



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده مهندسی هوافضا

پروژه کارشناسی
مهندسی کنترل

عنوان:

کنترل وضعیت سه درجه آزادی استند چهارپره به روش
کنترل کننده مربعی خطی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی

نگارش:

علی بنی اسد

استاد راهنما:

دکتر نوبهاری

۱۴۰۱ تیر

اللهُ أَكْبَرُ

سپاس

از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر نوبهاری که با کمک‌ها و راهنمایی‌های بی‌دriegشان، بنده را در انجام این پروژه یاری داده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم.

چکیده

در این پژوهش از یک روش مبتنی بر تئوری بازی^۱ استفاده شده است. در این روش سیستم و اغتشاش دو بازیکن اصلی در نظر گرفته شده است. هر یک از دو بازیکن سعی می‌کنند امتیاز خود را با کمترین هزینه افزایش دهند که در اینجا، وضعیت استند امتیاز بازیکن‌ها در نظر گرفته شده است. در این روش انتخاب حرکت با استفاده از تعادل نش^۲ که هدف آن کم کردن تابع هزینه با فرض بدترین حرکت دیگر بازیکن است، انجام می‌شود. این روش نسبت به اغتشاش ورودی مقاوم است. همچنین نسبت به عدم قطعیت مدلسازی مقاومت مناسبی دارد. از روش ارائه شده برای کنترل یک استند سه درجه آزادی چهارپره که به نوعی یک آونگ معکوس نیز هست، استفاده شده است. برای ارزیابی عملکرد این روش ابتدا شبیه‌سازی‌هایی در محیط سیمولینک انجام شده است و سپس، با پیاده‌سازی آن صحت عملکرد آن تایید شده است.

کلیدواژه‌ها: چهارپره، بازی دیفرانسیلی، تئوری بازی، تعادل نش، استند سه درجه آزادی، مدل‌بنا، تنظیم‌کننده مربعی خطی

¹Game Theory

²Nash Equilibrium

فهرست مطالب

۱	طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای استند سه درجه آزادی چهارپره	۲
۱-۱	طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای کانال رول	۲
۱-۱-۱	تعقیب مقدار مطلوب خروجی	۳
۲-۱-۱	بررسی عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز اندازه‌گیری	۷
۲-۱	طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای کانال رول-پیچ	۱۰
۱-۲-۱	تعقیب مقدار مطلوب خروجی	۱۰
۲-۲-۱	بررسی عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز اندازه‌گیری	۱۳
۳-۱	طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای سه درجه آزادی	۱۴
۱-۳-۱	تعقیب مقدار مطلوب خروجی	۱۵
۲-۳-۱	بررسی عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز اندازه‌گیری	۲۲
۲	پیاده‌سازی کنترل‌کننده روی استند سه درجه آزادی چهارپره	۲۷
۱-۲	پیاده‌سازی کنترل‌کننده برای کانال پیچ	۲۷
۲-۲	پیاده‌سازی کنترل‌کننده برای کنترل کانال رول-پیچ	۳۰
۳-۲	پیاده‌سازی کنترل‌کننده IQIDG روی استند سه درجه آزادی	۳۲
۱-۳-۲	پیاده‌سازی کنترل‌کننده به صورت سه کانال تک ورودی	۳۲
۲-۳-۲	پیاده‌سازی کنترل‌کننده به صورت چهار ورودی	۳۵

فهرست شکل‌ها

۱-۱	عملکرد کنترل کننده LQR در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)	۴
۲-۱	فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)	۴
۳-۱	عملکرد کنترل کننده LQDG در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)	۵
۴-۱	فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)	۵
۵-۱	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)	۶
۶-۱	فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)	۷
۷-۱	عملکرد کنترل کننده LQR در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری	۷
۸-۱	فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری	۸
۹-۱	عملکرد کنترل کننده LQDG در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری	۸
۱۰-۱	فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رولبا حضور نویز اندازه‌گیری	۹
۱۱-۱	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری	۹
۱۲-۱	فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری	۱۰
۱۳-۱	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۱۲
۱۴-۱	فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۱۲
۱۵-۱	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول و پیچ با حضور نویز اندازه‌گیری	۱۳
۱۶-۱	فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول و پیچ با حضور نویز اندازه‌گیری	۱۴

۱۷-۱	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)	۱۷
۱۸-۱	فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)	۱۸
۱۹-۱	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)	۲۱
۲۰-۱	فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)	۲۲
۲۱-۱	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل وضعیت با حضور نویز اندازه‌گیری	۲۳
۲۲-۱	فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت با حضور نویز اندازه‌گیری	۲۴
۲۳-۱	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول، پیچ و یاوه (تعقیب ورودی صفر)	۲۵
۲۴-۱	فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول، پیچ و یاوه (تعقیب ورودی صفر)	۲۶
۱-۲	عملکرد کنترل کننده LQR در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۲۸
۲-۲	فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۲۸
۳-۲	عملکرد کنترل کننده LQDG در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۲۹
۴-۲	فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۲۹
۵-۲	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۳۰
۶-۲	فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۳۰
۷-۲	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۳۱
۸-۲	فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)	۳۱
۹-۲	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)	۳۳
۱۰-۲	فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)	۳۴
۱۱-۲	عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)	۳۵
۱۲-۲	فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)	۳۶

فهرست جداول‌ها

فصل ۱

طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای استند سه درجه آزادی چهارپره

در بخش‌های ۱-۱ و ۲-۱ کنترل‌کننده خطی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی LQDG و LQIDG معرفی شد. در بخش ۳-۱ کانال رول چهارپره در حضور کنترل‌کننده‌های LQR، LQDG و LQIDG شبیه‌سازی شده است. سپس، در بخش‌های ۲-۱ و ۳-۱ به ترتیب شبیه‌سازی یک درجه آزادی، دو درجه آزادی و سه درجه آزادی در حضور کنترل‌کننده LQIDG انجام شده است.

۱-۱ طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای کانال رول

در بخش ۱-۱ شبیه‌سازی استند سه درجه آزادی چهارپره انجام شد. در این بخش به کنترل زاویه رول با فرض مقیدبودن زاویه پیچ و یا و پرداخته شده است. به این منظور، در بخش ۱-۱ نتایج شبیه‌سازی برای تعقیب مقدار مطلوب خروجی زاویه رول ارائه شده است. سپس، در بخش ۲-۱ عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز اندازه‌گیری بررسی شده است.

۱-۱-۱ تعقیب مقدار مطلوب خروجی

در این بخش به ارائه مختصری از کنترل‌کننده LQR پرداخته شده است. سپس، به بررسی عملکرد چهارپره در حضور کنترل‌کننده LQR پرداخته می‌شود. برای یک سامانه خطی پیوسته با معادلات حالت:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1-1)$$

فرمان کنترلی بهینه LQR به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۶]:

$$u_i(t) = -K_{LQR}x(t) \quad (2-1)$$

که در رابطه فوق، ماتریس K_{LQR} بیانگر بهره بازخورد بهینه است. این بهره به گونه‌ای محاسبه می‌شود که تابع هزینه مربعی زیر کمینه شود:

$$J_i(u_1) = \int_0^T (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)) dt \quad (3-1)$$

در رابطه فوق، ماتریس‌های Q و R به ترتیب بیانگر میزان اهمیت انحراف متغیرهای حالت از مقادیر مطلوب و میزان تلاش کنترلی هستند. هر بهره بازخورد بهینه برای کمینه کردن رابطه (۳-۱)، از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$K_{LQR} = R^{-1}B^T P \quad (4-1)$$

در رابطه فوق، ماتریس P بیانگر پاسخ معادله ریکاتی زیر است:

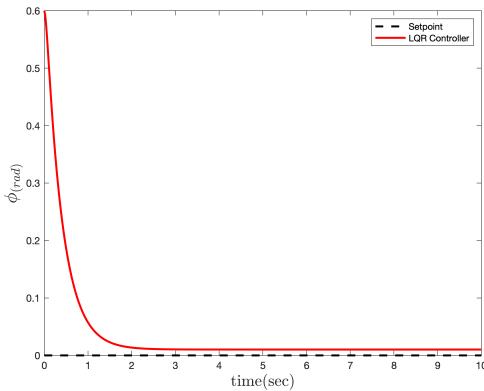
$$\dot{P}(t) = A^T P(t) + P(t)A - P(t)BR^{-1}B^T P(t) + Q \quad (5-1)$$

در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی LQR از روش بهینه‌سازی TCACS^۱ [۱۷] استفاده شده است. تابع هزینه ورودی TCACS به صورت ITSE^۲ در نظر گرفته شده است. ضرایب وزنی خروجی بهینه شده در پایین آورده شده است.

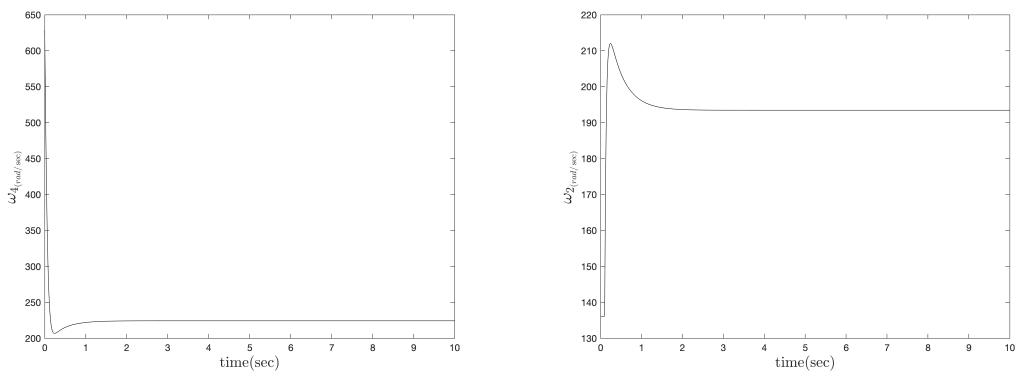
$$Q_{LQR} = \begin{bmatrix} 0.5215 & 0 \\ 0 & 0.0745 \end{bmatrix}, \quad R_{LQR} = 0.0001 \quad (6-1)$$

^۱Tabu Continuous Ant Colony System

^۲Integral Time Square Error



شکل ۱-۱: عملکرد کنترل کننده LQR در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)



(ب) موتور شماره چهار

(ا) موتور شماره دو

شکل ۲-۱: فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)

همانطور که از شکل ۱-۱ مشخص است، زمان نشست در حدود دو ثانیه است. خطای ماندگار دارد. در این بخش به بررسی عملکرد چهارپره در حضور کنترل کننده LQDG پرداخته می‌شود. کنترل کننده LQDG در بخش ؟؟ بررسی شده است. در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی مانند قسمت قبل عمل شده است.

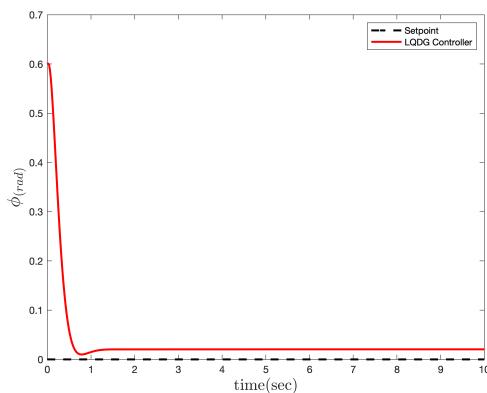
$$Q_{LQDG} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 0.078 \end{bmatrix}, \quad R_{1LQDG} = 1, \quad R_{2LQDG} = 99.96 \quad (\gamma-1)$$

در گام بعد، با حل معادله (؟؟) (برای سادگی ماتریس‌های وزنی Q_1 و Q_2 مساوی در نظر گرفته شده است) ماتریس K_1 به صورت زیر به دست می‌آید.

