



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

پروژه کارشناسی
مهندسی کنترل

عنوان:

کنترل وضعیت سه درجه آزادی استند چهارپره به روش
کنترل کننده مربعی خطی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی

نگارش:

علی بنی اسد

استاد راهنما:

دکتر نوبهاری

شهر ویر ۱۴۰۰

اللهُ أَكْبَرُ

سپاس

از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر نوبهاری که با کمک‌ها و راهنمایی‌های بی‌دriegشان، بنده را در انجام این پروژه یاری داده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم.

چکیده

در این پژوهش از یک روش مبتنی بر تئوری بازی^۱ استفاده شده است. در این روش سیستم و اغتشاش دو بازیکن اصلی در نظر گرفته شده است. هر یک از دو بازیکن سعی می‌کند امتیاز خود را با کمترین هزینه افزایش دهند که در اینجا، وضعیت استند امتیاز بازیکن‌ها در نظر گرفته شده است. در این روش انتخاب حرکت با استفاده از تعال نش^۲ که هدف آن کم کردن تابع هزینه با فرض بدترین حرکت دیگر بازیکن است، انجام می‌شود. این روش نسبت به اغتشاش خارجی و نویز سنسور مقاوم است. همچنین نسبت به عدم قطعیت مدلسازی نیز از مقاومت مناسبی برخوردار است. از روش ارائه شده برای کنترل یک استند سه درجه آزادی چهارپره که به نوعی یک آونگ معکوس نیز هست، استفاده شده است. عملکرد این روش با اجرای شبیه‌سازی‌های مختلف مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. همچنین، عملکرد آن در حضور نویز و اغتشاش و عدم قطعیت مدل از طریق شبیه‌سازی ارزیابی خواهد شد.

کلیدواژه‌ها: چهارپره، بازی دیفرانسیلی، تئوری بازی، تعادل نش، استند سه درجه آزادی، شبیه‌سازی، تابع هزینه

¹Game Theory

²Nash Equilibrium

فهرست مطالب

۱	مقدمه	۱
۲	۱-۱ تاریخچه	۱
۳	۲-۱ تعریف مسئله	۱
۴	۱-۲-۱ ساختار بالگرد	۱
۵	۲-۲-۱ ساختار چهارپره	۱
۶	۳-۱ نظریه بازی	۱
۶	۱-۳-۱ تاریخچه نظریه بازی	۱
۶	۲-۳-۱ تعادل نش	۱
۷	۲ بازی دیفرانسیلی	۲
۸	۱-۲ بازی حلقه باز	۲
۱۰	۲-۲ بازی همراه با بازخورد	۲
۱۱	۳ شبیه‌سازی در محیط سیمولینک	۳
۱۲	۱-۳ طراحی مبتنی بر مدل	۳
۱۳	۲-۳ شبیه‌سازی استند سه درجه آزادی در محیط سیمولینک	۳
۱۵	۳-۳ شبیه‌سازی کانال‌های مختلف استند سه درجه آزادی در محیط سیمولینک	۳

۱۵	شبیه سازی کanal رول در محیط سیمولینک	۱-۳-۳
۱۶	شبیه سازی کanal پیچ در محیط سیمولینک	۲-۳-۳
۱۸	شبیه سازی کanal یاو در محیط سیمولینک	۳-۳-۳
۱۹	شبیه سازی کanal رول-پیچ در محیط سیمولینک	۴-۳-۳
۲۱	اصلاح پارامترهای استند چهارپره در شبیه سازی حلقه باز	۴-۳
۲۲	تخمین پارامترهای کanal رول	۱-۴-۳

فهرست شکل‌ها

۱-۱	استند کنترل وضعیت سه درجه آزادی چهارپره [۴]	۳
۲-۱	بالگرد شینوک [۵]	۴
۳-۱	جهت چرخش پرهای چهارپره [۶]	۵
۱-۳	دیاگرام V [۱۴]	۱۲
۲-۳	مدل استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌های مدل	۱۳
۳-۳	مدل استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌های مدل	۱۳
۴-۳	نمایی از داخل بلوک Quad System	۱۴
۵-۳	مدل کanal رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها	۱۵
۶-۳	مدل کanal رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها	۱۵
۷-۳	نمایی از داخل بلوک Quad System	۱۶
۸-۳	مدل کanal رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها	۱۶
۹-۳	مدل کanal رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها	۱۷
۱۰-۳	نمایی از داخل بلوک Quad System	۱۷
۱۱-۳	مدل کanal رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها	۱۸
۱۲-۳	مدل کanal یاو استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها	۱۸
۱۳-۳	نمایی از داخل بلوک Quad System	۱۹

۱۴-۳ مدل کanal رول-پیچ استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها	۱۹
۱۵-۳ مدل کanal رول-پیچ استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها	۲۰
۱۶-۳ نمایی از داخل بلوک Quad System	۲۰
۱۷-۳ نماد جعبه‌ابزار Parameter Estimator در سیمولینک	۲۱
۱۸-۳ جعبه‌ابزار Parameter Estimator	۲۱
۱۹-۳ مقایسه وضعیت استند در آزمایش اول و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کanal رول	۲۲
۲۰-۳ مقایسه وضعیت استند در آزمایش دوم و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کanal رول	۲۳
۲۱-۳ مقایسه وضعیت استند در آزمایش سوم و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کanal رول	۲۳
۲۲-۳ مقایسه وضعیت استند در آزمایش چهارم و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کanal رول	۲۴
۲۳-۳ مقایسه وضعیت استند در آزمایش پنجم و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کanal رول	۲۴

فهرست جداول‌ها

فصل ۱

مقدمه

چهارپره یا کوادکوپتر^۱ یکی از انواع وسایل پرنده است. چهارپره‌ها نوعی هوایگرد بالگردان هستند و در دسته‌ی چندپره‌ها جای دارند. چهارپره‌ها به دلیل داشتن توانایی مانور خوب و امکان پرواز ایستا با تعادل بالا از کاربردهای بسیار گسترده‌ای برخوردارند. در سال‌های اخیر توجه شرکت‌ها، دانشگاه‌ها و مراکز تحقیقاتی بیش از پیش به این نوع از پهپادها جلب شده است و لذا روزانه پیشرفت چشمگیری در امکانات و پرواز این نوع از پرنده‌ها مشاهده می‌کنیم. چهارپره‌ها در زمینه‌های تحقیقاتی، نظامی، تصویربرداری، تفریحی و کشاورزی از کاربرد زیاد و روزافزونی برخوردارند و مدل‌های دارای سرنوشت آن نیز تولید شده.

۱-۱ تاریخچه

مدل اولیه آزمایشی یک چندپره در سال ۱۹۰۷ توسط دو برادر فرانسوی بنام Jacques و Louis Breguet انجام شد. پرنده آن‌ها موفق به پرواز به صورت عمودی شد؛ ولی پرنده تا ارتفاع دو فوت بیشتر پرواز نکرد. پرواز انجام شده یک پرواز آزاد^۲ نبود و پرنده به کمک چهار مرد ثابت نگه داشته شده بود [۱]. بعد از آن ساخت بالگرد چهار پروانه‌ای به سال ۱۹۲۰ میلادی برمی‌گردد. در آن سال یک مهندس فرانسوی به نام Étienne Oehmichen اولین بالگرد چهارپره را اختراع کرد و مسافت ۳۶۰ متر را با چهارپره خود پرواز کرد. در همان سال او مسافت یک کیلومتر را در مدت هفت دقیقه و چهل ثانیه پرواز کرد [۲].

¹Quadcopter

²Free Flight

در سال ۱۹۲۲ در آمریکا George de Bothezata موفق به ساخت و تست تعدادی چهارپره برای ارتش شد که قابلیت کنترل و حرکت در سه بعد را داشت، ولی پرواز با آن بسیار سخت بود.

در سال‌های اخیر توجه مراکز دانشگاهی به طراحی و ساخت پهپادهای چهارپره جلب شده است و مدل‌های مختلفی در دانشگاه استنفورد و کورنل ساخته شده است و به تدریج رواج یافته است [۳].

از حدود سال ۲۰۰۶ کوادکوپترها شروع به رشد صنعتی به صورت وسایل پرنده بدون سرنشین نمودند.

۲-۱ تعریف مسئله

مسئله‌ای که در این پژوهه بررسی می‌شود، کنترل وضعیت سه درجه آزادی استند آزمایشگاهی چهارپره با استفاده از روش کنترل خطی مربعی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی است. این استند آزمایشگاهی (شکل ۲-۱) شامل یک چهارپره است که از مرکز توسط یک اتصال به یک پایه وصل شده است. در این صورت، تنها وضعیت چهارپره (زوایای رول^۳، پیچ^۴ و یاو^۵) تغییر کرده و فاقد حرکت انتقالی است. همچنین، می‌توان با مقید کردن چرخش حول هر محور، حرکات رول، پیچ و یاو پرنده را به صورت مجزا و یا با یکدیگر بررسی کرد.



