



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی هوافضا

پروژه درس الگوریتم‌های مدرن در بهینه‌سازی
مهندسی فضا

عنوان:

تبديل الگوريتم بهينه‌سازی تک هدفه REMARK به
چند هدفه

نگارش:

علی بنی اسد

استاد راهنما:

دکتر هادی نوبهاری

۱۴۰۱ بهمن

اللهُ أَكْبَرُ

چکیده

بسیاری از مسائل دنیای واقعی شامل بهینه‌سازی همزمان چندین هدف با محدودیت‌های مختلف است که حل آنها بدون کمک الگوریتم‌های بهینه‌سازی ابتکاری، اگر غیرممکن نباشد، دشوار است. آنچه بهینه‌سازی چند هدفه را بسیار چالش‌برانگیز می‌کند این است که در صورت وجود اهداف متناقض، راه حل بهینه‌ای برای همه‌ی اهداف نیست و الگوریتم‌های بهینه‌سازی باید قادر به یافتن تعدادی راه حل باشد که بتوان آنها را جایگزین یکدیگر کرد و بین اهداف مصالحه^۱ کرد. با این وجود، چند هدفی یکی از جنبه‌های بهینه‌سازی در دنیای واقعی است. الگوریتم بهینه‌سازی REMARK یک روش جستجوی تصادفی است، که در حل مسائل پیچیده کارآمد و مؤثر است. از مزیت REMARK می‌توان به رویکردهای مبتنی بر ازدحام، عرضه و تقاضا اشاره کرد. این رویکرد باعث ارتباط اعضای جمعیت با یکدیگر می‌شود، که به همگرایی سریعتر و بررسی مکان‌های مستعدتر در فضای جست‌وچو منجر می‌شود. اهمیت دیگر این رویکرد در بهینه‌سازی چندهدفه این است که، هر گروه از جمعیت یک قسمت از مجموعه پارتو^۲ را بررسی می‌کند و این اطمینان را می‌دهد که مجموعه پارتو با تقریب بالایی بررسی می‌شود.

کلیدواژه‌ها: الگوریتم‌های بهینه‌سازی، چندهدفه، جمعیت، عرضه، تقاضا، مجموعه پارتو

¹trade-off

²Pareto set

فهرست مطالب

۱	مقدمه
۲	
۳	۱-۱ تاریخچه
۴	۲-۱ الگوریتم‌های مبتنی بر رفتار انسان
۵	۲ الگوریتم بهینه‌سازی REMARK
۵	۱-۲ مفاهیم و نظریه
۵	۱-۱-۲ تقاضا
۶	۲-۱-۲ عرضه
۷	۳-۱-۲ تنظیم قیمت
۸	۲-۲ چارچوب الگوریتم REMARK
۸	۱-۲-۲ تعاریف
۸	۲-۲-۲ مدل بازار
۹	۳-۲-۲ مدل تقاضا
۱۰	۴-۲-۲ مدل عرضه
۱۰	۵-۲-۲ مدل تنظیم قیمت
۱۱	۶-۲-۲ تعامل بازیگران بازار و اصول کار الگوریتم

۱۳	الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه REAMRK	۳
۱۳	۱-۳ بهینه‌سازی چند هدفه	
۱۵	۲-۳ مفاهیم و نظریه	
۱۵	۱-۲-۳ بهینگی پارتو	
۱۵	۲-۲-۳ بهینه پارتوی ضعیف	
۱۵	۳-۲-۳ نقاط مسلط و نامسلط	
۱۶	۳-۳ چارچوب الگوریتم چند هدفه REMARK	
۱۶	۱-۳-۳ مدل بازار	
۱۶	۲-۳-۳ تعامل بازیگران و اصول کار الگوریتم چند هدفه	
۱۷	۴-۳ پیاده‌سازی	
۱۷	۱-۴-۳ پیاده‌سازی توابع هم جهت	
۲۰	۲-۴-۳ پیاده‌سازی توابع غیر هم جهت	

فهرست شکل‌ها

۱-۲	قضیه اساسی تقاضا [۱۱]	۶
۲-۲	تغییر در برنامه تقاضا	۶
۳-۲	قضیه اساسی تقاضا	۷
۴-۲	تعیین قیمت در بازار	۷
۱-۳	تصویری از نگاشت بین فضای حل و فضای هدف [۱۲]	۱۴
۲-۳	مکان تقاضاکنندگان و بهینه پارتو در بهینه‌سازی چند هدفه هم جهت دو بعدی	۱۸
۳-۳	مکان تقاضاکنندگان و بهینه پارتو در بهینه‌سازی چند هدفه هم جهت سه بعدی	۱۹
۴-۳	مکان تقاضاکنندگان و بهینه پارتو در بهینه‌سازی چند هدفه غیر هم جهت دو بعدی	۲۱
۵-۳	مکان تقاضاکنندگان و بهینه پارتو در بهینه‌سازی چند هدفه غیر هم جهت سه بعدی	۲۲

فهرست جداول

۱۸	پارامترهای بهینه‌سازی چند هدفه هم جهت دو بعدی	۱-۳
۲۰	پارامترهای بهینه‌سازی چند هدفه هم جهت سه بعدی	۲-۳
۲۱	پارامترهای بهینه‌سازی چند هدفه غیر هم جهت دو بعدی	۳-۳
۲۳	پارامترهای بهینه‌سازی چند هدفه غیر هم جهت سه بعدی	۴-۳

فصل ۱

مقدمه

بهینه‌سازی یک فرآیند تصمیم‌گیری است که بیشترین سود از منابع موجود قابل دسترس به دست آید. مثال‌های ساده از بهینه‌سازی شامل تصمیم‌گیری‌های روزمره، مانند نوع حمل و نقل، لباس پوشیدن و خرید مواد غذایی است. برای این وظایف، تصمیم‌گیری می‌تواند بسیار ساده باشد. به عنوان مثال، اکثر مردم ارزان ترین حمل و نقل را انتخاب می‌کنند. اکنون شرایطی را در نظر بگیرید که به دلیل برخی شرایط پیش‌بینی نشده، زمانی تا شروع جلسه باقی نمانده است. از آنجایی که سفر با اولین وسیله، با هدف به حداقل رساندن هزینه در تضاد است، انتخاب حمل و نقل بهینه دیگر مانند گذشته ساده نیست و راه حل نهایی نشان دهنده سازش بین اهداف مختلف خواهد بود. این نوع مسائل که شامل در نظر گرفتن همزمان اهداف چندگانه است معمولاً به عنوان مسائل چند هدفه (Multi-Objective) شناخته می‌شوند.

بسیاری از مشکلات دنیای واقعی به طور طبیعی شامل بهینه‌سازی همزمان چندین هدف در تضاد است. متأسفانه، این مشکلات دارای اهدافی هستند که در مقایسه با کارهای معمولی که در بالا ذکر شد، بسیار پیچیده‌تر هستند و فضای تصمیم‌گیری اهداف معمولاً آنقدر بزرگ است که حل آنها بدون تکنیک‌های بهینه‌سازی پیشرفت و کارآمد دشوار است. این پروژه به بررسی کاربرد یک روش بهینه‌سازی کارآمد، معروف به بهینه‌سازی REMARK، در زمینه بهینه‌سازی چندهدفه می‌پردازد.

برای یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه ساده، احتمال اینکه جواب بهینه‌ای^۱ یافت شود که به طور همزمان، تمامی توابع هدف تعریف شده در مسئله را بهینه‌سازی کند، بسیار کم است. در بسیاری از موارد، توابع هدف تعریف شده در مسئله بهینه‌سازی چند هدفه با یکدیگر در تناقض هستند. در چنین حالتی گفته می‌شود که

¹Optimal Solution

برای یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه، جواب‌های بهینه پارتون^۲ وجود خواهد داشت. از لحاظ تئوری، ممکن است بینهایت جواب بهینه پارتون برای یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه وجود داشته باشد.

