



Sharif university of technology
Aerospace department
Flight dynamics

HW series 2

Ali BaniAsad 96108378

Spring 2020

99/1/27

Page I of XVI

سوال اول

General Electric GE90:

این پیشران برای هواپیمای Boeing 777 استفاده می شود و تراستی بین 85000-115000 lbf را تولید می کند و از قویترین موتورهای جهان است.

GE90 Type Certificate Data Sheet

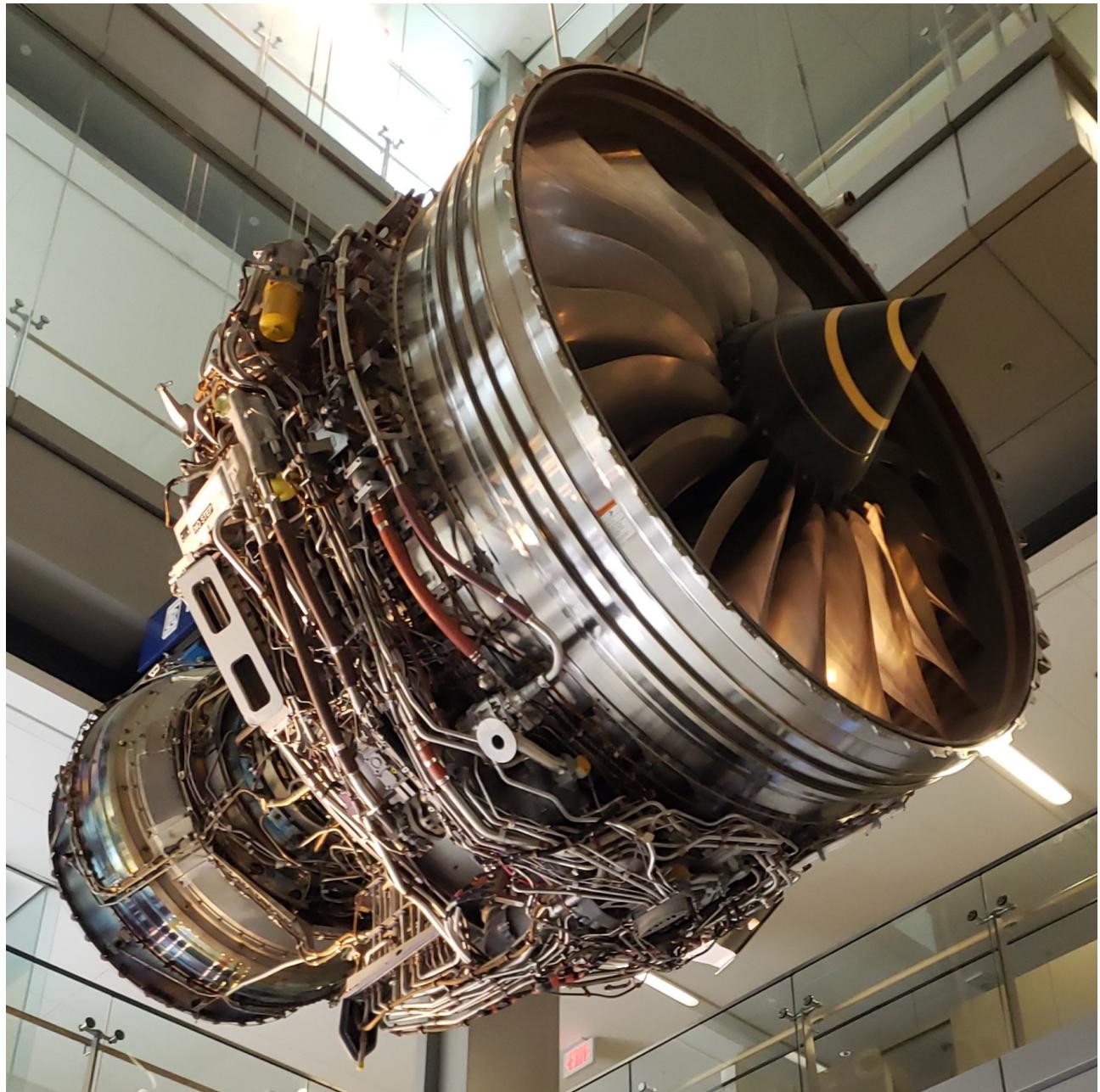
General Electric GE90 (figure 1)



Rolls-Royce trend 1000:

این پیشران برای هواپیمای Boeing 787 استفاده می شود و تراستی بین 62264-81028 lbf را تولید می کند

Rolls-Royce trend 1000(figure 2)