شکل ۱-۱: استند کنترل وضعیت سه درجه آزادی چهارپره [۴]

³Roll

⁴Pitch

⁵Yaw

با توجه به شکل، مرکز جرم این استند بالاتر از مفصل قرار دارد که می‌توان آن را به صورت آونگ معکوس در نظر گرفت. بنابراین، سیستم به صورت حلقه باز ناپایدار است. این سیستم دارای چهار ورودی مستقل (سرعت چرخش پره‌ها) و سه خروجی زوایای اویلر (ϕ, θ, ψ) است. در مدل‌سازی این استند عدم قطعیت وجود دارد؛ اما، با توجه به کنترل‌کننده مورد استفاده می‌توان این عدم قطعیت را به صورت اغتشاش در نظر گرفت و سیستم را به خوبی کنترل کرد. در پایان، این کنترل کننده با کنترل کننده تنظیم‌کننده مربعی خطی^۶ مقایسه خواهد شد.

۱-۲-۱ ساختار بالگرد

بالگردها همانند انواع دیگر وسایل پرنده از ایجاد اختلاف فشار در اتمسفر پیرامون خود و ایجاد نیروی برآ^۵ برای بلندشدن و حرکت در هوا استفاده می‌کنند. بدلیل وجود نیروی عمل و عکس‌العمل در بالگردها، پس از اینکه پره اصلی شروع به چرخش می‌کند، با برخورد مولکول‌های هوا به این پره و وجود عکس‌العمل، یک نیرویی با جهت مخالف جهت چرخش پره به پره و در ادامه گشتاوری به شفت متصل به پره اعمال می‌شود و این گشتاور باعث چرخش بالگرد به دور خود می‌شود. در بالگرد برای حل این مشکل، از پره دم استفاده می‌شود تا گشتاوری را تولید کند که مانع چرخش بالگرد به دور خود شود.



شکل ۱-۲: بالگرد شینوک [۵]

حال اگر بالگرد به جای داشتن یک پره اصلی از دو پره اصلی که خلاف جهت یکدیگر بچرخد استفاده

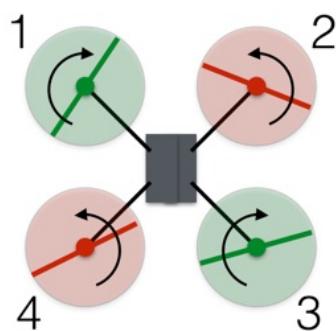
⁵LQR (Linear Quadratic Regulator)

⁷Lift

می‌نمود، به دلیل خنثی‌شدن دو گشتاور توسط یکدیگر، دیگر بالگرد به دور خود نمی‌چرخید. مانند بالگردهای شینوک^۸ که نمایی از آن در شکل ۲-۱ آورده شده است. حال، با توجه به توضیحات داده شده، راحت‌تر می‌توان به ساختار چهارپره‌ها اشاره نمود.

۲-۲-۱ ساختار چهارپره

چهارپره‌ها با بهره‌گیری از چهار موتور و پره مجزا و چرخش دو به دو معکوس این موتورها گشتاورهای عکس‌العملی یکدیگر را خنثی می‌کنند و همچنین اختلاف فشار لازم جهت ایجاد نیروی برآ را تأمین می‌کنند.



شکل ۳-۱: جهت چرخش پره‌های چهارپره [۶]

نحوه ایجاد فرامین کنترلی در چهارپره‌ها به این صورت است که برای تغییر ارتفاع از کم یا زیاد کردن سرعت چرخش موتورها استفاده می‌شود و باعث کمتر یا زیاد تر شدن نیروی برآ می‌شود. برای چرخش چهارپره به دور خود و به صورت درجا، دو پره هم جهت با سرعت کمتر و دو پره هم جهت دیگر با سرعت بیشتر می‌چرخند و گشتاور یا و ایجاد می‌شود و نیروی برآ همانند قبل است (زیرا دو پره با سرعت کمتر و دو پره دیگر به همان نسبت با سرعت بیشتر می‌چرخند). بنابراین، چهارپره در ارتفاع ثابت به دور خود می‌چرخد. برای حرکت چهارپره در صفحه افق (عقب، جلو، چپ و راست) با کم و زیاد کردن سرعت موتورها چهارپره را از حالت افقی خارج کرده و باعث حرکت آن در صفحه افق می‌شود.

⁸Boeing CH-47 Chinook

۱-۳ نظریه بازی

نظریه بازی با استفاده از مدل‌های ریاضی به تحلیل روش‌های همکاری یا رقابت موجودات منطقی و هوشمند می‌پردازد. نظریه بازی، شاخه‌ای از ریاضیات کاربردی است که در علوم اجتماعی و به ویژه در اقتصاد، زیست‌شناسی، مهندسی، علوم سیاسی، روابط بین‌الملل، علوم رایانه، بازاریابی و فلسفه مورد استفاده قرار می‌گیرد. نظریه بازی در تلاش است تا به وسیله‌ی ریاضیات، رفتار را در شرایط راهبردی یا در یک بازی که در آن موفقیت فرد در انتخاب کردن، وابسته به انتخاب دیگران می‌باشد، برآورد کند.

۱-۳-۱ تاریخچه نظریه بازی

در سال ۱۹۹۴ جان فوربز نش به همراه جان هارسانی و راینهارد سیلتون به خاطر مطالعات خلاقانه‌ی خود در زمینه‌ی نظریه بازی، برنده‌ی جایزه نوبل اقتصاد شدند. در سال‌های پس از آن نیز بسیاری از برنده‌گان جایزه‌ی نوبل اقتصاد از میان متخصصین نظریه بازی انتخاب شدند. آخرین آنها، ژان تیروول فرانسوی است که در سال ۲۰۱۴ این جایزه را کسب کرد [۷].

۱-۳-۲ تعادل نش

پژوهش‌ها در این زمینه اغلب بر مجموعه‌ای از راهبردهای شناخته شده به عنوان تعادل در بازی‌ها استوار است. این راهبردها به طور معمول از قواعد عقلانی به نتیجه می‌رسند. مشهورترین تعادل‌ها، تعادل نش است. در نظریه بازی، تعادل نش (به نام جان فوربز نش، که آن را پیشنهاد کرد) راه حلی از نظریه بازی است که شامل دو یا چند بازیکن است، که در آن فرض برآگاهی هر بازیکن به راهبرد تعادل دیگر بازیکنان است. بر اساس نظریه‌ی تعادل نش، اگر فرض کنیم در هر بازی با استراتژی مختلط، بازیکنان به طریق منطقی و معقول راهبردهای خود را انتخاب کنند و به دنبال حد اکثر سود در بازی هستند، دست کم یک راهبرد برای به دست آوردن بهترین نتیجه برای هر بازیکن قابل انتخاب است و چنانچه بازیکن راهکار دیگری به غیر از آن را انتخاب کند، نتیجه‌ی بهتری به دست نخواهد آورد.

فصل ۲

بازی دیفرانسیلی

در این قسمت به خلاصه‌ای از بازی دیفرانسیلی پرداخته شده است. تمامی توضیحات و روابط از منبع [۸] آورده شده است. در این فصل حالت حلقه‌باز^۱ و حالت همراه با بازخورد^۲ بررسی می‌شود. این پروژه حالت دو بازیکن را بررسی می‌کند. در این مسئله فرض شده کهتابع هزینه برای هر بازیکن به فرم مربعی است. هدف اصلی کم کردن تابع هزینه برای بازیکنان است. تابع هزینه به فرم رابطه (۱-۲) نوشته می‌شود.

$$(1-2) \quad J_i(u_1, u_2) = \int_0^T (\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}_i^T(t) \mathbf{R}_{ii} \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{u}_j^T(t) \mathbf{R}_{ij} \mathbf{u}_j(t)) dt + \mathbf{x}^T(T) \mathbf{H}_i \mathbf{x}(T)$$

در اینجا ماتریس‌های \mathbf{Q}_i ، \mathbf{R}_{ii} و \mathbf{H} متقارن فرض شده‌اند و ماتریس \mathbf{R}_{ii} به صورت مثبت معین ($\mathbf{R}_{ii} > 0$) فرض شده است. دینامیک سیستم تحت تاثیر هر دو بازیکن قرار می‌گیرد. در اینجا دینامیک سیستم به فرم رابطه (۲-۲) در نظر گرفته شده است.

$$(2-2) \quad \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}_2(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$$

در رابطه (۲-۲)، \mathbf{u}_1 برابر با تلاش کنترلی بازیکن اول است. در اینجا ممکن است تلاش بازیکن اول موجب دور شدن بازیکن دوم از هدف شود و یا برعکس. این پروژه حالت همکاری دو بازیکن را بررسی نمی‌کند و دو بازیکن در تلاش برای کم کردن تابع هزینه خود و زیاد کردن تابع هزینه بازیکن مقابل هستند.

¹Opne Loop

²Feedback

۱-۲ بازی حلقه‌باز

در این حالت فرض شده است که تمامی بازیکنان در زمان $t \in [0, T]$ فقط اطلاعات شرایط اولیه و مدل سیستم را دارند. این فرض به این صورت تفسیر می‌شود که دو بازیکن همزمان حرکت خود را در انتخاب می‌کنند. در این حالت امکان هماهنگی بین دو بازیکن وجود ندارد. تعادل نش در ادامه تعریف شده است.

