شار ورودی باشد.

With convection:

$$hA_{Up}(T_\infty - T_{i,j}) + KA_{Down} \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{l} + KA_{Side} \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{l} + W = 0$$

Without convection:

$$KA_{Up} \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{l} + KA_{Down} \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{l} + KA_{Side} \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{l} + W = 0$$

در اینجا ما $T_{i,j}$ را مابه واسطه دیگر متغیرها بدست می‌آوریم و جایگزین می‌کنیم این روش به روش گوس سایدل نیز معروف است.

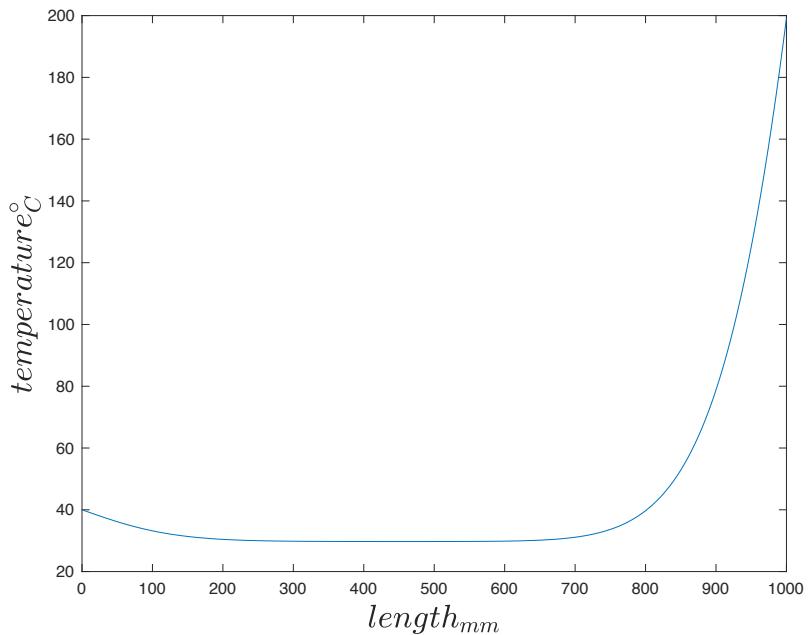
مدل سازی با MATLAB و نمایش نمودارها

کد در GitHub آمده است و ضمیمه این فایل شده است.

[GitHub لینک](#)

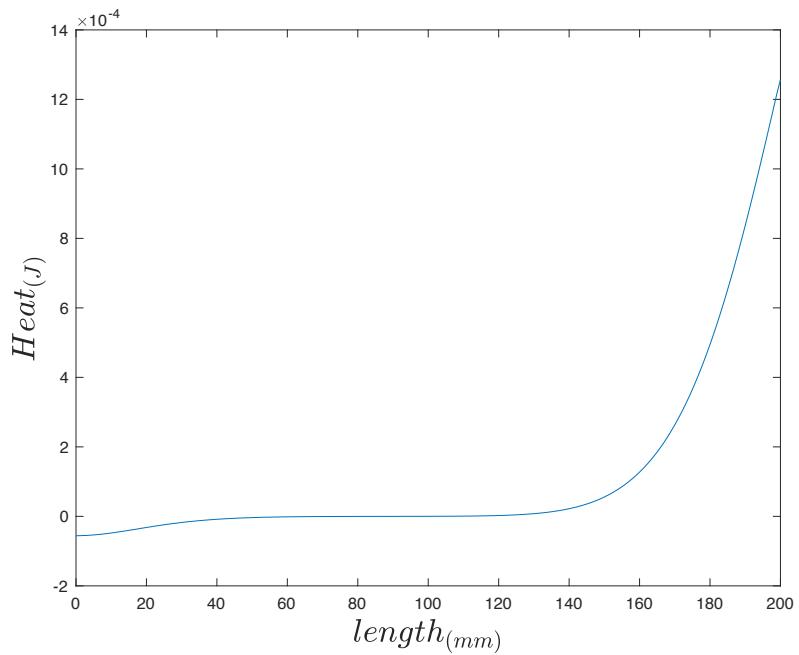
I) Temperature in center line

Figure 2



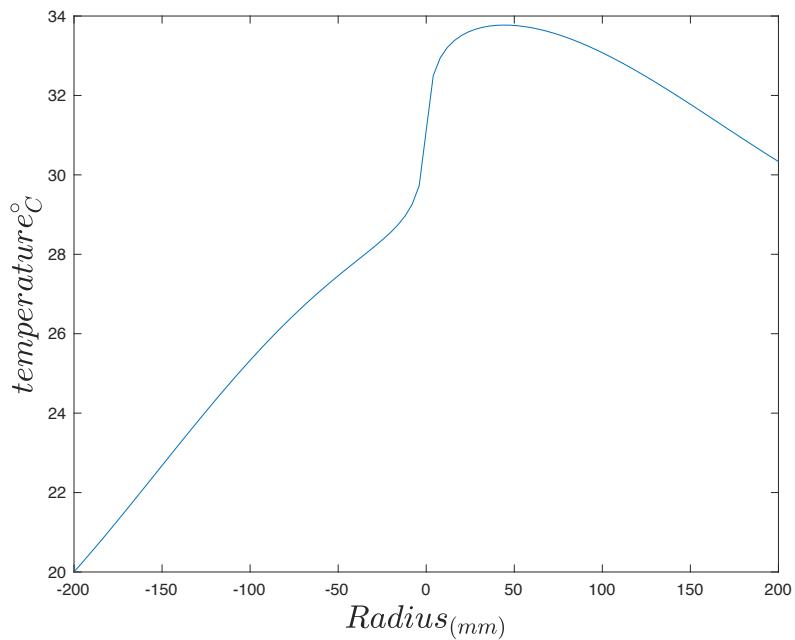
II) Heat flux

Figure 3



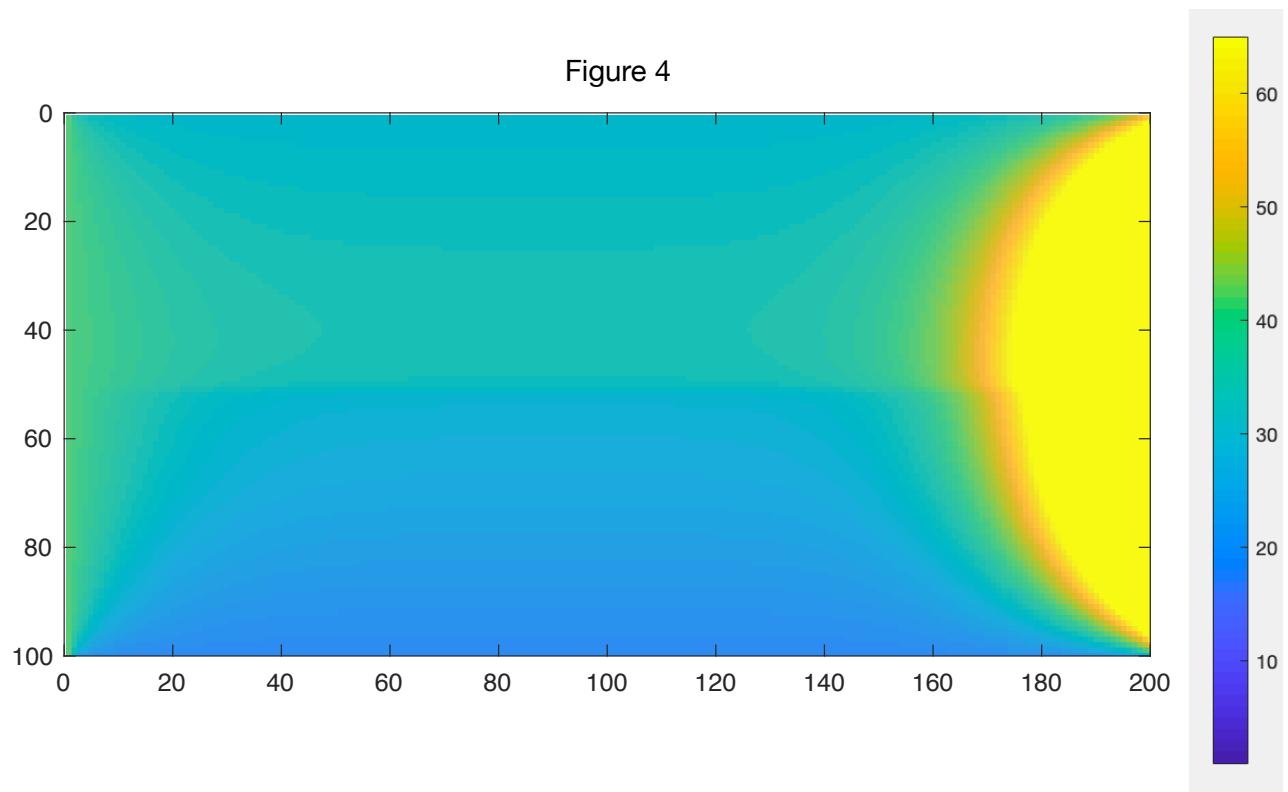
III) Temperature in radius of cylinder (at center in $z = 500$ mm)

