



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی هوافضا

پروژه کارشناسی
مهندسی کنترل

عنوان:

کنترل وضعیت سه درجه آزادی استند چهارپره به روش کنترل‌کننده مربعی خطی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی

نگارش:

علی بنی اسد

استاد راهنما:

دکتر نوبهاری

شهریور ۱۴۰۰

سلام

سپاس

از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر نوبهاری که با کمک‌ها و راهنمایی‌های بی‌دریغشان، بنده را در انجام این پروژه یاری داده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم.

چکیده

در این پژوهش از یک روش مبتنی بر تئوری بازی^۱ استفاده شده است. در این روش سیستم و اغتشاش دو بازیکن اصلی در نظر گرفته شده است. هر یک از دو بازیکن سعی می‌کنند امتیاز خود را با کمترین هزینه افزایش دهند که در اینجا، وضعیت استند امتیاز بازیکن‌ها در نظر گرفته شده است. در این روش انتخاب حرکت با استفاده از تعادل نش^۲ که هدف آن کم کردن تابع هزینه با فرض بدترین حرکت دیگر بازیکن است، انجام می‌شود. این روش نسبت به اغتشاش خارجی و نویز سنسور مقاوم است. همچنین نسبت به عدم قطعیت مدل‌سازی نیز از مقاومت مناسبی برخوردار است. از روش ارائه شده برای کنترل یک استند سه درجه آزادی چهارپره که به نوعی یک آونگ معکوس نیز هست، استفاده شده است. عملکرد این روش با اجرای شبیه‌سازی‌های مختلف مورد ارزیابی قرار خواهد گرفت. همچنین، عملکرد آن در حضور نویز و اغتشاش و عدم قطعیت مدل از طریق شبیه‌سازی ارزیابی خواهد شد.

کلیدواژه‌ها: چهارپره، بازی دیفرانسیلی، تئوری بازی، تعادل نش، استند سه درجه آزادی، شبیه‌سازی، تابع هزینه

¹Game Theory

²Nash Equilibrium

فهرست مطالب

۲	۱ مدل سازی چهارپره
۳	۱-۱ فرضیات مدل سازی
۴	۲-۱ معادله گشتاور
۶	۱-۲-۱ گشتاورهای ناشی از آیرودینامیک پره ها
۷	۲-۲-۱ گشتاور ناشی از نیروی تکیه گاه
۹	۳-۱ گشتاورهای ناشی از اصطکاک بیرینگ ها
۱۰	۴-۱ گشتاورهای ناشی از جرم استند
۱۱	۱-۴-۱ استخراج معادله نهایی دینامیک دورانی
۱۳	۵-۱ استخراج فرم فضای حالت