General Electric GE90 vs Rolls-Royce trend 1000

Figure 3

Variant	-76B/-77B/-85B /-90B/-94B	-110B1/-113B/-115 B	Trend 1000
Type	Dual rotor, axial flow, high bypass turbofan		Same
Compressor	1 fan, 3-stage LP, 10-stage HP	1 fan, 4-stage LP, 9-stage HP	6-stage HP
Turbine	2-stage HP, 6-stage LP		single turbine stage
Length	286.9 in (729 cm)	286.67 in (728.1 cm)	4.738 m (186.5 in)
Max. width	152.4 in (387 cm)	148.38 in (376.9 cm)	
Max. height	155.6 in (395 cm)	154.56 in (392.6 cm)	
Fan diameter	123 in (310 cm)	128 in (330 cm)	285 cm (112 in)
Weight	17,400 lb (7,893 kg)	19,316 lb (8,762 kg)	5,936–6,120 kg (13,087–13,492 lb)
Takeoff thrust	81,070– 97,300 lbf (360.6– 432.8 kN)	110,760– 115,540 lbf (492.7– 513.9 kN)	285–331 kN 64,100–74,400 lbf
LP rotor speed	2,261.5 rpm	2,355 rpm	
Bypass ratio	8.4 - 9	9	10:1
Pressure ratio	40:1	42:1	50:1
Thrust-to-weight ratio	5.59	5.98	6.01
Takeoff TSFC	0.278 lb/lbf/h (28.3 kg/kN/h)		
Cruise TSFC	0.545 lb/lbf/h (55.6 kg/kN/h)		0.522 lb/lbf/h 14.8 g/kN/s

سوال دوم

(الف)

با زده موتور به صورت $\frac{2}{1 + v_j/v_\infty} = \eta$ تعریف می شود. پس هر چه نسبت v_j/v_∞ کمتر باشد

راندمان موتور بالاتر است. چون طراحی موتور ها با هم فرق می کند و پره های ملخی مانند یک airfoil تاب خورده است، v_j خروجی از آن کمتر است پس موتور خرج کمتری برای افزایش سرعت مولکول های هوا می کند پس انرژی بیشتری برای تراست می ماند.

(ب)

به علت درگ زیادی که ایجاد می شود و مشکلاتی که برای ساختار پره رخ می دهد باعث شده استفاده آن ها برای supersonic کمتر شود ولی تحقیقاتی برای آن انجام شده است.

(ج)

بله.

همانطور که می دانیم توان رابطه دارد با پارامتر های زیر:

$$P \propto p_e RPM$$

وقتی که v_∞ افزایش می یابد مسلما p_e نیز افزایش می کند. این اثر در هواپیما های جنگ جهانی دوم اثر قابل توجه ای داشت اما از طرفی امروزه از این نوع پره در پرواز های با سرعت کم استفاده می شود می توان از اثر آن صرف نظر کرد و توان تولیدی ملخ را ثابت از سرعت در نظر گرفت.

(د)

توربوفن مزیت های توربوجت و پراپلر را همزمان دارد. توربوفن هم تراست بالای توربوجت را دارد و هم راندمان بالای پراپلر.

(ه)

فن در توربوفن جهت دبی بیشتر هوا تعییه شده است اما در سرعت های بالا چون دبی زیاد می شود کارایی خود را از دست می دهد از طرفی چون در ناحیه supersonic هستیم این فن باعث کاهش رانمان موتور می شود به علت درگ و تغییراتی که در هوای ورودی اعمال می کند.

سوال سوم

(الف)

چون v_∞ برابر با صفر است از طرفی داریم:

$$\eta = \frac{2}{1 + v_j/v_\infty} = \frac{2}{1 + v_j/0} = \frac{2}{\infty} = 0$$

از طرفی چون v_∞ برابر با صفر است پس توانی تولید نمی شود پس

$$P = T v_{\infty} = 0 \rightarrow p_A = 0$$

$$P_A = \eta P, \quad P \neq 0 \rightarrow \eta = 0$$

(ب)

پروانه مانند یک airfoil پیچخورده است که دارای زاویه حمله است.

این پروانه برای v_{∞} های مختلف Lift/Drag های مختلف دارد که در پروانه تبدیل به trust می شود. وقتی که v_{∞} زیاد می شود زاویه حمله بیشتر می شود پس تراست بیشتر در نتیجه راندمان زیاد می شود. این airfoil داری نقطه حداقل راندمان L/D است پس از حدی که v_{∞} بیشتر شود تراست به شدت کاهش می یابد.