۱-۱ تاریخچه

مفهوم برابری^۳ عدم فرومایگی^۴ برای اولین بار توسط ویلفردو پارتون^۵ و فرانسیس وای. اجورث^۶ و در حوزه اقتصاد معرفی شد. از آن زمان تاکنون، مفهوم بهینه‌سازی چند هدفه، جای پای خود را در حوزه طراحی و مهندسی مستحکم کرده است. ترجمه تحقیقات ویلفردو پارتون ب در سال ۱۹۷۱ منجر به پیاده‌سازی روش بهینه‌سازی چند هدفه در حوزه مهندسی و ریاضیات کاربردی شد. در طول سه دهه اخیر، بهکارگیری روش‌های بهینه‌سازی چند هدفه در بسیاری از حوزه‌های مهندسی و طراحی به رشد ثابت خود ادامه داده است.

رویکردهای سنتی برای بهینه‌سازی چند هدفه معمولاً مستلزم تبدیل مسئله اصلی به یک مسئله تک هدفه^۷ است. چنین رویکردهایی دارای محدودیت‌های متعددی هستند، از جمله تولید تنها یک راه حل برای هر اجرای شبیه‌سازی، نیاز مسئله چند هدفه برای اراضی شرایط کوهن تاکر و حساسیت به شکل جبهه پارتون^۸. از سوی دیگر، استفاده از رویکردهای فرالبتکاری^۹ که از پدیده‌های اجتماعی، بیولوژیکی یا فیزیک الهام گرفته شده اند، مانند الگوریتم مبتنی بر رفتار انسان (REMARK)، بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO)، الگوریتم تکاملی (EA)، سیستم ایمنی مصنوعی (AIS)، تکامل دیفرانسیلی (DE)، و تبرید شبیه‌سازی شده (SA) در سال‌های اخیر به عنوان جایگزین‌های انعطاف‌پذیرتر و مؤثرتر برای حل مسائل بهینه‌سازی پیچیده، افزایش یافته است.

بهینه‌سازی چند هدفه یک موضوع تحقیقاتی چالش برانگیز است، نه تنها به این دلیل که شامل بهینه‌سازی همزمان چندین هدف پیچیده در مجموعه بهینه پارتون می‌شود، بلکه باید بسیاری از مواردی که منحصر به مسائل چند هدفه هستند، مانند تخصیص تناسب جواب‌ها [۱، ۲]، حفظ تنوع^{۱۰} [۳]، تعادل بین اکتشاف و

²Pareto Optimal Solutions

³Equivalency

⁴Non-Inferiority

⁵Vilfredo Pareto

⁶Francis Y. Edgeworth

⁷single-objective

⁸Pareto front

⁹Metaheuristic

¹⁰diversity preservation

بهره‌برداری^{۱۱} [۴] و نخبه‌گرایی^{۱۲} [۵] توجه کنند. بسیاری از الگوریتم‌های مختلف CA, PSO, EA, AIS, DE و SA برای بهینه‌سازی چند هدفه از تلاش‌های پیشگام شافر [۶] با هدف پیشرفت در زمینه‌های ذکر شده، پیشنهاد شده‌اند. همه این الگوریتم‌ها در روش‌شناسی و همچنین، در تولید راه حل‌های جدید، متفاوت هستند.

۲-۱ الگوریتم‌های مبتنی بر رفتار انسان

در مقوله‌ی الگوریتم‌های بهینه‌سازی، به تازگی الگوریتم‌های فرآبتكاری مبتنی بر انسان توسعه داده شده‌اند که فعالیت‌های اجتماعی و تعاملات انسانی را مدل می‌کند. قضیه بهینه‌سازی no free lunch همین می‌کند که هیچ تضمینی وجود ندارد که الگوریتم بهینه‌سازی که بتواند مسئله خاصی را حل کند، در بهینه‌سازی‌های دیگر به خوبی عمل کند. این دلیل اصلی برای توسعه الگوریتم‌های بهینه‌سازی جدید است.

الگوریتم‌های فرآبتكاری مبتنی بر رفتار انسان بر اساس مدل‌سازی ریاضی فعالیت‌های مختلف انسانی که فرآیندی مبتنی بر تکامل دارند، معرفی می‌شوند. بهینه‌سازی مبتنی بر یادگیری^{۱۳} (TLBO) معروف‌ترین الگوریتم مبتنی بر رفتار انسان است که بر اساس شبیه‌سازی ارتباط و تعامل بین معلم و دانش‌آموز در کلاس طراحی شده است [۷]. در طراحی بهینه سازی فقیر و غنی^{۱۴} (PRO) [۸]، فعالیت‌های اقتصادی افراد غنی و فقیر در جامعه ایده اصلی بوده است. در طراحی جستجوی ذهنی انسانی^{۱۵} (HMS) [۹] از شبیه‌سازی رفتار انسان در برابر بازارهای حراج آنلاین برای دستیابی به موفقیت استفاده شده است. در طراحی^{۱۶} DPO [۱۰] از تعامل بین پزشکان و بیماران از جمله پیشگیری از بیماری، چک آپ و درمان استفاده شده است.

¹¹exploration and exploitation

¹²elitism

¹³Teaching-Learning-Based Optimization

¹⁴Poor and Rich Optimization

¹⁵Human Mental Search

¹⁶Doctor and Patient Optimization

فصل ۲

الگوریتم بهینه‌سازی REMARK

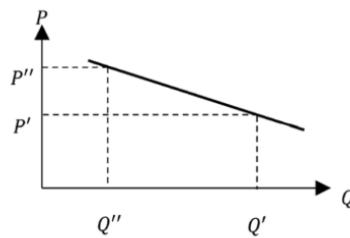
عرضه و تقاضا دو عامل ضروری تحلیل بازار را تشکیل می‌دهند. مفاهیم اساسی این نظریه‌ی اقتصادی در ادامه به اختصار بررسی شده است.

۱-۲ مفاهیم و نظریه

در این بخش به مفاهیم اصلی الگوریتم بهینه‌سازی پرداخته شده است. بخش ۱-۱-۲ به تقاضا، بخش ۲-۱-۲ به عرضه و بخش ۳-۱-۲ به تنظیم قیمت پرداخته است.

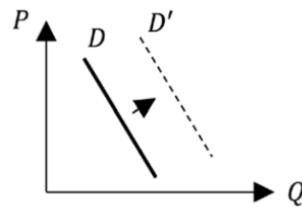
۱-۱-۲ تقاضا

بر اساس نظریه مرسوم اقتصاد، منحنی تقاضا، مکان هندسی مجموعه نقاطی است، که یک فرد برای به دست آوردن کالا یا خدماتی با قیمت‌های مختلف حاضر به پرداخت پول است. این مکان هندسی با فرض آن است که تمامی شرایط ثابت نگه داشته شده است. وقتی قیمت یک کالا کاهش می‌یابد، مردم تقاضای بیشتری را نشان می‌دهند، مشروط بر اینکه همه‌ی شرایط برابر باشد. به طور مشابه، هر چه قیمت بالاتر باشد، مقدار کمتری تقاضا می‌شود. مقدار تقاضا با توجه به منحنی تقاضا نسبت به قیمت حساس است. شکل ۱-۲ نمونه‌ای از منحنی تقاضا را نشان می‌دهد که نشان می‌دهد چگونه تقاضا (Q) با قیمت (P) تغییر می‌کند. شب منحنی بر حساسیت تقاضا نسبت به تغییر قیمت تأثیر می‌گذارد.



شکل ۱-۲: قضیه اساسی تقاضا [۱۱]

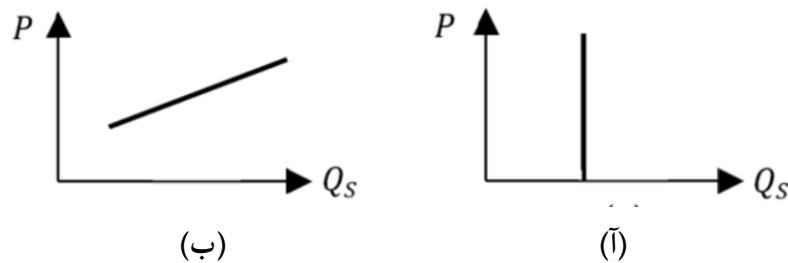
لازم به ذکر است که مقدار تقاضا علاوه بر قیمت به عوامل برون زا بستگی دارد. این عوامل را می‌توان اندازه بازار، انتظار افزایش قیمت و غیره نام برد. عوامل برون زا باعث تغییر در برنامه تقاضا مانند شکل ۲-۲ می‌شود.