قضیه‌ی ۱-۲ به مجموعه‌ای از حرکات قابل قبول (u_1^*, u_2^*) یک تعادل نش برای بازی می‌گویند اگر تمامی حرکات قابل قبول (u_1, u_2) از نامساوی (۳-۲) پیروی کنند.

$$J_1(u_1^*, u_2^*) \leq J_1(u_1, u_2^*) \text{ and } J_2(u_1^*, u_2^*) \leq J_2(u_1^*, u_2) \quad (3-2)$$

در اینجا قابل قبول بودن به معنی آن است که $(.)_i u$ به یک مجموعه محدود حرکات تعلق دارد، این مجموعه‌ی حرکات که بستگی به اطلاعات بازیکنان از بازی دارد، مجموعه‌ای از راهبردهایی است که بازیکنان ترجیح می‌دهند برای کنترل سیستم انجام دهند و سیستم (۲) باید یک جواب منحصر به فرد داشته باشد.

تعادل نش به گونه‌ای تعریف می‌شود که هیچ یک از بازیکنان انگیزه‌ی یک طرفه برای انحراف از بازی ندارند. قابل ذکر است که نمی‌توان انتظار داشت که یک تعادل نش منحصر به فرد وجود داشته باشد. به هر حال به راحتی می‌توان تایید کرد که حرکات (u_1^*, u_2^*) یک تعادل نش برای بازی با تابع هزینه J_i است. ($i = 1, 2$)

برای سادگی از نمادسازی $S_i := B_i R_{ii}^{-1} B_i^T$ استفاده شده است. در اینجا فرض شده است که زمان T محدود است.

قضیه‌ی ۲-۲ ماتریس M را در نظر بگیرید:

$$M := \begin{bmatrix} A & -S_1 & -S_2 \\ -Q_1 & -A^T & 0 \\ -Q_2 & 0 & -A^T \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

فرض شده است که دو معادله دیفرانسیلی دیکاتی (۵-۲)، در بازه $[0, T]$ جواب متقاضن دارند.

$$\dot{K}_i(t) = -A^T K_i(t) - K_i(t)A + K_i(t)S_i K_i(t) - Q_i, \quad K_i(T) = H_i, \quad i = 1, 2 \quad (5-2)$$

بازی دیفرانسیل خطی درجه دوم دو نفره^۳ تعادل نش حلقباز در هر شرایط اولیه X_0 دارد اگر ماتریس

$$\mathbf{H}(T) := \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} e^{-MT} \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \quad (6-2)$$

معکوس پذیر باشد [۸].

در معادلات بالا تلاش کنترلی برای هر بازیکن به فرم رابطه ۷-۲ تعریف شده است.

$$\mathbf{u}_i(t) = -\mathbf{R}_{ii} \mathbf{B}_i^T \mathbf{x}(t), \quad i = 1, 2 \quad (7-2)$$

در آخر با استفاده از قضیه ۲-۲ با حل دو معادله کوپل ریکاتی دیفرانسیلی می‌توان به جواب رسید.

$$\dot{\mathbf{K}}_1 = -\mathbf{A}^T \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_1 \mathbf{A} - \mathbf{Q}_1 + \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2; \quad \mathbf{K}_1(T) = \mathbf{H}_1 \quad (8-2)$$

$$\dot{\mathbf{K}}_2 = -\mathbf{A}^T \mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_2 \mathbf{A} - \mathbf{Q}_2 + \mathbf{K}_2 \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_2 \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1; \quad \mathbf{K}_2(T) = \mathbf{H}_2 \quad (9-2)$$

³the two player linear quadratic differential game

۲-۲ بازی همراه با بازخورد

تفاوت بازی همراه با بازخورد^۴ با بازی حلقه‌باز در این است که بازیکنان در هر لحظه از بازی بازخورد می‌گیرند و متناسب با بازخورد رفتار می‌کنند. این بازخورد ممکن است باعث شود یک بازیکن انگیزه پیدا کند که از بازی انحراف پیدا کند در حالی که این اتفاق در بازی حلقه‌باز رخ نمی‌دهد. این اتفاق منجر به یک راه حل تعادلی دیگر می‌شود. با توجه به اینکه سیستم خطی است، می‌توان استدلال کرد که جواب بهینه به صورت تابعی خطی از وضعیت سیستم است [۸].

قضیه‌ی ۳-۲ مجموعه‌ی حرکات کنترلی $\mathbf{u}_i^*(t) = \mathbf{F}_i^*(t)\mathbf{x}(t)$ تشکیل شده‌است از بازخورد خطی تعادل نش اگر

$$J_1(\mathbf{u}_1^*, \mathbf{u}_2^*) \leq J_1(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2^*) \text{ and } J_2(\mathbf{u}_1^*, \mathbf{u}_2^*) \leq J_2(\mathbf{u}_1^*, \mathbf{u}_2)$$

برای هر $\mathbf{u}_i \in \Gamma_i^{lfb}$ برقرار باشد.

قضیه‌ی ۴-۲ بازی دیفرانسیلی خطی درجه دوم دو نفره برای هر شرایط اولیه، تعادل نش خطی بازخورد دارد اگر و فقط اگر مجموعه معادلات کوپل ریکاتی

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{K}}_1(t) &= -(\mathbf{A} - \mathbf{S}_2\mathbf{K}_2(t))^T \mathbf{K}_1(t) - \mathbf{K}_1(t)(\mathbf{A} - \mathbf{S}_2\mathbf{K}_2(t)) + \mathbf{K}_1(t)\mathbf{S}_1\mathbf{K}_1(t) - \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{K}_1(T) &= \mathbf{H}_1 \end{aligned} \quad (10-2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{K}}_2(t) &= -(\mathbf{A} - \mathbf{S}_1\mathbf{K}_1(t))^T \mathbf{K}_2(t) - \mathbf{K}_2(t)(\mathbf{A} - \mathbf{S}_1\mathbf{K}_1(t)) + \mathbf{K}_2(t)\mathbf{S}_2\mathbf{K}_2(t) - \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{K}_2(T) &= \mathbf{H}_2 \end{aligned} \quad (11-2)$$

در بازه زمانی $[0, T]$ جواب متقارن داشته باشند (برای سادگی $S_{12} = S_{21} = 0$ فرض شده است). در این حالت دارای تعادل منحصر به فرد است. حرکت‌های تعادل به فرم رابطه ۱۲-۲ است.

$$\mathbf{u}_i^*(t) = -\mathbf{R}_{ii}\mathbf{B}_i^T \mathbf{K}_i(T)\mathbf{x}(T), \quad i = 1, 2 \quad (12-2)$$

⁴The Feedback Game

فصل ۳

شبیه‌سازی در محیط سیمولینک

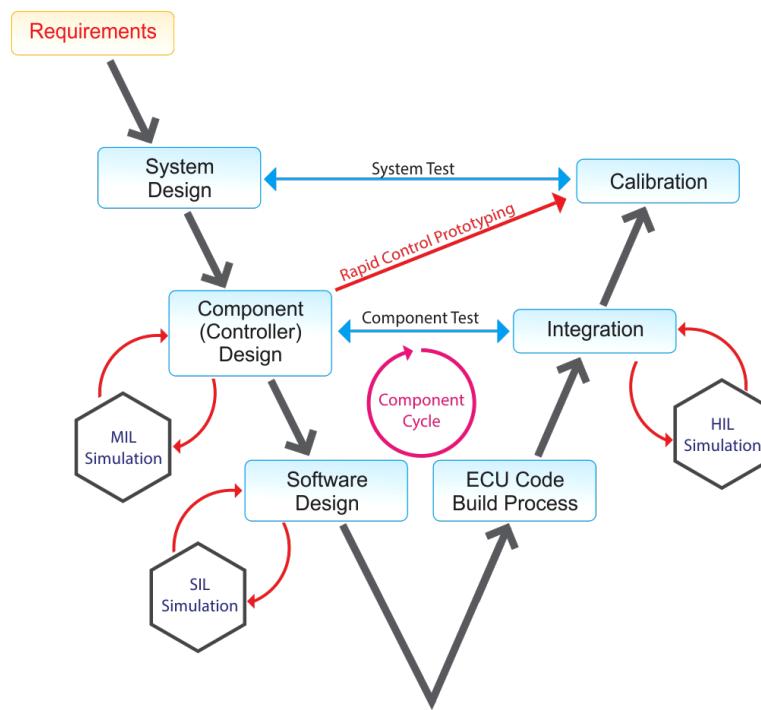
سیمولینک^۱ یک ابزار شبیه‌سازی همراه با نرم‌افزار متلب است. با استفاده از سیمولینک می‌توان رفتار یک سیستم را بدون نیاز به ساخت آن را تحلیل نمود. در نتیجه با استفاده از سیمولینک می‌توان علاوه بر صرفه‌جویی در هزینه و زمان به بررسی تأثیر اغتشاشات یا سایر عوامل ورودی بر عملکرد یک سیستم پرداخت. همچنین شبیه‌سازی سیستم‌ها این توانایی را در اختیار می‌گذارد تا عکس العمل یک سیستم در صورت تغییر پارامترهای ورودی آن به خوبی شناخته شود. سیمولینک به صورت یک کتابخانه در نرم‌افزار متلب^۲ عرضه شده است که شبیه‌سازی توسط بلوک‌های این کتابخانه به صورت دیاگرام‌های بلوکی انجام می‌شود.