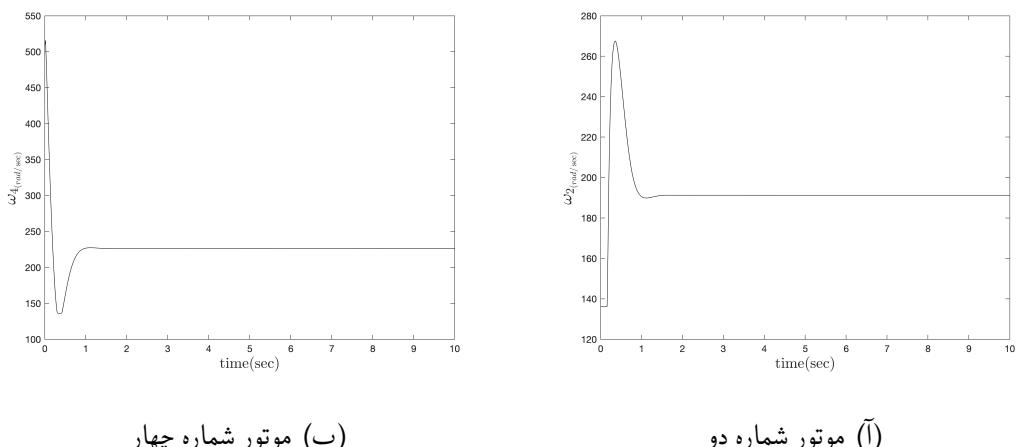
$$K_1 = \begin{bmatrix} 286.0470 & 39.1188 \\ 39.1188 & 8.8510 \end{bmatrix} \quad (\lambda-1)$$

در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه (۹-۲) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u_1 = - \begin{bmatrix} 39.1188 & 8.8510 \end{bmatrix} x(t) \quad (9-1)$$



شکل ۳-۱: عملکرد کنترل‌کننده LQDG در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)



شکل ۴-۱: فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)

همانطور که از شکل ۳-۱ مشخص است، زمان نشست در حدود دو ثانیه است. خطای ماندگار دارد.

در این بخش به بررسی عملکرد چهارپره در حضور کنترل‌کننده LQIDG پرداخته می‌شود. کنترل‌کننده LQIDG در بخش ۳-۲ بررسی شده است. در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی مانند قسمت قبل

عمل شده است.

(۱۰-۱)

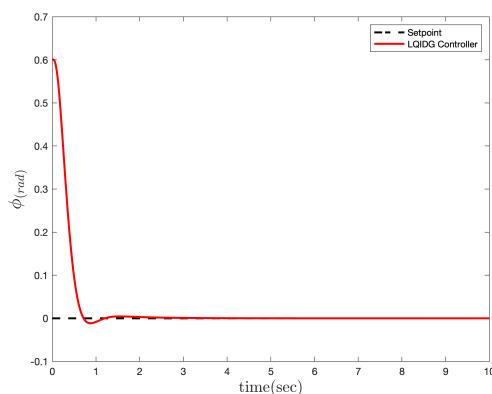
$$Q_{a_{LQIDG}} = \begin{bmatrix} 0.1707 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 837.8606 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 756.1341 \end{bmatrix}, \quad R_{1_{LQDG}} = 1, \quad R_{2_{LQDG}} = 7.7422$$

در گام بعد، با حل معادله (۹) (برای سادگی ماتریس‌های وزنی Q_{a_1} و Q_{a_2} مساوی در نظر گرفته شده است) ماتریس K_1 به صورت زیر به دست می‌آید.

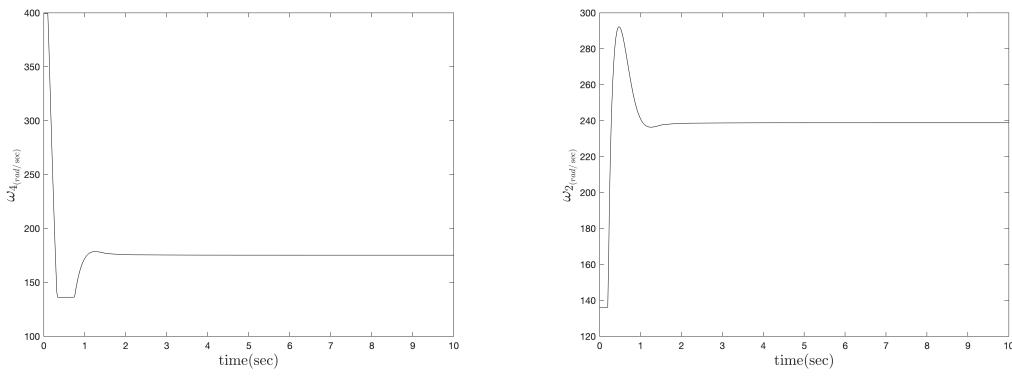
$$K_{a_1} = \begin{bmatrix} 10924.84 & 39.83 & 1014.34 & -10629.93 \\ 39.83 & 8.40 & 27.22 & 11.70 \\ 1014.34 & 27.22 & 1047.80 & -756.13 \\ -10658.93 & 11.70 & -756.13 & 10658.93 \end{bmatrix} \quad (11-1)$$

در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه (۹) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u_1 = - \begin{bmatrix} 28.1410 & 8.4017 & 27.2223 & 11.6894 \end{bmatrix} x_a(t) \quad (12-1)$$



شکل ۱-۵: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول (تعقیب ورودی صفر)



(ب) موتور شماره چهار

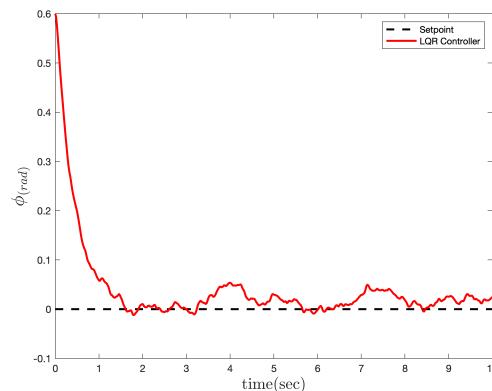
(ا) موتور شماره دو

شکل ۱-۶: فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول (تعییب ورودی صفر)

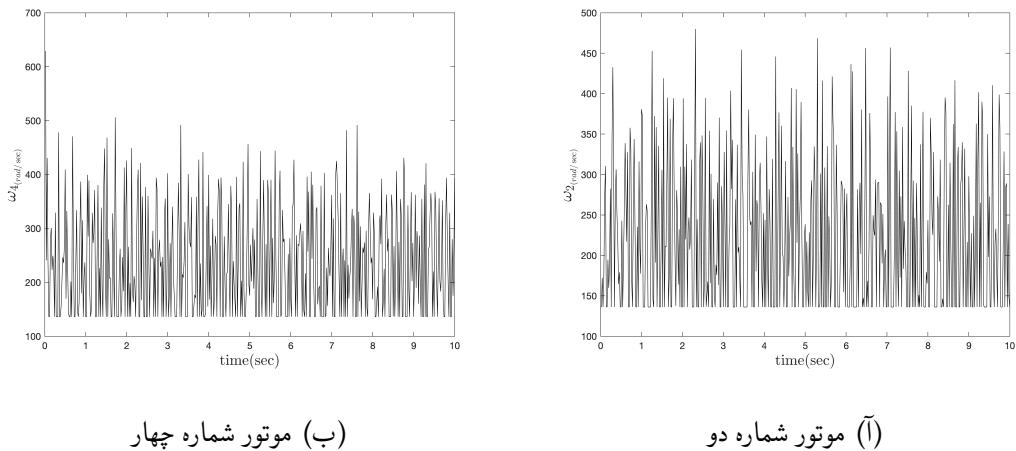
همانطور که از شکل ۵-۱ مشخص است، زمان نشست در حدود یک ثانیه است. خطای مانگار ندارد.

۲-۱-۱ بررسی عملکرد کنترل کننده در حضور نویز اندازه‌گیری

در این بخش عملکرد کنترل کننده در حضور نویز (نویز تصادفی حول نقطه صفر و با انحراف معیار دو صدم) وارد بر تمامی مقدار اندازه‌گیری شده‌ی سنسور، مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرکانس تولید نویز در شبیه‌سازی ۵۰ هرتز در نظر گرفته شده است.

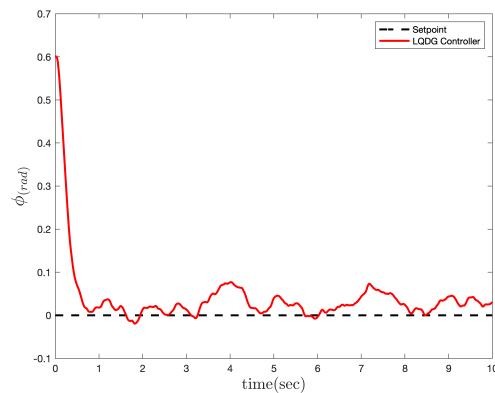


شکل ۱-۷: عملکرد کنترل کننده LQR در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری

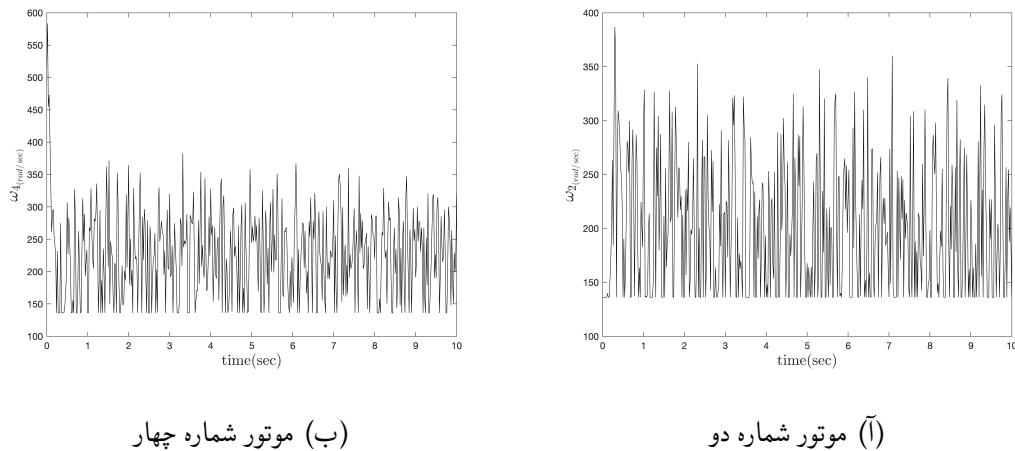


شکل ۱-۸: فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری

همانطور که از شکل ۷-۱ مشخص است، عملکرد کنترل کننده LQR در برابر نویز اندازه‌گیری ضعیف است و خروجی دارای نوسان است.

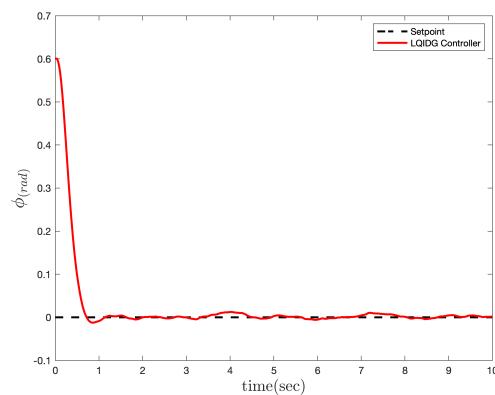


شکل ۱-۹: عملکرد کنترل کننده LQDG در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری

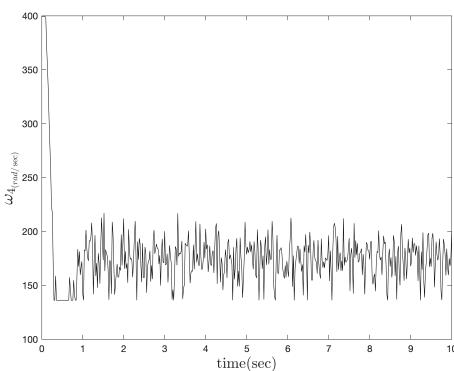


شکل ۱۰-۱: فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رولبا حضور نویز اندازه‌گیری

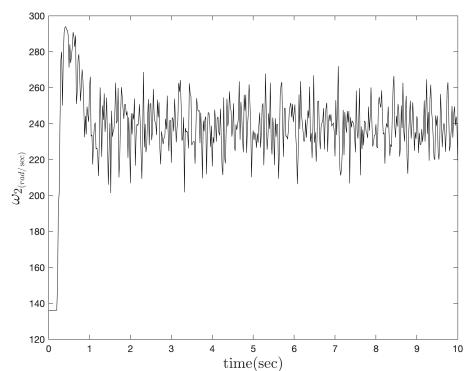
همانطور که از شکل ۱۰ مشخص است، عملکرد کنترل کننده LQIDG در برابر نویز اندازه‌گیری ضعیف است و خروجی دارای نوسان است.