شکل ۲-۲: تغییر در برنامه تقاضا

۲-۱-۲ عرضه

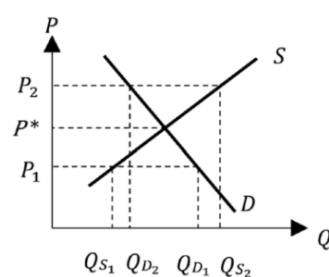
مکان هندسی عرضه، مجموعه‌ای از مقدار فرضی کالایی است که عرضه‌کنندگان در هر قیمت عرضه می‌کنند. هنگام برخورد با املاک و مستغلات، سه مفهوم عمده در عرضه وجود دارد: عرضه کل بلندمدت، عرضه کل کوتاه‌مدت و ساخت‌وساز جدید. شکل ۲-۳-۲ عرضه کل کوتاه‌مدت را نشان می‌دهد. عرضه کل کوتاه‌مدت به کل موجودی یک بازار در یک زمان معین اشاره می‌کند. سهام املاک و مستغلات بهدلیل زمان مورد نیاز برای ساخت املاک جدید، در کوتاه‌مدت ثابت است، که به آن تاخیر ساخت‌وساز می‌گویند. شکل ۳-۲ ب عرضه کل بلندمدت را نشان می‌دهد که به رابطه‌ی بین مقادیر عرضه شده و قیمت‌های بلندمدت اشاره دارد. با این وجود، هنگام تجزیه و تحلیل بازارهای املاک و مستغلات، مهمترین مفهوم در عرضه، ساخت‌وساز جدید است. به دلیل اینکه عمر دارایی مستغلات طولانی است، برنامه ساخت و ساز جدید از قانون اساسی عرضه پیروی می‌کند. قانون اساسی عرضه می‌گوید که، هر چه قیمت ملک بالاتر باشد، نرخ ساخت و ساز بالاتر است.



شكل ٢-٣: قضيه اساسی تقاضا

٣-١-٢ تنظیم قیمت

قیمت بازار از طریق عرضه‌کنندگان (فروشنده‌گان) و تقاضاکنندگان (خریداران) در بازار مشخص می‌شود. مطابق شکل ۵، فرض کنید که قیمت زیر نقطه تعادل در P_1 است. در این سطح، مقدار تقاضای Q_{D_1} ، بیشتر از مقدار عرضه شده Q_{S_1} است. این امر باعث افزایش قیمت می‌شود به طوری که تعدادی از خریداران از بازار خارج می‌شوند و تعدادی فروشنده جدید وارد بازار می‌شوند. هنگامی که قیمت به نقطه تعادل P^* رسید که در آن $Q_D = Q_S$ ، خریداران انگیزه‌ای برای افزایش قیمت خواهند داشت. هنگامی که قیمت بالاتر از نقطه تعادل در P_2 باشد، مقدار Q_{D_2} تقاضا شده، کوچکتر از مقدار عرضه شده Q_{S_2} است و فروشنده‌گان برای جذب خریداران انگیزه برای کاهش قیمت خواهند داشت. قیمت تا رسیدن به نقطه تعادل کاهش می‌یابد که در آن $Q_D = Q_S$ و فروشنده‌گان انگیزه‌ای برای کاهش بیشتر قیمت خواهند داشت.



شکل ۴-۲: تعیین قیمت در بازار

۲-۲ چارچوب الگوریتم REMARK

۱-۲-۲ تعاریف

همانطور که در بخش ذکر شد. ۱.۲، تنوع تقاضا و عرضه به عوامل قیمتی (دروزنزا) و غیر قیمتی (برونزا) بستگی دارد. برای تحلیلگران املاک و مستغلات، اهمیت عوامل برونزا برابر یا حتی بیشتر از عوامل درونزا است. یکی از عوامل برونزا اصلی در بازار املاک، اندازه بازار بر تقاضای ملک تأثیر می‌گذارد. برای مثال، تعداد خانوارها یک عامل برونزا مرتبط در مورد مسکن است. در حالی که در مورد فضای اداری، استخدام اداری مهم‌ترین عامل است. دو نوع عامل برای بازار املاک و مستغلات را در نظر گرفته شده است:

- متقاضیان

همیشه به دنبال دارایی با بهترین ارزش هستند که می‌توانند برای جابجایی و اقامت در آن انتخاب کنند. مکان مطلوب از نظر یک متقاضی کمترین تغییر قیمت را نسبت به همسایگان خود دارد. متقاضیان می‌توانند با یکدیگر دوست شوند و در مورد بهترین قیمت تجربه شده خود با توجه به ارزش آن تبادل اطلاعات کنند. نکته دیگر اینکه هر متقاضی دارای قدرت خرید تصادفی است و ممکن است به دلیل قیمت بالای ملک مورد نظر نسبت به قدرت خرید خود از عهده قیمت آن بر نیاید.

- عرضه‌کنندگان

همیشه به دنبال مناطق گران قیمت برای ساخت املاک جدید با هدف کسب سود بیشتر هستند. با این حال، فعالیت‌های ساخت‌وساز زمان بر است و نمی‌تواند فوری باشد.

با وجود اینکه هدف متقاضیان و عرضه‌کنندگان در نگاه اول متفاوت به نظر می‌رسد، اما رفتار آنها در بازار مرتبط است. تعامل آنها و تأثیر آن بر قیمت، ایده‌ای برای یافتن راه حل بهینه در یک مسئله بهینه‌سازی را نشان می‌دهد.

۲-۲-۲ مدل بازار

بازار معادل فضای جستجوی n بعدی است که، هر نقطه در فضای جستجو مربوط به مکان یک ملک است. هر ملک یک راه حل است و مختصات آن متغیرهای بهینه‌سازی است. علاوه بر موقعیت مکانی، هر ملک

دارای ارزش، تغییر قیمت، مقدار تقاضا و مقدار عرضه است. ارزش یک ملک معادل مقدار تابع هدف^۱ در آن مکان است. تغییر قیمت به عنوان تفاوت بین مقدار تقاضا و عرضه در بخش‌های ۵-۲-۲ تعریف شده است. یک منطقه در بازار به عنوان یک توزیع گاووسی با میانگین و انحراف معیار مشخص تعریف شده است. فرض بر این است که ظرفیت یک ناحیه بینهایت است زیرا الگوریتم برای بهینه‌سازی در اعداد حقیقی ساخته شده است.

۳-۲-۲ مدل تقاضا

در بخش ۱-۱-۲ تقاضا تعریف شد. در مورد املاک و مستغلات، تقاضا می‌تواند به تراکم تقاضاکنندگان در اطراف یک مکان مرتبط باشد. به این معنی که وقتی تراکم املاک اشغال شده در یک مکان زیاد باشد، تقاضا برای املاک در آن مکان زیاد است و بالعکس. از آنجایی که املاک در تصرف متقارضیان است، تقاضا در ارتباط مستقیم با مکان تقاضاکنندگان است. سهم هر تقاضاکننده از کل تقاضاهای ملک را می‌توان به فاصله اقلیدسی او از آن ملک مرتبط کرد. به عنوان مثال، سهم تقاضاکننده i در کل تقاضا برای ملک x ، که با $q_{D_{ix}}$ نشان داده شده است، می‌تواند به صورت بیان شود.

$$q_{D_{ix}} = \alpha - d_{D_{ix}} \quad (1-2)$$

در رابطه بالا α بیانگر طول مشخصه‌ای است که می‌تواند به عنوان حد اکثر فاصله ممکن بین دو ملک در فضای جستجو تعریف شود. در اینجا، α جذر ابعاد مسئله یا جذر تعداد متغیرهای طراحی است، مشروط بر اینکه همه ابعاد فضای جستجو در محدوده $[0, 1]$ نرمال شوند. بنابراین، کل تقاضا برای ملک x به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$Q_{D_x} = \frac{1}{\alpha n_D} \sum_{i=1}^{n_D} q_{D_{ix}} \quad (2-2)$$

معادله (۲-۲) یک مقدار نرمال شده برای Q_{D_x} در محدوده $[0, 1]$ با پارامتر α می‌دهد. چنین تعریفی برای حذف وابستگی به ابعاد پارامترهای الگوریتم پیشنهاد شده است.