¹Simulink

²MATLAB

۱-۳ طراحی مبتنی بر مدل

مراحل طراحی و پیاده‌سازی براساس دیاگرام ۷ (۱-۳) طی می‌شود. با توجه به این دیاگرام، ابتدا سامانه دینامیکی در محیط نرم‌افزاری مدل‌سازی و کنترل‌کننده طراحی می‌شود. سپس، عملکرد کنترل‌کننده با استفاده از شبیه‌سازی نرم‌افزاری^۳ بررسی شده و اشکالات اولیه موجود برطرف می‌شود. در گام بعد، بهمنظور بررسی اثر نامعینی‌ها، ساده‌سازی‌ها و اشتباهات مدل‌سازی بر عملکرد کنترل‌کننده، شبیه‌سازی سخت‌افزار در حلقه پلتنت^۴ انجام می‌شود. پس از تایید عملکرد کنترل‌کننده به صورت نرم‌افزاری، کد آن به کمک ابزار تولید خودکار کد نرم‌افزار سیمولینک تولید و روی آردوینو^۵ پیاده‌سازی می‌شود. در این حالت، سخت‌افزار کنترل‌کننده (برد آردوینو) مدل در حلقه شبیه‌سازی قرار می‌گیرد. در مرحله نهایی، برد آردوینو به پلتنت حقیقی (استند سه درجه آزادی) وصل شده، به صورت زمان‌حقیقی^۶ خروجی حسگر را دریافت و فرمان کنترلی را به پلتنت اعمال می‌کند.



شکل ۳-۱: دیاگرام V [۱۴]

³MIL (Model In the Loop)

⁴RCP (Rapid Control Prototyping)

⁵Arduino

⁶Real-Time

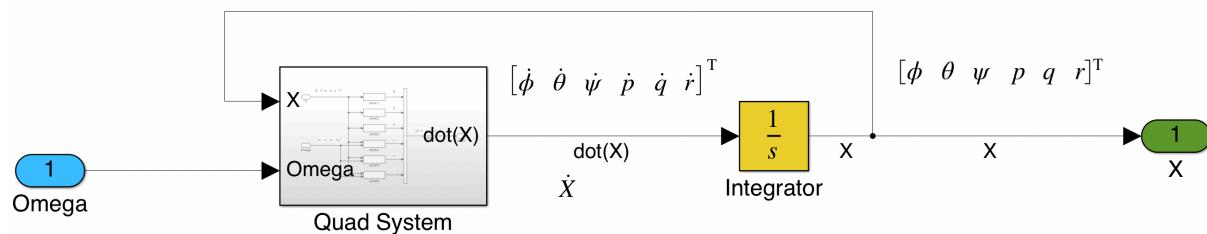
۲-۳ شبیه‌سازی استند سه درجه آزادی در محیط سیمولینک

در این بخش به بررسی و شبیه‌سازی مدل دینامیکی استند سه درجه آزادی پرداخته شده است. در بخش ؟؟ فرم فضای حالت استند چهارپره استخراج شد. در شبیه‌سازی نیز از همین روابط استخراج شده، استفاده شده است. مدل شبیه‌سازی شده از استند (شکل ۲-۳) دارای چهار ورودی سرعت دورانی موتورها و دارای سه خروجی زوایای رول (ϕ)، پیچ (θ)، یا (ψ) و سه سرعت زاویه‌ای p ، q و r است.



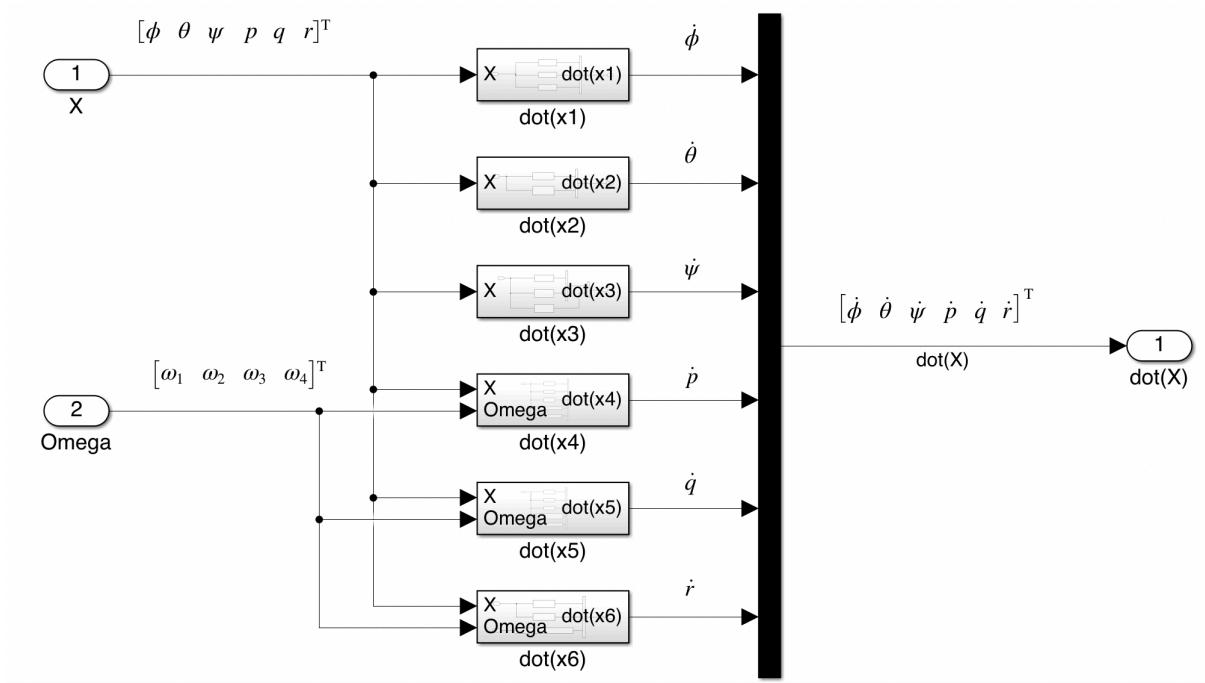
شکل ۲-۳: مدل استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌های مدل

نمایی از داخل بلوک Quacopter 3DOF Nonlinear System در شکل ۲-۳ آورده شده است.



شکل ۳-۳: مدل استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌های مدل خروجی بلوک \dot{X} ، Quad System است. با استفاده از بلوک انتگرال‌گیر (بلوک زرد رنگ در شکل ۳-۳) از خروجی بلوک بر اساس شرایط اولیه استند انتگرال گرفته می‌شود و وضعیت استند (زوایه‌های رول ϕ ، پیچ θ ، یا ψ) و سرعت‌های زاویه‌ای p ، q و r را خروجی می‌دهد.

در داخل بلوک Quad System، شش بلوک دیگر قرار دارد که تعدادی از آن‌ها دارای ورودی X و تعدادی دیگر دارای ورودی \dot{X} و ω هستند. مجموع خروجی این شش بلوک \dot{X} است که در توضیحات بلوک Quad System، نیز به آن اشاره شد. نمایی از داخل بلوک Quad System در شکل ۴-۳ آورده شده است.



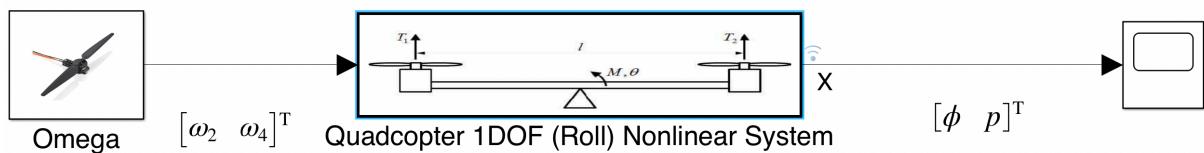
شکل ۴-۳: نمایی از داخل بلوک Quad System

۳-۳ شبیه‌سازی کanal‌های مختلف استند سه درجه آزادی در محیط سیمولینک

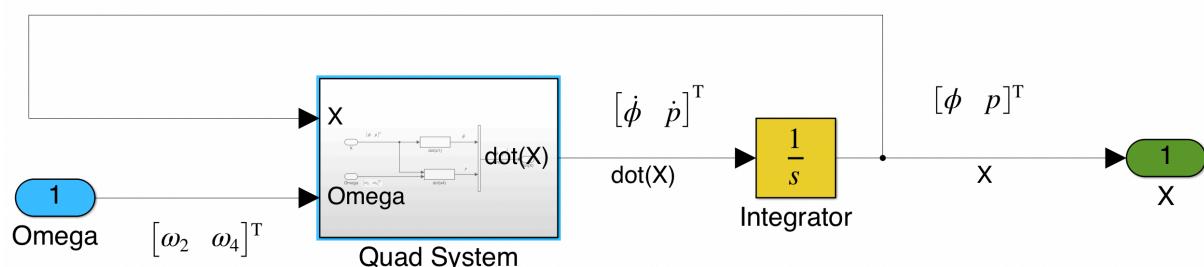
در بخش (۲-۳) به شبیه‌سازی سه درجه آزادی استند چهارپره پرداخته شد. در این بخش به شبیه‌سازی کanal‌های رول، پیج، یاو و رول-پیج پرداخته می‌شود. برای شبیه‌سازی یک کanal فرض شده است سایر کanal‌ها بسته شده‌اند و هیچگونه حرکتی در این کanal‌ها وجود ندارد.