فهرست شکل‌ها

۱-۱ شماتیک استند چهارپره	۳
--------------------------	---

فهرست جدول‌ها

۱-۱	پارامترهای شبیه‌سازی استند چهارپره [۱۳]	۱۴
-----	---	----

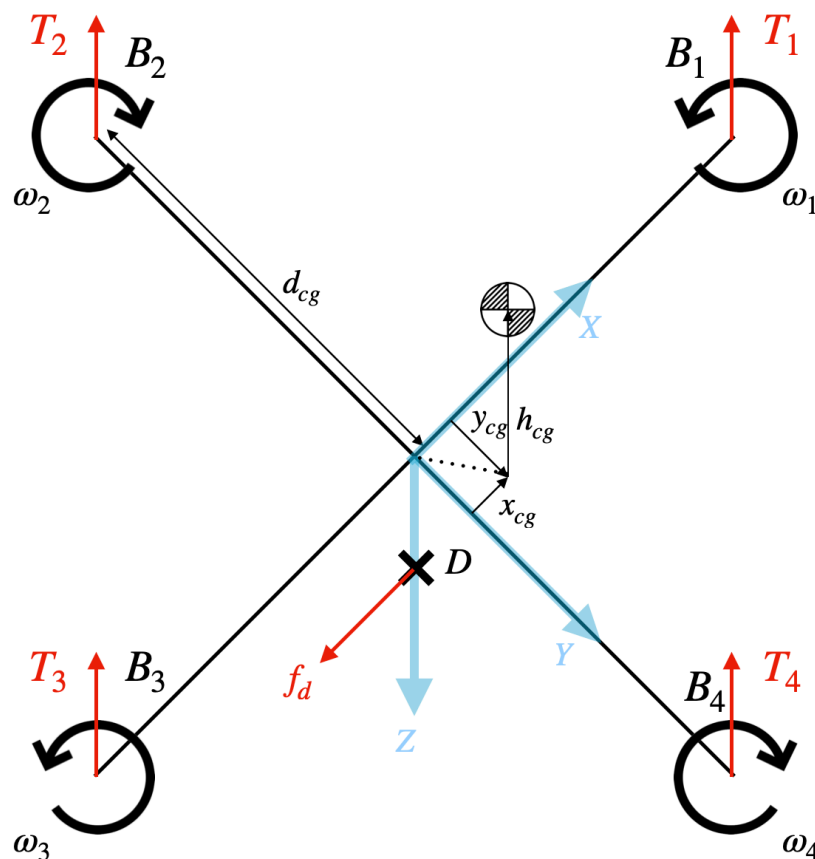
فصل ۱

مدلسازی چهارپره

در این فصل به مدلسازی استند چهارپره آزمایشگاهی پرداخته شده است. به این منظور، ابتدا فرضیات مربوط به مدلسازی چهارپره بیان می‌شود. سپس معادلات حاکم بر حرکات دورانی چهارپره بیان می‌شود. در ادامه به استخراج گشتاورهای خارجی اعمالی به استند شامل گشتاورهای آیرودینامیکی ناشی از پره، گشتاور نیروی تکیه گاه و گشتاورهای ناشی از اصطکاک بیرینگ‌ها پرداخته می‌شود. در گام بعد، معادله نهایی دینامیک دورانی استند استخراج می‌شود. سپس، فرم فضای حالت استند آزمایشگاهی استخراج می‌شود. لازم به توضیح است که فرم نهایی فضای حالت استند بدون در نظر گرفتن اصطکاک بیرینگ‌ها از منبع [۹] آورده شده است که در آن منبع، مدل استخراج شده با اعمال ورودی‌های و شرایط اولیه مختلف اعتبارسنجی شده است.

۱-۱ فرضیات مدل سازی

شماتیک استند چهارپره در شکل ۱-۱ نشان داده شده است. به منظور استخراج معادلات حاکم بر سیستم، فرض می شود که چهارپره صلب و متقارن است. همچنین ماتریس گشتاور اینرسی چهارپره به صورت قطری در نظر گرفته می شود. مرکز ثقل سازه چهارپره روی نقطه B و مرکز ثقل هر یک از پره ها به همراه قسمت دوار موتور روی نقاط B_1 تا B_4 است. مبدأ دستگاه مختصات بدنی روی محل تقاطع بازوهای چهارپره یعنی نقطه B در نظر گرفته شده است. از آنجایی که مرکز ثقل پره ها بالاتر از مرکز ثقل سازه چهارپره است، مرکز ثقل کلی چهارپره جایی بین مرکز ثقل موتورها و سازه، یعنی نقطه C می گیرد. همچنین قابل ذکر است که نقطه D محل اتصال کلی استند چهارپره است. جهت مثبت محور X^B و Y^B دستگاه مختصات بدنی به ترتیب در راستای بازوی مربوط به موتور ۱ و ۴ فرض می شود. همچنین جهت مثبت محور Z^B با توجه به قانون دست راست حاصل می شود.