^۱Objective Function

۴-۲-۲ مدل عرضه

مشابه تقاضا، کل عرضه برای ملک x به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$Q_{S_x} = \frac{1}{\alpha n_S} \sum_{i=1}^{n_S} q_{S_{ix}} \quad (3-2)$$

که در آن n_S تعداد عرضه‌کنندگان است. مانند توضیح ارائه شده در بخش مقاضیان، مقدار عرضه شده توسط هر عرضه‌کننده، با فاصله آنها نسبت به ملک‌های مختلف مرتبط است. به عبارت دیگر وقتی عرضه‌کننده i مقدار $q_{S_{ix}}$ را در ناحیه اطراف x عرضه می‌کند، می‌توان فرض کرد که این عرضه‌کننده در فاصله d_s قرار دارد. مقدار $q_{S_{ix}}$ بر اساس رابطه زیر به روزرسانی می‌شود.

$$q_{S_{ix}} = \alpha - d_{S_{ix}} \quad (4-2)$$

۵-۲-۲ مدل تنظیم قیمت

رابطه بین قیمت و تقاضا برای یک ملک را تابعی از کل دارایی‌های عرضه شده است. قیمت بازار را می‌توان به صورت $Pr(Q_{D_x}, Q_{S_x})$ بیان کرد، که در آن Pr یک تابع کاهشی از Q_S ، و یک تابع افزایشی از Q_D است، قانون تنظیم قیمت یک دارایی را می‌توان به عنوان یک کنترل کننده تناوبی^۲ در نظر گرفت که توسط معادله ۵-۲ توضیح داده شده است.

$$Pr_x^{new} = K_p (Q_{D_x} - Q_{S_x}) + Pr_x \quad (5-2)$$

از آنجایی که در الگوریتم، تنها تغییر قیمت اهمیت دارد و اینکه مقاضیان تمایل دارند به سمت منطقه‌ای با تغییر قیمت صفر حرکت کنند، تنها قسمت تغییر قیمت حفظ شده است و بقیه نادیده گرفته شده است. از آنجایی که واحد قیمت در اینجا اهمیتی ندارد، پارامتر K_p ، واحد در نظر گرفته شده است. از این رو، معادله نهایی برای تغییر قیمت به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\rho = Q_{D_x} - Q_{S_x} \quad (6-2)$$

²Proportional Controller

۶-۲-۲ تعامل بازیگران بازار و اصول کار الگوریتم

این الگوریتم به روش زیر عمل می‌کند: در ابتدا، مقاضیان به طور تصادفی در بازار پخش می‌شوند و برخی از املاک را اشغال می‌کنند. عرضه‌کنندگان نیز به صورت تصادفی توزیع می‌شوند. پس از آن، مقاضاکنندگان به طور تصادفی به چند گروه دوست با ظرفیت مشخص تقسیم می‌شوند. در هر تکرار، مقاضیان اطلاعات خود را شامل دارایی فعلی و بهترین تجربه را با دوستان خود به اشتراک می‌گذارند. سپس، اعضای گروه بهترین مکان پیشنهادی را برای مهاجرت انتخاب می‌کنند. با این حال، در اینجا موضوع قدرت خرید مطرح می‌شود. مقاضی می‌تواند با توجه به قدرت خرید خود به آن منطقه مهاجرت کند و ملکی را در فاصله‌ای از ملک پیشنهادی تصرف کند. توزیع قیمت در یک منطقه به صورت گاوی با میانگین موقعیت مکانی توصیه شده مدل‌سازی شده است. هر مقاضی در یک گروه، بر اساس روش اشاره شده، مکانی را در اطراف بهترین ملک پیشنهادی انتخاب و اشغال می‌کند.

فرض کنید که مقاضاکننده i دارای قدرت خرید β_i است و تصمیم می‌گیرد به ملک x برود. فرض شده است قیمت در اطراف موقعیت پیشنهادی به صورت توزیع نرمال با انحراف می‌عیار واحد است. بر اساس فرض گفته شده $\overline{d_{D_{ix}}}$ برابر با فاصله‌ای از موقعیت پیشنهادی است که مقاضاکننده i می‌تواند آن را بخرد.

$$\beta_i(x) = \exp\left(-\frac{\overline{d_{D_{ix}}}^2}{2}\right) \quad (7-2)$$

$$\overline{d_{D_{ix}}} = \sqrt{-2 \ln \beta_i(x)} \quad (8-2)$$

در نهایت، مقاضاکنندگان با استفاده ازتابع توزیع احتمال گاوی به آن ناحیه مهاجرت می‌کنند که انحراف معیار آن به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$d_{D_{ix}}^{new} = K_{\sigma_D} \|\rho_x\| \overline{d_{D_{ix}}} \quad (9-2)$$

که در آن K_{σ_D} ، پارامتری از الگوریتم بهینه‌سازی است. وجود پارامتر α در مخرج معادلات (۲-۲) و (۳-۲) وابستگی پارامتر K_{σ_D} به ابعاد مسئله را کاهش می‌دهد.

فرض کنید عرضه‌کننده i ، واحد از ملک x را می‌سازد. هزینه عرضه‌کننده $C_{ix}(q_{S_{ix}})$ است. دلیل تاخیر در ساخت و ساز، تمامی عرضه‌کنندگان به طور همزمان در اقدام عرضه شرکت نمی‌کنند. دوره ساخت بر

حسب تعداد خاص تکرار در نظر گرفته می‌شود. همچنین به دلیل تاخیر در ساخت‌وساز، تمامی عرضه‌کنندگان به طور همزمان در عرضه شرکت نمی‌کنند. زمان ساخت بر حسب تعدادی تکرار در نظر گرفته شده است. هنگامی که دوره ساخت و ساز سپری شد، K_{n_s} بخش از تمام املاک جدید در منطقه عرضه می‌شود که دارای ملک با حداقل تغییر قیمت است. در الگوریتم، معادل به روزرسانی مکان‌های عرضه‌کنندگان در بازار است. سود عرضه‌کننده π برابر است با درآمد منهای هزینه:

$$\pi_{ix} = q_{S_{ix}} \Pr(Q_{S_x} - Q_{D_x}) - C_{ix}(q_{S_{ix}}) \quad (10-2)$$

مقدار بهینه مکان برای ساخت عرضه‌کننده با استفاده از تعادل نش به صورت زیر بدست می‌آید.

$$q_{S_{ix}}^* = \frac{1 - \bar{V}}{1 + K_{n_s} n_s} \quad (11-2)$$

در رابطه بالا \bar{V} برابر با مقدار نرمال شده ارزش ملک بر اساس بیشترین تغییر قیمت است.

برای اضافه کردن فرایند تصادفی، ناحیه ای برای جابجایی عرضه‌کننده با استفاده از تابع توزیع احتمال گاوی انتخاب می‌شود، مکان با حداقل تغییر قیمت به عنوان میانگین و انحراف معیار به صورت معادله (12-2) بدر نظر گرفته شده است. ضریب K_{σ_S} پارامتری از الگوریتم بهینه‌سازی است.

$$d_{s_{ix}}^{new} = K_{\sigma_S} q_{S_{ix}}^* \quad (12-2)$$

بنابراین، یک تعامل بین مقاضیان و عرضه‌کنندگان بر اساس تغییرات قیمت و ارزش ملک طراحی شده است. هر دو مورد در تصمیم‌گیری هر دو عامل در نظر گرفته شده است، اما به روشه که توانایی‌های اکتشاف، بهره‌برداری و همگرایی الگوریتم به نقطه بهینه فراهم شود.