Figure 4



توزيع دما برای 100 W

Figure 4

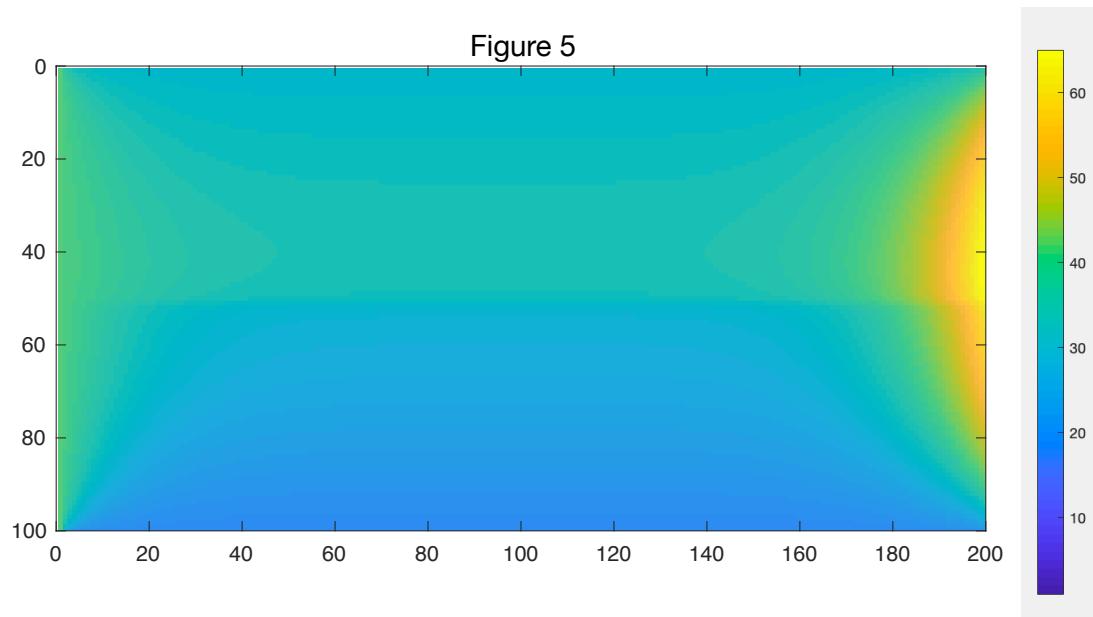


پایین ($z = 0$) جسم با آب و بالا ($z = 100$) جسم با هوا convection دارد.

تغییر شار و اثر آن روی دما و کمترین دما

I) $W = 20_W$

توزيع دما



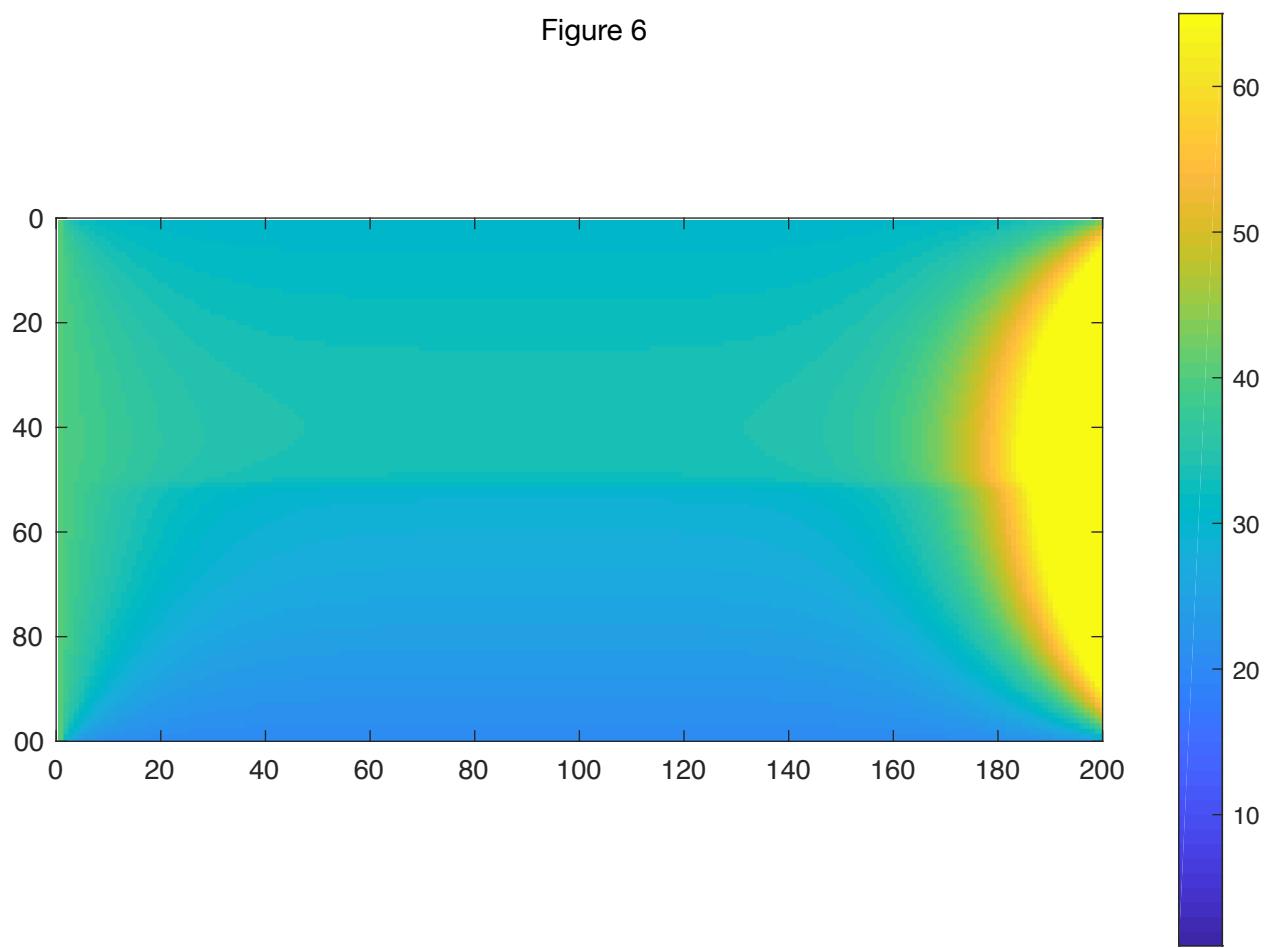
Row 33-162

Column 1

بر اساس شکل بالا ستون از 100 شروع می شود و به 0 می رسد و برای ردیف مانند شکل از 0 شروع می شود و به 200 می رسد و فاصله ها برابر فاصله صورت پروژه هستند.