شکل ۱۱-۱: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری



(ب) موتور شماره چهار



(ī) موتور شماره دو

شکل ۱۲-۱: فرمان کنترلی موتورهای دو و چهار در کنترل زاویه رول با حضور نویز اندازه‌گیری

همانطور که از شکل ۱۱-۱ مشخص است، عملکرد کنترل‌کننده LQDG در برابر نویز اندازه‌گیری خوب است و خروجی نوسان و ندارد.

۲-۱ طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای کanal رول-پیچ

در این بخش به کنترل زاویه رول و پیچ با فرض مقیدبودن زاویه یا و پرداخته شده است. به این منظور، در بخش ۱-۲-۱ نتایج شبیه‌سازی برای تعقیب مقدار مطلوب خروجی زاویه رول و پیچ ارائه می‌شود. سپس، در بخش ۲-۲-۱ عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز اندازه‌گیری بررسی می‌شود.

۱-۲-۱ تعقیب مقدار مطلوب خروجی

در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی مانند قسمت قبل عمل شده است. ضرایب وزنی خروجی بهینه‌سازی در پایین آورده شده است. برای طراحی کنترل‌کننده LQIDG ضرایب وزنی R_1 و R_2 برای

کانال‌های مختلف یکسان فرض شده است.

$$Q_{a_{LQIDG_{roll}}} = \begin{bmatrix} 585.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 31.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 83.8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, Q_{a_{LQIDG_{pitch}}} = \begin{bmatrix} 546.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 311.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.22 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_{1_{LQDG}} = 1, \quad R_{2_{LQDG}} = 7.7422 \quad (13-1)$$

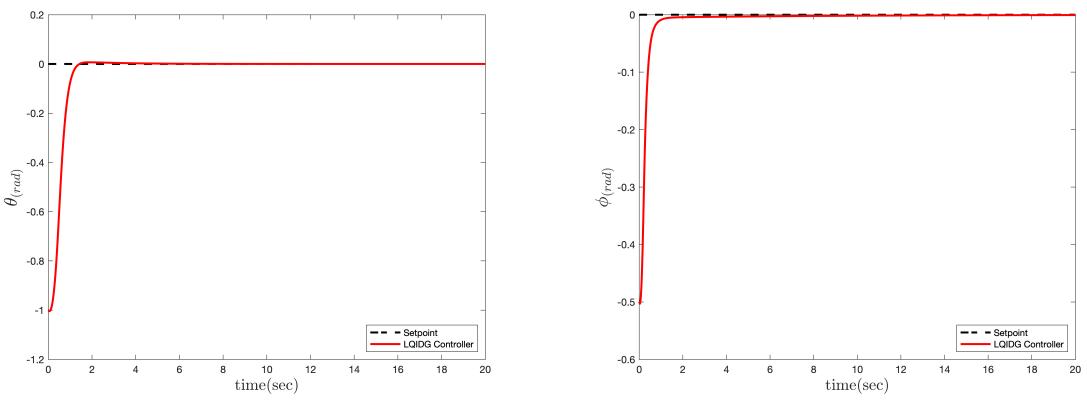
در گام بعد، با حل معادله (۱۳) (برای سادگی ماتریس‌های وزنی Q_{a_2} و Q_{a_1} مساوی در نظر گرفته شده است) ماتریس K_1 به صورت زیر به دست می‌آید.

$$K_{a_1_{roll}} = \begin{bmatrix} 1720.86 & 80.29 & 187.71 & -8.57 \\ 80.29 & 20.44 & 8.11 & 0.53 \\ 187.77 & 8.11 & 686.56 & -0.02 \\ -8.57 & 0.53 & -0.02 & 9.93 \end{bmatrix}, K_{a_1_{pitch}} = \begin{bmatrix} 243.90 & 25.01 & 80.29 & -9.50 \\ 25.01 & 7.41 & 7.33 & 0 \\ 80.29 & 7.33 & 239.14 & 0 \\ -9.50 & 0 & 0 & 9.50 \end{bmatrix} \quad (14-1)$$

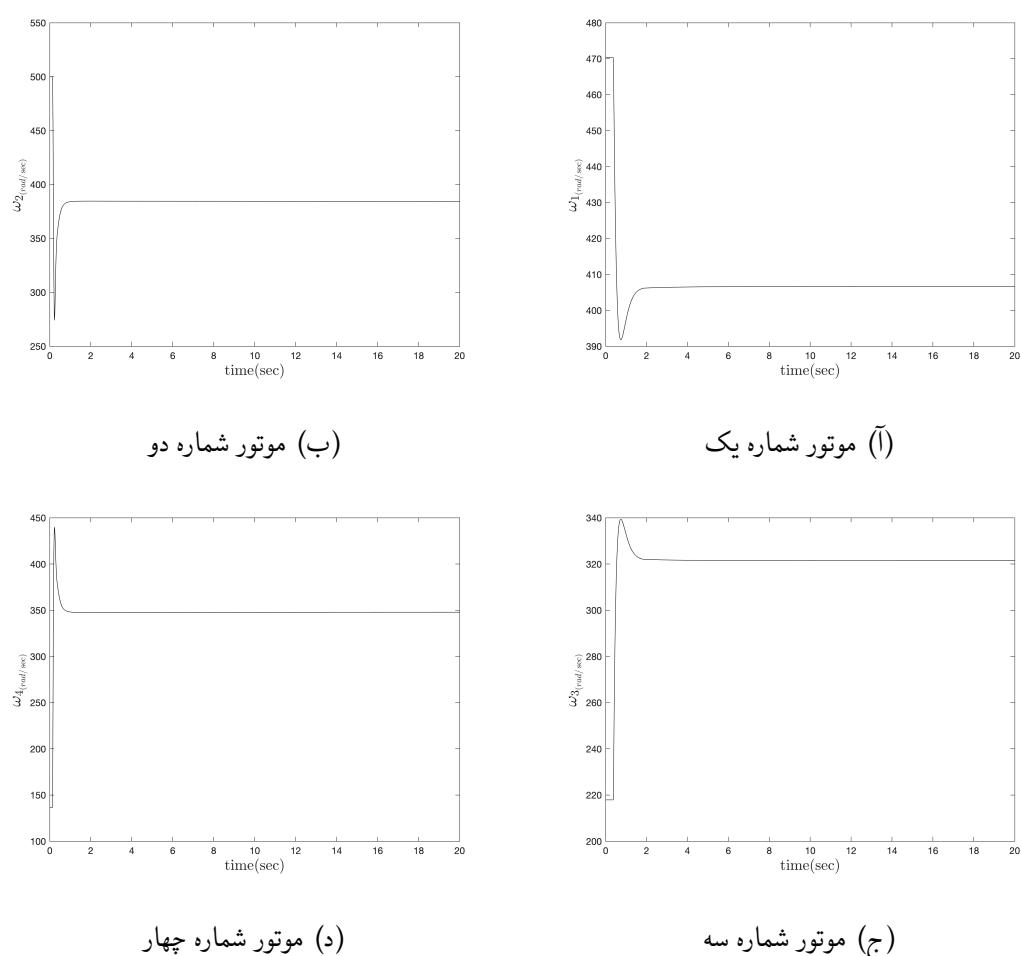
در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه (۱۴) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$u_{1_{roll}} = - \begin{bmatrix} 79.7522 & 20.4432 & 8.1058 & 0.5344 \end{bmatrix} x_{a_{roll}} \quad (15-1)$$

$$u_{1_{pitch}} = - \begin{bmatrix} 25.0112 & 7.40730 & 7.3280 & 0.0010 \end{bmatrix} x_{a_{pitch}}$$



شکل ۱-۱: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)

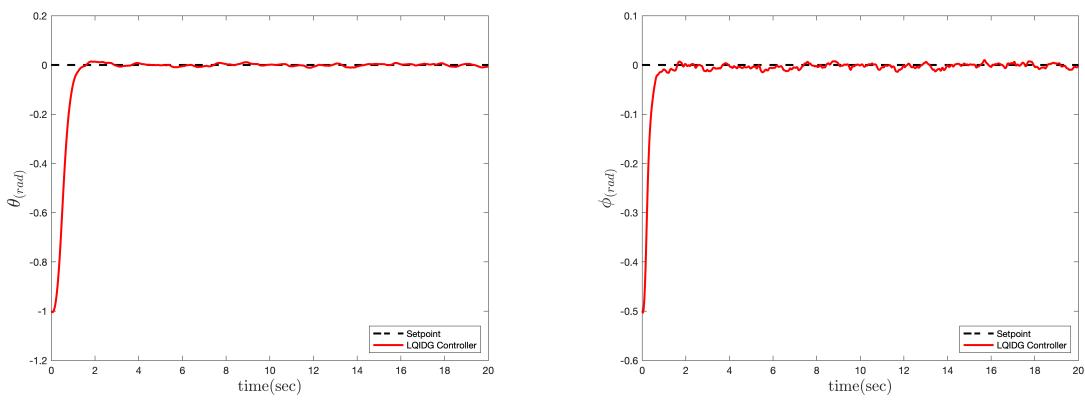


شکل ۱-۲: فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)

همانطور که از شکل ۱۳-۱ مشخص است، زمان نشست در برای هر دو کanal رول و پیچ حدود یک ثانیه است. خطای مانگار ندارد.

۲-۲-۱ بررسی عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز اندازه‌گیری

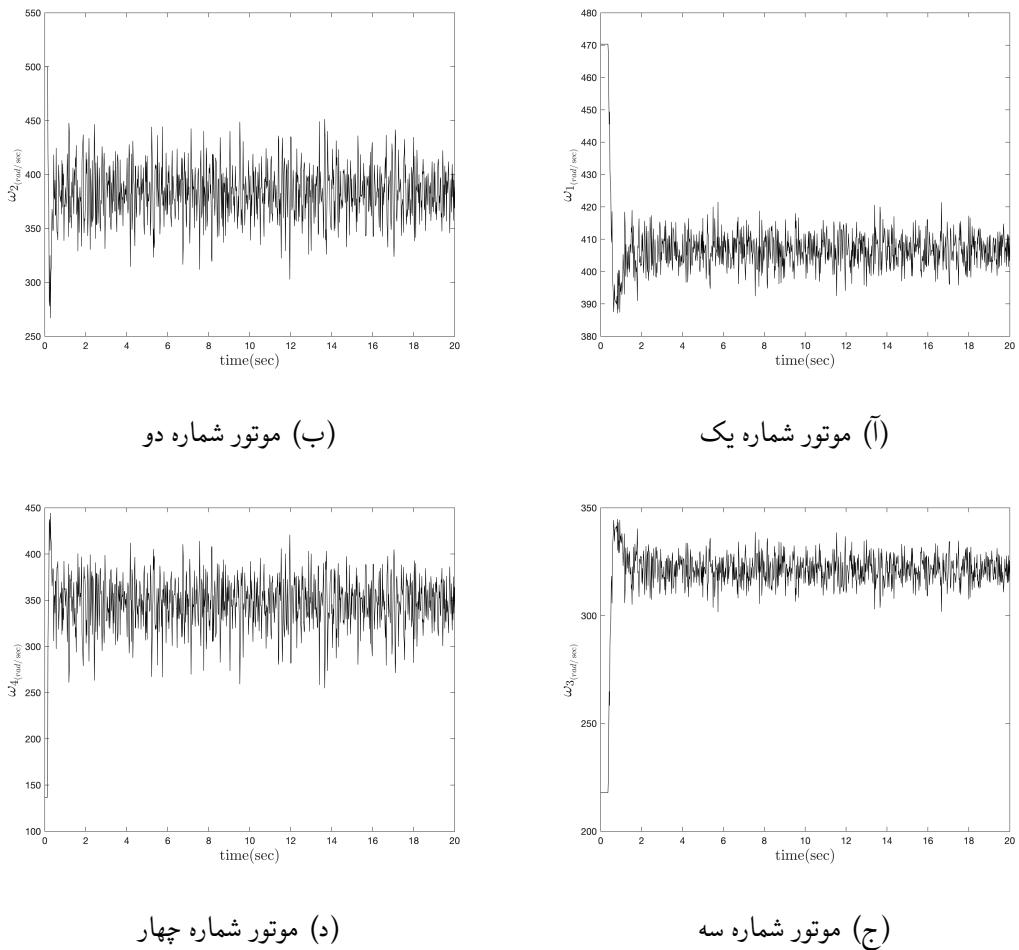
در این بخش عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز (نویز تصادفی حول نقطه صفر و با انحراف معیار دو صدم) وارد بر تمامی مقدار اندازه‌گیری شده‌ی سنسور، مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرکانس تولید نویز در شبیه‌سازی 50° هرتز در نظر گرفته شده است.