(ج)

Figure 4

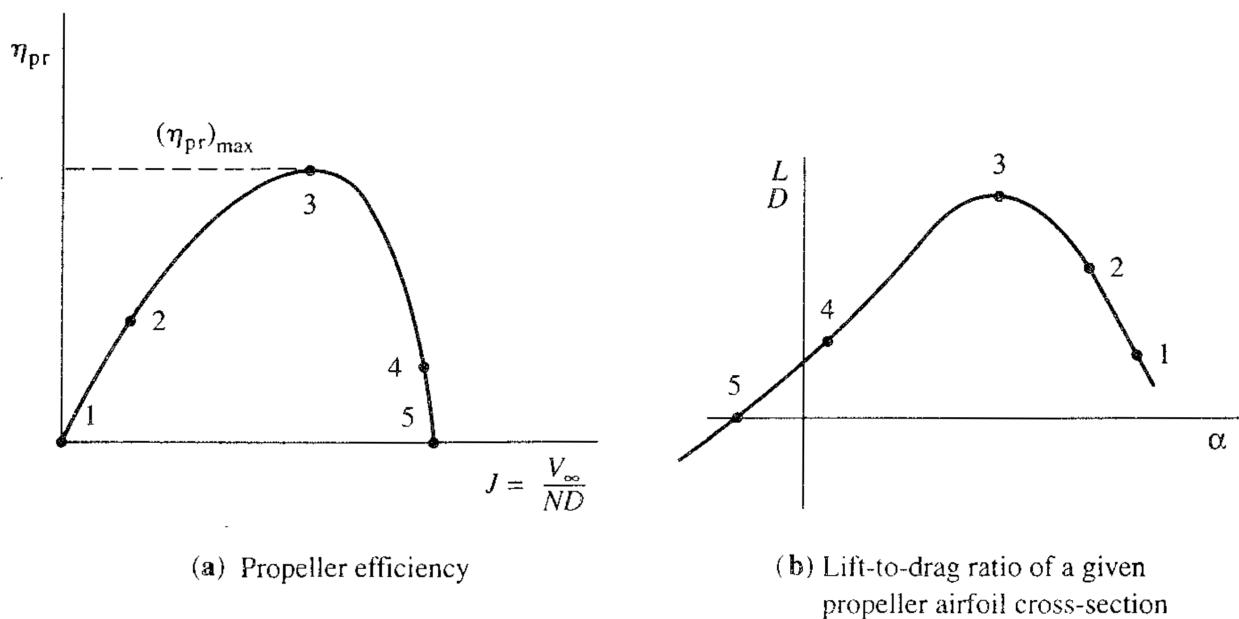


Figure 3.8 Effect of section lift-to-drag ratio on propeller efficiency.

در شکل برای زاویه 30° امده است. همان طور که در نمودار معلوم است در نقطه دارای بیشترین راندمان $\frac{L}{D}$ را دارد و در همان نقطه داری بیشترین بازده ملخ است.

همانطور در شکل سوال نشان داده شده بود برای زاوای مختلف پیک راندمان فرق می کند. دلیل آن در بالا شرح داده شده است.

برای یک ملخ نیز مانند شکل بالا و توضیحات به ازای کم شدن α راندمان به پیک خود می رسد و سپس پایین می آد.

سوال چهارم

الف)

با فرض اینکه دبی سوخت نسبت به هوا کم است این ترم را حذف می کنیم.

$$v_j - v_\infty = 600 \frac{m}{sec} \rightarrow v_j = 680$$

$$Trust = \dot{m}(v_j - v_\infty) \rightarrow 120000 = \dot{m}(600) \rightarrow \dot{m} = 20.000 \frac{kg/sec}$$

بدون فرض بالا داریم:

$$\dot{m}_{fuel} = 0.05$$

$$Trust = (\dot{m} + \dot{m}_{fuel})v_j - \dot{m}v_\infty \rightarrow 120000 = \dot{m}(600) + \dot{m} \times 680 \rightarrow \dot{m} = 19.9433 \frac{kg/sec}$$

همانطور که در بالا دیدیم فرض ما می تواند فرض درستی باشد و جواب دقیقی بدهد.

(ب)

$$Trust = (p_e - p_\infty)A + (\dot{m} + \dot{m}_{fuel})v_j - \dot{m}v_\infty$$

$$v_\infty = 80$$

$$12000 = 0.05p_\infty A + 20.05v_j - 0.05 \times 80$$

$$p_\infty = 100 \frac{kPa}{kp}, D = 0.5 \frac{m}{m}, A = \frac{\pi}{4} D^2$$

$$\rightarrow v_j = 597.3249 \frac{m}{s}$$

(ج)

$$\eta = \frac{2}{1 + v_j/v_\infty}$$

I)

$$\eta = \frac{2}{1 + \frac{v_j}{v_\infty}} \rightarrow \eta_1 = \frac{2}{1 + \frac{680}{80}} \rightarrow \eta_1 = 0.2105$$