II) $W = 50_W$

Figure 6



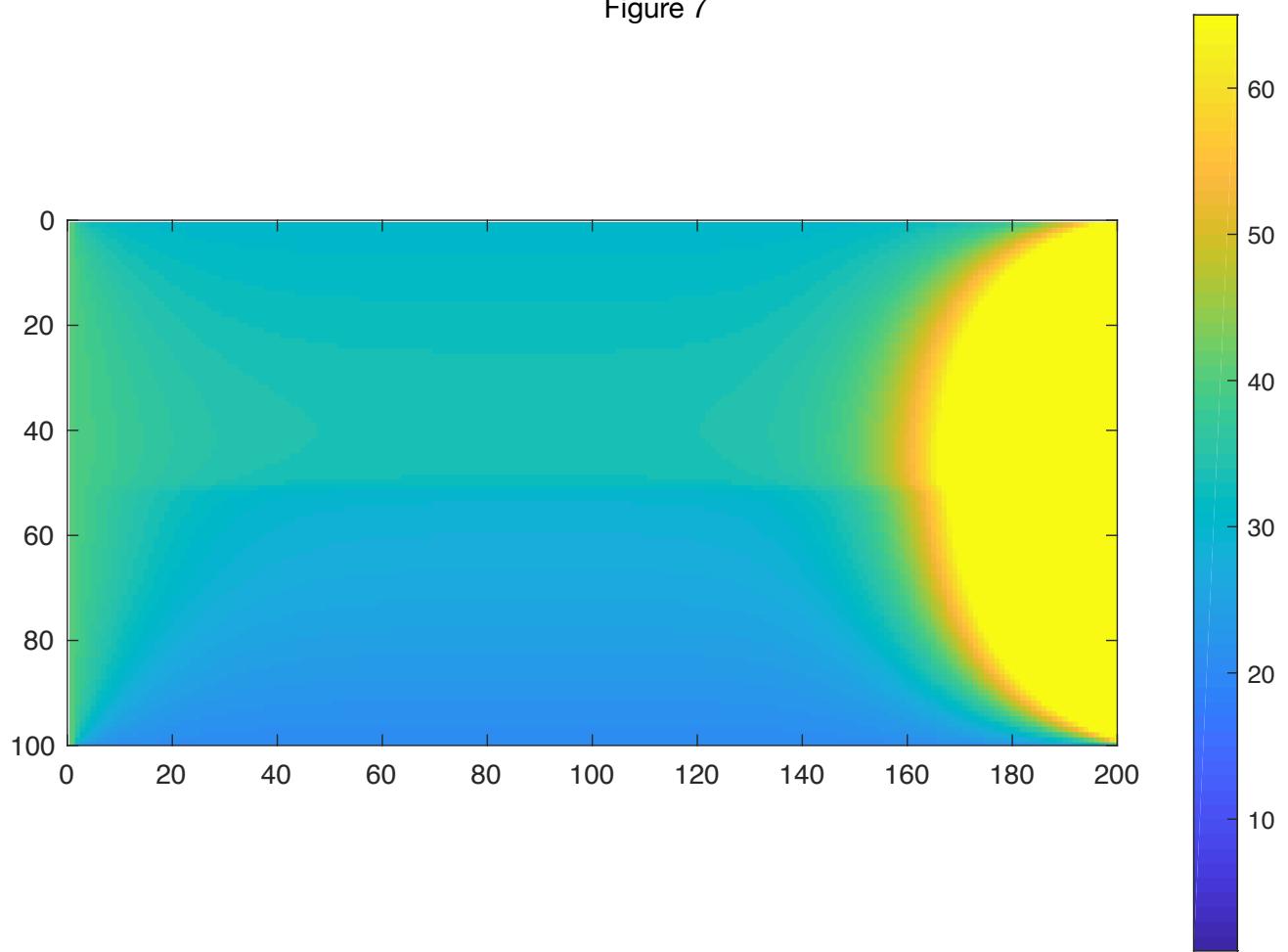
Minimum temperature = $20.003^{\circ}C$

Row 33-153

Column 1

III) $W = 200_W$

Figure 7



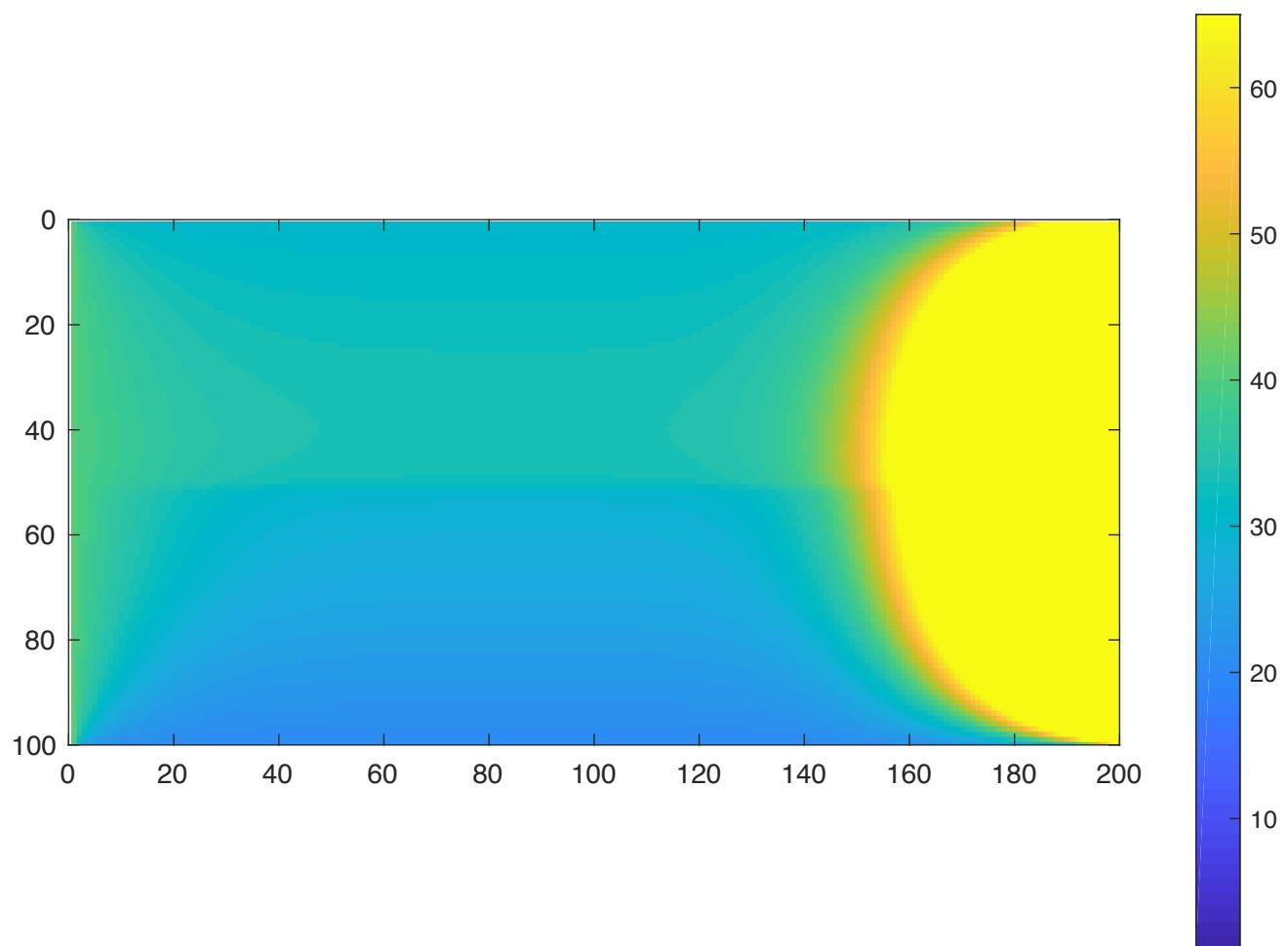
Minimum temperature = $20.003^{\circ}C$

Row 33-140

Column 1

IV) $W = 500_W$

Figure 8



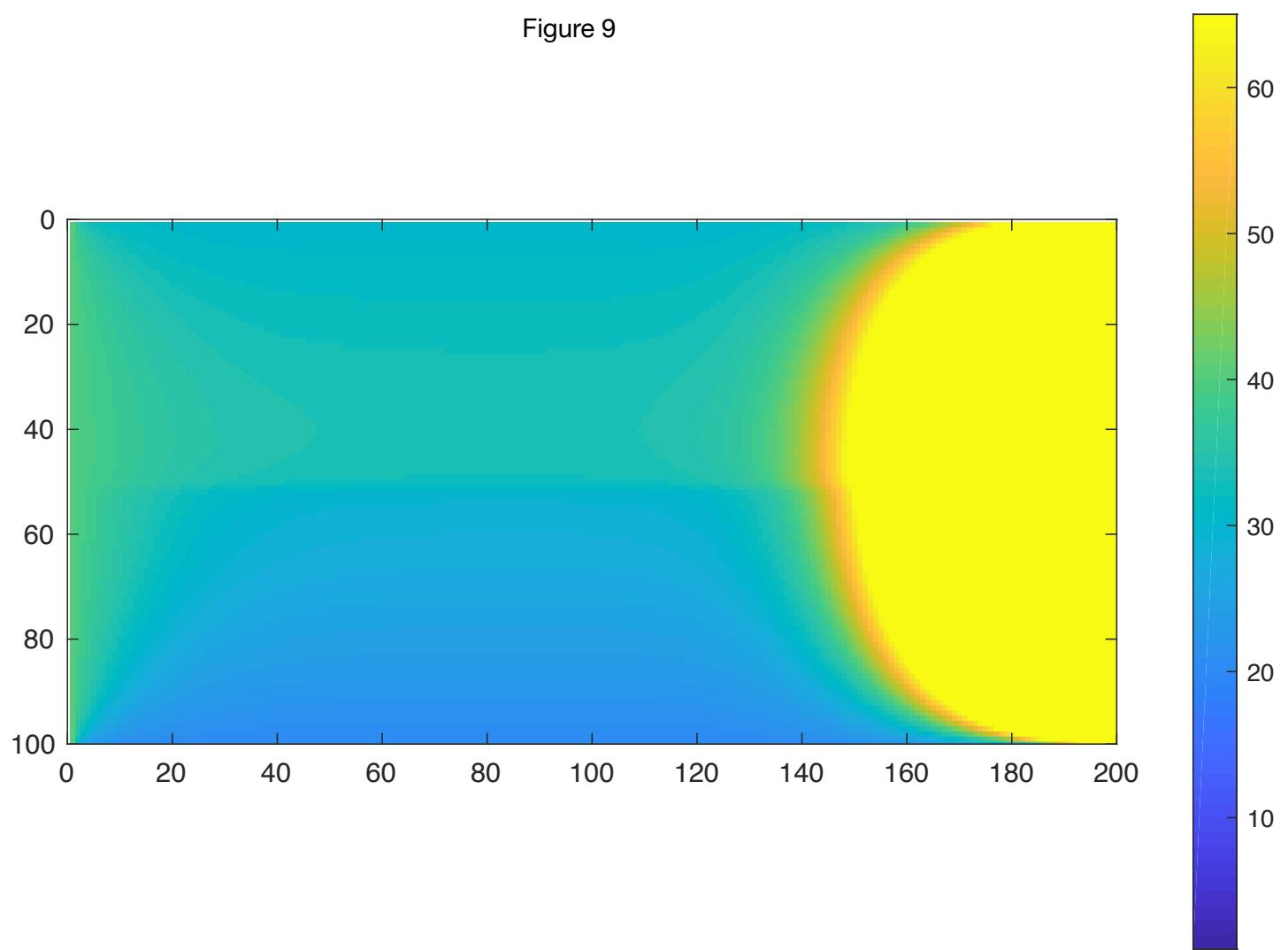
Minimum temperature = $20.003^\circ C$

Row 33-132

Column 1

v) $W = 1000_W$

Figure 9



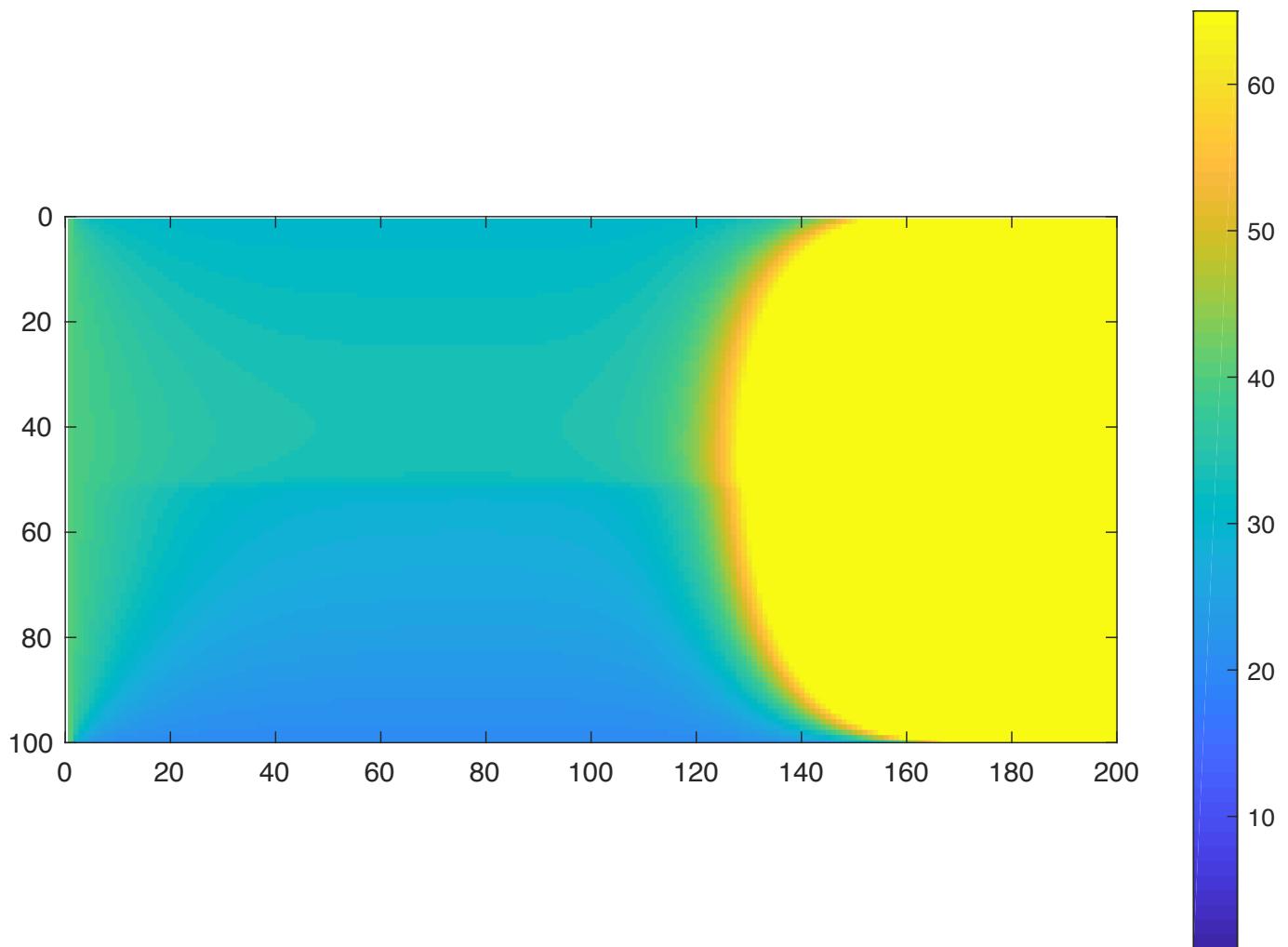
Minimum temperature = $20.003^\circ C$