شکل ۱-۱: شماتیک استند چهارپره

۲-۱ معادله گشتاور

به منظور استخراج معادلات حاکم بر حرکت دورانی چهارپره، از قوانین نیوتن اوایلر استفاده می شود. معادله دیرانسیلی اوایلر برای یک پرنده حول مرکز ثقل آن در دستگاه مختصات بدنی به صورت زیر بیان می شود [۱۰]:

$$[\dot{\omega}^{BI}]^B = ([J]^B)^{-1} \left(-[\Omega^{BI}]^B \times ([J]^B [\omega^{BI}]^B + [I_R]^B) + [m_b]^B \right) \quad (۱-۱)$$

در رابطه ۱-۱، عبارت $[\omega^{BI}]^B$ بیانگر بردار مشتق نرخ های زاویه ای چهارپره در دستگاه مختصات بدنی است. همچنین ماتریس $[J]^B$ نشان دهنده گشتاورهای اینرسی چهارپره حول مرکز ثقل آن در دستگاه مختصات بدنی است که به دلیل تقارن چهارپره به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$[J]^B = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 & 0 \\ 0 & J_{22} & 0 \\ 0 & 0 & J_{33} \end{bmatrix} \quad (۲-۱)$$

در رابطه ۲-۱، پارامترهای J_{11} ، J_{22} و J_{33} به ترتیب بیانگر گشتاورهای اینرسی چهارپره حول محورهای X^B ، Y^B و Z^B دستگاه مختصات بدنی هستند. همچنین بردار $[I_R]^B$ در رابطه ۱-۱ بیانگر مجموع تکانه زاویه ای کلی پره ها در دستگاه مختصات بدنی است. از آنجا که، تکانه زاویه ای پره ها در راستای محور Z^B دستگاه مختصات بدنی است؛ در نتیجه $[I_R]^B$ به صورت زیر حاصل می شود:

$$[I_R]^B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_R \end{bmatrix} \quad (۳-۱)$$

در رابطه ۳-۱، l_R بیانگر تکانه زاویه ای کلی پره ها در راستای محور Z^B دستگاه مختصات بدنی است که به صورت زیر حاصل می شود:

$$l_R = J_R \omega_d \quad (۴-۱)$$

در رابطه ۴-۱، پارامتر J_R بیانگر ممان اینرسی هر یک از پره ها است. همچنین ω_d نشان دهنده تفاضل نسبی سرعت های زاویه ای پره ها است که با توجه به شکل ۱-۱ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\omega_d = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 + \omega_4 \quad (۵-۱)$$

همچنین $[m_b]^B$ در رابطه ۱-۱ برآیند گشتاورهای خارجی اعمالی به چهارپره، شامل گشتاورهای ناشی از آیرودینامیک پره‌ها و گشتاورهای ناشی از نیروی تکیه‌گاه است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

۱-۲-۱ گشتاورهای ناشی از آیرودینامیک پره‌ها

آیرودینامیک پره‌ها باعث ایجاد نیروی برآ و در نتیجه گشتاورهای رول و پیچ ناشی از اختلاف نیروی برآ می‌شود. با استفاده از تفاضل نیروی برآی پره‌ها دو گشتاور رول و پیچ ایجاد می‌شود. با توجه به تئوری مومنوم، نیروی برآی هر پره (T_i) از رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود [۱۱]:

$$T_i = b\omega_i^2 \quad (۶-۱)$$

در رابطه ۶-۱ b و ω_i به ترتیب بیانگر فاکتور نیروی برآ و سرعت زاویه‌ای هر پره است؛ بنابراین مطابق شکل ۱-۱ گشتاور رول حول محور X^B دستگاه مختصات بدنی از رابطه زیر حاصل می‌شود.

$$m_X^B = d_{cg}(T_2 - T_4) = d_{cg}b(\omega_2^2 - \omega_4^2) \quad (۷-۱)$$

در رابطه ۷-۱ عبارت d_{cg} بیانگر فاصله مرکز هر پره از مرکز جرم چهارپره در راستای محور X^B دستگاه مختصات بدنی است. همچنین گشتاور پیچ حول محور Y^B دستگاه مختصات بدنی با توجه به شکل ۱-۱ از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$m_Y^B = d_{cg}(T_1 - T_3) = d_{cg}b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \quad (۸-۱)$$