فصل ۳

الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه REAMRK

این فصل ابتدا به مفاهیم و تعاریف بهینه‌سازی چند هدفه و سپس به به تبدیل الگوریتم بهینه‌سازی تک هدفه به چند هدفه پرداخته است. REMARK

۱-۳ بهینه‌سازی چند هدفه

بهینه‌سازی چند هدفه، حوزه‌ای از تصمیم‌گیری چند معیاری محسوب می‌شود. بهینه‌سازی چند هدفه با مسائل بهینه‌سازی ریاضیاتی سروکار دارد که در آن‌ها نیاز است بیش از یک تابع هدف، به طور همزمان، بهینه‌سازی شوند. بهینه‌سازی چند هدفه با نام‌های دیگری نظیر برنامه‌ریزی چند هدفه^۱، بهینه‌سازی برداری^۲، بهینه‌سازی چند معیاری^۳، بهینه‌سازی چند مشخصه‌ای^۴ یا بهینه‌سازی پارتی^۵ نیز شناخته می‌شود.

روش‌های بهینه‌سازی چند هدفه در بسیاری از شاخه‌های علوم و مهندسی به کار گرفته شده‌اند و زمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند که برای رسیدن به تصمیمات بهینه در سیستم، نیاز است میان دو یا چند هدف متناقض موازن^۶ برقرار شود. بدون شک در بسیاری از کاربردهای مهندسی، طراحان فرایند و سیستم‌های مهندسی بر اساس اهداف متناقض، تصمیم‌گیری می‌کنند. به عنوان نمونه، در فرایند طراحی هواپیما، علاوه

¹Multi-Objective Programming

²Vector Optimization

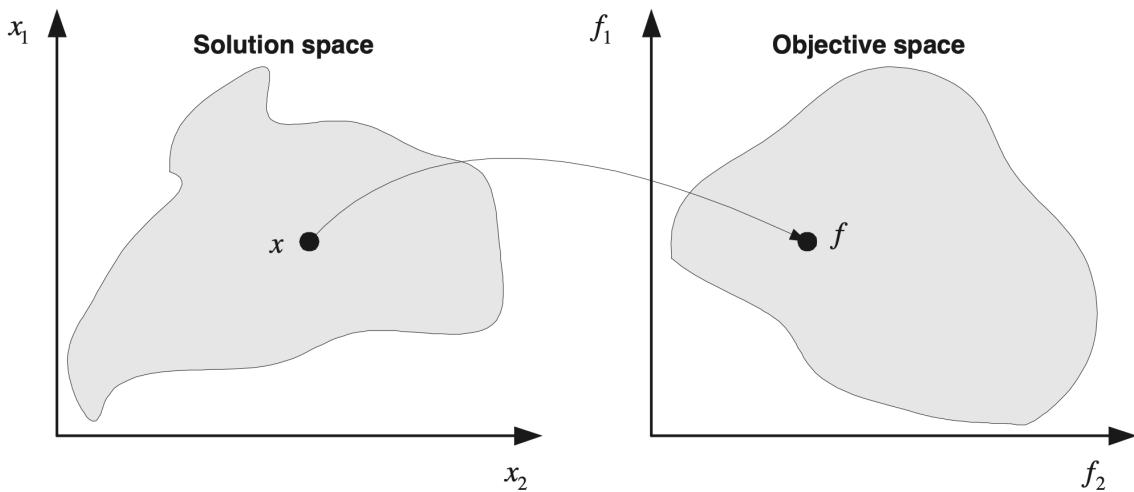
³Multi-Criteria Optimization

⁴Multi-Attribute Optimization

⁵Pareto Optimization

⁶Trade-off

براینکه هدف مهندسان طراحی خودرویی است که عملکرد^۷ حداکثری داشته باشد، به طور همزمان، به دنبال طراحی هواپیمایی هستند که کمترین میزان آلایندگی و مصرف سوخت را داشته باشد. شکل ۱-۳ در فضای دو بعدی دو تابع هدف را نشان داده است.



شکل ۱-۳: تصویری از نگاشت بین فضای حل و فضای هدف [۱۲]

در این مورد و موارد مشابه، از آنجایی که بیش از یک تابع هدف باید مورد بررسی قرار بگیرد، نیاز است تا به کارگیری روش‌های بهینه‌سازی چند هدفه مورد بررسی قرار بگیرد. مهم‌ترین ویژگی در چنین روش‌هایی این است که با بهکارگیری مدل‌های بهینه‌سازی چند هدفه، بیش از یک جواب کاندید (یک جواب ممکن برای مسئله مورد نظر) در اختیار طراحان و مهندسان سیستم قرار گرفته می‌شود؛ هر یک از این جواب‌ها، موازنۀ میان توابع هدف مختلف را نمایش خواهند داد.

مفهومی به نام جواب نامسلط^۸ در سیستم‌های حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه وجود دارد. در صورتی به یک جواب کاندید برای مسئله بهینه‌سازی چند هدفه، جواب نامسلط گفته می‌شود که بهبود مقادیر تولید شده توسط یک یا چند تابع هدف از این مسئله (از طریق قرار دادن جواب کاندید در توابع هدف و تولید مقادیر خروجی)، سبب کاهش کیفیت مقادیر تولید شده توسط دیگر توابع هدف همان مسئله شود. به چنین جواب‌هایی، بهینه پارتوق^۹ گفته می‌شود. بدون در اختیار داشتن اطلاعات اضافی، تمامی جواب‌های بهینه پارتوق به یک اندازه خوب هستند و با یکدیگر برابر در نظر گرفته می‌شوند.

⁷Performance

⁸Non-Dominated

⁹Pareto Optimal

۲-۳ مفاهیم و نظریه

۱-۲-۳ بهینگی پارتو

به مفهوم تعریف جواب‌های یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه، بهینگی پارتو^{۱۰} گفته می‌شود. در صورتی به نقطه x^* در فضای طراحی مسئله (S) بهینه پارتو گفته می‌شود که در مجموعه S نقطه دیگری وجود نداشته باشد که باعث کمینه‌سازی حداقل یکی از توابع هدف موجود در مسئله بهینه سازی چند هدفه و به طور همزمان، افزایش مقدار یک تابع هدف دیگر شود.

$$f_i(x) \leq f_i(x^*) \quad \forall i \quad (1-3)$$

۲-۲-۳ بهینه پارتوی ضعیف

در نقاط بهینه پارتوی ضعیف^{۱۱}، این امکان وجود دارد که با بهینه‌سازی برشی از توابع هدف مسئله، کیفیت جواب‌های تولید شده توسط دیگر توابع هدف کاهش پیدا نکند. به نقطه x^* در فضای طراحی مسئله (S) بهینه پارتوی ضعیف گفته می‌شود که نقطه دیگری مانند $x \in S$ وجود نداشته باشد، به طوری که:

$$f_i(x) < f_i(x^*) \quad \forall i \quad (2-3)$$

۳-۲-۳ نقاط مسلط و نامسلط

بردار متشکل از توابع هدف $f^* = f(x^*) \in Z$ نامسلط^{۱۲} شناخته می‌شود، اگر و تنها اگر، بردار دیگری نظیر $f \in Z$ وجود نداشته باشد، به طوری که:

$$f_i \leq f_i^* \quad \forall i \text{ and } f_i < f_i^* \text{ for at least one } i \quad (3-3)$$

در غیر این صورت، بردار f^* مسلط^{۱۳} شناخته می‌شود. به طور کلی، بهینگی پارتو به هر همه فضاهای مسئله اشاره دارد.

¹⁰Pareto Optimality

¹¹Weak Pareto Optimality

¹²Non-Dominated

¹³Dominated

۳-۳ چارچوب الگوریتم چند هدفه REMARK

به منظور اجرای فرآیند بهینه‌سازی چند هدفه توسط REMARK، دو ایده در این بخش ادغام شده است. این دو ایده تا حد بسیار زیادی مشابه بهینه‌سازی چند هدفه در الگوریتم PSO است. در ایده اول، هدف ذخیره پاسخ‌های بهینه پارتو نقطه غالب است. ایده دوم نیز استراتژی اشتراک گذاشتن بهترین تجربه هر متضاضی با دوستان خود است. مدل عرضه و تقاضا در تک هدفه و چند هدفه یکسان است، در بخش‌های ۱-۳-۳ و ۲-۳-۳ به تغییرات الگوریتم جهت بهینه‌سازی چند هدفه اشاره شده است.