(ب) تغییرات زاویه پیچ

(آ) تغییرات زاویه رول

شکل ۱۵-۱: عملکرد کنترل‌کننده LQIDG در کنترل زاویه رول و پیچ با حضور نویز اندازه‌گیری



شکل ۱-۱: فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول و پیچ با حضور نویز اندازه‌گیری

همانطور که از شکل ۱۵-۱ مشخص است، عملکرد کنترل‌کننده LQDG در برابر نویز اندازه‌گیری خوب است و خروجی نوسان و ندارد.

۳-۱ طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای سه درجه آزادی

در این بخش به کنترل وضعیت پرداخته شده است. به این منظور، در بخش ۱-۳-۱ نتایج شبیه‌سازی برای تعقیب مقدار مطلوب خروجی زاویه رول ارائه می‌شود. سپس، در بخش ۲-۳-۱ عملکرد کنترل‌کننده در حضور نویز اندازه‌گیری بررسی می‌شود.

۱-۳-۱ تعقیب مقدار مطلوب خروجی

در بخش‌های ?? و ?? خطی‌سازی فضای حالت چهارپره و کانال‌های مختلف چهارپره انجام شده است. در این بخش ابتدا طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده برای سه کanal تک ورودی و در ادامه طراحی و شبیه‌سازی کنترل‌کننده چند ورودی و چند خروجی انجام شده است.

شبیه‌سازی کنترل‌کننده به صورت سه کanal تک ورودی

در شبیه‌سازی برای بهینه‌سازی ضرایب وزنی مانند قسمت قبل عمل شده است. ضرایب وزنی خروجی بهینه‌سازی در پایین آورده شده است. برای طراحی کنترل‌کننده LQIDG ضرایب وزنی R_1 و R_2 برای کanal‌های مختلف یکی فرض شده است.

$$Q_{a_{LQIDG_{roll}}} = \begin{bmatrix} 631.85 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 214.28 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 7.91 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$Q_{a_{LQIDG_{pitch}}} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 873.93 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 9853.09 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.12 \end{bmatrix} \quad (16-1)$$

$$Q_{a_{LQIDG_{yaw}}} = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.17 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 1.81 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 33333.45 \end{bmatrix} \times 10^{-4}$$

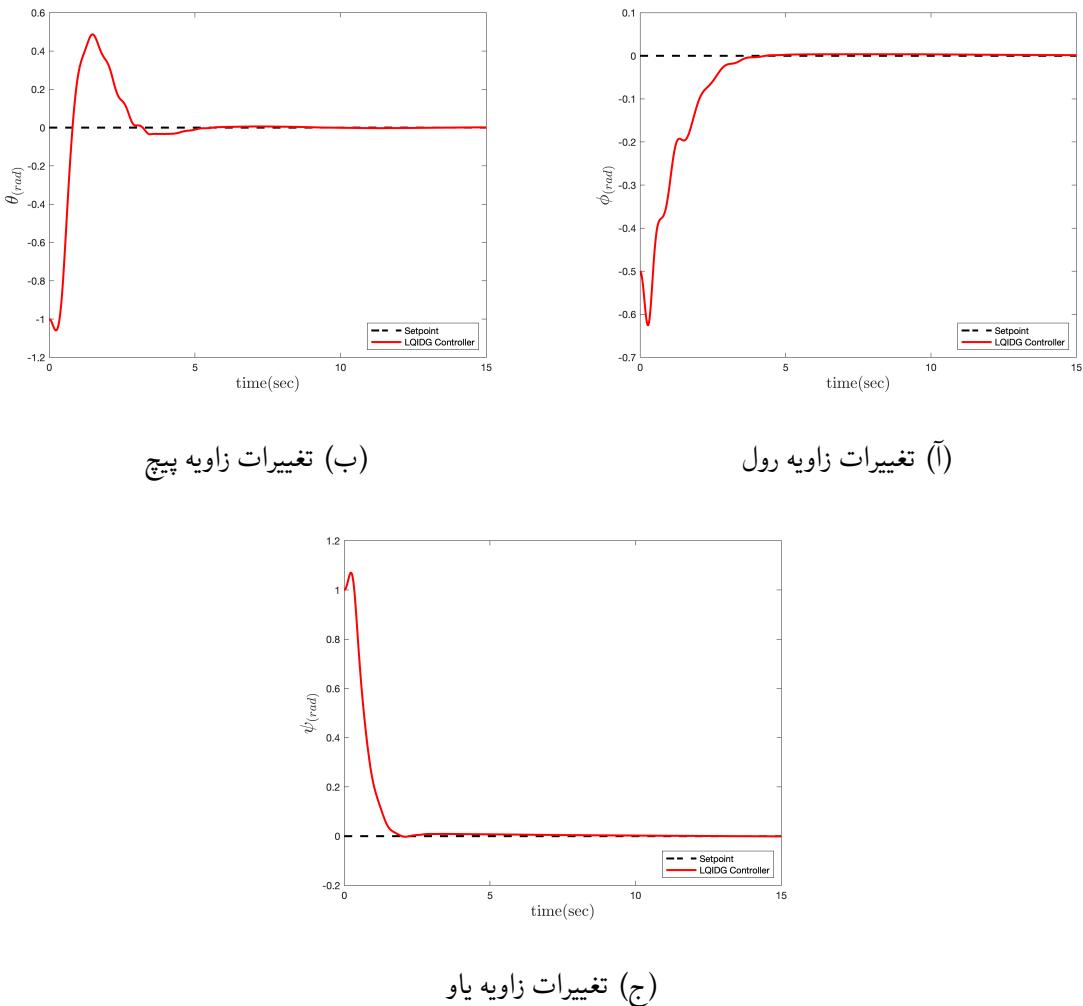
$$R_{1_{LQDG}} = 1, \quad R_{2_{LQDG}} = 1.2577$$

در گام بعد، با حل معادله (۱۷) (برای سادگی ماتریس‌های وزنی Q_{a_1} و Q_{a_2} مساوی در نظر گرفته شده است) ماتریس K_1 به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} K_{a_1roll} &= \begin{bmatrix} 435.89 & 20.54 & 42.44 & -9.98 \\ 20.54 & 11.93 & 1.98 & -0.00 \\ 42.44 & 1.98 & 71.49 & -0.08 \\ -9.98 & -0.00 & -0.08 & 9.93 \end{bmatrix} \\ K_{a_1pitch} &= \begin{bmatrix} 2430.43 & 59.59 & 3128.26 & -11.75 \\ 59.59 & 23.52 & 74.08 & 0.00 \\ 3128.26 & 74.08 & 7851.78 & -0.12 \\ -11.75 & 0.00 & -0.12 & 11.75 \end{bmatrix} \\ K_{a_1yaw} &= \begin{bmatrix} 57.75 & 1.46 & 3.56 & -54.52 \\ 1.46 & 1.27 & 0.10 & -0.00 \\ 3.56 & 0.10 & 0.24 & -3.34 \\ -54.52 & -0.00 & -3.34 & 54.51 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17-1)$$

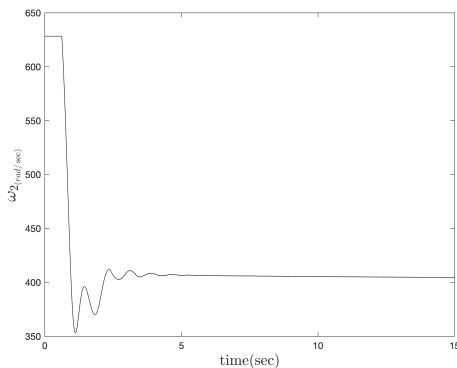
در نهایت فرمان کنترلی بهینه بازیکن اول از رابطه (۱۸) به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} u_{1roll} &= - \begin{bmatrix} 20.5410 & 11.9267 & 1.9771 & 0.0021 \end{bmatrix} x_{a_{roll}} \\ u_{1pitch} &= - \begin{bmatrix} 59.5923 & 23.5197 & 74.0822 & 0.000 \end{bmatrix} x_{a_{pitch}} \\ u_{1yaw} &= - \begin{bmatrix} 1.45710 & 1.27300 & 0.0999 & 0.0041 \end{bmatrix} x_{a_{yaw}} \end{aligned} \quad (18-1)$$

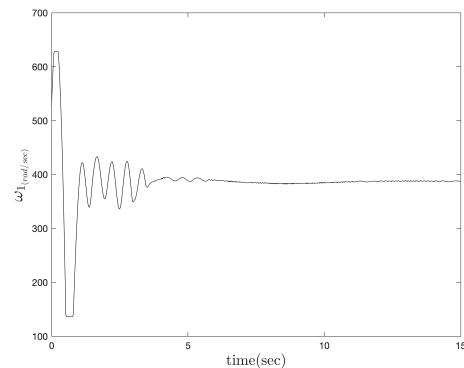


شکل ۱۷-۱: عملکرد کنترل‌کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)

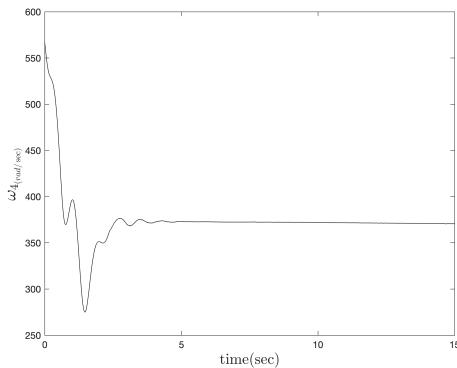
همانطور که از شکل ۱۷-۱ مشخص است، زمان نشست برای کانال‌های مختلف حداقل هشت پنج ثانیه است. خطای مانگار ندارد. در ادامه فرمان کنترلی موتورها آورده شده است.