گشتاور یاو آیرودینامیکی از اختالف گشتاور ناشی از پسای پره‌ها ایجاد می‌شود؛ لذا جهت این گشتاور همواره در جهت مخالف چرخش پره‌ها است؛ بنابراین گشتاور یاو حول محور Z^B دستگاه مختصات بدنی با توجه به شکل ۱-۱ رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$m_Z^B = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (۹-۱)$$

رابطه ۹-۱ عبارت d بیانگر فاکتور گشتاور پسای پره‌ها است. در نتیجه با توجه به معادلات ۷-۱، ۸-۱ و ۹-۱ بردار گشتاورهای خارجی ناشی از آیرودینامیک پره‌ها در دستگاه مختصات بدنی به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$[m_A]^B = \begin{bmatrix} m_X^B \\ m_Y^B \\ m_Z^B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{cg}b(\omega_2^2 - \omega_4^2) \\ d_{cg}b(\omega_1^2 - \omega_3^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (۱۰-۱)$$

۱-۲-۲ گشتاور ناشی از نیروی تکیه‌گاه

همانطور که در شکل ۱-۱ مشاهده می‌شود، نیروی f_d که در نقطه‌ی D از طرق اتصال کلی به چهارپره وارد می‌شود، باعث ایجاد گشتاوری حول مرکز ثقل چهارپره می‌شود. به منظور مدل سازی گشتاور ناشی از این نیرو حول نقطه C ، لازم است ابتدا نیروی f_d استخراج شود. از آنجایی که نقطه‌ی D منطبق بر مرکز ثقل چهارپره نیست؛ لذا معادله حرکت انتقالی برای نقطه اتصال D با استفاده از معادله انتقال یافته نیوتن (معادله گروبین) به صورت معادله زیر حاصل می‌شود [۱۰]:

$$m_{tot} [D^I v_D^I]^B = [\Sigma f]^B - m_{tot} \left([\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B + [D^I \Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B \right) \quad (۱۱-۱)$$

در رابطه ۱-۱۱، m_{tot} مجموع جرم چهارپره و $[D^I v_D^I]^B$ مشتق دورانی سرعت نقطه D نسبت به قاب اینرسی در دستگاه مختصات بدنی است. همچنین $[\Sigma f]^B$ بیان کننده برآیند نیروهای وارده بر نقطه‌ی D و $[\Omega^{BI}]^B$ ماتریس پادمتقارن بردار سرعت زاوی‌های چهارپره نسبت به قاب اینرسی در دستگاه مختصات بدنی است. همچنین $[D^I \Omega^{BI}]^B$ نشان دهنده مشتق دورانی سرعت زاوی‌های چهارپره نسبت به قاب اینرسی و $[s_{cd}]^B$ بردار واصل از نقطه‌ی D به نقطه C است. با انتقال قاب بدنی به قاب اینرسی معادله ۱-۱۱ به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$m_{tot} [D^B v_D^I]^B + m_{tot} [\Omega^{BI}]^B [v_D^I]^B = [\Sigma f]^B - m_{tot} \left(2 [\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B + [D^I \Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B \right) \quad (۱۲-۱)$$

همچنین به دلیل اینکه سرعت محل اتصال چهارپره (نقطه D) صفر است؛ دو عبارت سمت چپ معادله ۱۲-۱ هر دو صفر هستند. در نتیجه معادله به صورت زیر ساده می‌شود.

$$[\Sigma f]^B - m_{tot} \left(2 [\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B + \left[\frac{d\Omega^{BI}}{dt} \right]^B [s_{cd}]^B \right) = 0 \quad (۱۳-۱)$$