Row 33-126

Column 1

VI) $W = 2000_W$

Figure 10



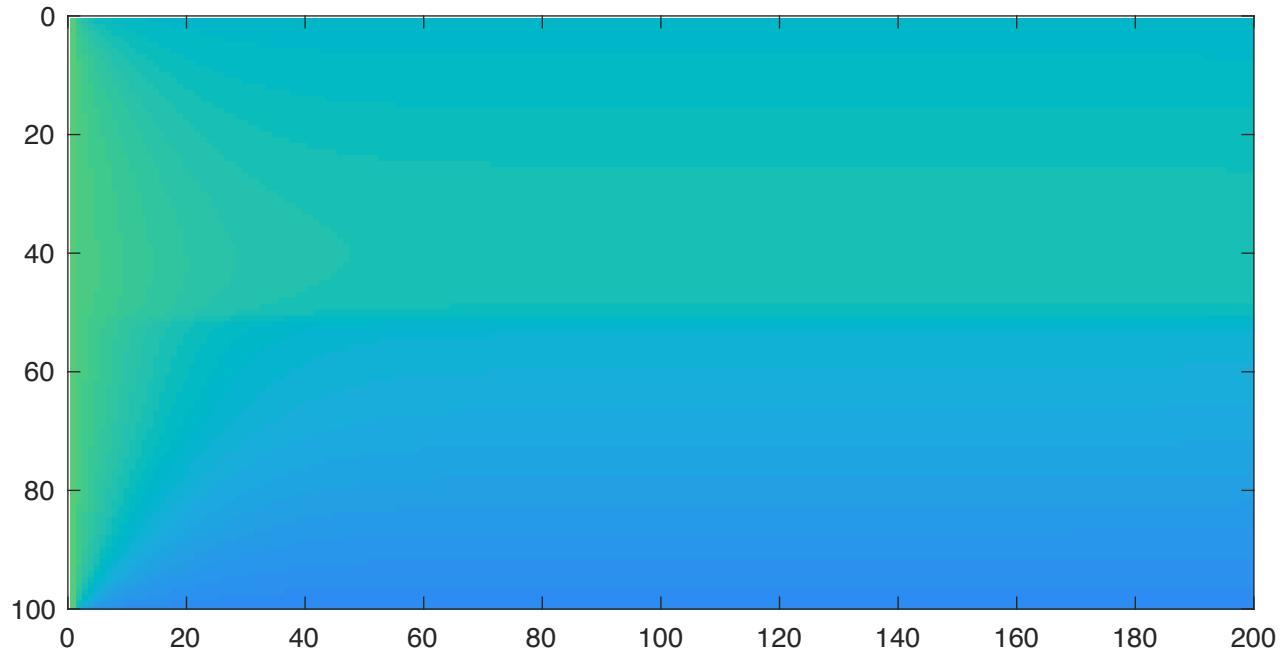
Minimum temperature = $20.003^{\circ}C$

Row 33-109

Column 1

VII) $W = 0_W$

Figure 11



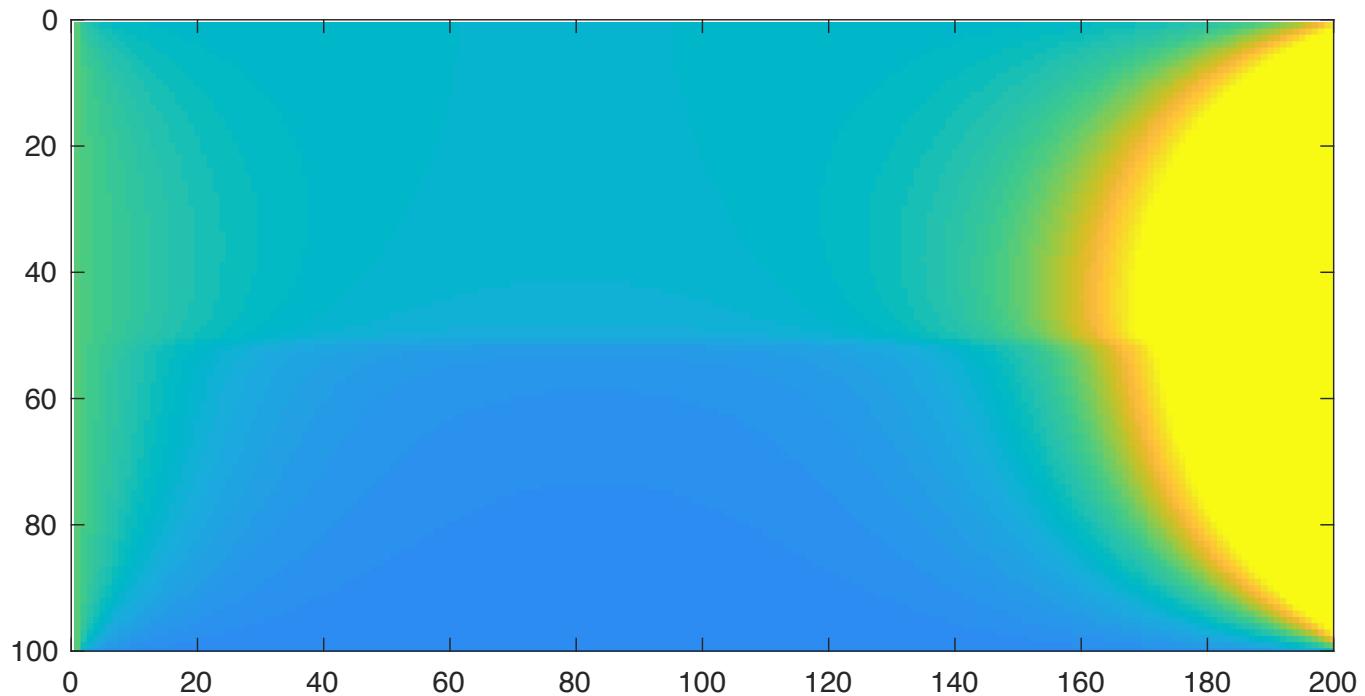
Minimum temperature = $20.020^\circ C$

Row 199-201

Column 1

VIII) $W = 100_W$ (for 10000 calculation)

Figure 12



Minimum temperature = 20.000°C

Row 48-119

Column 1

بر اساس داده های بالا کمترین دما در نقاطی که با آب convection دارد و دما حدودا برابر با دمای آب می شود و برای تمامی شار های بالا 2000-20 کمترین دما در مرکز بوده است. اما می توان دریافت بر اساس استقرانه افزایش شار وردی این امر تحقق پیدا نمی کند. برای حالت کم شدن شار نیز این امر درست است و اگر خیلی کم شود نقطه وسط کمترین دما را ندارد.

شار عبوری از انتهای استوانه

از همان روابطی که برای گسسته سازی معادلات بدست آوریدم برای شار نیز استفاده می کنیم.

$$q = KA \frac{\partial T}{\partial z} \rightarrow q = \Sigma K A_i \frac{T_i - T_C}{l}$$

شار خروجی را برای چندین حالت بررسی می کنیم.

