



# راهنمای نوشتن مقاله در کنگره مشترک هوش محاسباتی

نام و نام خانوادگی نویسنده اول<sup>۱</sup>، نام و نام خانوادگی نویسنده دوم<sup>۲</sup> و نام و نام خانوادگی نویسنده سوم<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> رتبه علمی نویسنده در صورت تمایل، گروه آموزشی یا واحد سازمانی مربوطه، نام سازمان، شهر، آدرس پست الکترونیکی

<sup>۲</sup> رتبه علمی نویسنده در صورت تمایل، گروه آموزشی یا واحد سازمانی مربوطه، نام سازمان، شهر، آدرس پست الکترونیکی

چکیده: در این پژوهش، از یک روش مبتنی بر نظریه بازی<sup>۱</sup> به منظور کنترل وضعیت استند سه درجه آزادی چهارپره استفاده شده است. در این روش بازیکن اول سعی در ردگیری ورودی مطلوب می‌کند و بازیکن دوم با ایجاد اغتشاش سعی در ایجاد خطا در ردگیری بازیکن اول می‌کند. در این روش انتخاب حرکت با استفاده از تعادل نش<sup>۲</sup> که با فرض بدترین حرکت دیگر بازیکن است، انجام می‌شود. این روش نسبت به اغتشاش ورودی و همچنین نسبت به عدم قطعیت مدل‌سازی می‌تواند مقاوم باشد. برای ارزیابی عملکرد این روش ابتدا شبیه‌سازی‌هایی در محیط سیمولینک انجام شده است و سپس، با پیاده‌سازی روی استند سه درجه آزادی صحت عملکرد کنترل کننده تایید شده است.

کلمات کلیدی: چهارپره، بازی دیفرانسیل، نظریه بازی، تعادل نش، استند سه درجه آزادی، مدل‌بنا، تنظیم‌کننده مربعی خطی.

## ۱ مقدمه

چهارپره یا کوادکوپتر<sup>۳</sup> یکی از انواع وسایل پرنده است. چهارپره‌ها نوعی هواگرد بالگردان هستند و در دسته‌ی چندپره‌ها جای دارند. چهارپره‌ها به دلیل داشتن توانایی مانور خوب و امکان پرواز ایستا با تعادل بالا کاربردهای بسیار گسترده‌ای دارند. در سال‌های اخیر توجه شرکت‌ها، دانشگاه‌ها و مراکز تحقیقاتی بیش از پیش به این نوع از پهپادها جلب شده است. بنابراین، روزانه پیشرفت چشمگیری در امکانات و پرواز این نوع از پرنده‌ها مشاهده می‌کنیم. چهارپره‌ها در زمینه‌های تحقیقاتی، نظامی، تصویربرداری، تفریحی و کشاورزی کاربرد زیاد و روزافزونی دارند و مدل‌های دارای سرنوشنی آن نیز تولید شده است.

## ۲ کارهای پیشین

این بخش را می‌توان به دو قسمت پیشینه کارهای انجام شده در استفاده از نظریه بازی در کنترل سامانه‌های دینامیکی و کنترل چهارپره تقسیم‌بندی کرد. که در بخش‌های ۱-۲ و ۲-۲ ارائه شده است.

### ۲-۱ کنترل کننده مبتنی بر نظریه بازی

نظریه بازی با استفاده از مدل‌های ریاضی به تحلیل روش‌های همکاری یا رقابت موجودات منطقی و هوشمند می‌پردازد. از دید نظریه

<sup>3</sup>Quadcopter

با همکاری چندین بازیکن می‌توان مسائل برنامه ریزی حرکت را با دقت بالاتری انجام داد<sup>۴</sup>. این مورد در ماشین‌های خودران نیز مورد بررسی قرار گرفته است<sup>۵</sup>.

### ۲-۲ کنترل چهارپره

به علت استفاده فراوان از چهارپره‌ها، کنترل آنها به یک مسئله مهم تبدیل شده است. در منبع<sup>۶</sup> با استفاده از شبکه عصبی و یادگیری عمیق اقدام به کنترل چهارپره کرده است. در منبع<sup>۷</sup> با استفاده از یادگیری ماشین اقدام به کنترل چهارپره به صورت بهینه پرداخته است. منبع<sup>۸</sup> به برنامه ریزی حرکت برای کوادکوپتر پرداخته است. منبع<sup>۹</sup> به برنامه کنترل

## ۲-۳ گشتاورهای ناشی از آیرودینامیک پره‌ها

آیرودینامیک پره‌ها باعث ایجاد نیروی برآ و درنتیجه گشتاورهای رول و پیچ ناشی از اختلاف نیروی برآ می‌شود. با استفاده از تقاضل نیروی برآی پره‌ها دو گشتاور رول و پیچ ایجاد می‌شود. با توجه به نظریه مومنتوم، نیروی برآی هر پره ( $T_i$ ) از رابطه زیر حاصل می‌شود [؟]:

$$T_i = b\omega_i^2 \quad (1)$$

در رابطه (۱)  $b$  و  $\omega_i$  به ترتیب بیانگر فاکتور نیروی برآ و سرعت زاویه‌ای هر پره است؛ بنابراین مطابق شکل ۴ گشتاور رول حول محور  $X^B$  دستگاه مختصات بدنی از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$m_X^B = d_{cg}(T_2 - T_4) = d_{cg}b(\omega_2^2 - \omega_4^2) \quad (2)$$

در رابطه (۲) عبارت  $d_{cg}$  بیانگر فاصله مرکز هر پره از مرکز جرم چهارپره در راستای محور  $X^B$  دستگاه مختصات بدنی است. همچنین گشتاور پیچ حول محور  $Y^B$  دستگاه مختصات بدنی با توجه به شکل ۴ از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$m_Y^B = d_{cg}(T_1 - T_3) = d_{cg}b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \quad (3)$$

گشتاور یا آیرودینامیکی از اختلاف گشتاور ناشی از پسای پره‌ها ایجاد می‌شود؛ بنابراین، جهت این گشتاور همواره در جهت مخالف چرخش پره‌ها است. بنابراین، گشتاور یا حول محور  $Z^B$  دستگاه مختصات بدنی با توجه به شکل ۴، مطابق رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$m_Z^B = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (4)$$

رابطه (۴) عبارت  $d$  بیانگر فاکتور گشتاور پسای پره‌ها است. در نتیجه با توجه به معادلات (۲)، (۳) و (۴) بردار گشتاورهای خارجی ناشی از آیرودینامیک پره‌ها در دستگاه مختصات بدنی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$[m_A]^B = \begin{bmatrix} m_X^B \\ m_Y^B \\ m_Z^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{cg}b(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ d_{cg}b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (5)$$