عبارت $[\Sigma f]^B$ بیانگر مجموع نیروهای وارد بر چهارپره است که به صورت معادله زیر بیان می‌شود:

$$[\Sigma f]^B = [f_D]^B + [f_T]^B + [f_G]^B \quad (۱۴-۱)$$

در رابطه ۱-۱۴، بردار $[f_D]^B$ مقدار نیروی اعمال شده توسط اتصال کلی در نقطه‌ی D است. همچنین بردار $[f_T]^B$ بیانگر مجموع نیروی برآی پره‌ها در دستگاه مختصات بدنی است که از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$[f_T]^B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \end{bmatrix} \quad (۱۵-۱)$$

مقدار نیروی اعمال شده توسط اتصال کلی در نقطه‌ی D است. همچنین بردار $[f_G]^B$ بیانگر نیروی وزن چهارپره در دستگاه مختصات بدنی است که از رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$[f_G]^B = [C]^{BL} [f_G]^L \quad (۱۶-۱)$$

در رابطه ۱۶-۱، ماتریس $[C]^{BL}$ انتقال از دستگاه مختصات تراز محلی (L) به دستگاه مختصات بدنی است. با جایگذاری روابط ۱۴-۱، ۱۵-۱ و ۱۶-۱ در ۱۳-۱ عبارت زیر برای نیروی تکیه‌گاهی حاصل می‌شود.

$$[f_D]^B = -[f_G]^B - [f_T]^B + m_{tot} \left\{ 2 [\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B + \left[\frac{d\Omega^{BI}}{dt} \right]^B [s_{cd}]^B \right\} \quad (۱۷-۱)$$

سپس از حاصل ضرب نیروی تکیه‌گاه مدل شده در معادله ۱۷-۱ در بردار محل اثر آن، گشتاور ایجاد شده توسط نیروی اتصال کلی به صورت معادله زیر حاصل می‌شود:

$$[m_D]^B = [s_{DC}]^B \left(-[f_G]^B - [f_T]^B m_{tot} \left\{ 2 [\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B \right\} \right) \quad (۱۸-۱)$$

در رابطه ۱۸-۱ بردار $[s_{DC}]^B$ بیانگر فاصله‌ی نقطه‌ی D از مرکز ثقل چهارپره (h_{cg}) است که به صورت زیر بیان می‌شود:

$$[s_{DC}]^B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_{cg} \end{bmatrix} \quad (۱۹-۱)$$

در نتیجه با جمع گشتاورهای ناشی از نیروهای آیرودینامیک پرها از معادله ۱۰-۱ و گشتاور ناشی از نیروی تکیه‌گاه از معادله ۱۸-۱، گشتاور خارجی کلی اعمالی به چهارپره به صورت معادله زیر حاصل می‌شود:

$$[m_B]^B = [m_A]^B + [m_D]^B \quad (۲۰-۱)$$

۳-۱ گشتاورهای ناشی از اصطکاک بیرینگها

هر یک از محورهای استند آزمایشگاهی به وسیله بیرینگ به یکدیگر متصل شده اند. گشتاور ناشی از اصطکاک بیرینگها در استند را میتوان به صورت زیر مدل کرد [۱۲]:

$$[m_f]^B = \begin{bmatrix} P_1 \mu_s r_x \\ P_2 \mu_s r_y \\ P_3 \mu_s r_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_1 \mu_k r_x \\ P_2 \mu_k r_y \\ P_3 \mu_k r_z \end{bmatrix} \quad (۲۱-۱)$$

در رابطه ۲۲-۱، P نیروی عمودی وارد بر تکیه گاه هر یک از محورها، μ_s و μ_k به ترتیب ضریب اصطکاک ایستایی و دینامیکی بیرینگها و r شعاع هر یک از بیرینگها است.