۱-۳-۳ شبیه‌سازی کanal رول در محیط سیمولینک

در بخش (۴) فرم فضایی حالت کanal‌های مختلف استند چهارپره بدست آمد در این بخش فرم فضایی حالت کanal رول در سیمولینک شبیه‌سازی می‌شود. مدل شبیه‌سازی شده از استند (شکل ۵-۳) دارای دو ورودی سرعت دورانی موتورهای دو و چهار و دارای یک خروجی زاویه‌ی رول (ϕ) و سرعت زاویه‌ی p است.

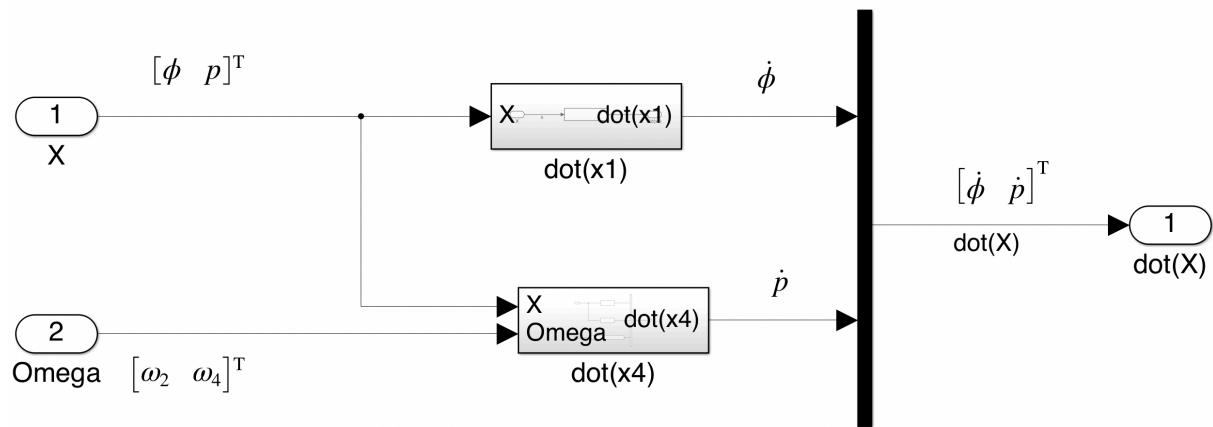


شکل ۳-۵: مدل کanal رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها نمایی از داخل بلوک Quacopter 1DOF (Roll) Nonlinear System در شکل (۶-۳) آورده شده است.



شکل ۶-۳: مدل کanal رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها بلوک Quad System، \dot{X} را به عنوان خروجی می‌دهد. با استفاده از بلوک انتگرالگیر (بلوک زرد رنگ) در شکل (۶) از خروجی آن بر اساس شرایط اولیه استند انتگرال گرفته می‌شود و خروجی مورد نیاز (زاویه رول (ϕ) و سرعت زاویه‌ی p) را می‌دهد.

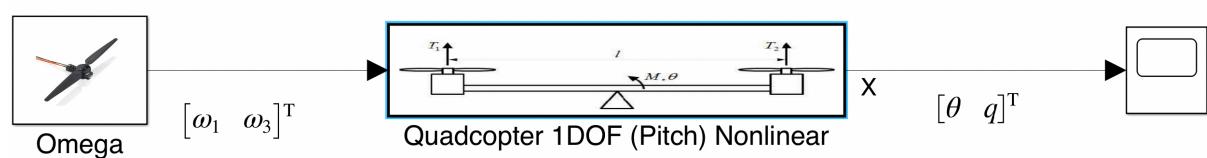
داخل بلوک Quad System، دو بلوک دارد که یکی از آن‌های دارای ورودی X و دیگری دارای ورودی ω هستند. مجموع خروجی این دو بلوک \dot{X} است که برای بلوک Quad System (شکل ۷-۳) آورده شده است. نمایی از داخل بلوک Quad System در شکل (۷-۳) آورده شده است.



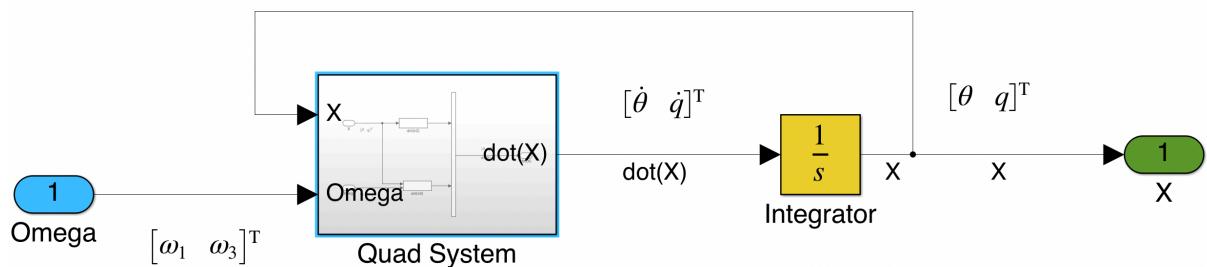
شکل ۷-۳: نمایی از داخل بلوک Quad System

۲-۳-۳ شبیه سازی کanal پیچ در محیط سیمولینک

در بخش (۴) فرم فضای حالت کانال‌های مختلف استند چهار پره بدست آمد در این بخش فرم فضای حالت کanal پیچ در سیمولینک شبیه‌سازی می‌شود. مدل شبیه‌سازی شده از استند (شکل ۸-۳) دارای دو ورودی سرعت دورانی موتورهای یک و سه و دارای یک خروجی زاویه‌ی پیچ (θ) و سرعت زاویه‌ی q است.



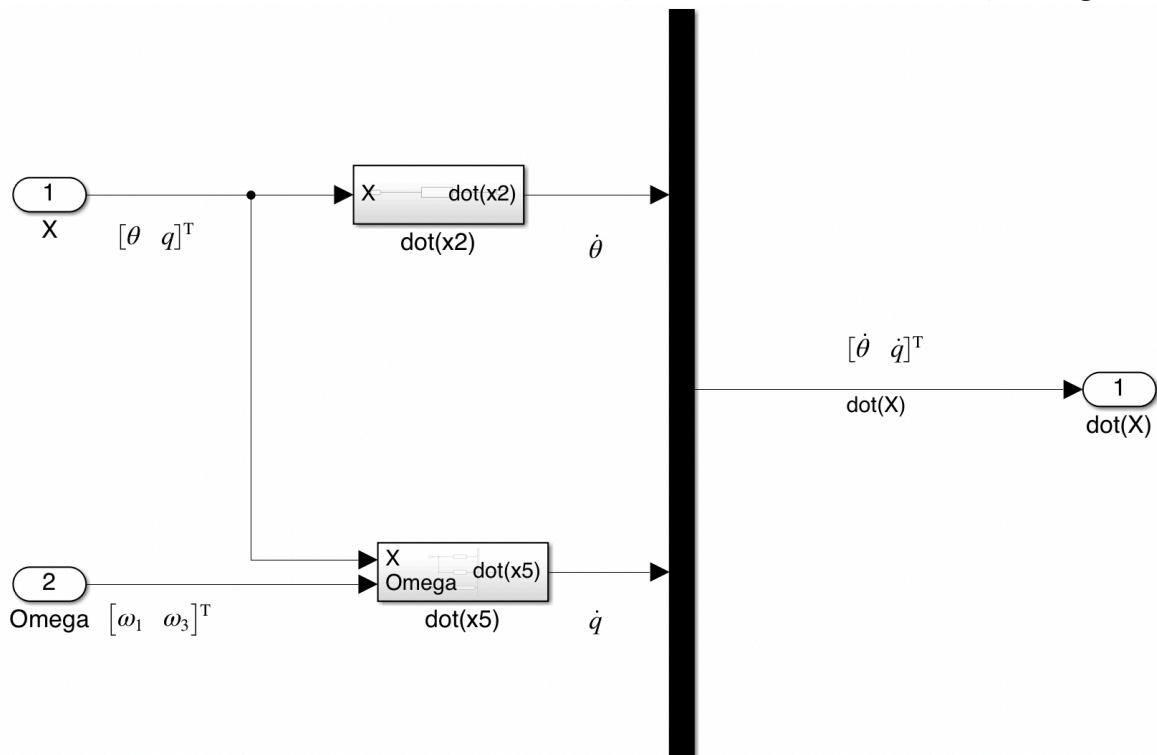
شکل ۸-۳: مدل کanal رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها نمایی از داخل بلوک Quacopter 1DOF (Pitch) Nonlinear System در شکل (۹-۳) آورده شده است.



شکل ۹-۳: مدل کاتال رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها

بلوک Quad System، \dot{X} را به عنوان خروجی می‌دهد. با استفاده از بلوک انتگرالگیر (بلوک زرد رنگ) در شکل (۹-۳) از خروجی آن بر اساس شرایط اولیه استند انتگرال گرفته می‌شود و خروجی مورد نیاز (زاویه پیچ (θ) و سرعت زاویه‌ای (q) را می‌دهد.