I) $W = 100_W$

$$q = -2.3773_W$$

II) $W = 0_W$

$$q = -2.2871_W$$

III) $W = 20_W$

$$q = -2.2872_W$$

IV) $W = 50_W$

$$q = -2.2872_W$$

V) $W = 200_W$

$$q = -2.2872_W$$

VI) $W = 500_W$

$$q = -2.2872_W$$

VII) $W = 1000_W$

$$q = -2.2871_W$$

VIII) $W = 2000_W$

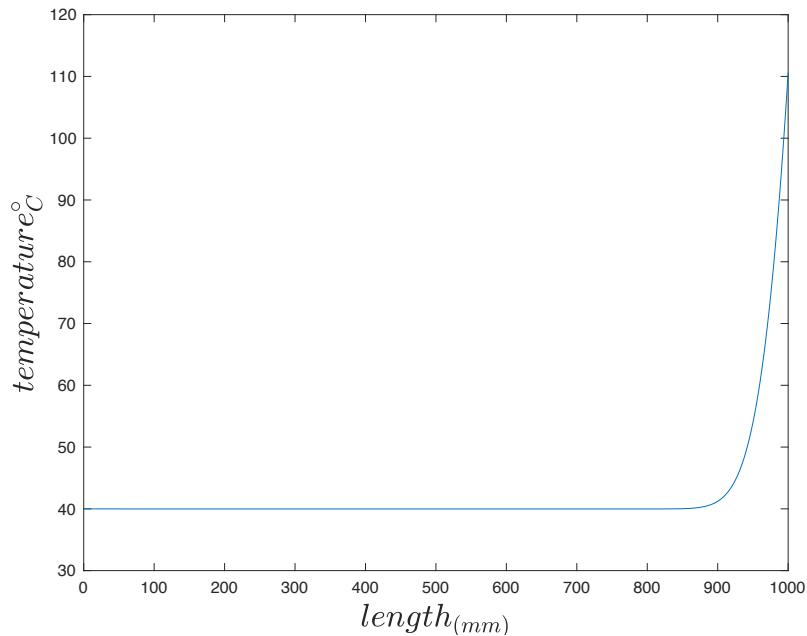
$$q = -2.2871_W$$

IX) $W = 10000_W$

$$q = -2.1561_W$$

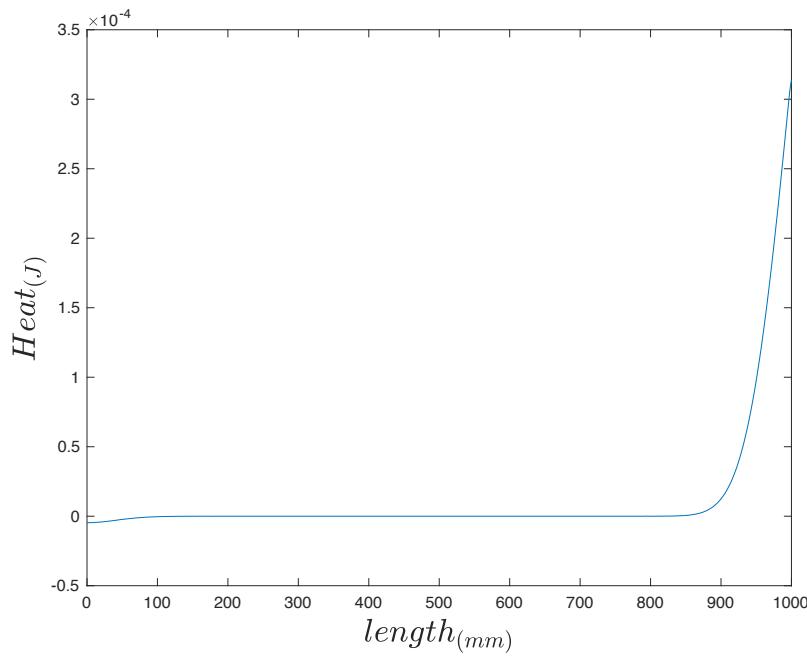
I) Temperature in center line

Figure 13



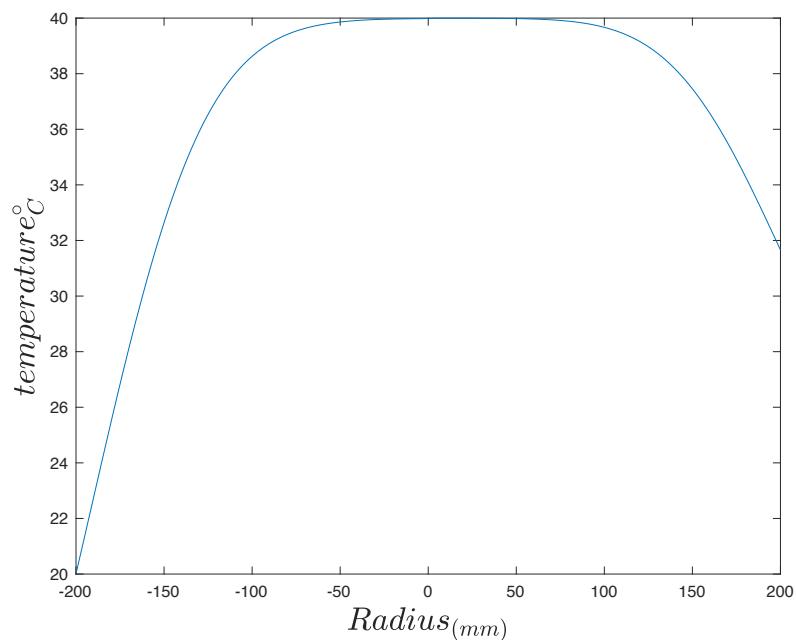
II) Heat flux

Figure 14



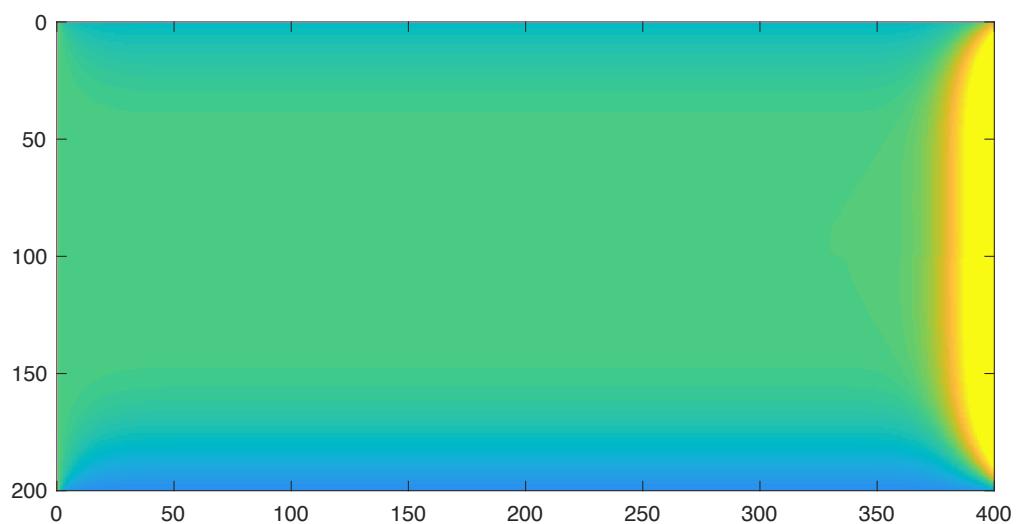
III) Temperature in radius of cylinder (at center in $z = 500$ mm)

Figure 15



توزيع دما برای 100 W

Figure 16



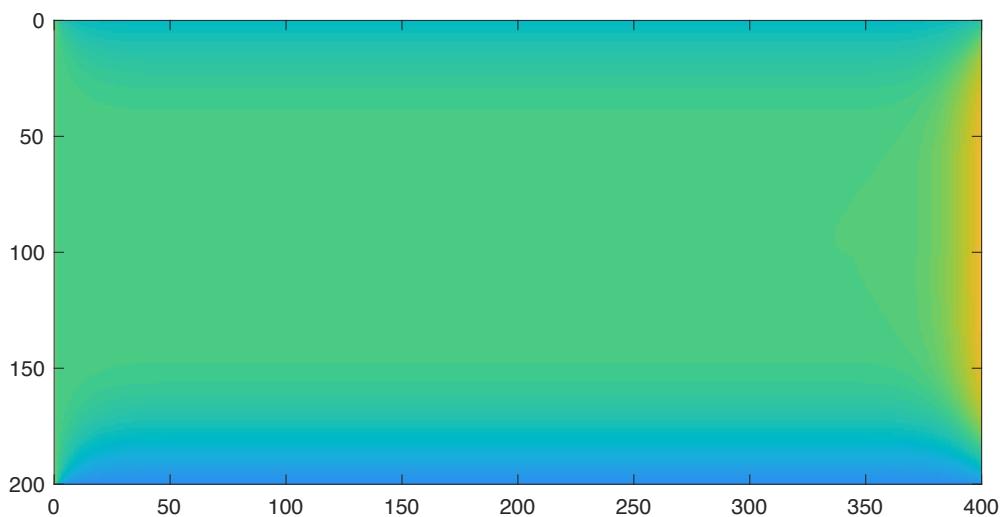
پایین ($z = 200$) جسم با آب و بالای ($z = 0$) جسم با هوا convection دارد.

تغییر شار و اثر آن روی دما و کمترین دما

I) $W = 20_W$

توزيع دما

Figure 17



Minimum temperature = $20.016^\circ C$

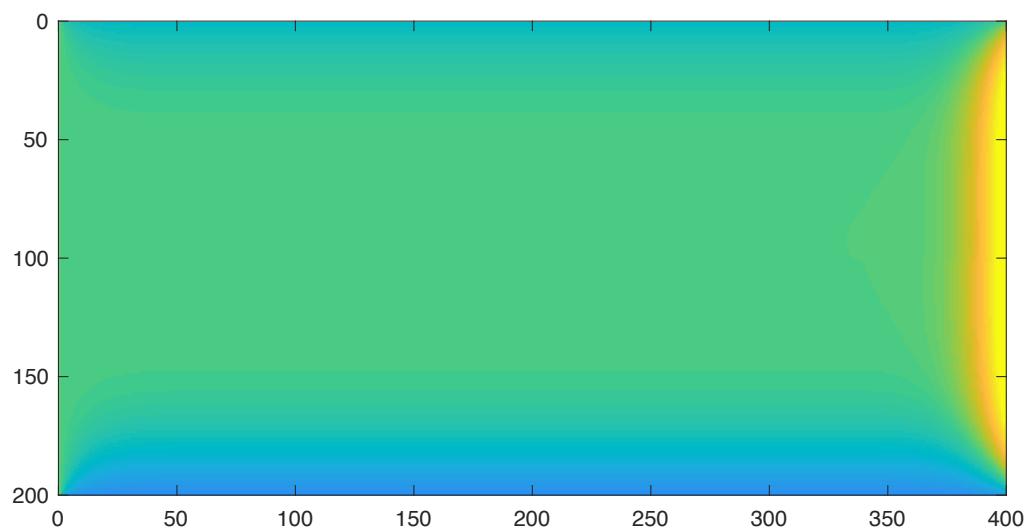
Row 38-362

Column 1

بر اساس شکل بالا ستون از 200 شروع می شود و به 0 می رسد و برای ردیف مانند شکل از 0 شروع می شود و به 400 می رسد و فاصله ها برابر فاصله صورت پروژه هستند.