## ۳-۱ استخراج فرم فضای حالت

به منظور استخراج فرم فضای حالت، متغیرهای حالت استند سه درجه آزادی چهارپره به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (6)$$

همچنین، بردار ورودی به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\omega = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3 \ \omega_4]^T \quad (7)$$

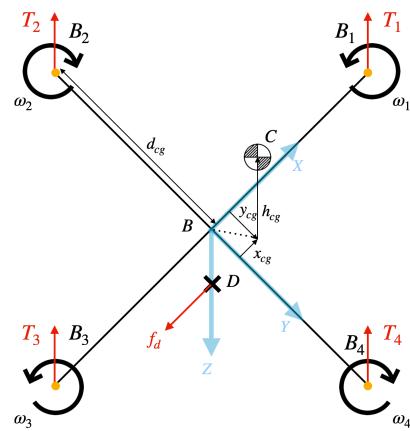
حرکت گروهی چهارپره‌ها پرداخته است. کنترل چهارپره در شرایطی که اغتشاش وجود دارد حیاتی است، منبع [۱۳] به بررسی رفتار چهارپره با استفاده از شبکه عصبی در حضور اغتشاش پرداخته است. منبع [۱۴] به برنامه ریزی حرکت چهارپره در محیط سه درجه آزادی با استفاده از میدان‌های پتانسیل پرداخته است. برای پرواز یک چهارپره دوره از برخورد به مانع حیاتی است و منبع [۱۵] به بررسی برنامه ریزی حرکت در حالی که از برخورد به مانع جلوگیری کند، پرداخته است.

## ۳ مدل‌سازی چهارپره

در این فصل به مدل‌سازی استند چهارپره آزمایشگاهی پرداخته شده است. به این منظور، ابتدا فرضیات مربوط به مدل‌سازی چهارپره در بخش بیان می‌شود. سپس، در بخش معادلات حاکم بر حرکات دورانی چهارپره پرداخته می‌شود.

### ۱-۳ فرضیات مدل‌سازی

شمایتیک استند چهارپره در شکل ۴ نشان داده شده است. به منظور استخراج معادلات حاکم بر سیستم، فرض می‌شود که چهارپره صلب و متقارن است. همچنین ماتریس گشتاور اینرسی چهارپره به صورت قطعی درنظر گرفته می‌شود. مرکز جرم سازه چهارپره روی نقطه  $B$  و مرکز ثقل هر یک از پره‌ها به همراه قسمت دور موتور روی نقاط  $B_1$  تا  $B_4$  است. مبدأ دستگاه مختصات بدنی روی محل تقاطع بازوها چهارپره یعنی نقطه  $B$  در نظر گرفته شده است. از آنجایی که مرکز ثقل پره‌ها بالاتر از مرکز ثقل سازه چهارپره است، مرکز ثقل کلی چهارپره جایی بین مرکز ثقل موتورها و سازه، یعنی نقطه  $C$  می‌گیرد. همچنین قابل ذکر است که نقطه  $D$  محل اتصال کلی استند چهارپره است. جهت مثبت محور  $X^B$  و  $Y^B$  دستگاه مختصات بدنی به ترتیب در راستای بازوی مربوط به موتور ۱ و ۴ فرض می‌شود. همچنین جهت مثبت محور  $Z^B$  با توجه به قانون دست راست حاصل می‌شود.



شکل ۱: شمایتیک استند چهارپره

$$\mathbf{u}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

معادلات ارائه شده به فرم زیر برای فضای حالت بازنویسی می‌شوند:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \omega) \quad (18)$$

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}^*} \quad (17)$$

$$\mathbf{B} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_{\mathbf{u}^*} \quad (18)$$

روابط بالا به فرم چند سیستم چند ورودی و چند خروجی نوشته شده‌است. آن را به تک ورودی تبدیل می‌کنیم. بنابراین، ماتریس‌های  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  کانال رول به صورت زیر است.

$$\mathbf{A}_{\text{roll}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ A_1 \cos(x_1) & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{B}_{\text{roll}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

همچنین، ماتریس‌های  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  کانال پیچ به صورت زیر است.

$$\mathbf{A}_{\text{pitch}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_2} & \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ B_1 \cos(x_1) & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{B}_{\text{pitch}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_5}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_3 \end{bmatrix} \quad (22)$$

همچنین، ماتریس‌های  $\mathbf{A}$  و  $\mathbf{B}$  کانال یاوه به صورت زیر است.

$$\mathbf{A}_{\text{yaw}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_6} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_3} & \frac{\partial f_6}{\partial x_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{B}_{\text{yaw}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_3}{\partial u_3} \\ \frac{\partial f_6}{\partial u_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ C_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

### ۱-۳-۳ استخراج سرعت دورانی پره‌ها از نیروها

چهار معادله و چهار مجھول به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} u_1 &= \omega_2^2 - \omega_4^2 \\ u_2 &= \omega_1^2 - \omega_3^2 \\ u_3 &= \omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2 \\ u_4 &= \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \end{aligned} \quad (25)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} x_4 + x_5 \sin(x_1) \tan(x_2) + x_6 \cos(x_1) \tan(x_2) \\ x_5 \cos(x_1) - x_6 \sin(x_1) \\ (x_5 \sin(x_1) + x_6 \cos(x_1)) \sec(x_2) \\ A_1 \cos(x_2) \sin(x_1) + A_2 x_5 x_6 + A_3 u_1 \\ B_1 \sin(x_2) + B_2 x_4 x_6 + B_3 u_2 \\ C_1 x_4 x_5 + C_2 u_3 \end{bmatrix} \quad (9)$$

در قسمت آخر نیز باید ساختار مقاله و فهرستی از مطالعه بخش‌های آینده وجود دارد، ارایه شود. دقت کنید که در این قسمت باید به بخش‌های بعدی مقاله در حد یک جمله اشاره‌ای کوتاه شود.

