

۱- مسئله ۱۳ از فصل ۵ کتاب Kirk را حل کنید (۱۵ نمره)

۲- مسئله ۲۳ از فصل ۵ کتاب Kirk را حل کنید (۲۰ نمره)

۳- سیستم زیر را با شرایط اولیه آن در نظر بگیرید:

$$\ddot{x}(t) = -x(t) - 0.1\dot{x}(t) + u(t), \quad x(0) = \dot{x}(0) = 1$$

الف) کنترل بهینه و متغیرهای حالت را به نحوی محاسبه کنید که تابع هزینه زیر را به ازای $\alpha = \beta = 1$ و $H=0$ و $t_f \rightarrow \infty$ کمینه کند: (۱۰ نمره)

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_f) H x(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (\alpha(x^2 + \dot{x}^2) + \beta u^2) dt$$

منحنی مسیر متغیرهای حالت، کنترل و ضرایب ماتریس فیدبک کنترل را تابع زمان را رسم کنید.

ب) با تابع هزینه و شرایط بخش (الف)، به ازای $\alpha=1$ و با تغییر β از ۰.۱ تا ۱۰۰۰، تغییرات تابع هزینه کل و همچنین ترم هزینه مربوط به انرژی و ترم مربوط به رگولاتور (اثر x و \dot{x}) را تابع β ترسیم کنید (سه نمودار روی هم). اگر نمایش نمودار بهتر می‌شود، از نمایش لگاریتمی استفاده کنید. (۵ نمره)

ج) با تابع هزینه و شرایط بخش (الف)، به ازای $\alpha = \beta = 1$ ، نتایج را به ازای یکبار $H=I$ و $t_f = 3, 5, 10, 15$ sec و بار دیگر $t_f = 3$ sec و $H=I, 10I, 100I$ شبیه‌سازی و نتایج را تحلیل کنید. (۵ نمره)

منظور از شبیه‌سازی رسم کنترل بهینه و متغیرهای حالت و ضرایب ماتریس فیدبک کنترل است.

د) با همان شرایط بخش الف، کنترل بهینه و موقعیت‌های مطلوب را به ازای مقادیر مختلف $\alpha = 1, 5, 10$ و $\beta = 1$ بر حسب زمان شبیه‌سازی و نتایج را با یکدیگر مقایسه کنید. ($H=I, t_f = 10$ sec) (۵ نمره)

در هر شبیه‌سازی متغیرهای حالت، متغیر کنترل و ضرایب فیدبک (با معادله ریکاتی) را تابع زمان رسم کنید و تحلیل مختصری از نتایج هر بخش، مقادیر تابع هزینه، مقادیر مصرف انرژی، مقدار متغیرهای حالت نهایی و ... ارائه دهید.

۴- کنترل زمان بهینه سیستم زیر را با وجود قید روی کنترل $|u(t)| \leq 1$ به نحوی بدست آورید که از هر شرط اولیه به مبدأ منتقل کند: (۲۰ نمره)

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + u \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u \end{cases}$$