

# Übungsblatt 9

Richardo Adrian Budianto 583669      Junhyuk Ko 531806  
Ali Bektas 588063

January 6, 2020

## Aufgabe 25

Wir wenden den Transformationssatz an, indem wir  $Y$  als die ausgehende Zufallsvariable betrachten und  $X$  als die eingehende.

$$\begin{aligned} Y &\rightarrow X \\ h : Y &\rightarrow X \\ h(Y) &= e^Y \end{aligned}$$

Wir nennen die Dichte von  $Y$   $k$ . Dann

$$\begin{aligned} k(y) &= \frac{f(\ln(y))}{|e^{\ln(y)}|} \\ &= \frac{f(\ln(y))}{y} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(y)-\mu}{\sigma}\right)^2} \end{aligned}$$

## Aufgabe 26

$$n = 1$$

Das ist klar. Wir erhalten die exponentielle Dichte.

$$n \rightarrow n + 1$$

$$\begin{aligned} f_{Y_{n+1}}(y_1) &= \int \lambda e^{-\lambda(y_1-y_2)} \lambda^n e^{-\lambda y_2} \frac{y_2^{n-1}}{(n-1)!} dy_2 \\ &= \lambda^{n+1} e^{-\lambda y_1} \int \frac{y_2^{n-1}}{(n-1)!} dy_2 \\ &= \lambda^{n+1} e^{-\lambda y_1} \frac{y_1^n}{n!} \end{aligned}$$

## Aufgabe 27

$$\begin{aligned}P[U \leq V] &= \int P[U \leq V] f_V(v) dv \\&= \int F_U(v) f_V(v) dv \\&= \int v dv \\&= \frac{v^2}{2}\end{aligned}$$

## Aufgabe 28

$EX :$

$$\begin{aligned}&\int f_X(x) \cdot x \cdot dx \\&\int \left( \int_0^2 f(x, y) dy \right) \cdot x \cdot dx \\&\int \left( \frac{4y}{3} - \frac{xy}{3} - \frac{y^2}{6} \Big|_0^2 \right) x \cdot dx \\&\int \left( \frac{8}{3} - \frac{2x}{3} - \frac{4}{6} \right) \cdot x \cdot dx \\&\int_1^2 \frac{8x}{3} - 2x^2 \cdot 3 - 4x \cdot 6 dx \\&\frac{8x^2}{6} - \frac{2x^3}{9} - \frac{4x^2}{12} \Big|_1^2 \\&= \frac{10}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
EY &: \int f_Y(y) \cdot y \cdot dy \\
&= \int \left( \int f(x, y) dx \right) \cdot y \cdot dy \\
&= \int \left( \frac{4x}{3} - x^3 - y^3 dx \right) \cdot y \cdot dy \\
&= \int \left( \frac{4x}{3} - \frac{x^2}{6} - \frac{xy}{3} \Big|_1^2 \right) \cdot y \cdot dy \\
&= \int \left( \frac{5y}{6} - \frac{y^2}{3} dy \right) \\
&= \frac{5y^2}{12} - \frac{y^3}{9} \Big|_0^2 \\
&= \frac{7}{9}
\end{aligned}$$