برای ساده‌سازی، ورودی مسئله را از سرعت دورانی به نیروهای تاثیرگذار در مودهای رول، پیچ و یاوه تغییر داده شده است. این کار باعث می‌شود که مسئله از چند ورودی و چند خروجی به سه مسئله تک ورودی تبدیل شود. نیروها به فرم رابطه (۱۰) تعریف می‌شوند.

$$(10)$$

$$u_1 = \omega_2^2 - \omega_4^2, \quad u_2 = \omega_1^2 - \omega_3^2, \quad u_3 = \omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2$$

با توجه به اینکه سه نیرو در نظر گرفته شده و مسئله نیاز به چهار خروجی (سرعت دورانی موتورها) دارد یک نیروی دیگر نیز در نظر گرفته می‌شود که به فرم رابطه (۱۱) است و مقدار آن به صورت ثابت و برابر با سرعت دورانی تمام پره‌ها در دور نامی یعنی 2000 RPM در نظر گرفته شده است.

$$u_4 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \quad (11)$$

در ادامه، روابط (۱۰) و (۱۱) را در فضای حالت سیستم جایگزین می‌کنیم و برای سادگی قسمت‌های ( $\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4$ ) را از معادلات حذف می‌کنیم.

فضای حالت جدید:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} x_4 + x_5 \sin(x_1) \tan(x_2) + x_6 \cos(x_1) \tan(x_2) \\ x_5 \cos(x_1) - x_6 \sin(x_1) \\ (x_5 \sin(x_1) + x_6 \cos(x_1)) \sec(x_2) \\ A_1 \cos(x_2) \sin(x_1) + A_2 x_5 x_6 + A_3 u_{\text{roll}} \\ B_1 \sin(x_2) + B_2 x_4 x_6 + B_3 u_{\text{pitch}} \\ C_1 x_4 x_5 + C_2 u_{\text{yaw}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

بردار ورودی جدید به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

برای خطی سازی از بسط تیلور استفاده شده است.

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \delta \mathbf{u} \quad (14)$$

$$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (15)$$

است) به فرم رابطه (۲۸) نوشته می‌شود.

$$J_i(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_{i_d}) = \int_0^T \left( \mathbf{x}_i^T(t) \mathbf{Q}_i \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}_i^T(t) \mathbf{R}_i \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{u}_{i_d}^T(t) \mathbf{R}_{i_d} \mathbf{u}_{i_d}(t) \right) dt, \quad i = \text{Roll, Pitch, Yaw} \quad (28)$$

#### ۲-۴ کنترل کننده مربعی خطی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی

برای کanal‌های Roll، Pitch و Yaw چهارپره فرمان کنترلی بهینه LQDG به صورت رابطه (۲۹) محاسبه می‌شود.

(۲۹)

$$\mathbf{u}_i(t) = -\mathbf{R}_{ii}^{-1} \mathbf{B}_i^T \mathbf{K}_i(t) \mathbf{x}(t), \quad i = \text{Yaw, Pitch, Roll},$$

که در رابطه (۲۹)، ضریب ماتریس  $\mathbf{x}(t)$  بیانگر بهره بازخورد بهینه است. این بهره به گونه‌ای محاسبه می‌شود که تابع هزینه مربعی بازیکن کنترل کننده کanal شماره  $i$  با فرض بدترین حرکت سایر بازیکنان کمینه شود. تابع هزینه بازیکنان کanal‌های Roll، Pitch و Yaw در رابطه (۲۸) آورده شده است. در رابطه (۲۹)، ماتریس  $\mathbf{K}_i(t)$  بیانگر پاسخ معادله کوپل ریکاتی<sup>۵</sup> زیر است [؟]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{K}}_i(t) &= -\mathbf{A}^T \mathbf{K}_i(t) \mathbf{A} - \mathbf{Q}_i + \mathbf{K}_i(t) \mathbf{S}_i(t) \mathbf{K}_i(t) + \\ &\quad \mathbf{K}_i(t) \mathbf{S}_i(t) \mathbf{K}_i(t) \\ \dot{\mathbf{K}}_{i_d}(t) &= -\mathbf{A}^T \mathbf{K}_d(t) \mathbf{A} - \mathbf{Q}_d + \mathbf{K}_d(t) \mathbf{S}_d(t) \mathbf{K}_d(t) + \\ &\quad \mathbf{K}_d(t) \mathbf{S}_d(t) \mathbf{K}_d(t) \end{aligned} \quad (30)$$

برای سادگی از نمادسازی  $S_i := \mathbf{B}_i \mathbf{R}_{ii}^{-1} \mathbf{B}_i^T$  استفاده شده است.

#### ۳-۴ کنترل کننده مربعی خطی انتگرالی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی

در صورت وجود اختشاش و یا خطای مدل‌سازی، عدم وجود انتگرال‌گیر در کنترل کننده LQDG می‌تواند باعث ایجاد خطای حالت ماندگار شود. به منظور حذف این خطأ، کنترل کننده LQIDG بر پایه کنترل کننده LQDG تعیین یافته است. در این کنترل کننده، انتگرال اختلاف بین خروجی سیستم و مقدار مطلوب برای کanal‌های مختلف چهارپره به بردار حالت اضافه شده است. بنابراین، بردار حالت به صورت زیر نوشته می‌شود [？]:

$$\mathbf{x}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_d - \mathbf{x} \\ \int (\mathbf{y}_d - \mathbf{y}) \end{bmatrix} \quad (31)$$

در رابطه (۳۱)،  $\mathbf{x}_a$  بردار حالت افزوده<sup>۶</sup>،  $\mathbf{x}_d$  بردار حالت مطلوب و  $\mathbf{y}_d$  بردار خروجی مطلوب است. ماتریس  $C$  یک ماتریس همانی است در نظر گرفته شده است؛ بنابراین، بردار خروجی برابر با بردار حالت خواهد

جواب معادلات (۲۵) به صورت رابطه (۲۶) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{u_4 + u_3 + 2u_2}{4}} \\ \omega_2 &= \sqrt{\frac{u_4 - u_3 + 2u_1}{4}} \\ \omega_3 &= \sqrt{\frac{u_4 + u_3 - 2u_2}{4}} \\ \omega_4 &= \sqrt{\frac{u_4 - u_3 - 2u_1}{4}} \end{aligned} \quad (26)$$

#### ۴ کنترل کننده مبتنی بر بازی دیفرانسیلی

در نظریه بازی‌ها، بازی‌های دیفرانسیلی مجموعه‌ای از مسائل مربوط به مدل‌سازی و تحلیل در چهارچوب یک سامانه دینامیکی هستند. ویژگی بازی‌های دیفرانسیلی این است که در آن هارفتار متغیرهای حالت با یک معادله دیفرانسیل بیان می‌شود.