۱-۳-۳ مدل بازار

مدل بازار در بخش ۲-۲-۲ به طور کامل بررسی شد. مدل بازار در بهینه‌سازی چند هدفه بسیار شبیه به تک هدفه است. در چند هدفه برای بازار مستغلات یه مفهوم دیگر به نام محله مستغلات در نظر گرفته شده است. در این مفهوم به طور معمول عرضه‌کننده و تقاضا کننده به ندرت از محله خود خارج می‌شوند اما به جهت جست‌وجو بهتر الگوریتم این امکان به صورت تصادفی گذاشته شده است.

۲-۳-۳ تعامل بازیگران و اصول کار الگوریتم چند هدفه

در بخش ۶-۲-۲ به طور کامل به تعامل بین افراد پرداخته است و در این بخش از تکرار جزئیات آن خودداری شده است و صرفاً کلیت موضوع و تفاوت‌ها بررسی شده است. تقاضاکنندگان برای مهاجرت به صورت تصادفی دوست پیدا می‌کنند و از تجربیات آن‌ها استفاده می‌کنند. در چند حالت فرض شده است هر تقاضاکننده سعی دارد در محله قبلی خود بماند. فرایند انتخاب کردن محله به صورت است که متضاضی با دوستان خود ارتباط برقرار می‌کند و بعد از آنکه داده‌های دوست‌های خود را گرفت پارتو بهینه آن را بدست می‌آورد. لیست بدست آمده کاندیدهای جدید برای مهاجرت هستند. در این لیست هیچ یک از کاندیدها بر کاندید دیگری مسلط نیست. برای انتخاب ملک جدید جهت مهاجرت متضاضی سعی دارد در محله خود بماند پس هر چه فاصله کاندیدهای از او کمتر باشد مناسب‌تر است. در نهایت متضاضی برای مهاجرت از یک پدیده تصافی جهت انتخاب ملک جدید استفاده می‌کند، به این صورت که، هر چه ملک جدید نزدیک‌تر باشد، شанс انتخاب آن نیز بیشتر است. این امر باعث می‌شود هر متضاضی در یک محله جست‌وجو کند (استخراج به خوبی انجام شود) و یک ناحیه از پارتو را بررسی کند از طرفی به دلیل اینکه، از فرایند تصادفی

جهت مهاجرت استفاده می‌کند و انتخاب دوست نیز تصادفی است و تابعی از فاصله نیست، سبب می‌شود که جستجو زیاد شود و احتمال پیدا کردن جواب بهتر را بالا رود.

برای عرضه‌کننده هم روش بالا که برای تقاضاکننده بیان شد استفاده شده است. به این صورت که عرضه‌کننده سعی دارد در یک محله عرضه کند و برای ساخت و ساز نیز به صورت تصادفی اشاره شده عمل می‌کند.

روش اشاره شده سعی دارد که تعدادی متقاضی و عرضه‌کننده را در یک ناحیه پارتو نگهدارد، که از تعامل این دو نوع بازیگر جستجو و استخراج برای آن ناحیه از پارتو انجام شود و در نهایت با استفاده از کل بازیگران، مجموعه‌ی کامل‌تر و بهینه‌تری از پارتو بهینه بدست آورد.

۴-۳ پیاده‌سازی

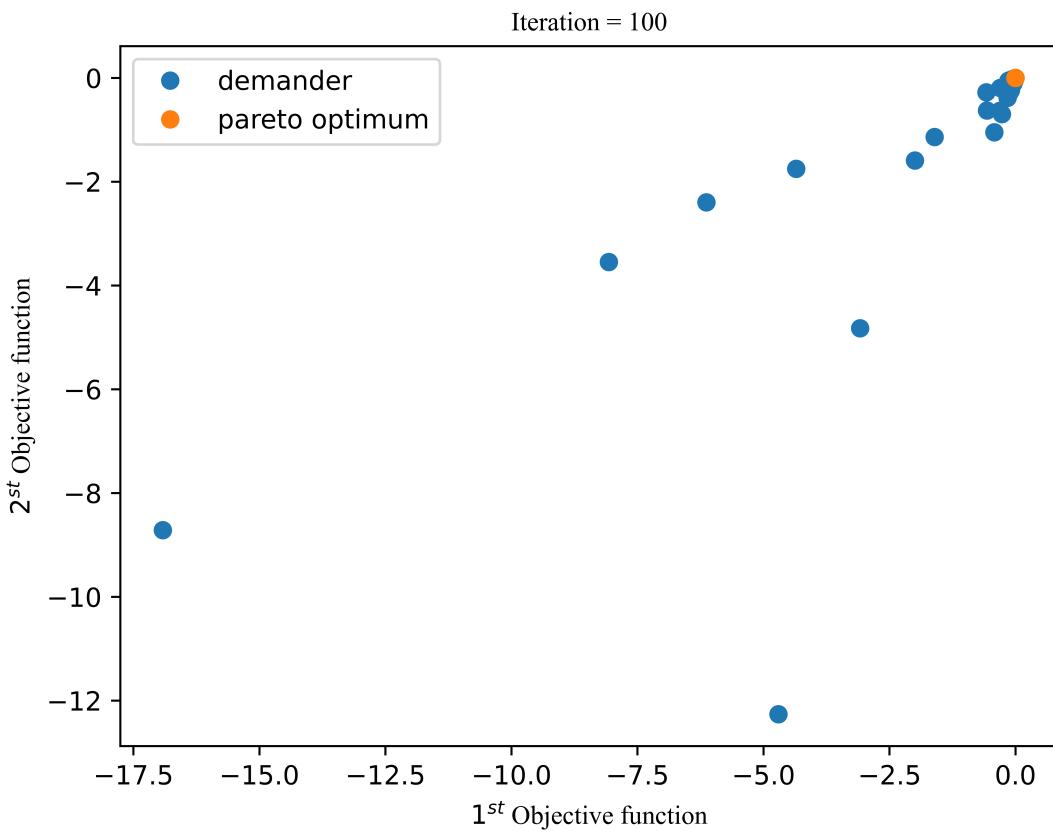
در این قسمت به پیاده‌سازی الگوریتم بهینه‌سازی چند هدفه پرداخته شده است. کد این الگوریتم در زبان پایتون^{۱۴} نوشته شده است و کتابخانه‌های استفاده شده جهت نصب نیز آورده شده است. در پیاده‌سازی از تابع‌های هدف هم و جهت غیر هم جهت استفاده شده است تا عملکرد الگوریتم بهتر دیده شود. برای تصویر سازی بهتر نتایج بهینه‌سازی در دو و سه بعد به صورت نمودار آورده شده است. این کار صرفا سبب دید بهتر مجموعه بهینه پارتو می‌شود و الگوریتم پیاده‌سازی شده قابلیت پیاده‌سازی در تمامی ایعاد را دارد.