II)

$$\eta_2 = \frac{2}{1 + \frac{597.3241}{80}} \rightarrow \eta_2 = 0.2362$$

$$0.2362 > 0.2105 \rightarrow \eta_2 > \eta_1$$

سوال پنجم

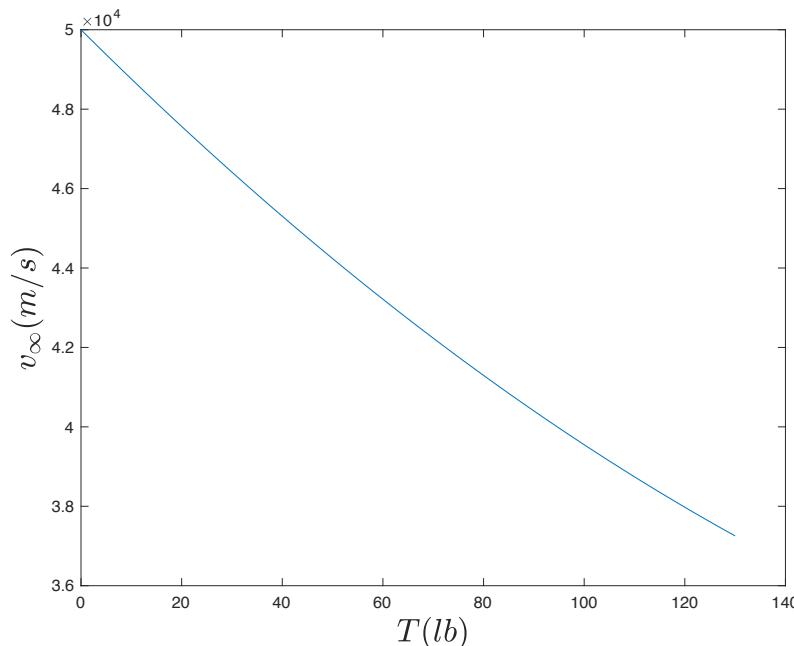
الف)

$$\frac{T}{T_{v=0}} = 1 - 2.52 \times 10^{-3} v_\infty + 4.34 \times 10^{-6} v_\infty^2$$

$$T_{v=0} = 50000 \text{ lb} \rightarrow T = (1 - 2.52 \times 10^{-3} v_\infty + 4.34 \times 10^{-6} v_\infty^2) \times 50000$$

نمودار را در MATLAB با گام 0.01 رسم کردم (figure 5). کد آن در فایل AP_HW2_Q5.m است.

Figure 5



ب)

برای ارتفاع های مختلف فرمول بالا به صورت زیر در می آید.

$$\frac{T}{T_{v=0}} = A M_\infty^{-n}$$

For altitude 3km:

$$\frac{T}{T_{v=0}} = 0.0369 M_\infty^{-0.305} \rightarrow T = 0.0369 M_\infty^{-0.305} \times 50000$$

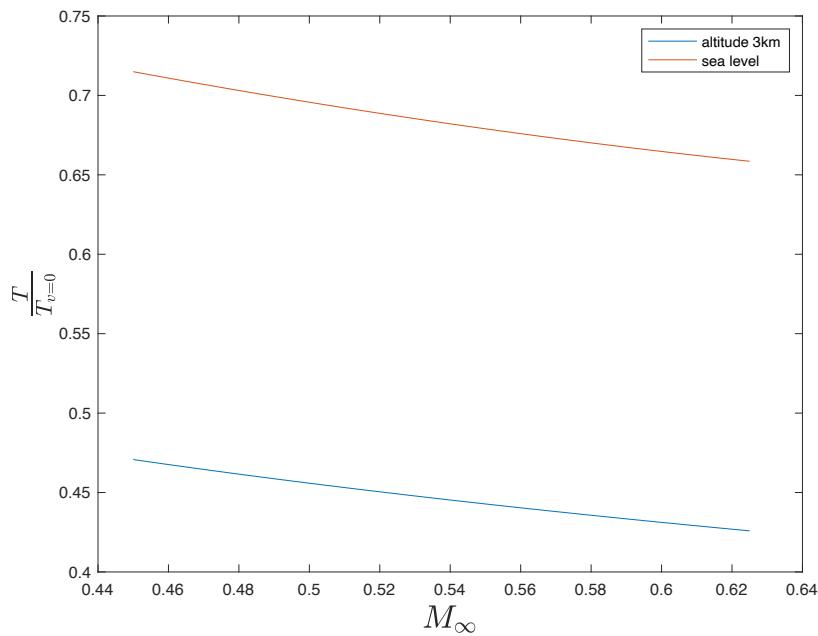
For M = 0.5:

$$T = 0.0369 \times 0.5^{-0.305} \times 50000 \rightarrow T = 2279.3 \text{ lb}$$