##### ۴-۱ مقدمه‌ای بر بازی دیفرانسیلی

این پژوهش حالت دو بازیکن را در کanal‌های مختلف برای چهارپره بیان می‌کند. دو بازیکن مرتبط با کanal Roll، دو بازیکن مرتبط با کanal Pitch و دو بازیکن مرتبط با کanal Yaw تعریف می‌شود. معادلات حالت در هر یک از کanal‌های Roll، Pitch و Yaw چهارپره به صورت معاله (۲۷) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{B}_2\mathbf{u}_2(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_1\mathbf{u}_1(t) + \mathbf{D}_2\mathbf{u}_2(t) \end{aligned} \quad (27)$$

که در رابطه (۲۷)،  $\mathbf{x}$ ،  $\mathbf{y}$ ،  $\mathbf{u}_1$  و  $\mathbf{u}_2$  به ترتیب بیانگر بردار حالت، بردار خروجی، بردار ورودی بازیکن اول و بردار ورودی بازیکن دوم هستند. همچنین،  $\mathbf{A}$ ،  $\mathbf{B}_1$ ،  $\mathbf{B}_2$ ،  $\mathbf{C}$ ،  $\mathbf{D}_1$  و  $\mathbf{D}_2$  به ترتیب بیانگر ماتریس حالت، ماتریس ورودی بازیکن اول، ماتریس ورودی بازیکن دوم، ماتریس خروجی، ماتریس فیدفوروارد بازیکن اول و ماتریس فیدفوروارد بازیکن دوم هستند [？]. بر اساس رابطه (۲۷) دینامیک سامانه تحت تاثیر هر دو بازیکن قرار می‌گیرد. در اینجا ممکن است تلاش بازیکن اول موجب دور شدن بازیکن دوم از هدف شود و یا بر عکس. این پروژه حالت همکاری دو بازیکن را بررسی نمی‌کند و دو بازیکن در تلاش برای کم کردن تابع هزینه خود و زیاد کردن تابع هزینه بازیکن مقابل هستند.

فرض شده که تابع هزینه برای هر بازیکن در زمان  $t \in [0, T]$  به صورت مربعی<sup>۴</sup> است. هدف اصلی کم کردن تابع هزینه برای بازیکنان است. تابع هزینه برای بازیکن شماره  $i$  (این مسئله شامل دو بازیکن

<sup>5</sup>Coupled Riccati Differential Equations

<sup>6</sup>Augmented

<sup>4</sup>Quadratic Cost Function

برای اصلاح پارامترهای استند چهارپره از جعبه‌ابزار Parameter Estimator موجود در محیط سیمولینک استفاده شده است. این جعبه ابزار با استفاده از داده‌های وضعیت استند در واقعیت و داده‌های وضعیت استند در شبیه‌سازی سیمولینک، اقدام به اصلاح پارامترهای موجود در شبیه‌سازی می‌کند، به صورتی که وضعیت استند در شبیه‌سازی تا حد ممکن به وضعیت استند در واقعیت نزدیک کند.

بود:

$$y = x \quad (32)$$

که ماتریس‌های  $A_a$  و  $B_a$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

با معرفی معادلات حالت جدید برای سامانه، سایر گام‌های طراحی کنترل‌کننده LQIDG مشابه کنترل‌کننده LQDG است. بنابراین، فرمان کنترلی بهینه LQIDG بازیکن شماره ۱ به صورت رابطه (۳۵) محاسبه می‌شود.

(۳۵)

$$u_i(t) = -R_{ii}^{-1} B_{a_i}^T K_{a_i}(t) x_{a_i}(t), \quad i = \text{Yaw, Pitch, Roll},$$

که در رابطه (۳۵)، ضریب ماتریس  $x_{a_i}(t)$  بیانگر بهره بازخورد بهینه است. این بهره به گونه‌ای محاسبه می‌شود کهتابع هزینه مربعی بازیکن شماره ۱ با فرض بدترین حرکت سایر بازیکنان کمینه شود.تابع هزینه بازیکن شماره ۱ در زیر آورده شده است.

$$J_i(u_i, u_{i_d}) = \int_0^T \left( x_{a_i}^T(t) Q_i x_{a_i}(t) + u_i^T(t) R_i u_i(t) + u_{d_i}^T(t) R_{i_d} u_{i_d}(t) \right) dt, \quad i = \text{Yaw, Pitch, Roll}, \quad (36)$$

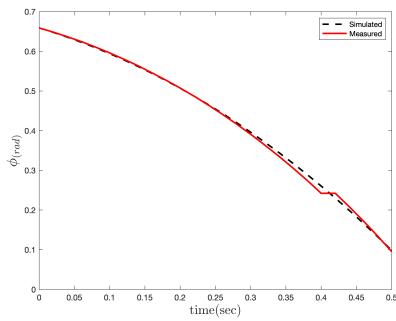
در رابطه (۲۹)، ماتریس  $K_i(t)$  بیانگر پاسخ معادله کوپل ریکاتی<sup>v</sup> زیر است:[?]

$$\begin{aligned} \dot{K}_{a_i}(t) &= -A^T K_{a_1}(t) - K_{a_1}(t) A - Q_{a_1} + \\ &\quad K_{a_1}(t) S_{a_1}(t) K_{a_1}(t) + K_{a_1}(t) S_{a_2}(t) K_{a_2}(t) \\ \dot{K}_{a_{i_d}}(t) &= -A^T K_{a_2}(t) - K_{a_2}(t) A - Q_{a_2} + \\ &\quad K_{a_2}(t) S_{a_2}(t) K_{a_2}(t) + K_{a_2}(t) S_{a_1}(t) K_{a_1}(t) \end{aligned} \quad (37)$$

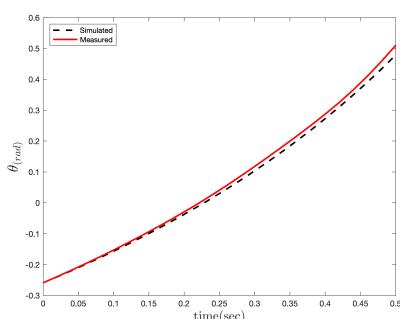
برای سادگی از نمادسازی  $S_{a_i} := B_{a_i} R_{ii}^{-1} B_{a_i}^T$  استفاده شده است.

## ۵ اصلاح پارامترهای استند چهارپره

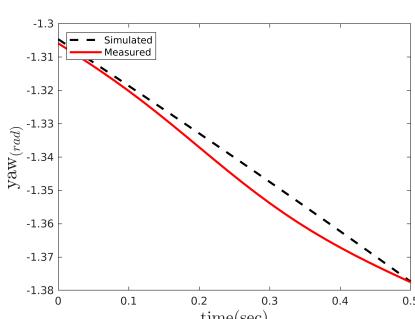
در بخش ؟؟ فرم فضای حالت استند چهارپره استخراج شد و در بخش ؟؟ شبیه‌سازی استند چهارپره انجام شد. در این بخش، با استفاده از شبیه‌سازی کانال‌های مختلف چهارپره در محیط سیمولینک و داده‌های خروجی از استند چهارپره، پارامترهای استند چهارپره اصلاح می‌شوند.