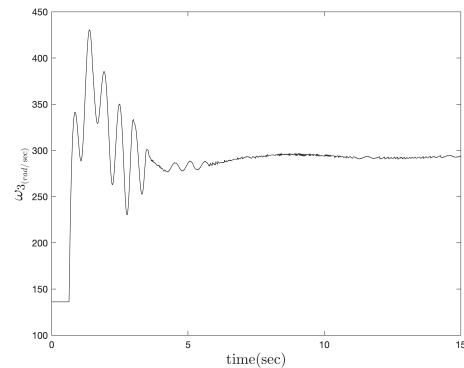
(ب) موتور شماره دو



(ا) موتور شماره یک



(د) موتور شماره چهار



(ج) موتور شماره سه

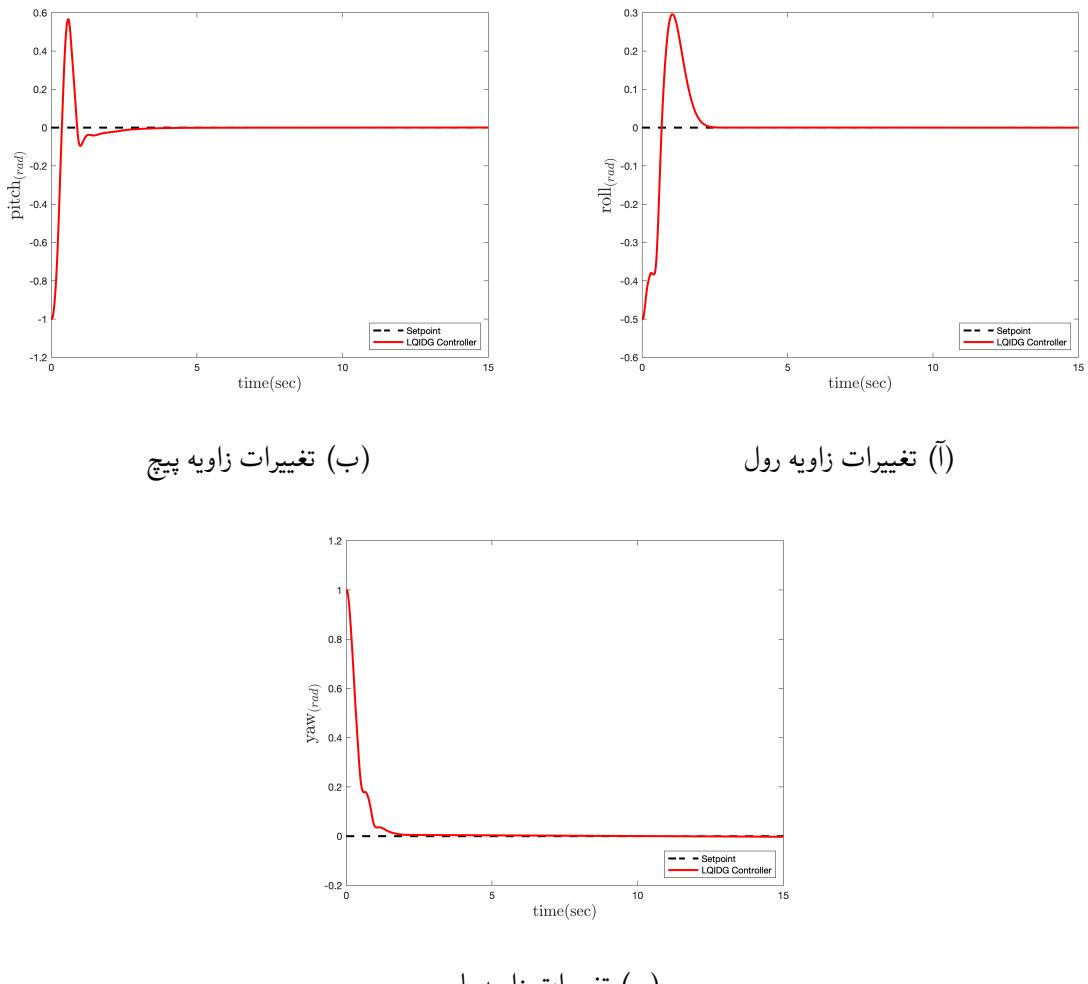
شکل ۱۸-۱: فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)

شبیه‌سازی کنترل‌کننده به صورت چهار ورودی

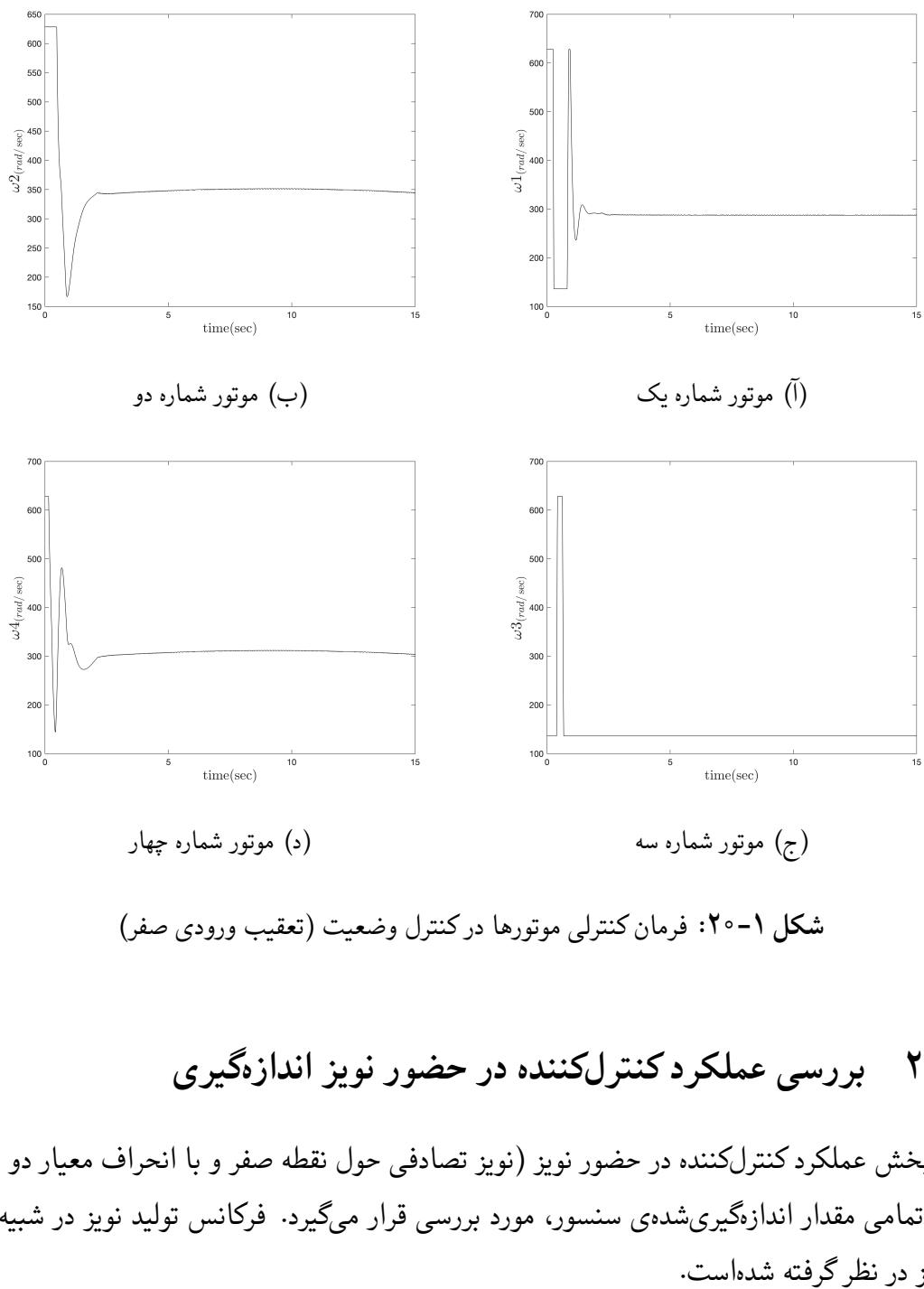
$$Q_{a_{LQIDG}} = \begin{bmatrix} 631.85 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 214.28 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 7.91 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 873.93 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 9853.09 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.12 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 3.33 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -0.00 & 101.23 & 5.33 & -0.00 & 48.29 & 45.40 & 0.00 & 0.07 & 0.34 & -0.00 & -0.00 & 0.15 \\ 241.81 & -0.00 & -5.33 & 86.14 & -0.00 & -45.40 & 57.31 & 0.00 & -0.34 & 0.00 & -0.00 & -0.15 \\ -0.00 & -101.23 & 5.33 & -0.00 & -48.29 & 45.40 & 0.00 & -0.07 & 0.34 & -0.00 & 0.00 & 0.15 \\ -241.81 & -0.00 & -5.33 & -86.14 & -0.00 & -45.40 & -57.31 & 0.00 & -0.34 & -0.00 & -0.00 & -0.15 \end{bmatrix}$$

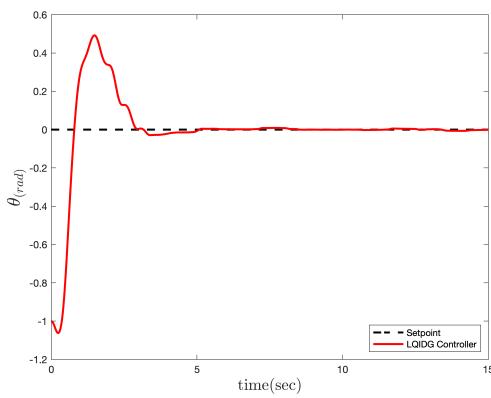
$$\boldsymbol{K}_{a_1} = \begin{bmatrix} 34004 & -0 & -0 & 11130 & -0 & -0 & 14810 & 0 & -0 & -9 & -0 & -0 \\ -0 & 7396 & 0 & -0 & 3498 & 0 & 0 & 11 & 0 & -0 & -10 & 0 \\ -0 & 0 & 1504 & -0 & 0 & 10019 & 0 & -0 & 95 & -0 & 0 & -27 \\ 11129 & -0 & -0 & 3965 & -0 & -0 & 2638 & 0 & -0 & 0 & -0 & -0 \\ -0 & 3498 & 0 & -0 & 1669 & 0 & 0 & 3 & 0 & -0 & -0 & 0 \\ -0 & 0 & 10019 & -0 & 0 & 85406 & 0 & -0 & 630 & -0 & 0 & 277 \\ 14810 & 0 & 0 & 2638 & 0 & 0 & 24372 & -0 & 0 & -0 & 0 & 0 \\ 0 & 11 & -0 & 0 & 3 & -0 & -0 & 11 & -0 & 0 & -0 & -0 \\ -0 & 0 & 95 & -0 & 0 & 630 & 0 & -0 & 7 & -0 & 0 & -2 \\ -10 & -0 & -0 & -0 & -0 & -0 & -0 & 0 & -0 & 10 & -0 & -0 \\ -0 & -10 & 0 & -0 & -0 & 0 & 0 & -0 & 0 & -0 & 9 & 0 \\ -0 & 0 & -27 & -0 & 0 & 277 & 0 & -0 & -2 & -0 & 0 & 59 \end{bmatrix}$$



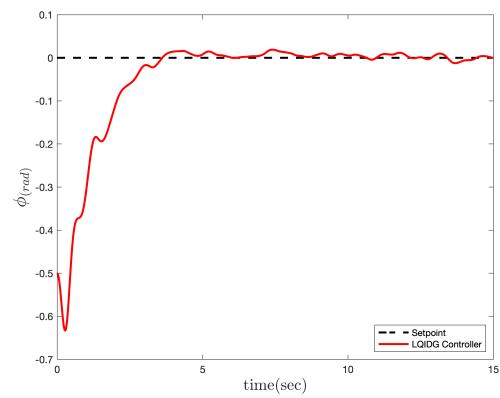
شکل ۱۹-۱: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)



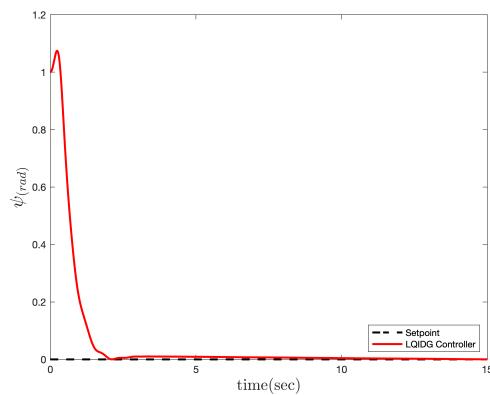
شبیه‌سازی کنترل‌کننده به صورت سه کانال تک ورودی