II) $W = 50_W$

Figure 18



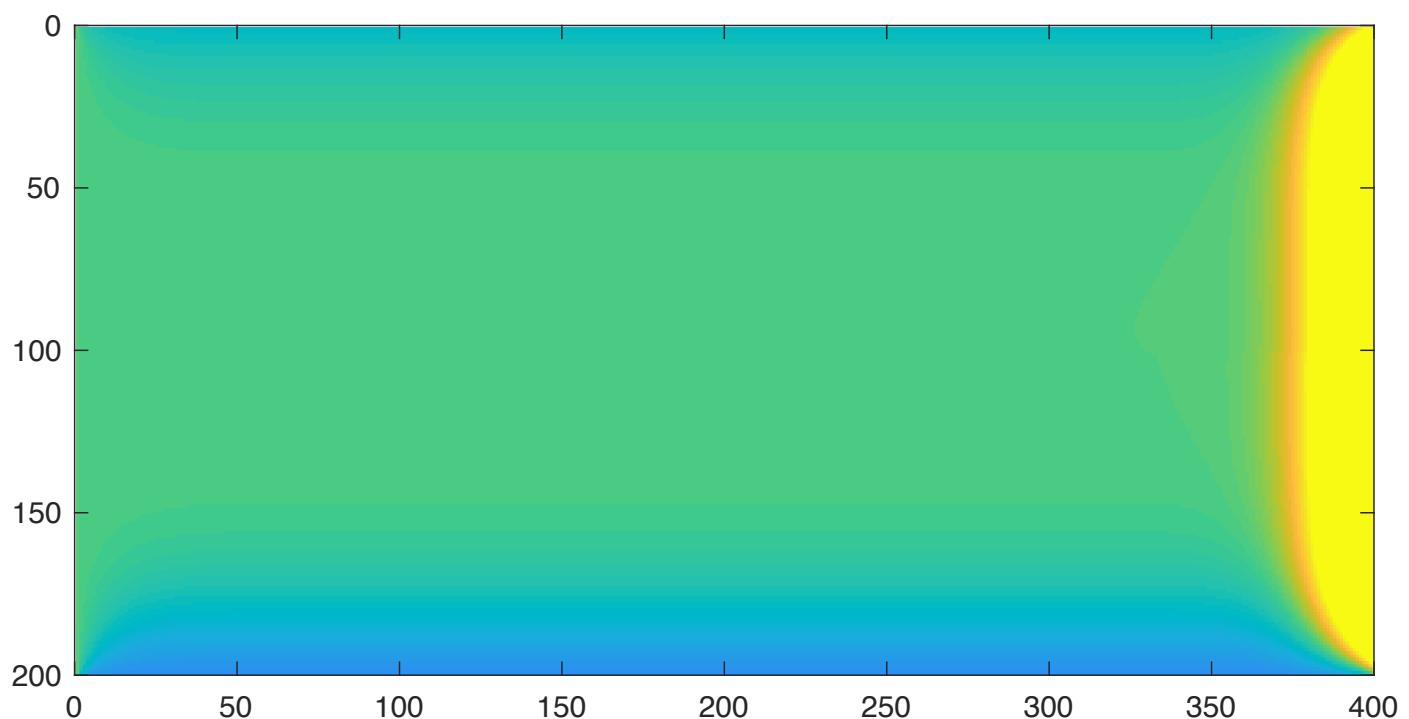
Minimum temperature = $20.016^{\circ}C$

Row 38-356

Column 1

III) $W = 200_W$

Figure 19



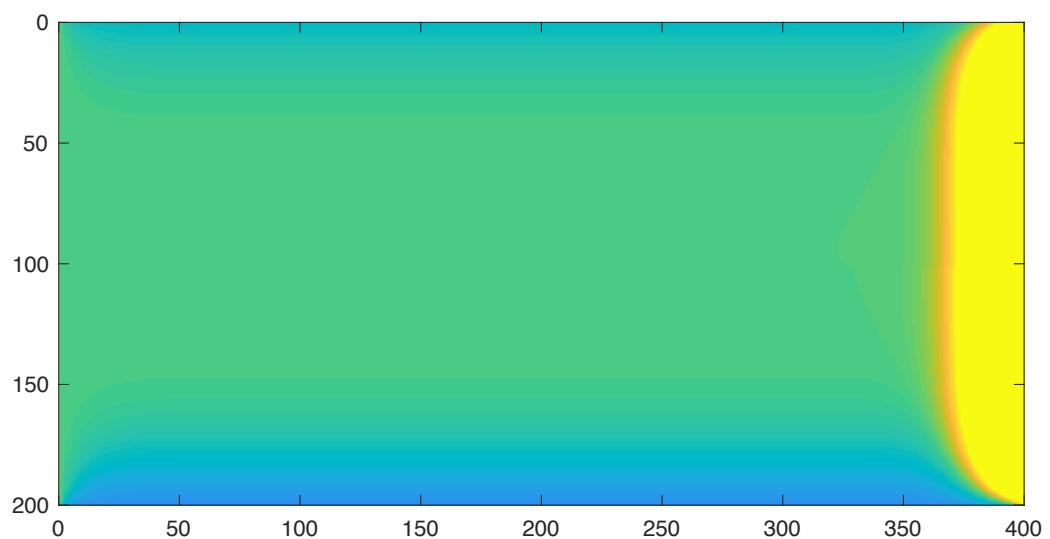
Minimum temperature = $20.016^{\circ}C$

Row 33-348

Column 1

IV) $W = 500_W$

Figure 20



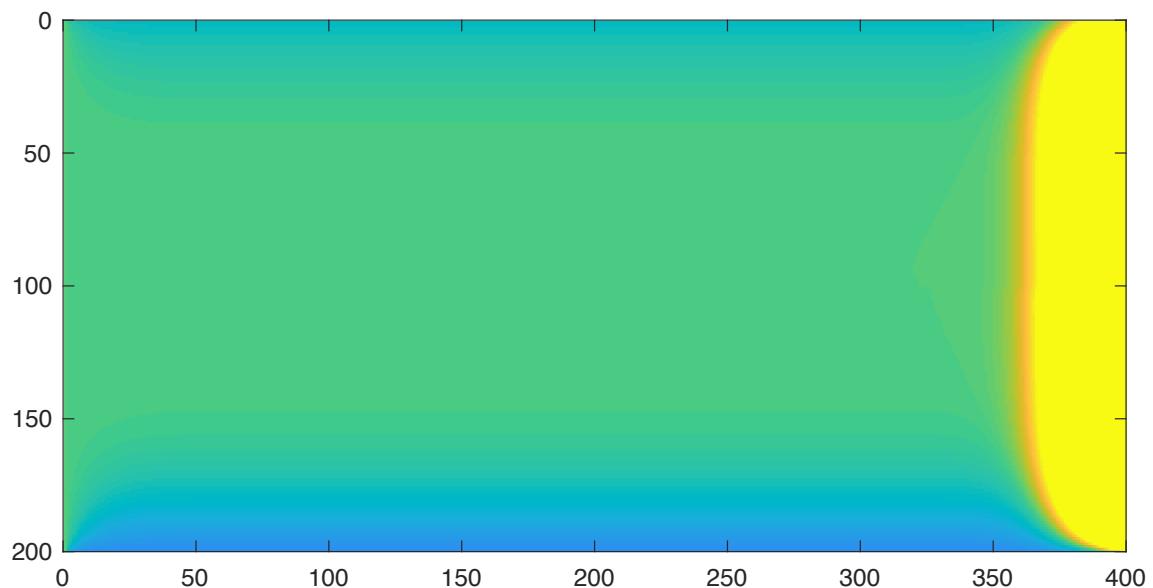
Minimum temperature = $20.016^\circ C$

Row 38-344

Column 1

v) $W = 1000_W$

Figure 21



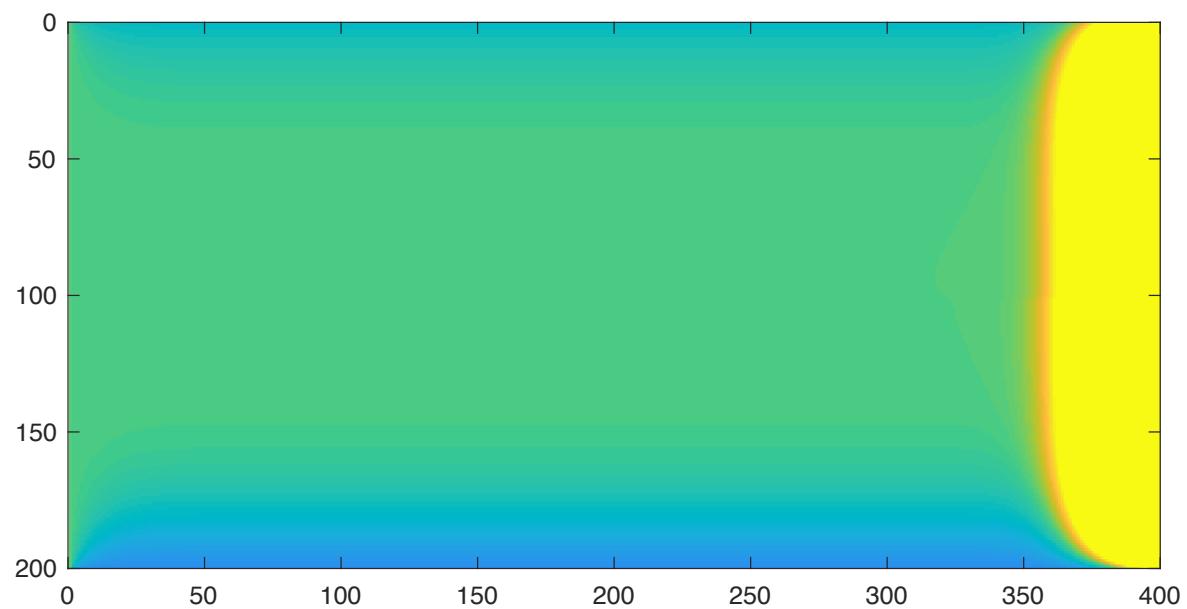
Minimum temperature = $20.016^\circ C$

Row 38-340

Column 1

VI) $W = 2000_W$

Figure 22



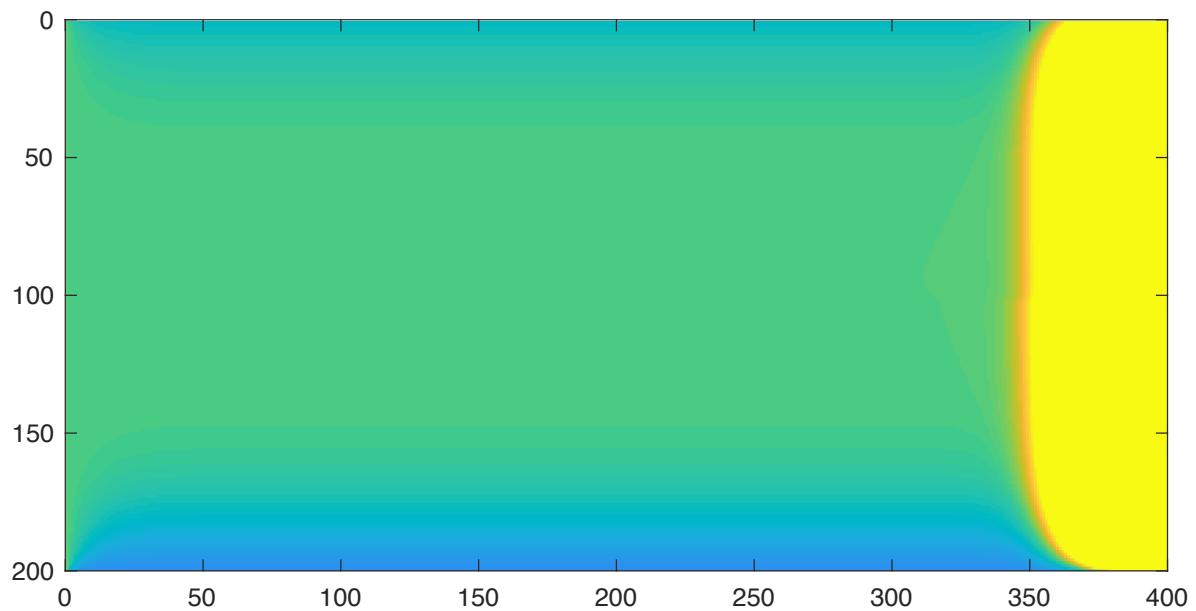
Minimum temperature = $20.016^\circ C$

Row 38-337

Column 1

VII) $W = 10000_W$

Figure 23



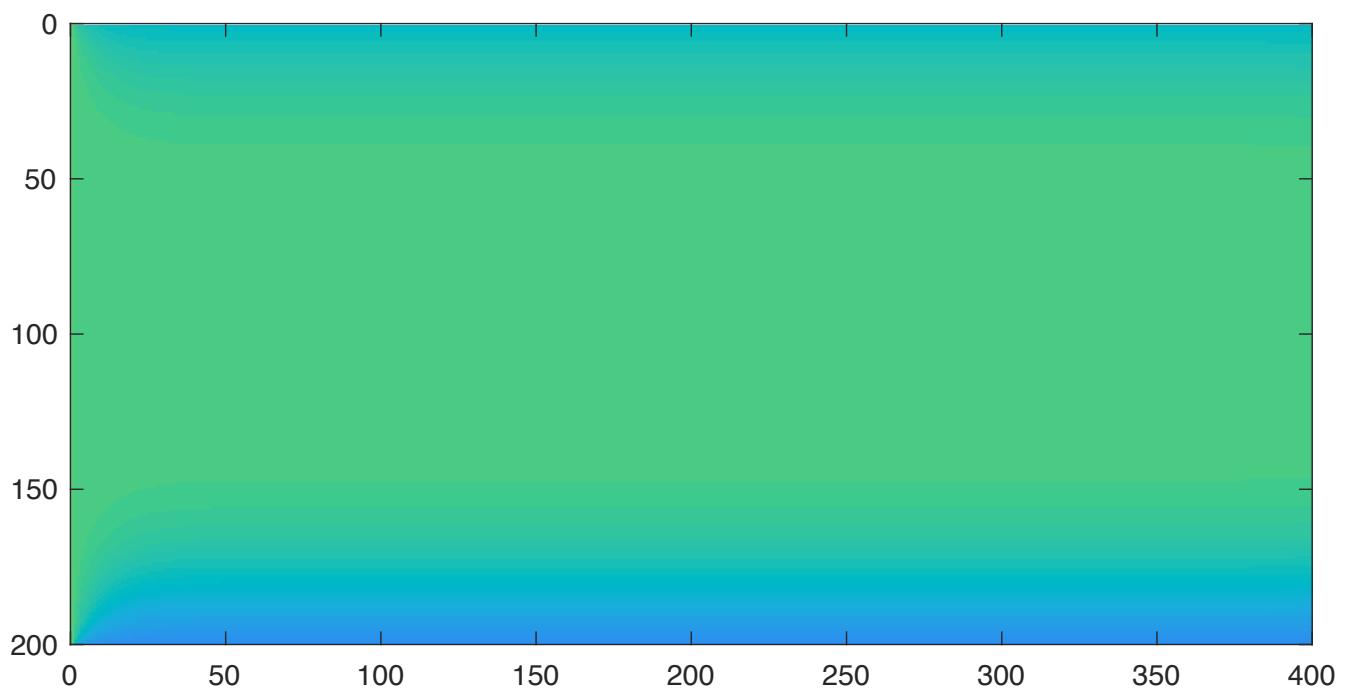
Minimum temperature = $20.016^\circ C$

Row 38-330

Column 1

$$\nabla \cdot \nabla W = 0_W$$

Figure 24



Minimum temperature = 20.016°C

Row 38-401

Column 1

بر اساس داده های بالا کمترین دما در نقاطی که با آب convection دارد و دما حدودا برابر با دمای آب می شود و برای تمامی شار های بالا 2000-20 کمترین دما در مرکز بوده است. اما می توان دریافت بر اساس استقرانه که با افزایش شار وردی این امر تحقق پیدا نمی کند. برای حالت کم شدن شار نیز این امر درست است و اگر خیلی کم شود در حالت قبل نداشتیم اما در اینجا بیشتر هم می شود به این دلیل است که ما در پایین مشاهدات بیشتری می گیریم و نزدیک تر دما ها به آی و همیگر می شوند.