شکل ۲: شماتیک استند چهارپره

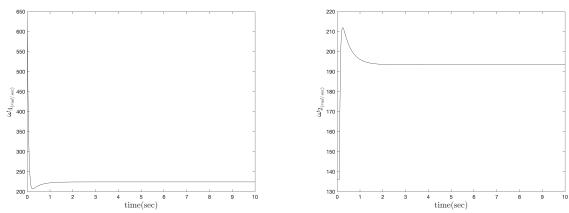


شکل ۳: شماتیک استند چهارپره



شکل ۴: شماتیک استند چهارپره

<sup>v</sup>Coupled Riccati Differential Equations



(ا) موتور شماره دو  
(ب) موتور شماره چهار  
شکل ۶: فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول  
(تعقیب ورودی صفر)

### جدول ۱: Results Estimation Parameter

Parameter	Initial Value	After Estimation Value
$A_1$	7.312	4.152
$A_3$	$1.1 \times 10^{-4}$	$5.47 \times 10^{-5}$
$B_1$	4.53	4.36
$B_3$	$1.1 \times 10^{-4}$	$7.13 \times 10^{-5}$
$C_2$	$5.45 \times 10^{-5}$	$1.3 \times 10^{-5}$

همانطور که از شکل ۵ مشخص است، زمان نشست در حدود دو ثانیه است و خطای ماندگار وجود دارد.

در این بخش به بررسی عملکرد چهارپره در حضور کنترل کننده LQDG پرداخته می‌شود. کنترل کننده LQDG در بخش ۲-۴ بررسی شده است. در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی مانند قسمت قبل عمل شده است.

$$Q_{LQDG} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 0.078 \end{bmatrix}, \quad R_{1LQDG} = 1, \quad R_{2LQDG} = 99.96 \quad (39)$$

در گام بعد، با حل معادله (۳۰) (برای سادگی ماتریس‌های وزنی  $Q_2$  و  $Q_1$  مساوی در نظر گرفته شده است) ماتریس  $K_1$  به صورت زیر به دست می‌آید.

$$K_1 = \begin{bmatrix} 286.0470 & 39.1188 \\ 39.1188 & 8.8510 \end{bmatrix} \quad (40)$$

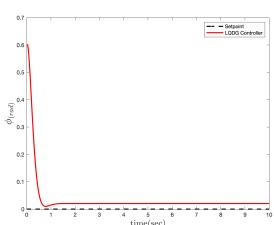
در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه (۲۹) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u_1 = - \begin{bmatrix} 39.1188 & 8.8510 \end{bmatrix} x(t) \quad (41)$$

### ۶ طراحی و شبیه‌سازی کنترل کننده برای کanal رول

در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی LQR از روش بهینه‌سازی TCACS<sup>۸</sup> استفاده شده است.تابع هزینه ورودی TCACS به صورت ITSE<sup>۹</sup> در نظر گرفته شده است. ضرایب وزنی خروجی بهینه شده در پایین آورده شده است.

$$Q_{LQR} = \begin{bmatrix} 0.5215 & 0 \\ 0 & 0.0745 \end{bmatrix}, \quad R_{LQR} = 0.0001 \quad (38)$$

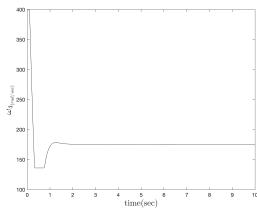


شکل ۷: عملکرد کنترل کننده LQDG در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)

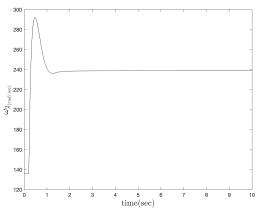
شکل ۵: عملکرد کنترل کننده LQR در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)

<sup>8</sup>Tabu Continuous Ant Colony System

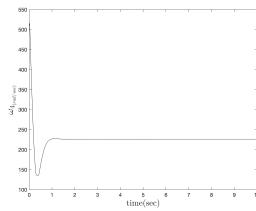
<sup>9</sup>Integral Time Square Error



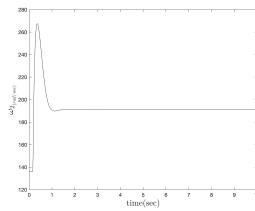
(ب) موتور شماره چهار



(آ) موتور شماره دو



(ب) موتور شماره چهار



(آ) موتور شماره دو

شکل ۱۰: فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول  
(تعقیب ورودی صفر)

شکل ۸: فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول  
(تعقیب ورودی صفر)

همانطور که از شکل ۹ مشخص است، زمان نشست در حدود یک ثانیه است و خطای ماندگار وجود ندارد.

## ۷ طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای کanal رول-پیچ

### ۱-۷ تعقیب مقدار مطلوب خروجی

در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی مانند قسمت قبل عمل شده است. ضرایب وزنی خروجی بهینه‌سازی در پایین آورده شده است. برای طراحی کنترل‌کننده LQIDG ضرایب وزنی  $R_1$  و  $R_2$  برای کanal‌های مختلف یکسان فرض شده است.

$$Q_{a_{LQIDG\_roll}} = \begin{bmatrix} 585.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 31.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 83.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (44)$$

$$Q_{a_{LQIDG\_pitch}} = \begin{bmatrix} 546.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 311.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.22 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_{1_{LQIDG}} = 1, \quad R_{2_{LQIDG}} = 7.7422$$

در گام بعد، با حل معادله (۳۷) (برای سادگی ماتریس‌های وزنی  $Q_{a_1}$  و  $Q_{a_2}$  مساوی در نظر گرفته شده است) ماتریس  $K_1$  به صورت زیر به دست می‌آید. در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه (۳۵) به صورت زیر به دست می‌آید.

همانطور که از شکل ۷ مشخص است، زمان نشست در حدود دو ثانیه است و خطای ماندگار وجود دارد.