۱-۴-۳ پیاده‌سازی توابع هم جهت

تابع هدف هم جهت و به صورت زیر تعریف شده‌اند.

$$f = \begin{cases} \sum_{i=0}^D z_j^2 \\ \left(\sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^i z_j \right)^2 \right) (1 + 0.4 \|N(0, 1)\|) \end{cases} \quad (4-3)$$

¹⁴Python 3

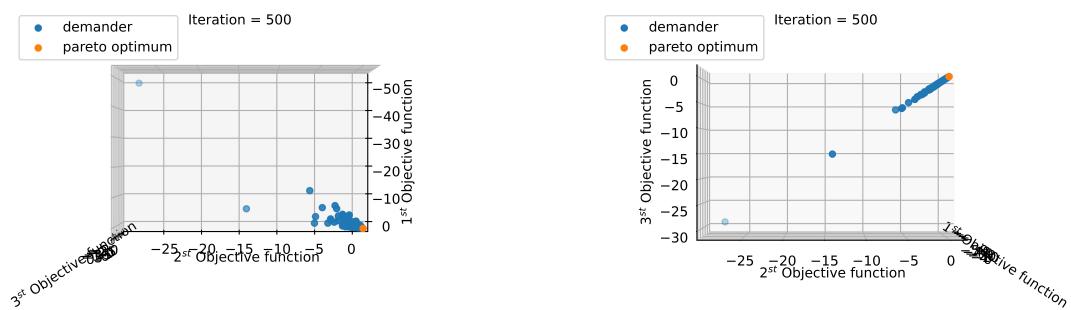


شکل ۲-۳: مکان تقاضاکنندگان و بهینه پارتو در بهینه‌سازی چند هدفه هم جهت دو بعدی

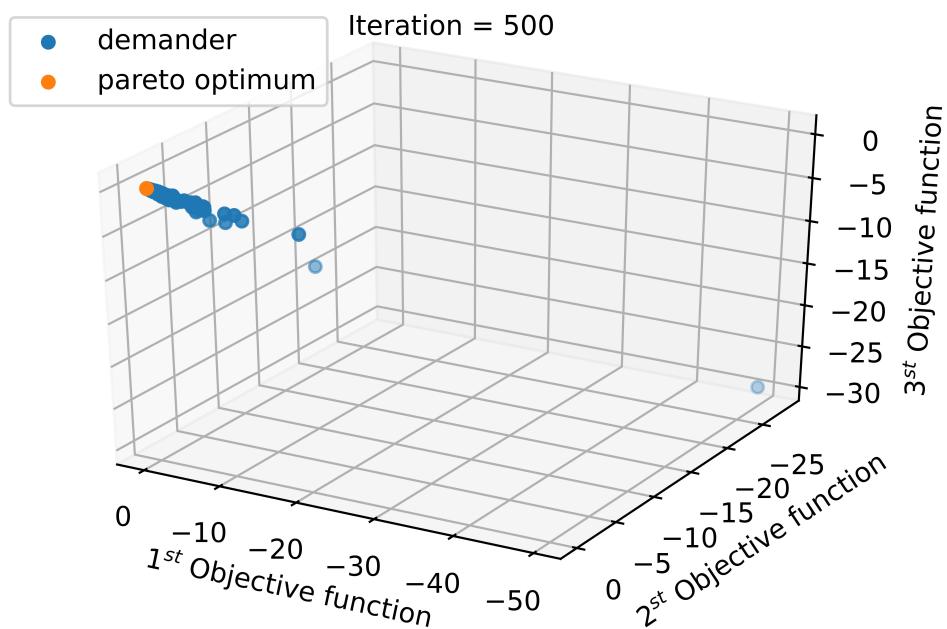
جدول ۱-۳: پارامترهای بهینه‌سازی چند هدفه هم جهت دو بعدی

پارامتر	مقدار
تعداد تقاضاکنندگان	80
نسبت تقاضاکنندگان به عرضهکنندگان	4
نسبت تقاضاکنندگان به تعداد گروه دوستان	4
نسبت زمان ساخت به زمان هر تکرار	20
K_{σ_D}	0.7
K_{σ_S}	0.7
K_{n_S}	0.4

$$f = \begin{cases} \sum_{i=0}^D z_j^2 \\ \left(\sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^i z_j \right)^2 \right) \\ \left(\sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^i z_j \right)^2 \right) (1 + 0.4 \|N(0, 1)\|) \end{cases} \quad (5-3)$$



(ا)



(ب)

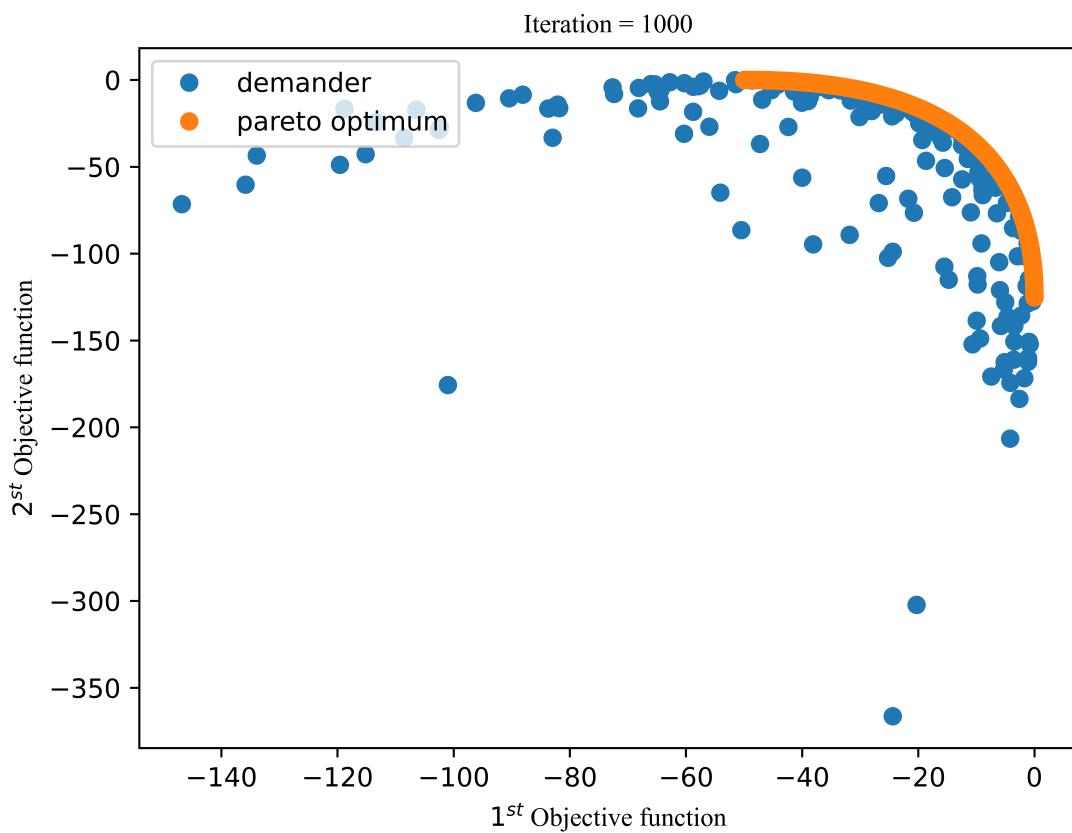
شکل ۳-۳: مکان تقاضاکنندگان و بهینه پارتو در بهینه‌سازی چند هدفه هم جهت سه بعدی

جدول ۲-۳: پارامترهای بهینه‌سازی چند هدفه هم جهت سه بعدی

پارامتر	مقدار
تعداد تقاضاکنندگان	200
نسبت تقاضاکنندگان به عرضهکنندگان	5
نسبت تقاضاکنندگان به تعداد گروه دوستان	10
نسبت زمان ساخت به زمان هر تکرار	20
K_{σ_D}	0.7
K_{σ_S}	0.7
K_{n_S}	0.4

۲-۴-۳ پیاده‌سازی توابع غیر هم جهت

$$f = \begin{cases} \sum_{i=0}^D (z_j - 5)^2 \\ \left(\sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^i z_j \right)^2 \right) \end{cases} \quad (6-3)$$

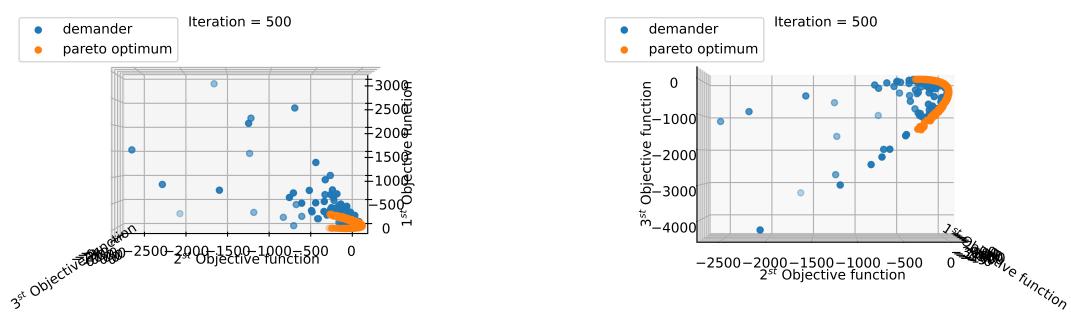


شکل ۳-۴: مکان تقاضاکنندگان و بهینه پارتو در بهینه‌سازی چند هدفه غیر هم جهت دو بعدی