شار عبوری از انتهای استوانه

از همان روابطی که برای گسسته سازی معادلات بدست آوریدم برای شار نیز استفاده می کنیم.

$$q = KA \frac{\partial T}{\partial z} \rightarrow q = \Sigma K A_i \frac{T_i - T_C}{l}$$

شار خروجی را برای چندین حالت بررسی می کنیم.

I) $W = 100_W$

$$q = -3.1499_W$$

II) $W = 0_W$

$$q = -2.2871_W$$

III) $W = 20_W$

$$q = -3.1499_W$$

IV) $W = 50_W$

$$q = -3.1499_W$$

V) $W = 200_W$

$$q = -2.2872_W$$

VI) $W = 500_W$

$$q = -3.1499_W$$

VII) $W = 1000_W$

$$q = -3.1499_W$$

VIII) $W = 2000_W$

$$q = -3.1499_W$$

IX) $W = 10000_W$

$$q = -3.1499_W$$

داده ها در حالت دو دارای پیوستگی بیشتری هستند نسبت به حالت اول ولی حالت دوم وقت بسیار زیادی لازم داشت برای مثال برای حالت یک حدود 3_{min} زمان برای اجرا لازم داشت اما برای حالت دوم حدود 10_{min} زمان لازم داشت.

حالت دوم به شدت دقیق تر و به همان نسبت هم زمان بیشتری لازم داشت اما با بررسی آن می توان دید اختلاف دما از اوردر صدم درجه سانتیگراد هست که با توجه به کاربرد می توان مشخص کرد کدام روش بهتر است.

در اخر انجام قسمت دوم پژوهه با همگروهی بنده بود که انجام نداد و پژوهه به شدت ناقص شد.

منابع

Fundamentals-of-Heat-and-Mass-Transfer-7th-Edition-incropera.pdf

Python

MATLAB

Numpy