در این بخش به بررسی عملکرد چهارپره در حضور کنترل‌کننده LQIDG پرداخته می‌شود. کنترل‌کننده LQIDG در بخش ۳-۴ بررسی شده است. در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی مانند قسمت قبل عمل شده است.

$$Q_{a_{LQDG}} = \begin{bmatrix} 0.1707 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 837.8606 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 756.1341 \end{bmatrix} \quad (42)$$

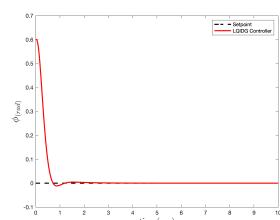
$$R_{1_{LQDG}} = 1, \quad R_{2_{LQDG}} = 7.7422$$

در گام بعد، با حل معادله (۳۷) (برای سادگی ماتریس‌های وزنی  $Q_{a_1}$  و  $Q_{a_2}$  مساوی در نظر گرفته شده است) ماتریس  $K_1$  به صورت زیر به دست می‌آید. در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه (۳۵) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u_1 = - [28.1410 \quad 8.4017 \quad 27.2223 \quad 11.6894] x_a(t) \quad (43)$$

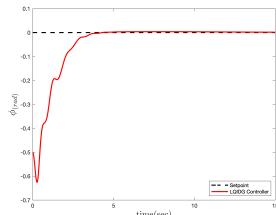
## ۸ طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای وضعیت

در این بخش به کنترل وضعیت پرداخته شده است. به این منظور، در بخش ۱-۸ نتایج شبیه‌سازی برای تعقیب مقدار مطلوب خروجی زاویه رول ارائه می‌شود. سپس، در بخش ۱-۸ عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز اندازه‌گیری بررسی می‌شود.

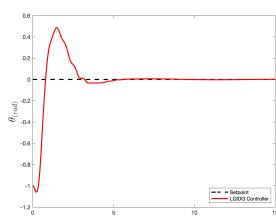


شکل ۹: عملکرد کنترل‌کننده LQIDG در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)

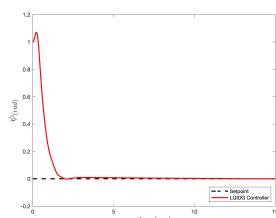
## ۱-۸ تعقیب مقدار مطلوب خروجی



(آ) تغییرات زاویه رول



(ب) تغییرات زاویه پیچ



(ج) تغییرات زاویه یاو

شکل ۱۱: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)

در بخش ؟؟ خطی‌سازی فضای حالت چهارپره برای کانال‌های مختلف چهارپره انجام شده است. در این بخش ابتدا طراحی و شبیه‌سازی کنترل کننده برای وضعیت استند سه درجه آزادی چهارپره انجام شده است.

در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی مانند قسمت قبل عمل شده است. ضرایب وزنی خروجی بهینه‌سازی در پایین آورده شده است. برای طراحی کنترل کننده LQIDG ضرایب وزنی  $R_1$  و  $R_2$  برای کانال‌های مختلف یکی فرض شده است.

$$Q_{a_{LQIDG,roll}} = \begin{bmatrix} 631.85 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 214.28 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 7.91 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$Q_{a_{LQIDG,pitch}} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 873.93 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 9853.09 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.12 \end{bmatrix}$$

$$Q_{a_{LQIDG,yaw}} = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.17 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.81 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 33333.45 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

$$R_{1_{LQIDG}} = 1, \quad R_{2_{LQIDG}} = 1.2577 \quad (45)$$

در کام بعد، با حل معادله ۳۷ (برای سادگی ماتریس‌های وزنی  $Q_{a_2}$  و  $Q_{a_1}$  در نظر گرفته شده است) ماتریس  $K_1$  به صورت زیر به دست می‌آید.

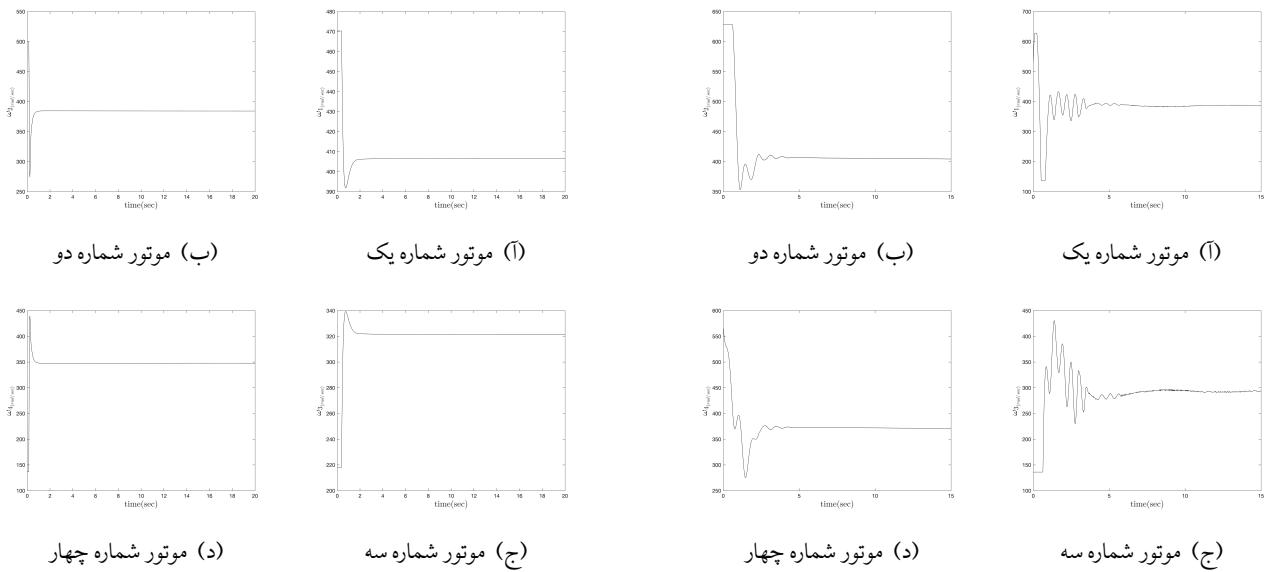
در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه ۳۵ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u_{1_{roll}} = - \begin{bmatrix} 20.5410 & 11.9267 & 1.9771 & 0.0021 \end{bmatrix} x_{a_{roll}}$$

$$u_{1_{pitch}} = - \begin{bmatrix} 59.5923 & 23.5197 & 74.0822 & 0.000 \end{bmatrix} x_{a_{pitch}}$$

$$u_{1_{yaw}} = - \begin{bmatrix} 1.45710 & 1.27300 & 0.0999 & 0.0041 \end{bmatrix} x_{a_{yaw}} \quad (46)$$

همانطور که از شکل ۱۱ مشخص است، زمان نشت برای کانال‌های مختلف حداقل پنج ثانیه است. و خطای ماندگار وجود ندارد. در ادامه فرمان کنترلی موتورها آورده شده است.