(ب) تغییرات زاویه پیچ

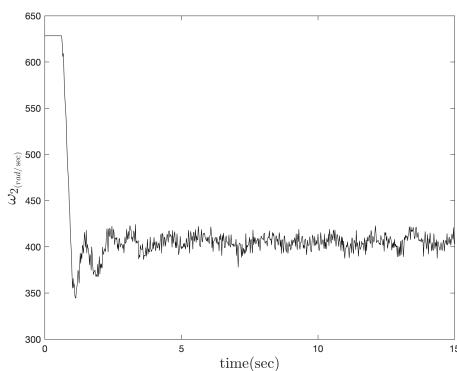


(ا) تغییرات زاویه رول

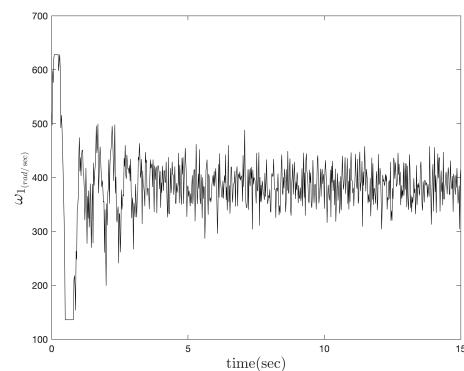


(ج) تغییرات زاویه یاو

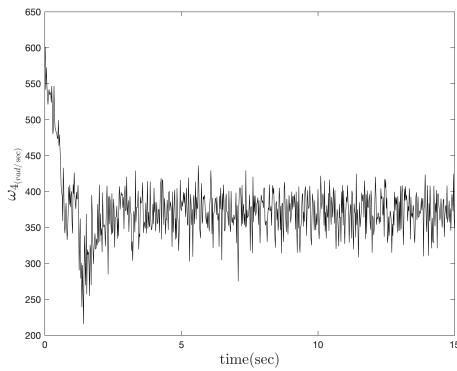
شکل ۱-۱: عملکرد کنترل‌کننده LQIDG در کنترل وضعیت با حضور نویز اندازه‌گیری



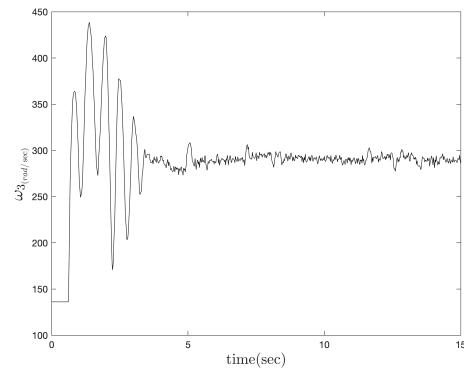
(ب) موتور شماره دو



(ا) موتور شماره یک



(د) موتور شماره چهار

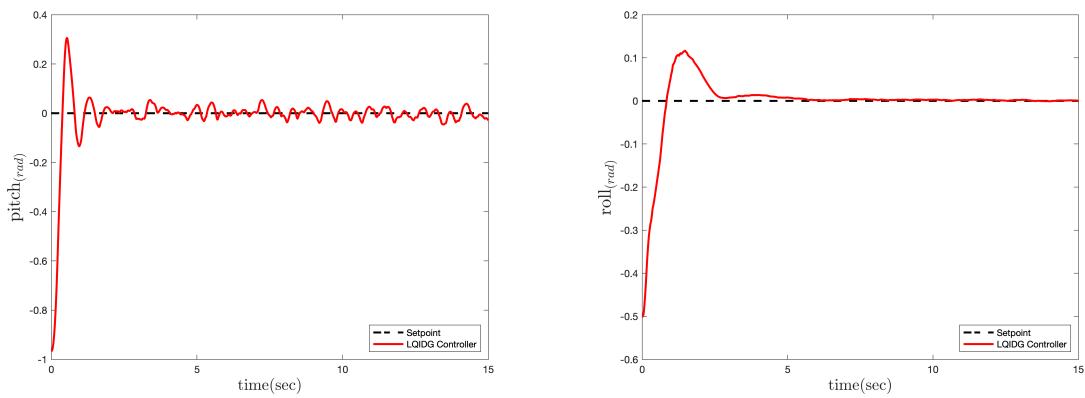


(ج) موتور شماره سه

شکل ۱-۲۲: فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت با حضور نویز اندازه‌گیری

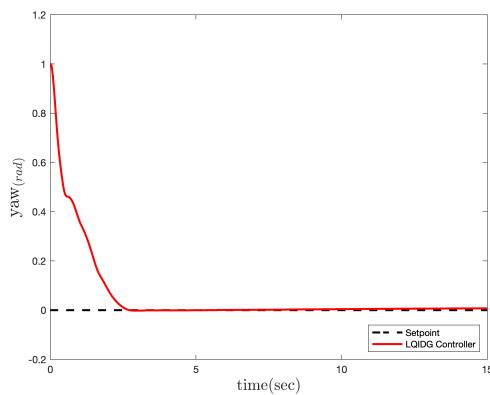
همانطور که از شکل ۱-۲۲ مشخص است، عملکرد کنترل‌کننده LQDG در برابر نویز اندازه‌گیری خوب است و خروجی نوسان و ندارد.

شبیه‌سازی کنترل‌کننده به صورت چهار ورودی



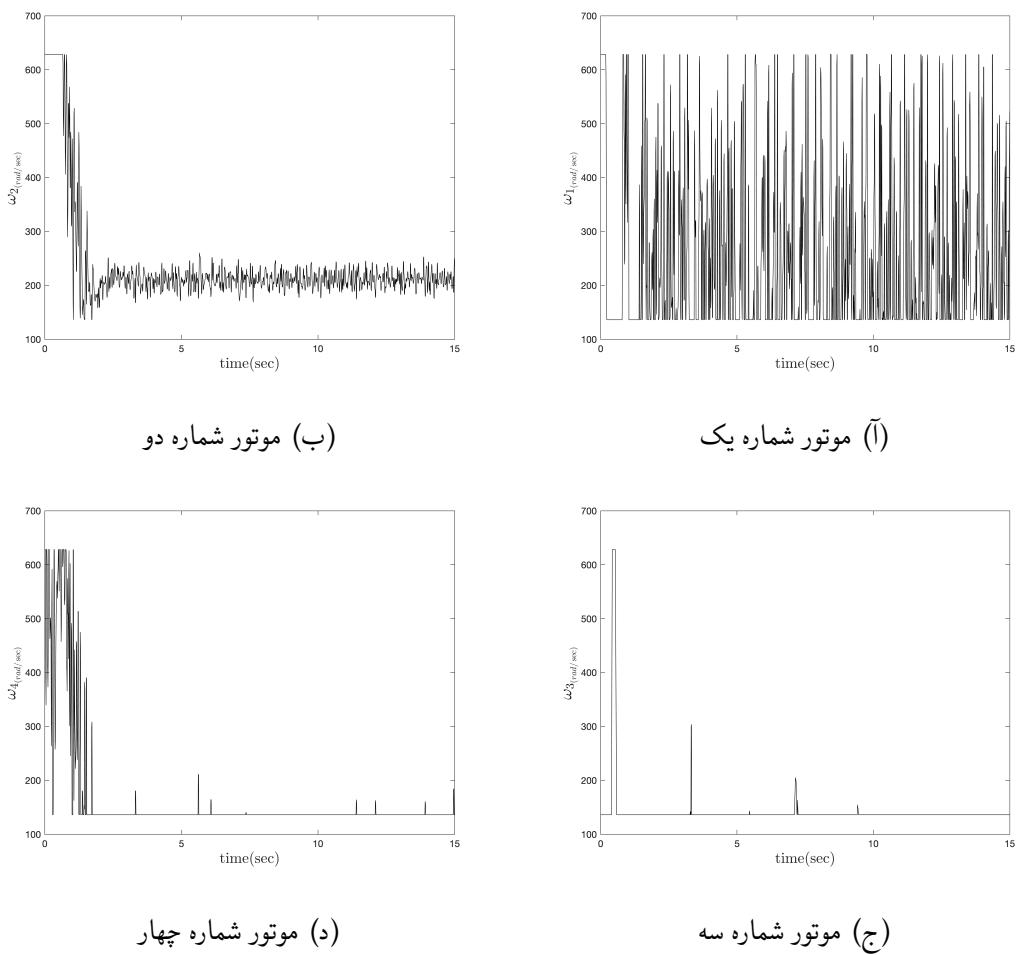
(ب) تغییرات زاویه پیچ

(ا) تغییرات زاویه رول



(ج) تغییرات زاویه یاو

شکل ۱-۲۳: عملکرد کنترل‌کننده LQIDG در کنترل زاویه رول، پیچ و یاو (تعقیب ورودی صفر)



شکل ۱-۲۴: فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول، پیچ و یا و (تعقیب ورودی صفر)

همانطور که از شکل ۱-۲۳ مشخص است، عملکرد کنترل کننده LQDG در برابر نویز اندازه‌گیری خوب است و خروجی نوسان و ندارد.

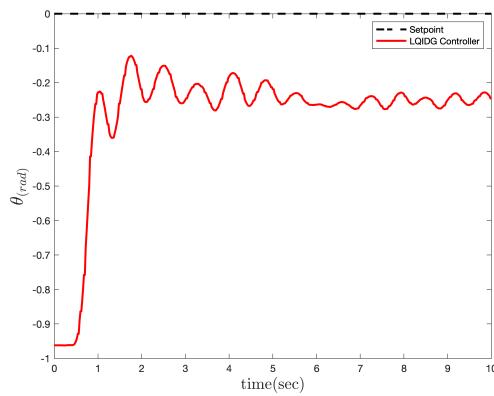
فصل ۲

پیاده‌سازی کنترل‌کننده روی استند سه درجه آزادی چهارپره

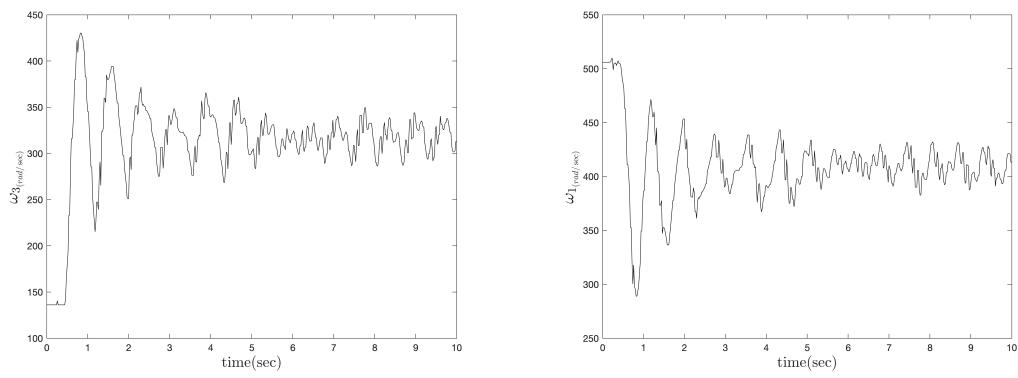
در بخش ۱-۱ ابتدا کanal رول استند چهارپره در حضور کنترل‌کننده‌ای LQR و در ادامه در حضور کنترل‌کننده‌ای LQDG و LQIDG شبیه‌سازی شد. سپس، کanal‌های رول-پیچ و رول-پیچ-یاو در بخش‌های ۱-۱ و ۲-۱ در حضور کنترل‌کننده LQIDG شبیه‌سازی شدند. در این فصل به پیاده‌سازی کنترل‌کننده روی استند سه درجه آزادی چهارپره پرداخته شده است. در بخش ۱-۲ به پیاده‌سازی کنترل‌کننده روی کanal پیچ پرداخته شده است. سپس، در بخش‌های ۲-۲ و ۳-۲ به پیاده‌سازی کنترل‌کننده روی کanal‌های رول-پیچ و رول-پیچ-یاو پرداخته شده است.

۱-۱ پیاده‌سازی کنترل‌کننده برای کanal پیچ

در پیاده‌سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه‌سازی استفاده شده است.