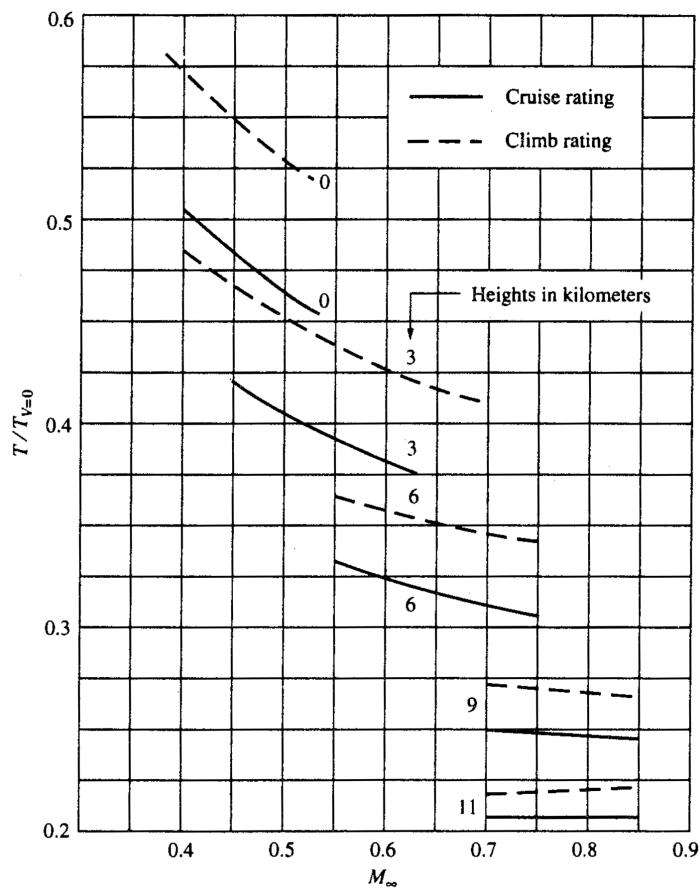
For M = 0.6:

$$T = 0.0369 \times 0.6^{-0.305} \times 50000 \rightarrow T = 2156.1 \text{ lb}$$

MATLAB code (figure 6)



Book figure(figure 7)



همانطور که در نمودار پیداست در ارتفاع 3 کیلومتر با تقریب خوبی منطبق هستند اما برای ارتفاع سطح دریا چون فرضیات فرق می کنند دارای اختلافاتی هستند.

(د)

فرض می کنیم که در شرایط سطح دریا است و $v_\infty = 0$ بنابراین:
 h مدت زمانی است که سوخت به پایان می رسد.

$$Trust = 50000_{lb}$$

$$c_t = \frac{w}{Th} \rightarrow 0.381 = \frac{6000}{50000 \times h} \rightarrow h = 3.175_h = 190.5_{min}$$

سوال ششم

Power available: P_A

$$P_A = \eta_{pr} P_s + T_j V_\infty$$

$$P_A = 4910_{hp}, \eta_{pr} = 0.9, T_j = 250_{lb}, V_\infty = 250_{\frac{ft}{s}}$$

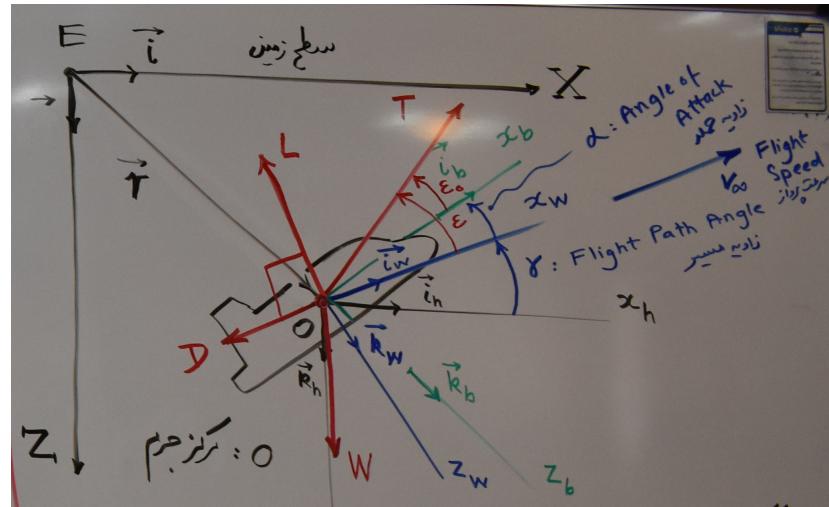
$$P_A = 4910_{hp} = 2700500_{FPS}$$

$$2700500 = 0.9P_s + 250 \times 500 \rightarrow P_s = 2861700 = 5203.01_{hp}$$

سؤال هفتم

(الف)

Figure 8



$$\sum \vec{F} = \vec{T} + \vec{D} + \vec{L} + \vec{W}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \alpha$$

$$\vec{T} = T \cos(\varepsilon) \vec{i}_w - T \cos(\varepsilon) \vec{k}_w$$

$$\vec{D} = -D \vec{i}_w$$

$$\vec{L} = -L \vec{k}_w$$

$$\vec{W} = -W \sin(\gamma) \vec{i}_w + W \cos(\gamma) \vec{k}_w$$

$$\sum \vec{F} = (T \cos(\varepsilon) - D - W \sin(\gamma)) \vec{i}_w - (T \cos(\varepsilon) + L - W \cos(\gamma)) \vec{k}_w$$

$$\sum \vec{F} = 0 \rightarrow T \cos(\varepsilon) - D - W \sin(\gamma) \vec{i}_w = 0$$