شکل ۱۴: فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)

همانطور که از شکل ۱۳ مشخص است، زمان نشست در برای هر دو کانال رول و پیچ حدود یک ثانیه است و خطای ماندگار وجود ندارد.

در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه (۳۵) بهصورت زیر به دست می آید.

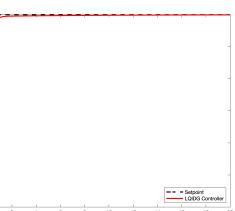
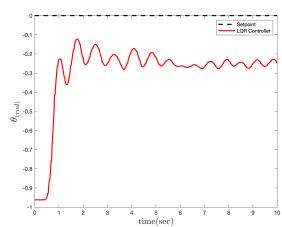
$$u_{1_{roll}} = - \begin{bmatrix} 79.7522 & 20.4432 & 8.1058 & 0.5344 \end{bmatrix} x_{a_{roll}}$$

$$u_{1_{pitch}} = - \begin{bmatrix} 25.0112 & 7.40730 & 7.3280 & 0.0010 \end{bmatrix} x_{a_{pitch}}$$
(۴۷)

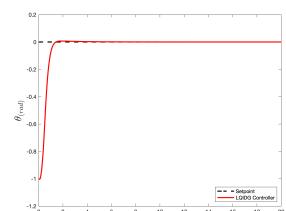
## ۹ پیاده‌سازی کنترل کننده روی استند سه درجه آزادی چهارپره

### ۱-۹ تایج کنترل کanal پیچ

در پیاده‌سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه‌سازی استفاده شده است.



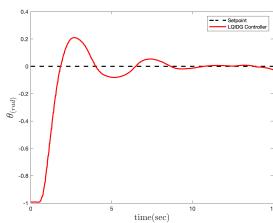
(آ) تغییرات زاویه رول



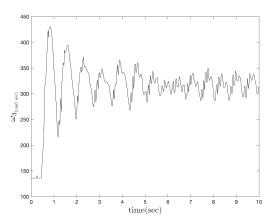
(ب) تغییرات زاویه پیچ

شکل ۱۵: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

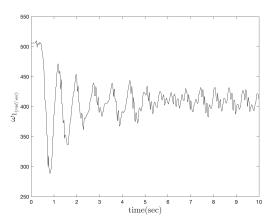
شکل ۱۳: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)



شکل ۱۹: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

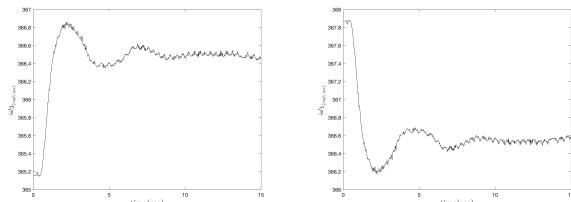


(ا) موتور شماره یک

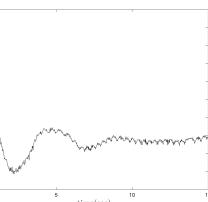


(ب) موتور شماره سه

شکل ۲۰: فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)



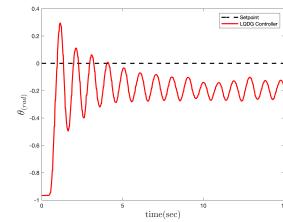
(ا) موتور شماره یک



(ب) موتور شماره سه

شکل ۲۱: فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

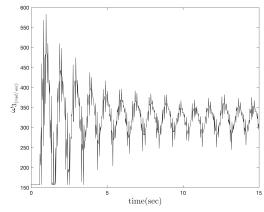
کanal پیچ استند سه درجه آزادی در حضور کنترل کننده LQR نوسانی و دارای خطای ماندگار است. در ادامه به پیاده سازی کنترل کننده LQDG بر رویه کanal پیچ استند سه درجه آزادی پرداخته می شود. در پیاده سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه سازی استفاده شده است.



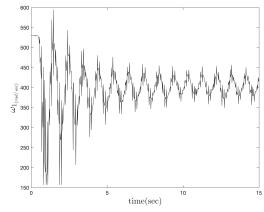
شکل ۱۷: عملکرد کنترل کننده LQDG در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

کanal پیچ استند سه درجه آزادی در حضور کنترل کننده LQIDG عملکرد خوبی از خود نشان می دهد و به علت وجود انگرال گیر خطای ماندگار ندارد.

کanal پیچ استند سه درجه آزادی در حضور کنترل کننده LQDG نوسانی و دارای خطای ماندگار است. در ادامه به پیاده سازی کنترل کننده LQDG بر رویه کanal پیچ استند سه درجه آزادی پرداخته می شود. در پیاده سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه سازی استفاده شده است.



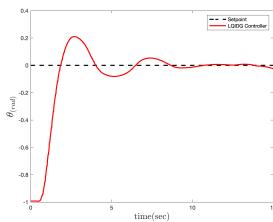
(ا) موتور شماره یک



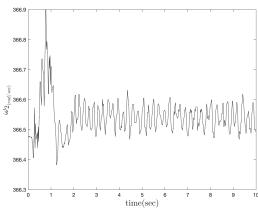
(ب) موتور شماره سه

شکل ۱۸: فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

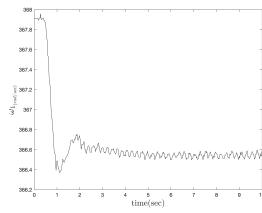
کanal پیچ استند سه درجه آزادی در حضور کنترل کننده LQDG نوسانی و دارای خطای ماندگار است. در ادامه به پیاده سازی کنترل کننده LQDG بر رویه کanal پیچ استند سه درجه آزادی پرداخته می شود. در پیاده سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه سازی استفاده شده است.



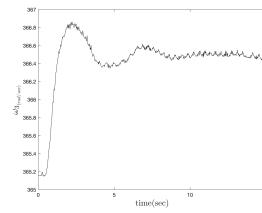
شکل ۲۱: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)



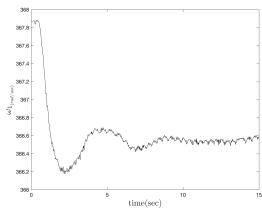
(ب) موتور شماره دو



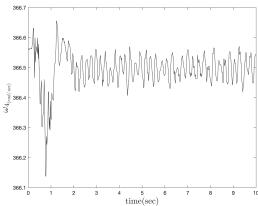
(آ) موتور شماره یک



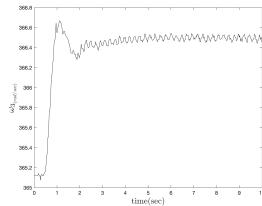
(ب) موتور شماره سه



(ت) موتور شماره یک



(د) موتور شماره چهار



(ج) موتور شماره سه

شکل ۲۴: فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)

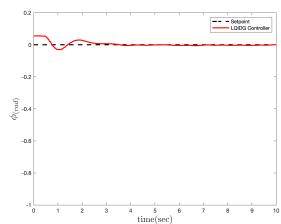
شکل ۲۲: فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

کanal پیچ استند سه درجه آزادی در حضور کنترل کننده LQIDG عملکرد خوبی از خود نشان می دهد و به علت وجود انگرال گیر خطای ماندگار ندارد.

