دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی هوافضا

پروژه کارشناسی
مهندسی کنترل

عنوان:

کنترل وضعیت سه درجه آزادی استند چهارپره به روش کنترل‌کننده مربعی خطی مبتنی بر بازی دیفرانسیلی

نگارش:

علی بنی اسد

استاد راهنما:

دکتر نوبهاری

تیر ۱۴۰۱

بسم الله الرحمن الرحیم

سپاس

از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر نوبهاری که با کمک‌ها و راهنمایی‌های بی‌دریغشان، بنده را در انجام این پروژه یاری داده‌اند، تشکر و قدردانی می‌کنم. همچنین از دوست عزیزم جناب آقای مهندس رضا پردال که نظرات ارزشمند او همواره راهگشای مشکلات بنده بود، تشکر می‌کنم. از پدر دلسوزم ممنونم که در انجام این پروژه مرا یاری نمود. در نهایت در کمال تواضع، با تمام وجود بر دستان مادرم بوسه می‌زنم که اگر حمایت بی‌دریغش، نگاه مهربانش و دستان گرمش نبود برگ برگ این دست نوشته و پروژه وجود نداشت.

چکیده

در این پژوهش از یک روش مبتنی بر تئوری بازی[1] استتفاده شده‌است. در این روش سیستم و اغتشاش دو بازیکن اصلی در نظر گرفته شده‌است. هر یک از دو بازیکن سعی می‌کنند امتیاز خود را با کمترین هزینه افزایش دهند که در اینجا، وضعیت استند امتیاز بازیکن‌ها در نظر گرفته شده‌است. در این روش انتخاب حرکت با استفاده از تعادل نش[2] که هدف آن کم کردن تابع هزینه با فرض بدترین حرکت دیگر بازیکن است، انجام می‌شود. این روش نسبت به اغتشاش ورودی مقاوم است. همچنین نسبت به عدم قطعیت مدلسازی مقاومت مناسبی دارد. از روش ارائه‌شده برای کنترل یک استند سه درجه آزادی چهارپره که به نوعی یک آونگ معکوس نیز هست، استفاده شده‌است. برای ارزیابی عملکرد این روش ابتدا شبیه‌سازی‌هایی در محیط سیمولینک انجام شده‌است و سپس، با پیاده‌سازی آن صحت عملکرد آن تایید شده‌است.

کلیدواژه‌ها: چهارپره، بازی دیفرانسیلی، تئوری بازی، تعادل نش، استند سه درجه آزادی، مدل‌مبنا، تنظیم‌کننده مربعی خطی

[1]Game Theory
[2]Nash Equilibrium

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها

فهرست جدول‌ها

۱-۰ خطی‌سازی

در این قسمت، با استفاده از فرم فضای‌حالت استخراج‌شده در بخش ؟؟، خطی‌سازی انجام شده‌است. در قسمت ۰-۱-۱ ابتدا صورت کلی فرم فضای حالت چهارپره محاسبه شده‌است. سپس، در بخش ۰-۱-۲ فرم فضای حالت برای هر کانال به صورت جداگانه بیان شده‌است.

۰-۱-۱ فرم خطی فضای حالت چهارپره

در این قسمت با توجه به معادلات فضای حالت به دست آمده، چهارپره حول نقطه کار خطی‌سازی می‌شود. به این منظور، نقطه کار به صورت زیر در نظر گرفته شده‌است.

$$\boldsymbol{x}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{۱}$$

$$\boldsymbol{\omega}^* = \begin{bmatrix} 2000 & 2000 & 2000 & 2000 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \mathrm{RPM} \tag{۲}$$

که $\boldsymbol{x}^*$ بردار حالت تعادلی و $\boldsymbol{\omega}^*$ بردار ورودی حالت تعادلی است. برای خطی سازی از بسط تیلور استفاده شده‌است.

$$\delta\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\delta\boldsymbol{\omega} \tag{۳}$$

که:

$$\boldsymbol{A} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\boldsymbol{x}^*} \tag{۴}$$

$$\boldsymbol{B} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{\omega}}\right|_{\boldsymbol{\omega}^*} \tag{۵}$$

ماتریس‌های $\boldsymbol{A}$ و $\boldsymbol{B}$ مطابق روابط (۶) تا (۱۳) محاسبه می‌شوند.