$$T \cos(\varepsilon) + L - W \cos(\gamma) = 0$$

$$C = -\frac{\dot{w}}{T}$$

$$\dot{X} = V \cos \gamma$$

$$\dot{h} = V \sin \gamma$$

$$\dot{V} = \dot{\gamma} = 0$$

$$\dot{w} = -cT$$

(ب)

$$\begin{aligned}
 \Sigma \vec{F} &= \vec{T} + \vec{D} + \vec{L} + \vec{W} \\
 \vec{T} &= T \cos(\varepsilon_0) \vec{i}_w - T \sin(\varepsilon_0) \vec{k}_w \\
 \vec{D} &= -D \cos(\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{i}_w - D \sin(\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{k}_w \\
 \vec{W} &= -W \sin(\varepsilon - \varepsilon_0 - \gamma) \vec{i}_w + W \cos(\varepsilon - \varepsilon_0 - \gamma) \vec{k}_w \\
 \vec{L} &= L \sin(\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{i}_w - L \cos(\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{k}_w \\
 \Sigma \vec{F}_{\vec{i}_w} &= (T \cos(\varepsilon_0) - D \cos(\varepsilon - \varepsilon_0)) \vec{i}_w - W \sin(\varepsilon - \varepsilon_0 - \gamma) + L \sin(\varepsilon - \varepsilon_0) \vec{i}_w \\
 \Sigma \vec{F}_{\vec{k}_w} &= -(T \sin(\varepsilon_0) + D \sin(\varepsilon - \varepsilon_0) - W \cos(\varepsilon - \varepsilon_0 - \gamma) + L \cos(\varepsilon - \varepsilon_0)) \vec{k}_w
 \end{aligned} \tag{ج}$$

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \Sigma \vec{F}_{\vec{i}_w} = \Sigma \vec{F}_{\vec{i}_k} = 0$$

$$T \cos(\varepsilon_0) - D \cos(\varepsilon - \varepsilon_0) - W \sin(\varepsilon - \varepsilon_0 - \gamma) + L \sin(\varepsilon - \varepsilon_0) = 0$$

$$T \sin(\varepsilon_0) + D \sin(\varepsilon - \varepsilon_0) - W \cos(\varepsilon - \varepsilon_0 - \gamma) + L \cos(\varepsilon - \varepsilon_0) = 0$$

$$\dot{X} = V \cos(\varepsilon - \varepsilon_0)$$

$$\dot{h} = V \sin(\varepsilon - \varepsilon_0)$$

سوالات کامپیوٹری سوال اول

معادلات را دز اینجا می نویسم و بعد در MATLAB پیادہ سازی می کنیم.

In Troposphere:

$$0 \leq h \leq 36089_{ft}$$

$$a = \frac{dT}{dh} \quad a = -0.00356616_{R^\circ/ft}, \quad g_0 = 32.17405 \frac{ft}{sec^2}, \quad T_0 = 518.67_{R^\circ}$$

$$P_0 = 2116.22_{psf}, \quad \rho_0 = 0.0023769_{slug/ft^3}, \quad R = 1716.55_{ft^2/sec^2 R^\circ}$$

$$T = T_0 + ah \rightarrow \frac{T}{T_0} = \theta = 1 + \frac{ah}{T_0}$$

$$\frac{P}{P_0} = \frac{T}{T_0}^{-g_0/(aR)} \rightarrow \delta = \theta^{-g_0/(aR)}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{T}{T_0}^{-(g_0/(aR)+1)} \rightarrow \sigma = \theta^{-(g_0/(aR)+1)}$$

In tropopause:

$$36089 \leq h \leq 65616 \text{ ft}$$

$$T = \text{conts} = 389.97 \text{ R}^\circ$$

$$\int_{P_1}^P \frac{dP}{P} = -\frac{g_0}{RT} \int_{h_1}^h dh \rightarrow \ln\left(\frac{P}{P_1}\right) = \frac{g_0}{RT}(h_1 - h) \rightarrow P = P_1 \exp\left(\frac{g_0}{RT}(h_1 - h)\right)$$

خروجی نمودار ها در پایین آمده است (figure 9-14).