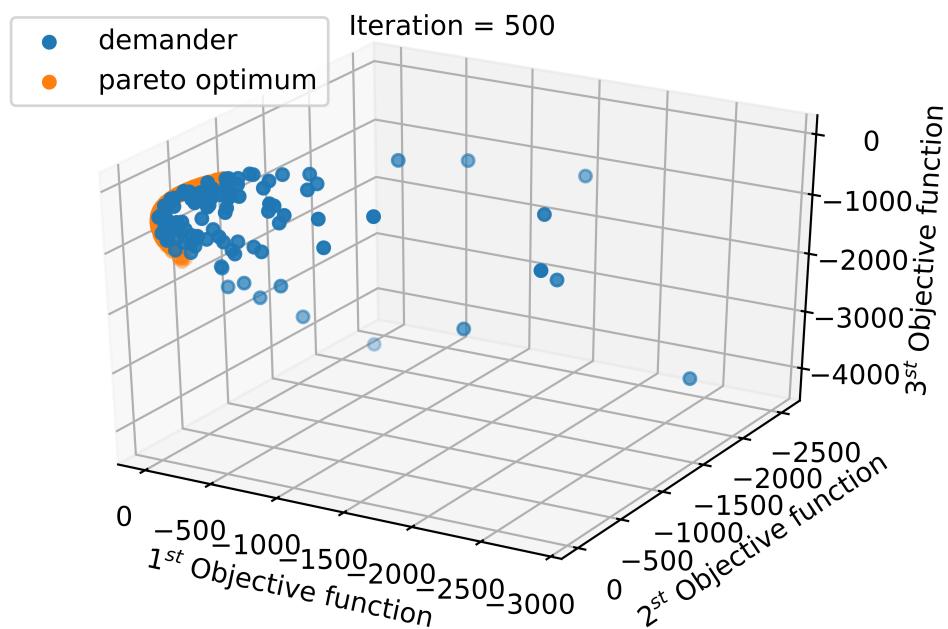
جدول ۳-۳: پارامترهای بهینه‌سازی چند هدفه غیر هم جهت دو بعدی

پارامتر	مقدار
تعداد تقاضاکنندگان	200
نسبت تقاضاکنندگان به عرضهکنندگان	5
نسبت تقاضاکنندگان به تعداد گروه دوستان	10
نسبت زمان ساخت به زمان هر تکرار	20
K_{σ_D}	0.7
K_{σ_S}	0.7
K_{n_S}	0.4

$$f = \begin{cases} \sum_{i=0}^D (z_j - 5)^2 \\ \left(\sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^i z_j \right)^2 \right) \\ \left(\sum_{i=1}^D \left(\sum_{j=1}^i (z_j + 5) \right)^2 \right) (1 + 0.4 \|N(0, 1)\|) \end{cases} \quad (7-3)$$



(ا)



(ب)

شکل ۳-۵: مکان تقاضاکنندگان و بهینه پارتو در بهینه‌سازی چند هدفه غیر هم جهت سه بعدی

جدول ۴-۳: پارامترهای بهینه‌سازی چند هدفه غیر هم جهت سه بعدی

پارامتر	مقدار
تعداد تقاضاکنندگان	200
نسبت تقاضاکنندگان به عرضهکنندگان	5
نسبت تقاضاکنندگان به تعداد گروه دوستان	10
نسبت زمان ساخت به زمان هر تکرار	20
K_{σ_D}	0.7
K_{σ_S}	0.7
K_{n_S}	0.4

مراجع

- [1] M. Farina and P. Amato. A fuzzy definition of “optimality” for many-criteria optimization problems. *Systems, Man and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, IEEE Transactions on*, 34:315 – 326, 06 2004.
- [2] K. C. Tan and C. K. Goh. *Handling Uncertainties in Evolutionary Multi-Objective Optimization*, pages 262–292. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [3] E. F. Khor, K. C. Tan, T. H. Lee, and C. K. Goh. A study on distribution preservation mechanism in evolutionary multi-objective optimization. *Artificial Intelligence Review*, 23(1):31–33, Mar 2005.
- [4] P. A. N. Bosman and D. Thierens. The naive a: A baseline multi-objective ea. In C. A. Coello Coello, A. Hernández Aguirre, and E. Zitzler, editors, *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pages 428–442, Berlin, Heidelberg, 2005. Springer Berlin Heidelberg.
- [5] M. Laumanns, E. Zitzler, and L. Thiele. A unified model for multi-objective evolutionary algorithms with elitism, ” in Proceedings of the 2000 IEEE Congress on Evolutionary Computation. 1:46–53, 2000.
- [6] J. D. Schaffer. *Multi-Objective Optimization with Vector Evaluated Genetic Algorithms.* ” in Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms, 1985.
- [7] R. Rao, V. Savsani, and D. Vakharia. Teaching-learning-based optimization: A novel method for constrained mechanical design optimization problems. *Computer-Aided Design*, 43(3):303–315, 2011.

- [8] S. H. Samareh Moosavi and V. K. Bardsiri. Poor and rich optimization algorithm: A new human-based and multi populations algorithm. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 86:165–181, 2019.
- [9] S. J. Mousavirad and H. Ebrahimpour-Komleh. Human mental search: a new population-based metaheuristic optimization algorithm. *Applied Intelligence*, 47(3):850–887, Oct 2017.
- [10] M. Dehghani, M. Mardaneh, J. M. Guerrero, O. P. Malik, R. A. Ramirez-Mendoza, J. Matas, J. C. Vasquez, and L. Parra-Arroyo. A new “doctor and patient” optimization algorithm: An application to energy commitment problem. *Applied Sciences*, 10(17), 2020.
- [11] H. Nobahari, N. Eqra, and A. Bighashdel. Real estate market-based optimization algorithm (remark): a market-inspired metaheuristic optimization algorithm based on the law of supply and demand. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, Aug 2022.
- [12] L. DASHENG. Multi objective particle swarm optimization: algorithms and applications, 2009.

Abstract

Multi-objective optimization is a challenging area in optimization due to the presence of multiple conflicting objectives that need to be optimized simultaneously. In the real world, many optimization problems come with various constraints, and traditional optimization algorithms may not be able to solve these problems effectively. In such scenarios, heuristic optimization algorithms play a crucial role in solving such problems. One such heuristic optimization algorithm is the REMARK algorithm, which is a random search method. The algorithm is known to be efficient in solving complex optimization problems with multiple objectives. The main advantage of the REMARK algorithm is that it can effectively handle the trade-off between multiple conflicting objectives. This is achieved by allowing population members to associate with each other, which leads to faster convergence and exploration of more susceptible locations in the search space. Moreover, the REMARK algorithm also ensures that each group of the population examines a part of the Pareto set, which allows for a high approximation of the set. This is particularly important in multi-objective optimization, as the Pareto set represents the set of non-dominated solutions that balance the conflicting objectives. The high approximation of the Pareto set achieved by the REMARK algorithm makes it a powerful tool for solving multi-objective optimization problems. In conclusion, multi-objective optimization presents significant challenges in the real world, but heuristic optimization algorithms like the REMARK algorithm provide a way to overcome these challenges. The REMARK algorithm is efficient, easy to implement, and provides a high approximation of the Pareto set, making it a useful tool in solving multi-objective optimization problems.

Keywords: Optimization algorithm, Multi-objective optimization, Population, Trading, Pareto set



Sharif University of Technology

Department of Aerospace Engineering

Converting REMARK's single-objective optimization algorithm to
multi-objective

Heuristic Optimization Algorithms Project

By:

Ali BaniAsad

Supervisor:

Dr.Hadi Nobahari

February 2022