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_1} & \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_2} & \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_3} & \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_4} & \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_5} & \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_6} \end{bmatrix} \tag{۶}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_1} = \begin{bmatrix} x_5 \cos(x_1) \tan(x_2) - x_6 \sin(x_1) \tan(x_2) \\ -x_6 \cos(x_1) - x_5 \sin(x_1) \\ \frac{x_5 \cos(x_1) - x_6 \sin(x_1)}{\cos(x_2)} \\ A_1 \cos(x_1) \cos(x_2) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۷}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_2} = \begin{bmatrix} \frac{x_6 \cos(x_1)}{\cos(x_2)^2} + \frac{x_5 \sin(x_1)}{\cos(x_2)^2} \\ 0 \\ \frac{\tan(x_2)\,(x_6 \cos(x_1) + x_5 \sin(x_1))}{\cos(x_2)} \\ -A_2 \sin(x_1) \sin(x_2) \\ B_1 \cos(x_2) \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۸}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_3} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۹}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_4} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ B_2\,x_6 + B_4\,(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ C_1\,x_5 \end{bmatrix} \tag{۱۰}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_5} = \begin{bmatrix} \sin(x_1)\,\tan(x_2) \\ \cos(x_1) \\ \dfrac{\sin(x_1)}{\cos(x_2)} \\ A_2\,x_6 + A_4\,(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4) \\ 0 \\ C_1\,x_4 \end{bmatrix} \tag{۱۱}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial x_6} = \begin{bmatrix} \cos(x_1)\,\tan(x_2) \\ -\sin(x_1) \\ \dfrac{\cos(x_1)}{\cos(x_2)} \\ 0 \\ B_2\,x_4 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۱۲}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_4\,x_5 & 2\,A_3\,\omega_2 - A_4\,x_5 & A_4\,x_5 & -2\,A_3\,\omega_4 - A_4\,x_5 \\ 2\,B_3\,\omega_1 + B_4\,x_4 & -B_4\,x_4 & B_4\,x_4 - 2\,B_3\,\omega_3 & -B_4\,x_4 \\ 2\,C_2\,\omega_1 & -2\,C_2\,\omega_2 & 2\,C_2\,\omega_3 & -2\,C_2\,\omega_4 \end{bmatrix} \tag{۱۳}$$

۰-۱-۲ فرم خطی فضای حالت کانال‌های چهارپره

در این قسمت، با توجه به فضای حالت به دست آمده در بخش ؟؟، چهارپره حول نقطه کار خطی‌سازی می‌شود. برای ساده‌سازی، ورودی مسئله را از سرعت دورانی به نیروهای تاثیرگذار در مودهای رول، پیچ و یاو تغیر داده شده‌است. این کار باعث می‌شود که مسئله از چند ورودی و چند خروجی به سه مسئله تک ورودی تبدیل شود. نیروها به فرم رابطه (۱۴) تعریف می‌شوند.

$$u_1 = \omega_2^2 - \omega_4^2, \quad u_2 = \omega_1^2 - \omega_3^2, \quad u_3 = \omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2 \tag{۱۴}$$

با توجه به اینکه سه نیرو در نظر گرفته شده و مسئله نیاز به چهار خروجی (سرعت دورانی موتورها) دارد یک نیروی دیگر نیز در نظر گرفته می‌شود که به فرم رابطه (۱۵) است و مقدار آن به صورت ثابت و برابر با سرعت دورانی تمام پره‌ها در دور نامی یعنی 2000 RPM در نظر گرفته شده‌است.

$$u_4 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \tag{۱۵}$$

در ادامه، روابط (۱۴) و (۱۵) را در فضای حالت سیستم جایگزین می‌کنیم و برای سادگی قسمت‌های $(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4)$ را از معادلات حذف می‌کنیم.

فضای حالت جدید:

$$\boldsymbol{f} = \begin{bmatrix} x_4 + x_5 \sin(x_1)\tan(x_2) + x_6 \cos(x_1)\tan(x_2) \\ x_5 \cos(x_1) - x_6 \sin(x_1) \\ (x_5 \sin(x_1) + x_6 \cos(x_1)) \sec(x_2) \\ A_1 \cos(x_2)\sin(x_1) + A_2 x_5 x_6 + A_3 u_1 \\ B_1 \sin(x_2) + B_2 x_4 x_6 + B_3 u_2 \\ C_1 x_4 x_5 + C_2 u_3 \end{bmatrix} \tag{۱۶}$$

بردار ورودی جدید به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{۱۷}$$

برای خطی سازی از بسط تیلور استفاده شده‌است.

$$\delta\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\delta\boldsymbol{u} \tag{۱۸}$$

$$\boldsymbol{x}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{۱۹}$$

$$\boldsymbol{u}^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 4 \times 2000^2 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{۲۰}$$

$$\boldsymbol{A} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\boldsymbol{x}^*} \tag{۲۱}$$

$$\boldsymbol{B} = \left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{u}}\right|_{\boldsymbol{u}^*} \tag{۲۲}$$

روابط بالا به فرم چند سیستم چند ورودی و چند خروجی نوشته شده‌است. آن را به تک ورودی تبدیل می‌کنیم.