۴-۱ گشتاورهای ناشی از جرم استند

هر یک از محورهای استند آزمایشگاهی به وسیله بیرینگ به یکدیگر متصل شده اند. گشتاور ناشی از اصطکاک بیرینگها در استند را میتوان به صورت زیر مدل کرد [۱۲]:

$$[m_{cg}]^B = \begin{bmatrix} m_{tot} g y_{cg} \\ m_{tot} g x_{cg} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۲۲-۱)$$

در رابطه ۲۲-۱، P نیروی عمودی وارد بر تکیه گاه هر یک از محورها، μ_s و μ_k به ترتیب ضریب اصطکاک ایستایی و دینامیکی بیرینگها و r شعاع هر یک از بیرینگها است.

۱-۴-۱ استخراج معادله نهایی دینامیک دورانی

در این بخش، گشتاورهای خارجی چهارپره و تکانه زاوی‌های کلی پره‌ها در معادله دیفرانسیل اولیه جایگذاری شده و شکل نهایی معادله دیفرانسیل استند چهارپره حاصل می‌شود. با جایگذاری مقدار گشتاورهای اعمالی به چهارپره از معادله ۱-۲۰ در معادله ۱-۱ رابطه موردنیاز برای مدل سازی دینامیک دورانی استند به صورت معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\omega^{BI}}{dt} \right]^B &= ([J]^B)^{-1} \left(-[\Omega^{BI}] \times ([J]^B [\omega^{BI}]^B + [I_R]^B) + \right. \\ &\quad [m_A]^B + [m_{cg}]^B + [s_{DC}]^B \left(-[G]^B - [T]^B + \right. \\ &\quad \left. m_{tot} \left\{ 2 [\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B + \left[\frac{d\Omega^{BI}}{dt} \right]^B [s_{cd}]^B \right\} \right) \left. \right) \end{aligned} \quad (23-1)$$

در رابطه ۱-۲۳، عبارت $\left[\frac{d\Omega^{BI}}{dt} \right]^B$ بیانگر ماتریس پادمتقارن بردار مشتق سرعت زاویه‌ای بدنی است. جمله آخر در معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$m_{tot} [s_{DC}]^R \left[\frac{d\Omega^{BI}}{dt} \right]^B [s_{CD}]^R = m_{tot} [s_{DC}]^R [s_{DC}]^R [\dot{\omega}^{BI}]^B \quad (24-1)$$

با جایگذاری معادله ۱-۲۴ در معادله ۱-۲۳ معادله زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\omega^{BI}}{dt} \right]^B \left(I - m_{tot} ([J]^B)^{-1} [s_{DC}]^B [s_{DC}]^B \right) &= \\ ([J]^B)^{-1} \left(-[\Omega^{BI}] \times ([J]^B [\omega^{BI}]^B + [I_R]^B) + \right. \\ &\quad [m_A]^B + [m_{cg}]^B + [s_{DC}]^B \left(-[F_g]^B - [F_T]^B + \right. \\ &\quad \left. m_{tot} \left\{ 2 [\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B + \left[\frac{d\Omega^{BI}}{dt} \right]^B [s_{cd}]^B \right\} \right) \left. \right) \end{aligned} \quad (25-1)$$

با ساده سازی رابطه ۱-۲۵ بردار سرعت زاویه ای استند به صورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\omega^{BI}}{dt} \right]^B &= a^{-1}b \\ a &= I - m_{tot} \left([J]^B \right)^{-1} [s_{DC}]^B [s_{DC}]^B \\ b &= \left([J]^B \right)^{-1} \left(- [\Omega^{BI}] \times \left([J]^B [\omega^{BI}]^B + [I_R]^B \right) + \right. \\ &\quad \left. [m_A]^B + [m_{cg}]^B + [s_{DC}]^B \left(- [F_g]^B - [F_T]^B + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. m_{tot} \left\{ 2 [\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{cd}]^B + \left[\frac{d\Omega^{BI}}{dt} \right]^B [s_{cd}]^B \right\} \right) \right) \end{aligned} \quad (۲۶-۱)$$