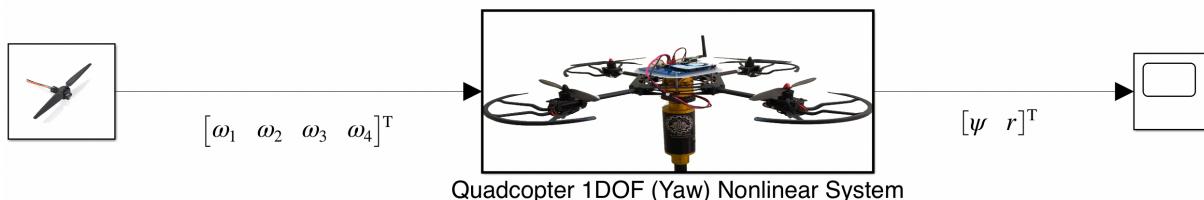
داخل بلوک Quad System، دو بلوک دارد که یکی از آن‌های دارای ورودی X و دیگری دارای ورودی ω هستند. مجموع خروجی این دو بلوک \dot{X} است که برای بلوک Quad System، نیز اشاره شد. نمایی از داخل بلوک Quad System در شکل (۱۰-۳) آورده شده است.



شکل ۱۰-۳: نمایی از داخل بلوک Quad System

۳-۳-۳ شبیه‌سازی کanal یاو در محیط سیمولینک

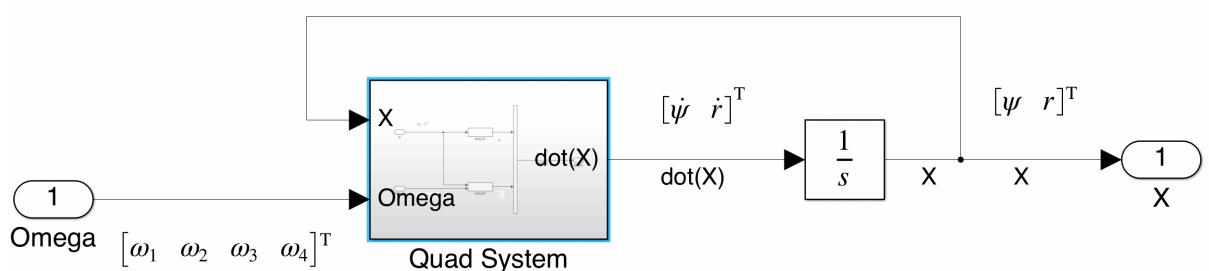
در بخش (۱۱-۲) فرم فضای حالت کانال‌های مختلف استند چهار پره بدست آمد در این بخش فرم فضای حالت کانال رول در سیمولینک شبیه‌سازی می‌شود. مدل شبیه‌سازی شده از استند (شکل ۱۱-۳) دارای چهار ورودی سرعت دورانی موتورها و دارای یک خروجی زاویه‌ی رول (ψ) و سرعت زاویه‌ی r است.



شکل ۱۱-۳: مدل کانال رول استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها

نمایی از داخل بلوک Quacopter 1DOF (Yaw) Nonlinear System در شکل ۱۲-۳ آورده شده

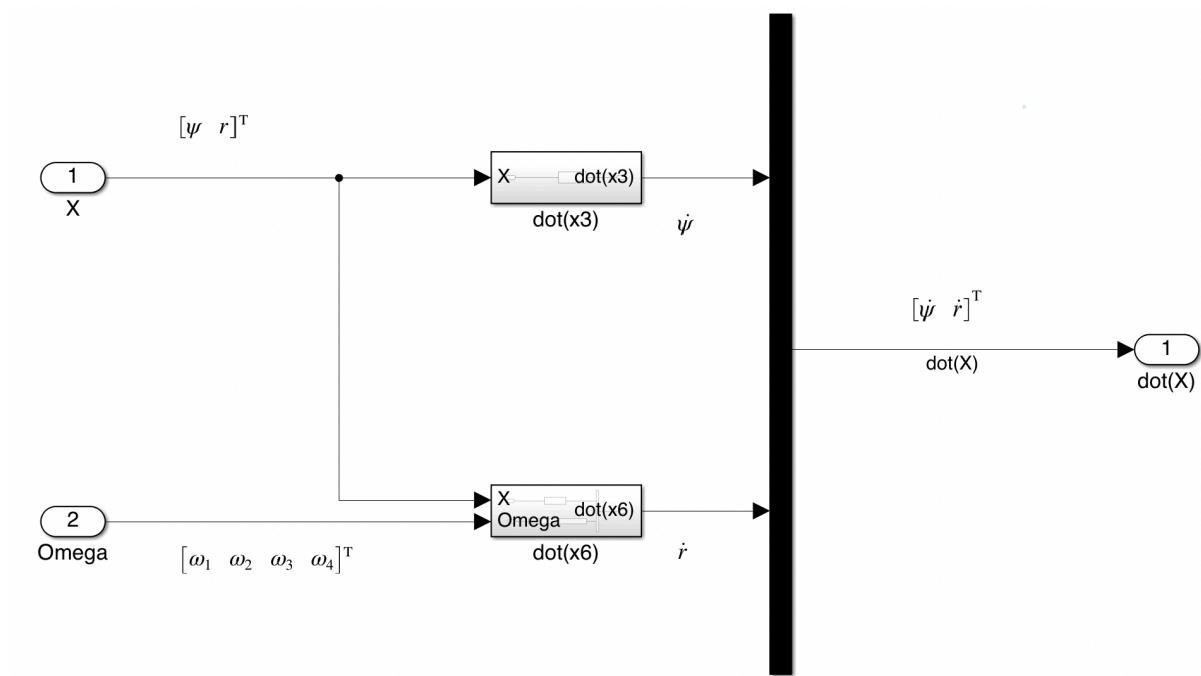
است.



شکل ۱۲-۳: مدل کانال یاو استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها

بلوک Quad System، \dot{X} را به عنوان خروجی می‌دهد. با استفاده از بلوک انتگرالگیر (بلوک زرد رنگ) در شکل ۱۲-۳ از خروجی آن بر اساس شرایط اولیه استند انتگرال گرفته می‌شود و خروجی مورد نیاز (زاویه‌های یاو (ψ) و سرعت زاویه‌ای (r) را می‌دهد.

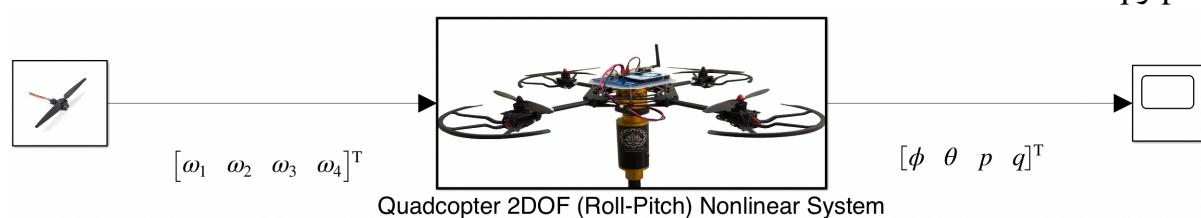
داخل بلوک Quad System، دو بلوک دارد که یکی از آن‌های دارای ورودی X و دیگری دارای ورودی X و ω هستند. مجموع خروجی این دو بلوک \dot{X} است که برای بلوک Quad System، نیز اشاره شد. نمایی از داخل بلوک Quad System در شکل ۱۲-۳ آورده شده است.



شکل ۱۳-۳: نمایی از داخل بلوک Quad System

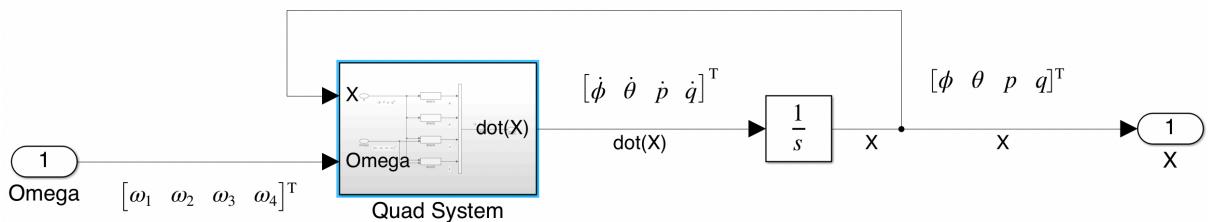
۴-۳-۳ شبیه سازی کanal رول-پیچ در محیط سیمولینک

در بخش ؟ فرم فضایی حالت کانال های مختلف استند چهار پره بدست آمد در این بخش فرم فضایی حالت کانال رول در سیمولینک شبیه سازی می شود. فرم فضایی حالت استند چهار پره استخراج شد. در شبیه سازی نیز از همین روابط استخراج شده استفاده شده است. مدل شبیه سازی شده از استند (شکل ۱۴-۳) دارای چهار ورودی سرعت دورانی موتورها و دارای دو خروجی زوایای رول (ϕ) و پیچ (θ) دو سرعت های زاویه ای p و q است.