Figure 9

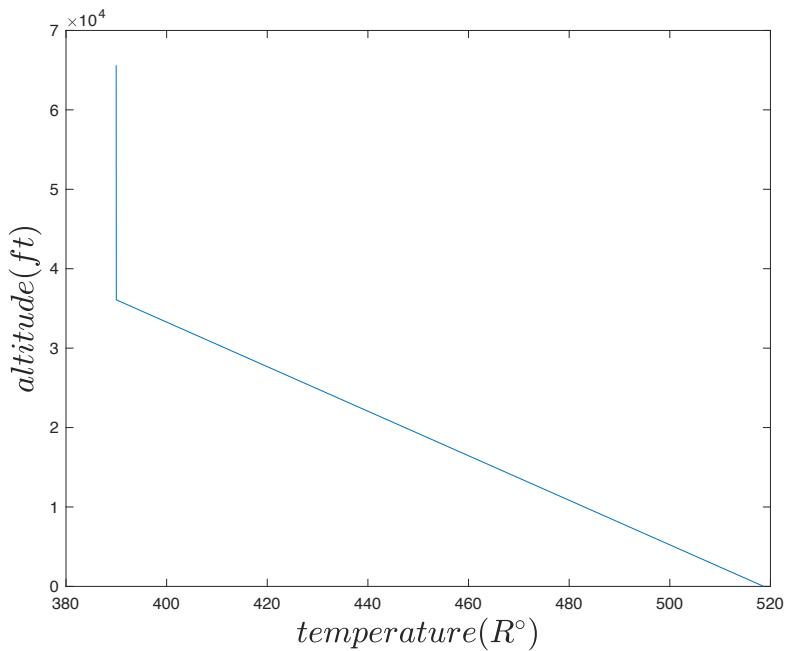


Figure 10

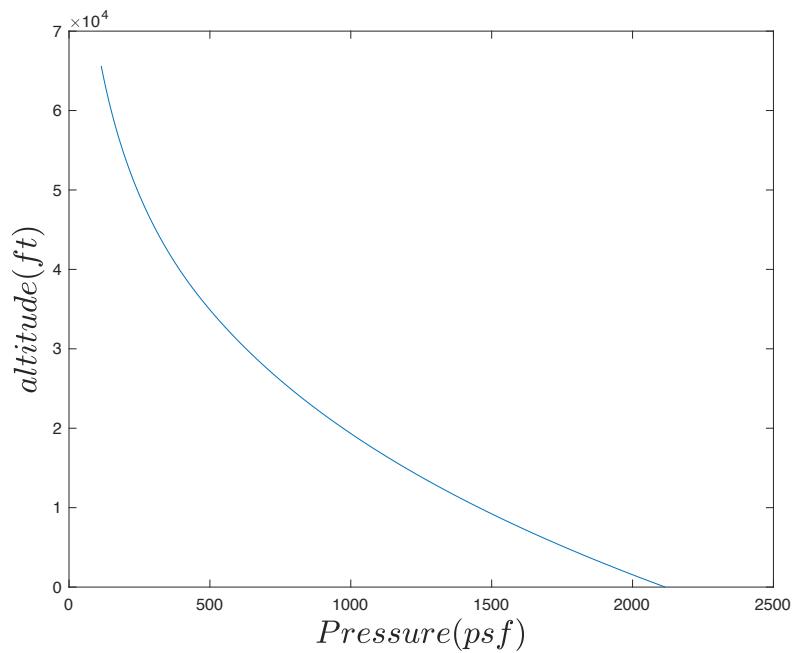


Figure 11

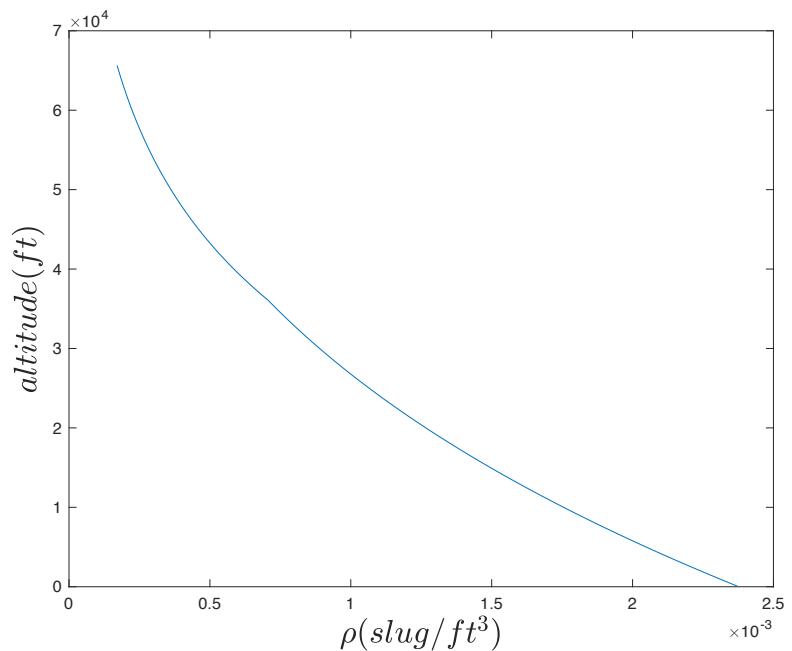


Figure 12