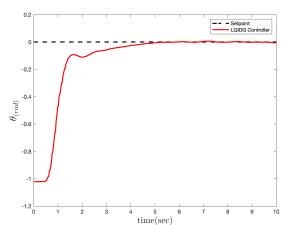
## ۲-۹ نتایج کنترل کanal رول-پیچ

در ادامه به پیاده سازی کنترل کننده LQIDG روی کanal رول-پیچ استند سه درجه آزادی از شرایط اولیه  $\phi = 5^\circ$  و  $\theta = -60^\circ$  پرداخته شده است. در پیاده سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه سازی استفاده شده است.

## ۱۰ نتایج کنترل وضعیت



(آ) تغییرات زاویه رول



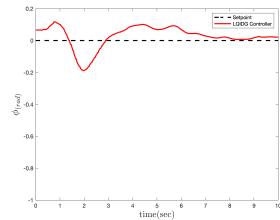
(ب) تغییرات زاویه پیچ

فرم خطی فضای حالت کanal های چهارپره محاسبه شده است. در بخش های در ادامه به پیاده سازی کنترل کننده برای وضعیت استند سه درجه آزادی انجام شده است. در بخش **A** شبیه سازی سه درجه آزادی استند چهارپره در حضور کنترل کننده LQIDG انجام شد. در این بخش به پیاده سازی کنترل کننده LQIDG روی استند سه درجه آزادی از شرایط اولیه  $\phi = 5^\circ$ ,  $\theta = 60^\circ$ ,  $\psi = 100^\circ$  پرداخته شده است. در پیاده سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه سازی استفاده شده است.

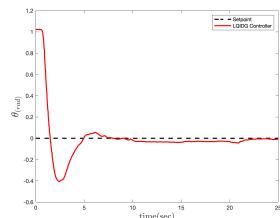
شکل ۲۳: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)

## مراجع

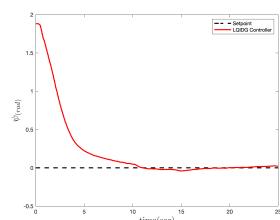
- [1] I. E. Weintraub, M. Pachter, and E. Garcia, “An introduction to pursuit-evasion differential games,” in *2020 American Control Conference (ACC)*, pp.1049–1066, 2020.
- [2] E. Garcia, D. W. Casbeer, and M. Pachter, “Optimal strategies for a class of multi-player reach-avoid differential games in 3d space,” *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol.5, no.3, pp.4257–4264, 2020.
- [3] F. Jiang, X. Guo, X. Zhang, Z. Zhang, and D. Dong, “Approximate soft policy iteration based reinforcement learning for differential games with two pursuers versus one evader,” in *2020 5th International Conference on Advanced Robotics and Mechatronics (ICARM)*, pp.471–476, 2020.
- [4] M. He and X. Wang, “Nonlinear differential game guidance law for guarding a target,” in *2020 6th International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR)*, pp.713–721, 2020.
- [5] H. Lai, W. Liang, R. Yan, Z. Shi, and Y. Zhong, “Lidar-inertial based localization and perception for indoor pursuit-evasion differential games,” in *2021 40th Chinese Control Conference (CCC)*, pp.7468–7473, 2021.
- [6] A. Yildiz and H. B. Jond, “Vehicle swarm platooning as differential game,” in *2021 20th International Conference on Advanced Robotics (ICAR)*, pp.885–890, 2021.
- [7] D. Fridovich-Keil, V. Rubies-Royo, and C. J. Tomlin, “An iterative quadratic method for general-sum differential games with feedback linearizable dynamics,” in *2020 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp.2216–2222, 2020.
- [8] T. Kessler, K. Esterle, and A. Knoll, “Linear differential games for cooperative behavior planning of autonomous vehicles using mixed-integer programming,” in *2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp.4060–4066, 2020.
- [9] S. Edhah, S. Mohamed, A. Rehan, M. AlDhaheri, A. AlKhaja, and Y. Zweiri, “Deep learning based neural network controller for quad copter: Application to hovering mode,” in *2019 International Conference on Electrical and Computing Technologies and Applications (ICECTA)*, pp.1–5, 2019.



(آ) تغییرات زاویه رول

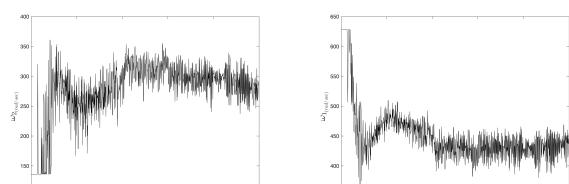


(ب) تغییرات زاویه پیچ



(ج) تغییرات زاویه یاو

شکل ۲۵: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)



(آ) موتور شماره یک



(ب) موتور شماره دو



(د) موتور شماره چهار



(ج) موتور شماره سه

شکل ۲۶: فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)

- [10] R. G. do Nascimento, K. Fricke, and F. Viana, *Quadcopter Control Optimization through Machine Learning*.
- [11] V. Sumathy<sup>‘</sup>, R. Warier, and D. Ghose, *Design, Reachability Analysis, and Constrained Motion Planning for a Quadcopter Manipulator System*.
- [12] Z. Liang, H. Rastgoftar, and E. M. Atkins, *Multi-Quadcopter Team Leader Path Planning Using Particle Swarm Optimization*.
- [13] S. Allison, H. Bai, and B. Jayaraman, *Estimating Wind Velocity with a Neural Network using Quadcopter Trajectories*.
- [14] K. Lee, D. Choi, and D. Kim, *Potential Fields-Aided Motion Planning for Quadcopters in Three-Dimensional Dynamic Environments*.
- [15] J. P. Wilhelm and G. Clem, “Vector field uav guidance for path following and obstacle avoidance with minimal deviation,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol.42, no.8, pp.1848–1856, 2019.