شکل ۱۴-۳: مدل کanal رول-پیچ استند چهارپره شبیه سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی ها

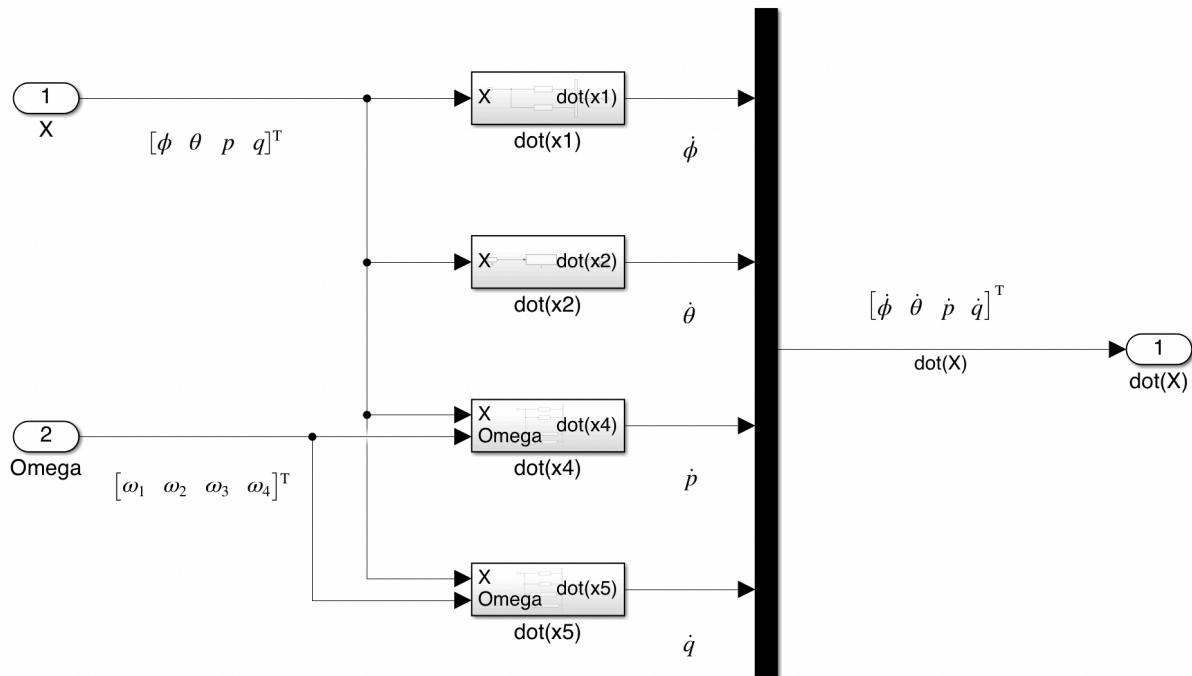
نمایی از داخل بلوک Quacopter 3DOF Nonlinear System در شکل (۱۵-۳) آورده شده است.



شکل ۱۵-۳: مدل کanal رول-پیچ استند چهارپره شبیه‌سازی شده در سیمولینک و نمایش ورودی و خروجی‌ها

بلوک Quad System، \dot{X} را به عنوان خروجی می‌دهد. با استفاده از بلوک انتگرال‌گیر (بلوک زرد رنگ) در شکل ۱۵-۳ از خروجی آن بر اساس شرایط اولیه استند انتگرال گرفته می‌شود و خروجی مورد نیاز (زاویه‌های رول (ϕ) و پیچ (θ) و سرعت‌های زاویه‌ای p و q) را می‌دهد.

داخل بلوک Quad System، چهار بلوک دارد که بعضی از آن‌های دارای ورودی X و بعضی از آن‌های دارای ورودی X و ω هستند. مجموع خروجی این شش بلوک \dot{X} است که برای بلوک Quad System نیز اشاره شد. نمایی از داخل بلوک Quad System در شکل ۱۶-۳ آورده شده است.



شکل ۱۶-۳: نمایی از داخل بلوک Quad System

۴-۳ اصلاح پارامترهای استند چهارپره در شبیه‌سازی حلقه باز

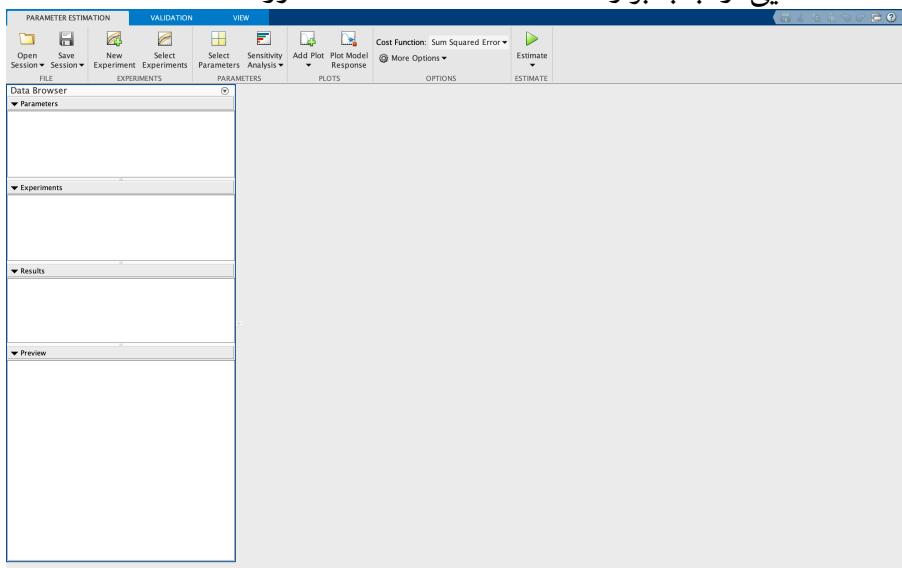
در بخش ۲-۳ شبیه‌سازی استند چهارپره انجام شد و در بخش ۳-۳ کانال‌های مختلف استند سه درجه آزادی چهارپره شبیه‌سازی شد. در این بخش با استفاده از شبیه‌سازی کانال‌های مختلف چهارپره در محیط سیمولینک و داده‌های خروجی از استند چهارپره، پارامترهای استند چهارپره اصلاح می‌شوند.

برای اصلاح پارامترهای استند چهارپره از جعبه‌ابزار Parameter Estimator موجود در سیمولینک استفاده شده است. این جعبه ابزار با استفاده از داده‌های وضعیت استند در واقعیت و داده‌های وضعیت استند در شبیه‌سازی سیمولینک، اقدام به اصلاح پارامترها می‌کند، به صورتی که وضعیت استند در شبیه‌سازی تا حد ممکن به وضعیت استند در واقعیت نزدیک کند.



شکل ۱۷-۳: نماد جعبه‌ابزار Parameter Estimator در سیمولینک

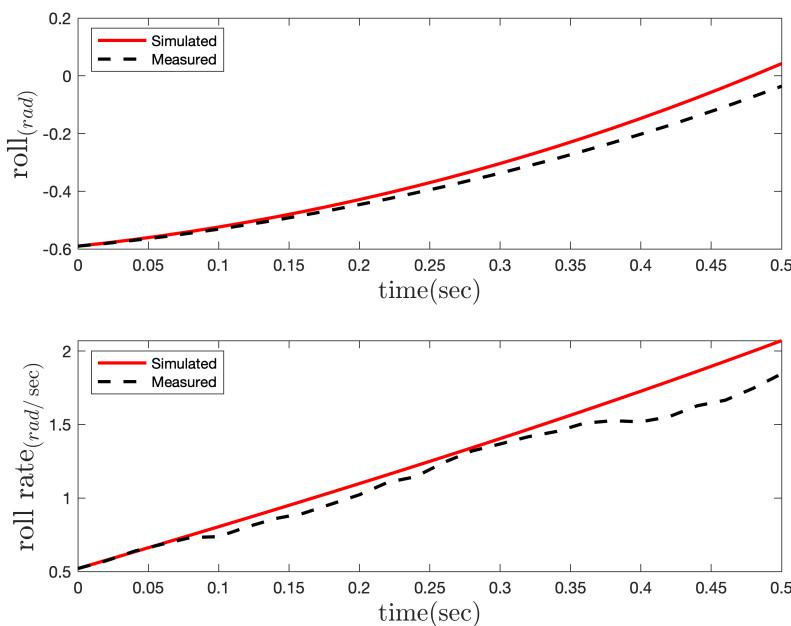
در شکل ۱۸-۳ نمایی از جعبه‌ابزار Parameter Estimator آورده شد است.