شکل ۱-۲: عملکرد کنترل‌کننده LQR در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

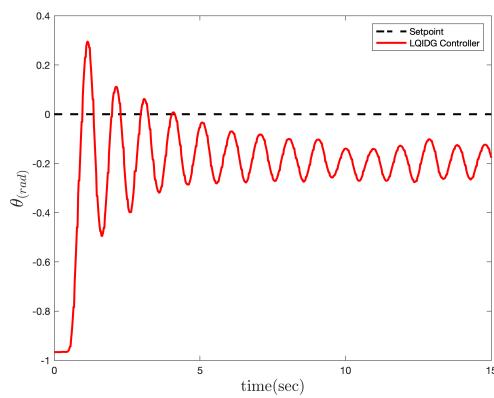


(ب) موتور شماره سه

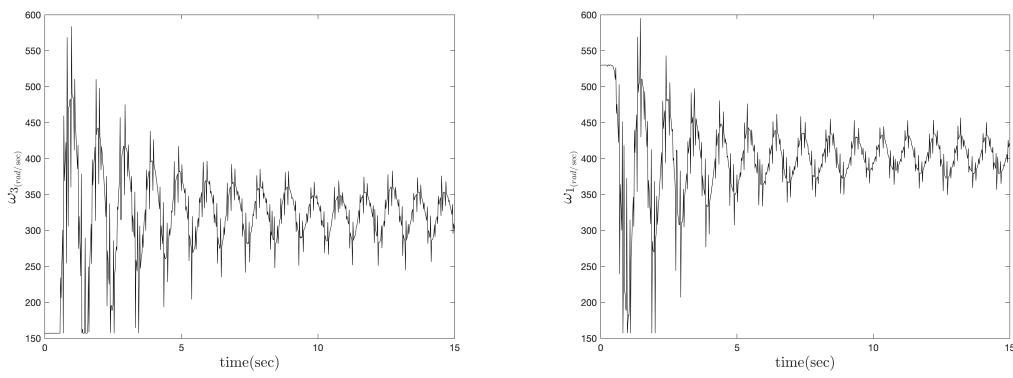
(ا) موتور شماره یک

شکل ۲-۲: فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

در ادامه به پیاده‌سازی کنترل‌کننده LQDG بر رویه کانال پیچ استند سه درجه آزادی پرداخته می‌شود. در پیاده‌سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه‌سازی استفاده شده است.



شکل ۲-۳: عملکرد کنترل‌کننده LQDG در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

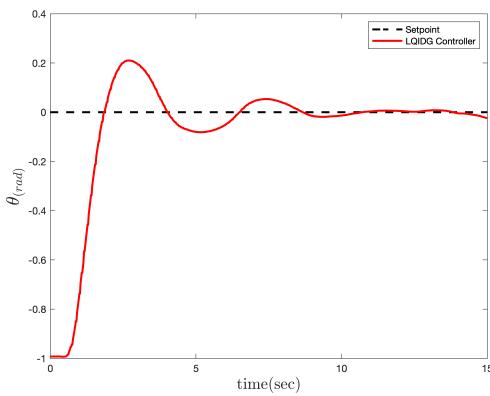


(ب) موتور شماره سه

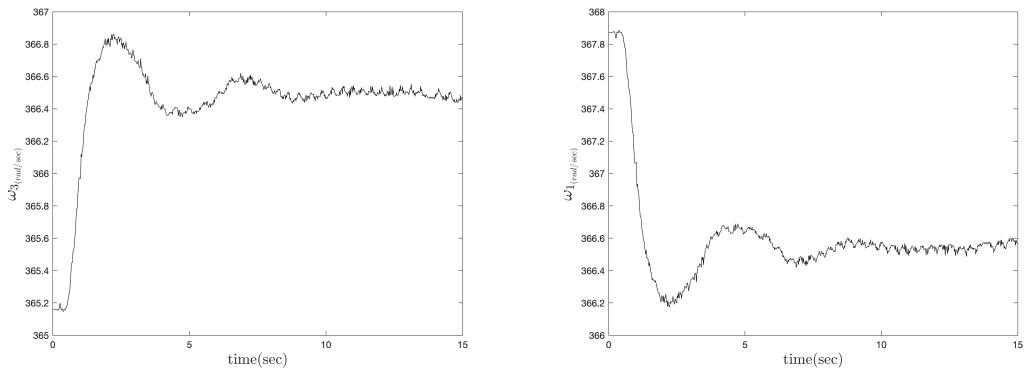
(ا) موتور شماره یک

شکل ۲-۴: فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

در ادامه به پیاده‌سازی کنترل‌کننده LQIDG بر رویه کانال پیچ استند سه درجه آزادی پرداخته می‌شود. در پیاده‌سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه‌سازی استفاده شده است.



شکل ۵-۲: عملکرد کنترل‌کننده LQIDG در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)



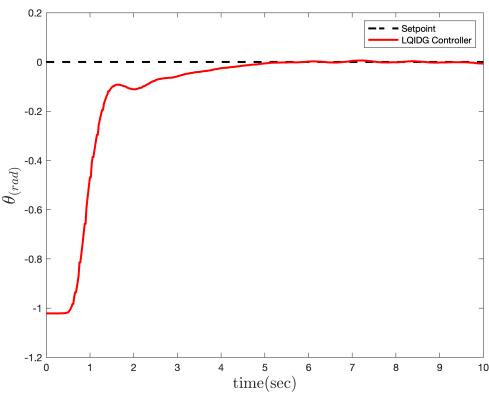
(ب) موتور شماره سه

(آ) موتور شماره یک

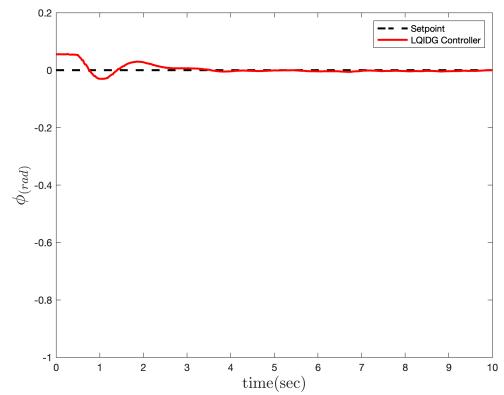
شکل ۶-۲: فرمان کنترلی موتورهای یک و سه در کنترل زاویه پیچ (تعقیب ورودی صفر)

۲-۲ پیاده‌سازی کنترل‌کننده برای کنترل کanal رول-پیچ

در ادامه به پیاده‌سازی کنترل‌کننده LQIDG روی کانال رول-پیچ استند سه درجه آزادی پرداخته شده است. در پیاده‌سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه‌سازی استفاده شده است.

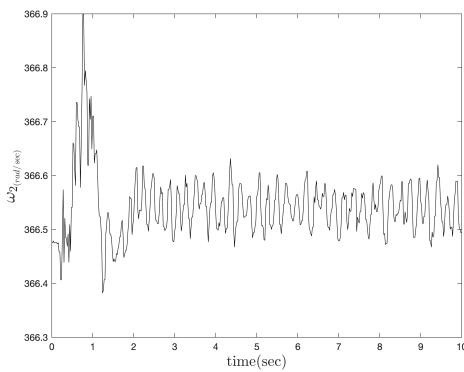


(ب) تغییرات زاویه پیچ

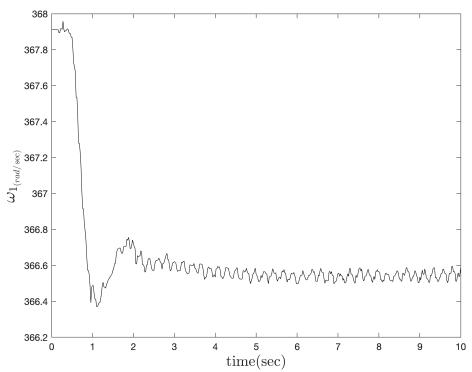


(ا) تغییرات زاویه رول

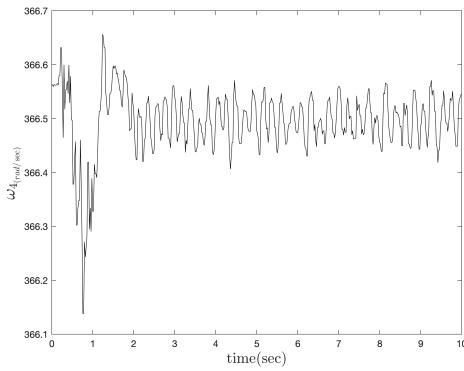
شکل ۷-۲: عملکرد کنترل کننده LQIDG در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)



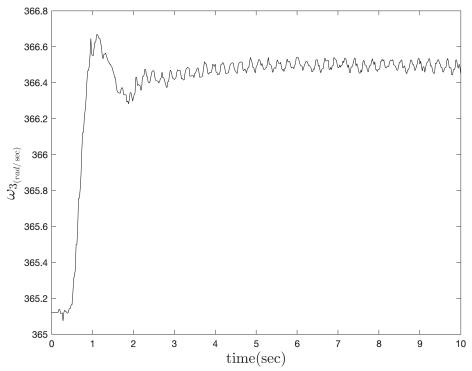
(ب) موتور شماره دو



(ا) موتور شماره یک



(د) موتور شماره چهار



(ج) موتور شماره سه

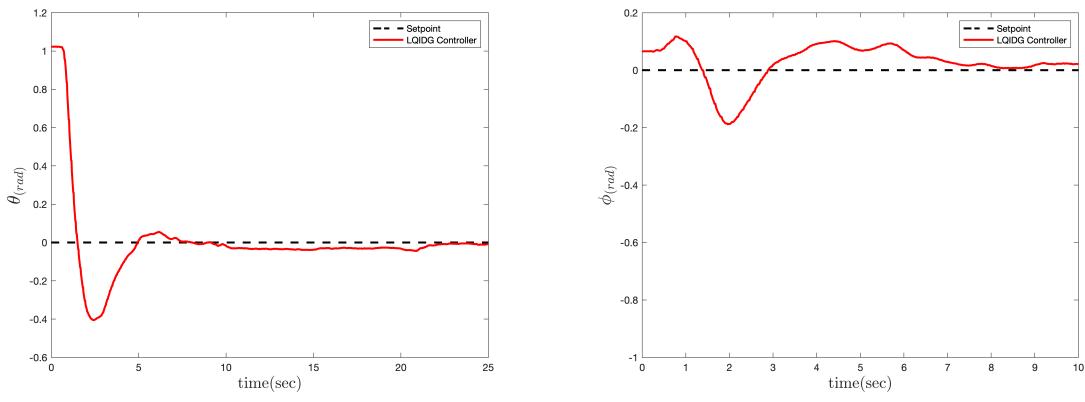
شکل ۸-۲: فرمان کنترلی موتورها در کنترل زاویه رول و پیچ (تعقیب ورودی صفر)

۳-۲ پیاده‌سازی کنترل‌کننده LQIDG روی استند سه درجه آزادی

در بخش‌های ۱-۳-۲ و ۲-۳-۲، فرم خطی فضای حالت چهارپره و فرم خطی فضای حالت کانال‌های چهارپره محاسبه شده است. در بخش‌های ۱-۳-۲ و ۲-۳-۲ به ترتیب پیاده‌سازی به صورت سه کانال تک ورودی و چند ورودی انجام شده است.

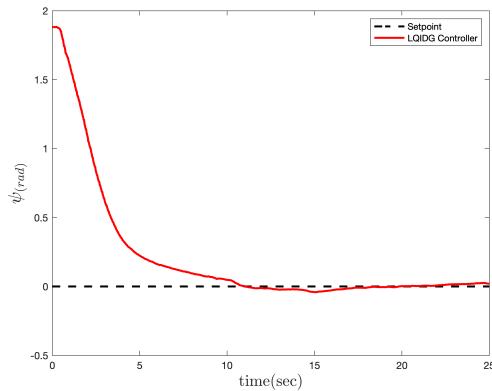
۱-۳-۲ پیاده‌سازی کنترل‌کننده به صورت سه کانال تک ورودی

در بخش ۳-۱ شبیه‌سازی سه درجه آزادی استند چهارپره در حضور کنترل‌کننده LQIDG انجام شد. در این بخش به پیاده‌سازی کنترل‌کننده LQIDG روی استند سه درجه آزادی پرداخته شده است. در پیاده‌سازی از ضرایب وزنی بهینه به دست آمده در قسمت شبیه‌سازی استفاده شده است.