با جایگذاری معادلات ۱-۳، ۱-۴ و ۱-۵ معادله مربوط به تکانه کلی پره ها، معادله ۱-۶ مربوط به برآی پره و معادله ۱-۱۰ در معادله ۱-۲۶، مؤلفه های بردار مشتق سرعت زاویه ای چهارپره به صورت زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \dot{p} &= \frac{h_{cg} g m_{dot} \cos(\theta) \sin(\phi) + (J_{22} - J_{33} + 2m_{tot} h_{ch}^2) q r}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} \\ &\quad + \frac{b d_{cg} (\omega_2^2 - \omega_4^2) + q J_R (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) - \frac{p}{|p|} P_1 \mu r_x}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} \end{aligned} \quad (۲۷-۱)$$

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{h_{cg} g m_{dot} \sin(\theta) + (J_{33} - J_{11} + 2m_{tot} h_{ch}^2) p r}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} \\ &\quad + \frac{b d_{cg} (\omega_1^2 - \omega_3^2) - p J_R (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) - \frac{q}{|q|} P_2 \mu r_y}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} \end{aligned} \quad (۲۸-۱)$$

$$\dot{r} = \frac{p q (J_{11} - J_{22}) + d (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) - \frac{r}{|r|} P_3 \mu r_z}{J_{33}} \quad (۲۹-۱)$$

به منظور انتشار وضعیت دورانی چهارپره، از روش انتشار اوایلر استفاده می شود. در این صورت [۱۰]:

$$\dot{\phi} = p + q \sin(\phi) \cos(\theta) + r \cos(\phi) \tan(\theta)$$

$$\dot{\theta} = q \cos(\phi) - r \sin(\phi)$$

$$\dot{\psi} = (q \sin(\phi)) + r \cos(\phi) \sec(\theta)$$

۵-۱ استخراج فرم فضای حالت

به منظور استخراج فرم فضای حالت، متغیرهای حالت استند سه درجه آزادی چهارپره به صورت زیر تعریف می شود:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \\ p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (۳۰-۱)$$

معادلات ارائه شده به فرم زیر برای فضای حالت بازنویسی شدند:

$$\dot{x}_1 = x_4 + x_5 \sin(x_1) \tan(x_2) + x_6 \cos(x_1) \tan(x_2) \quad (۳۱-۱)$$

$$\dot{x}_2 = x_5 \cos(x_1) - x_6 \sin(x_1) \quad (۳۲-۱)$$

$$\dot{x}_3 = (x_5 \sin(x_1) + x_6 \cos(x_1)) \sec(x_2) \quad (۳۳-۱)$$

$$(۳۴-۱)$$

$$\dot{x}_4 = A_1 \cos(x_2) \sin(x_1) + A_2 x_5 x_6 + A_3 (\omega_2^2 - \omega_4^2) + A_4 x_5 (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) - \frac{x_4}{|x_4|} A_5$$

$$\dot{x}_5 = B_1 \sin(x_2) + B_2 x_4 x_6 + B_3 (\omega_1^2 - \omega_3^2) + B_4 x_4 (\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) - \frac{x_5}{|x_5|} B_5 \quad (۳۵-۱)$$

$$\dot{x}_6 = C_1 x_4 x_5 + C_2 (\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) - \frac{x_6}{|x_6|} C_3 \quad (۳۶-۱)$$