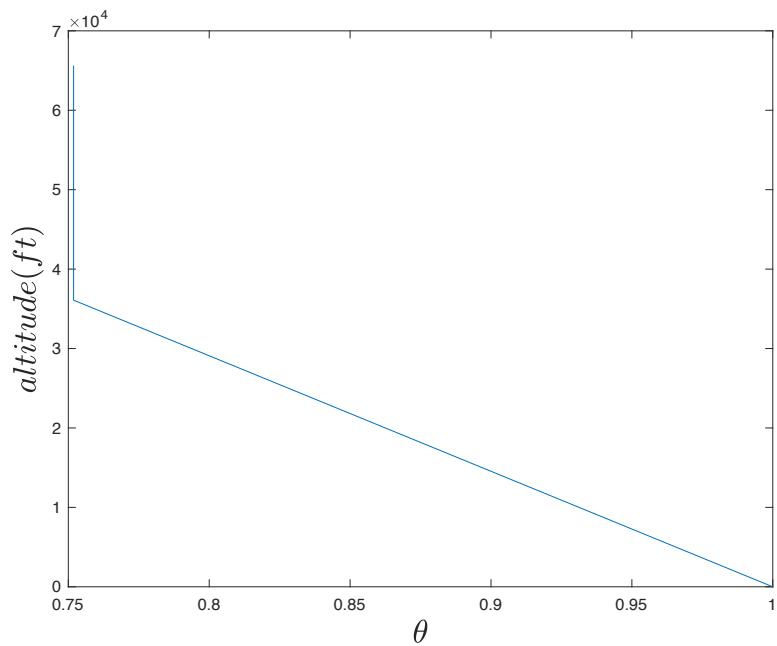


Figure 13

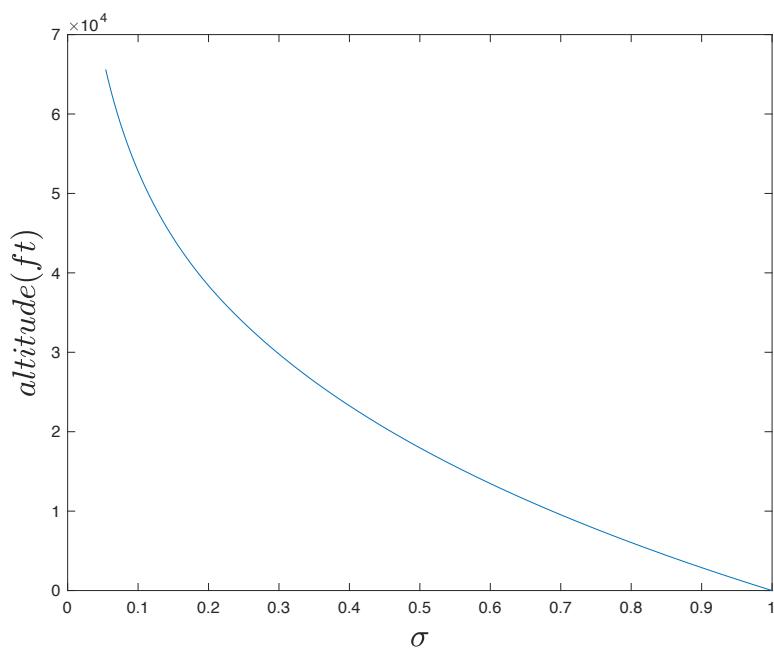
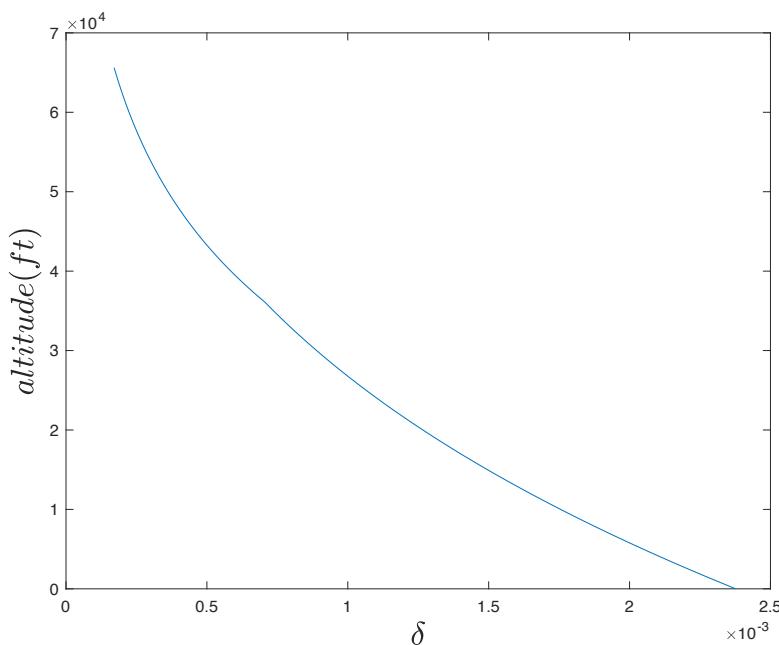


Figure 14



سؤال دوم

خروجی ک در اینجا امده است (figure 15).

Figure 15