مود رول

$$\boldsymbol{A}_{roll} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_1} & \frac{\partial f_4}{\partial x_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ A_1 \cos(x_1) & 0 \end{bmatrix} \tag{۲۳}$$

$$\boldsymbol{B}_{roll} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} \\ \frac{\partial f_4}{\partial u_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_3 \end{bmatrix} \tag{۲۴}$$

مود پیچ

$$\boldsymbol{A}_{pitch} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_5} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_2} & \frac{\partial f_5}{\partial x_5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ B_1 \cos(x_1) & 0 \end{bmatrix} \tag{۲۵}$$

$$\boldsymbol{B}_{pitch} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial u_2} \\ \frac{\partial f_5}{\partial u_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_3 \end{bmatrix} \tag{۲۶}$$

مود یاو

$$\boldsymbol{A}_{yaw} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_6} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x_3} & \frac{\partial f_6}{\partial x_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{۲۷}$$

$$\boldsymbol{B}_{yaw} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_3}{\partial u_3} \\ \frac{\partial f_6}{\partial u_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ C_2 \end{bmatrix} \tag{۲۸}$$

استخراج سرعت دورانی پره‌ها از نیروها

چهار معادله و چهار مجهول به‌صورت زیر است.

$$\begin{aligned} u_1 &= \omega_2^2 - \omega_4^2 \\ u_2 &= \omega_1^2 - \omega_3^2 \\ u_3 &= \omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2 \\ u_4 &= \omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2 \end{aligned} \tag{۲۹}$$

جواب معادلات (۲۹) به‌صورت رابطه (۳۰) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{\frac{u_4 + u_3 + 2u_2}{4}} \\ \omega_2 &= \sqrt{\frac{u_4 - u_3 + 2u_1}{4}} \\ \omega_3 &= \sqrt{\frac{u_4 + u_3 - 2u_2}{4}} \\ \omega_4 &= \sqrt{\frac{u_4 - u_3 - 2u_1}{4}} \end{aligned} \tag{۳۰}$$

مراجع

[1] L. Sprekelmeyer. *These We Honor: The International Aerospace Hall of Fame.* 2006.

[2] M. J. Hirschberg. A perspective on the first century of vertical flight. *SAE Transactions*, 108:1113–1136, 1999.

[3] T. Lee, M. Leok, and N. H. McClamroch. Geometric tracking control of a quadrotor uav on se(3). In *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pages 5420–5425, 2010.

[4] http://gcrc.sharif.edu. 3dof quadcopter, 2021. [Online; accessed November 2, 2021], Available at https://cutt.ly/yYMvhYv.

[5] wired. the physics of drones, 2021. [Online; accessed June 8, 2021], Available at https://www.wired.com/2017/05/the-physics-of-drones/.

[6] nobelprize.org. Jean tirole, 2021. [Online; accessed October 17, 2021], Available at https://www.nobelprize.org/prizes/economic-sciences/2014/tirole/facts/.

[7] B. Djehiche, A. Tcheukam, and H. Tembine. Mean-field-type games in engineering. *AIMS Electronics and Electrical Engineering*, 1(1):18–73, 2017.

[8] W. L. Brogan. *Modern control theory.* 1974.

[9] J. Engwerda. Linear quadratic differential games: An overview. *Advances in Dynamic Games and their Applications*, 10:37–71, 03 2009.

[10] R. Pordal. Control of a single axis attitude control system using a linear quadratic integral regulator based on the differential game theory.

[11] P. Abeshtan. Attitude control of a 3dof quadrotor stand using intelligent backstepping approach. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2016.

[12] P. Zipfel. *Modeling and Simulation of Aerospace Vehicle Dynamics*. AIAA education series. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000.

[13] A. Sharifi. Real-time design and implementation of a quadcopter automatic landing algorithm taking into account the ground effect. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2010.

[14] M. A. A. Bishe. Attitude control of a 3dof quadrotor stand using a heuristic nonlinear controller. January 2018.

[15] E. Norian. Design of status control loops of a laboratory quadcopter mechanism and its pulverizer built-in using the automatic tool code generation. *MSc Thesis (PhD Thesis)*, 2014.

[16] K. Ogata. *Modern Control Engineering*. Instrumentation and controls series. Prentice Hall, 2010.

[17] A. Karimi, H. Nobahari, and P. Siarry. Continuous ant colony system and tabu search algorithms hybridized for global minimization of continuous multi-minima functions. *Computational Optimization and Applications*, 45(3):639–661, Apr 2010.

Sharif University of Technology
Department of Aerospace Engineering

Bachelor Thesis

Control of a Three Dimension of Freedom Quadcopter Stand Using a Linear Quadratic Integral Regulator Based on the Differential Game Theory

By:

Ali BaniAsad

Supervisor:

Dr. Nobahari

July 2022