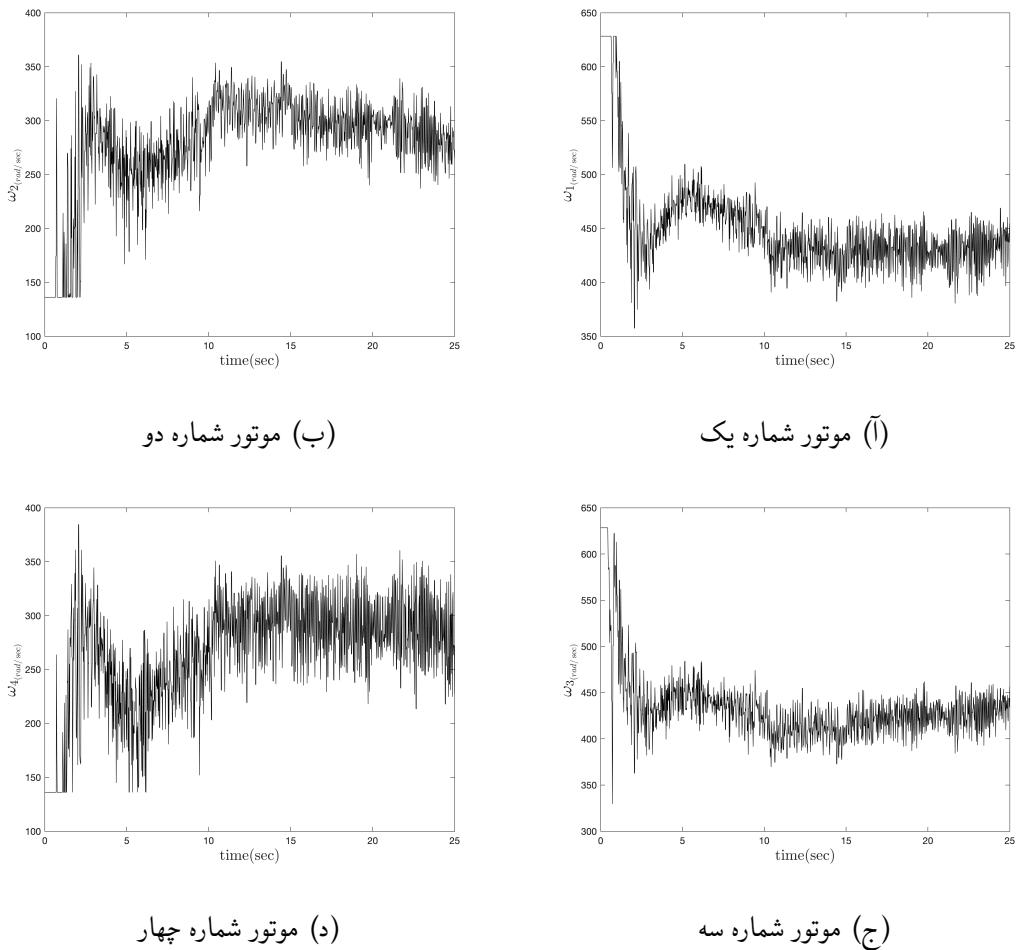
(ب) تغییرات زاویه پیچ

(ا) تغییرات زاویه رول



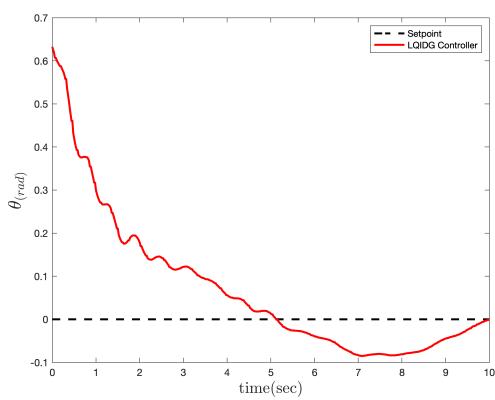
(ج) تغییرات زاویه یاو

شکل ۹-۲: عملکرد کنترل‌کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)

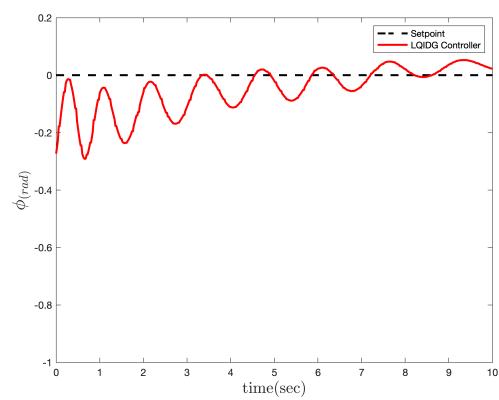


شکل ۲-۱۰: فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)

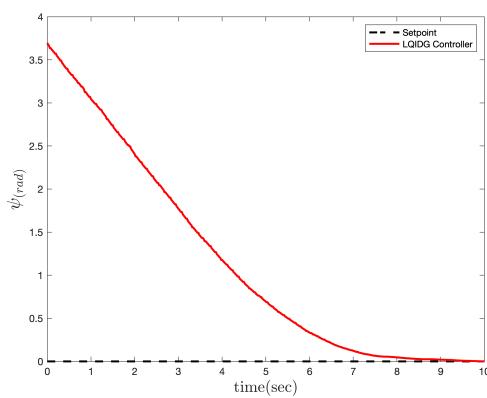
۲-۳-۲ پیاده‌سازی کنترل‌کننده به صورت چهار ورودی



(ب) تغییرات زاویه پیچ

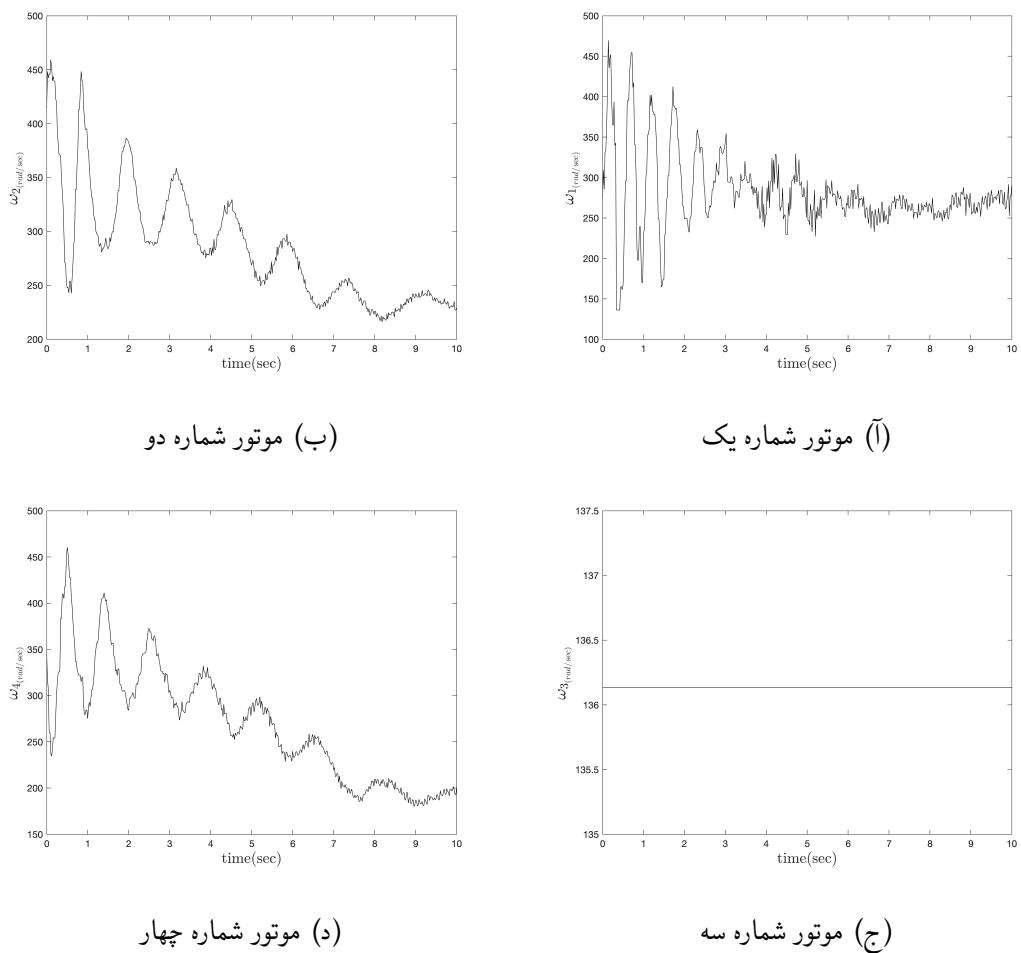


(ا) تغییرات زاویه رول



(ج) تغییرات زاویه یاو

شکل ۱۱-۲: عملکرد کنترل‌کننده LQIDG در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)



شکل ۱۲-۲: فرمان کنترلی موتورها در کنترل وضعیت (تعقیب ورودی صفر)

مراجع

- [1] L. Sprekelmeyer. *These We Honor: The International Aerospace Hall of Fame*. 2006.
- [2] M. J. Hirschberg. A perspective on the first century of vertical flight. *SAE Transactions*, 108:1113–1136, 1999.
- [3] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch. Geometric tracking control of a quadrotor uav on $\text{se}(3)$. In *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 5420–5425, 2010.
- [4] <http://gcrc.sharif.edu>. 3dof quadcopter, 2021. [Online; accessed November 2, 2021], Available at <https://cutt.ly/yYMvhYv>.
- [5] wired. the physics of drones, 2021. [Online; accessed June 8, 2021], Available at <https://www.wired.com/2017/05/the-physics-of-drones/>.
- [6] nobelprize.org. Jean tirole, 2021. [Online; accessed October 17, 2021], Available at <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2014/tirole/facts/>.
- [7] B. Djehiche, A. Tcheukam, and H. Tembine. Mean-field-type games in engineering. *AIMS Electronics and Electrical Engineering*, 1(1):18–73, 2017.
- [8] W. L. Brogan. *Modern control theory*. 1974.
- [9] J. Engwerda. Linear quadratic differential games: An overview. *Advances in Dynamic Games and their Applications*, 10:37–71, 03 2009.
- [10] R. Pordal. Control of a single axis attitude control system using a linear quadratic integral regulator based on the differential game theory.

- [11] P. Abeshtan. Attitude control of a 3dof quadrotor stand using intelligent backstepping approach. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2016.
- [12] P. Zipfel. *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. AIAA education series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
- [13] A. Sharifi. Real-time design and implementation of a quadcopter automatic landing algorithm taking into account the ground effect. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2010.
- [14] M. A. A. Bishe. Attitude control of a 3dof quadrotor stand using a heuristic nonlinear controller. January 2018.
- [15] E. Norian. Design of status control loops of a laboratory quadcopter mechanism and its pulverizer built-in using the automatic tool code generation. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2014.
- [16] K. Ogata. *Modern Control Engineering*. Instrumentation and controls series. Prentice Hall, 2010.
- [17] A. Karimi, H. Nobahari, and P. Siarry. Continuous ant colony system and tabu search algorithms hybridized for global minimization of continuous multi-minima functions. *Computational Optimization and Applications*, 45(3):639–661, Apr 2010.



Sharif University of Technology
Department of Aerospace Engineering

Bachelor Thesis

LQIDG Controller for 3DOF Quadcopter Stand

By:

Ali BaniAsad

Supervisor:

Dr. Nobahari

July 2022