ثابت های معادلات بالا به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{h_{cg} g m_{tot}}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} & A_2 &= \frac{2m_{tot} h_{cg}^2 + J_{22} - J_{33}}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} & A_3 &= \frac{b d_{cg}}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} \\ A_4 &= \frac{J_R}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} & A_5 &= \frac{m_1 g \mu r_x}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{11}} & A_6 &= \\ B_1 &= \frac{h_{cg} g m_{tot}}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{22}} & B_2 &= \frac{-2m_{tot} h_{cg}^2 - J_{11} + J_{33}}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{22}} & B_3 &= \frac{b d_{cg}}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{22}} \\ B_4 &= \frac{-J_R}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{22}} & B_5 &= \frac{m_2 g \mu r_y}{m_{tot} h_{cg}^2 + J_{22}} & B_6 &= \end{aligned}$$

$$C_1 = \frac{J_{11} - J_{22}}{J_{33}} \quad C_2 = \frac{d}{J_{33}} \quad C_3 = \frac{m_3 g \mu r_z}{J_{33}}$$

به منظور شبیه سازی ، پارامترهای استند به صورت جدول ۱-۱ در نظر گرفته شده است که مقدار پارامترهای استند آزمایشگاه است.

جدول ۱-۱: پارامترهای شبیه سازی استند چهارپره [۱۳]

پارامتر	واحد	مقدار پارامتر استند چهارپره
J_{11}	$kg.m^2$	0.02839
J_{22}	$kg.m^2$	0.03066
J_{33}	$kg.m^2$	0.0439
J_R	$kg.m^2$	4.4398×10^{-5}
m_{tot}	kg	1.074
m_1	kg	1.272
m_2	kg	1.074
m_3	kg	1.693
d_{cg}	m	0.2
h_{cg}	m	0.02
r_x	m	0.01
r_y	m	0.01
r_z	m	0.025
b	1	3.13×10^{-5}
d	1	3.2×10^{-6}
μ_s	1	0.003
μ_k	1	0.002
g	m/s^2	9.81

مراجع

- [1] L. Sprekelmeyer. *These We Honor: The International Aerospace Hall of Fame*. 2006.
- [2] M. J. Hirschberg. A perspective on the first century of vertical flight. *SAE Transactions*, 108:1113–1136, 1999.
- [3] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch. Geometric tracking control of a quadrotor uav on $se(3)$. In *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 5420–5425, 2010.
- [4] <http://gcrc.sharif.edu>. 3dof quadcopter, 2021. [Online; accessed November 2, 2021], Available at <https://cutt.ly/yYMvhYv>.
- [5] dreamstime. boeing ch chinook, 2021. [Online; accessed June 8, 2021], Available at <https://cutt.ly/onRvD7x>.
- [6] wired. the physics of drones, 2021. [Online; accessed June 8, 2021], Available at <https://www.wired.com/2017/05/the-physics-of-drones/>.
- [7] nobelprize.org. Jean tirole, 2021. [Online; accessed October 17, 2021], Available at <https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2014/tirole/facts/>.
- [8] J. Engwerda. Linear quadratic differential games: An overview. *Advances in Dynamic Games and their Applications*, 10:37–71, 03 2009.
- [9] P. Abeshtan. Attitude control of a 3dof quadrotor stand using intelligent back-stepping approach. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2016.

-
- [10] P. Zipfel. *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. AIAA education series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.
 - [11] A. Sharifi. Real-time design and implementation of a quadcopter automatic landing algorithm taking into account the ground effect. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2010.
 - [12] M. A. A. Bishe. Attitude control of a 3dof quadrotor stand using a heuristic nonlinear controller. January 2018.
 - [13] E. Norian. Design of status control loops of a laboratory quadcopter mechanism and its pulverizer built-in using the automatic tool code generation. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2014.
 - [14] Model-based design, 2021. [Online; accessed December 16, 2021], Available at <https://www.pngegg.com/en/png-xdlhx>.
 - [15] A. Karimi, H. Nobahari, and P. Siarry. Continuous ant colony system and tabu search algorithms hybridized for global minimization of continuous multi-minima functions. *Computational Optimization and Applications*, 45(3):639–661, Apr 2010.



Sharif University of Technology
Department of Aerospace Engineering

Bachelor Thesis

LQDG Controller for 3DOF Quadcopter Stand

By:

Ali BaniAsad

Supervisor:

Dr. Nobahari

August 2021