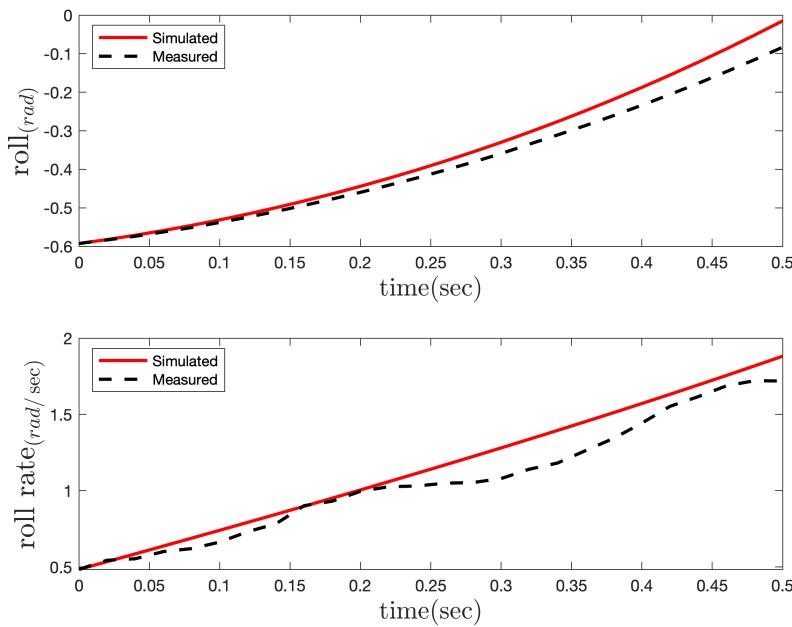
شکل ۱۸-۳: جعبه‌ابزار Parameter Estimator

۱-۴-۳ تخمین پارامترهای کanal رول

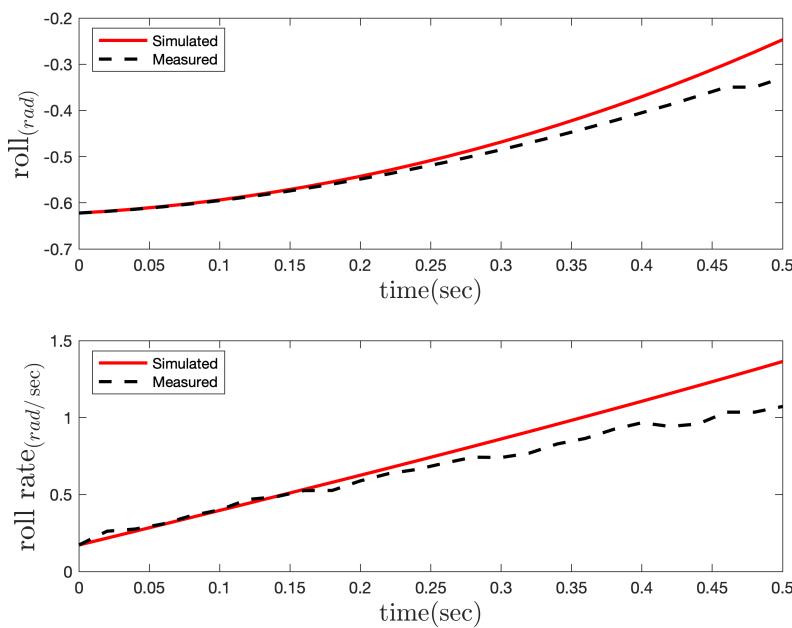
برای اصلاح پارامترها رول چندین آزمایش انجام شد و با استفاده از داده‌های ثبت شده از وضعیت استند در کanal رول و جعبه‌ابزار Parameter Estimator، پارامترهای کanal رول اصلاح شدند. برای انجام آزمایش هر یک از موتورهای دو و چهار با دور مختلف شروع به حرکت کردند و از خروجی سنسور داده برداری شد. سپس، مدل و داده‌های ثبت شده سنسور (وضعیت استند در کanal رول) به جعبه‌ابزار Parameter Estimator داده شد. وضعیت کanal رول استند در شبیه‌سازی و واقعیت بعد از اصلاح پارامترهای کanal رول در شکل‌های ۱۹-۳، ۲۰-۳، ۲۱-۳ و ۲۲-۳ مقایسه شده است.



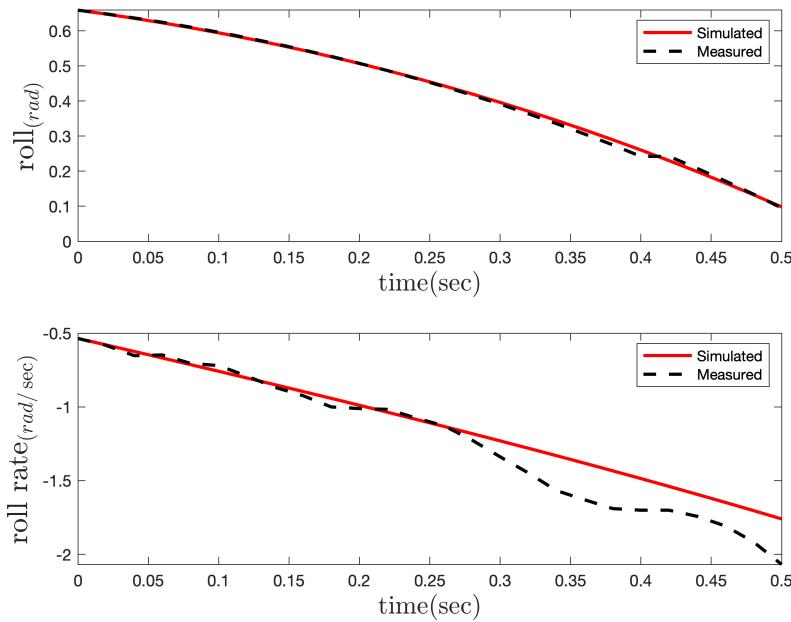
شکل ۳: مقایسه وضعیت استند در آزمایش اول و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کanal رول



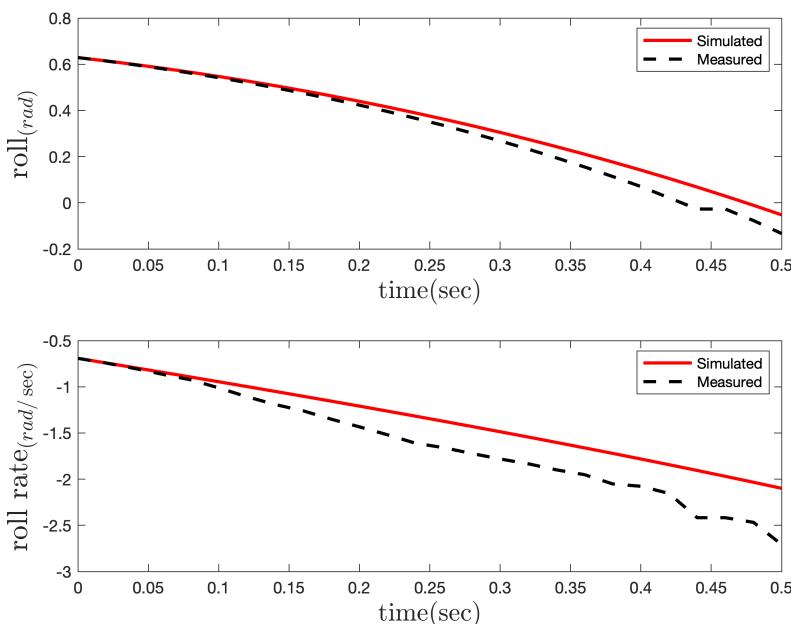
شکل ۳-۲۰: مقایسه وضعیت استند در آزمایش دوم و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کانال رول



شکل ۳-۲۱: مقایسه وضعیت استند در آزمایش سوم و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کانال رول



شکل ۳-۲۲-۳: مقایسه وضعیت استند در آزمایش چهارم و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کanal رول



شکل ۳-۲۳-۳: مقایسه وضعیت استند در آزمایش پنجم و شبیه‌سازی، پس از تخمین پارامترهای کanal رول

مراجع

- [1] L. Sprekelmeyer. *These We Honor: The International Aerospace Hall of Fame*. 2006.
- [2] M. J. Hirschberg. A perspective on the first century of vertical flight. *SAE Transactions*, 108:1113–1136, 1999.
- [3] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch. Geometric tracking control of a quadrotor uav on $\text{se}(3)$. In *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 5420–5425, 2010.
- [4] <http://gcrc.sharif.edu>. 3dof quadcopter, 2021. [Online; accessed November 2, 2021], Available at <https://cutt.ly/yYMvhYv>.
- [5] dreamstime. boeing ch chinook, 2021. [Online; accessed June 8, 2021], Available at <https://cutt.ly/onRvD7x>.
- [6] wired. the physics of drones, 2021. [Online; accessed June 8, 2021], Available at <https://www.wired.com/2017/05/the-physics-of-drones/>.
- [7] nobelprize.org. Jean tirole, 2021. [Online; accessed October 17, 2021], Available at <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2014/tirole/facts/>.
- [8] J. Engwerda. Linear quadratic differential games: An overview. *Advances in Dynamic Games and their Applications*, 10:37–71, 03 2009.
- [9] P. Abeshtan. Attitude control of a 3dof quadrotor stand using intelligent backstepping approach. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2016.

- [10] P. Zipfel. *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. AIAA education series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [11] A. Sharifi. Real-time design and implementation of a quadcopter automatic landing algorithm taking into account the ground effect. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2010.
- [12] M. A. A. Bishe. Attitude control of a 3dof quadrotor stand using a heuristic nonlinear controller. January 2018.
- [13] E. Norian. Design of status control loops of a laboratory quadcopter mechanism and its pulverizer built-in using the automatic tool code generation. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2014.
- [14] Model-based design, 2021. [Online; accessed December 16, 2021], Available at <https://www.pngegg.com/en/png-xdlhx>.



Sharif University of Technology
Department of Aerospace Engineering

Bachelor Thesis

LQDG Controller for 3DOF Quadcopter Stand

By:

Ali BaniAsad

Supervisor:

Dr. Nobahari

August 2021