

## Übungsblatt 3

Richardo Adrian Budianto 583669      Junhyuk Ko 531806  
Ali Bektas 588063

November 17, 2019

### Aufgabe 12

a)

$$P(B_i|A_k) = \binom{k}{i} p^i (1-p)^{k-i}$$

b)

$$P(B_i|A_k) \cdot P(A_k) = \binom{k}{i} p^i (1-p)^{k-i} \frac{\lambda^k}{k!} * e^{-\lambda}$$

c)

$$\sum_{k=1}^{\infty} \binom{k}{i} p^i (1-p)^{k-i} \frac{\lambda^k}{k!} * e^{-\lambda}$$

### Aufgabe 13

$$\begin{aligned} (i \geq 1) &= \binom{n}{i} \frac{n^i}{N} \left(1 - \frac{n}{N}\right)^{n-1} \\ 1 - (i = 0) &= 1 - \binom{n}{0} \left(\frac{n^0}{N}\right) \left(1 - \frac{n}{N}\right)^n \\ &= 1 - \left(1 - \frac{n}{N}\right)^n \end{aligned}$$

## Aufgabe 14

### Idee:

Es sind mindestens zwei Würfe notwendig um davon zu reden, was die Wahrscheinlichkeit für den Gewinn von Spieler A in der kommenden Runde. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist davon abhängig, dass das Spiel bisher unentschieden ist. Im Antritt von zwei Spielern kommen verschiedene Muster vor, von denen die Unentschiedenheit abhängig ist. Wir untersuchen zunächst das Verhalten von unentschiedenen Spielen.

Sei  $1 := z$  und  $0 := w$ .

Sei die erste Runde die Runde, in der die Münze zum dritten Mal geworfen ist. Sei  $x \in \{0, 1\}^*$  die Binärstring der Münzwürfe.

Definiere  $P(x \neq A, x \neq B | x = y01, x = y00) :=$  Die Wkt, x ist nicht die Binärstring die vom Spieler A gewählt ist und x ist nicht die vom B gegeben x endet mit 01 oder 00.

### a)

zzw gegen wzz  $\implies$  110 gegen 011

$$P(x \neq 110, x \neq 011 | x = y11) = \frac{\{\mathbf{111}\}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(110 \text{ gewinnt}) = \frac{1}{8} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2^i} = \frac{1}{4}$$

### b)

011 gegen 001

$$P(x \neq 011, x \neq 001 | x = y01) = \frac{\{\mathbf{101}\}}{2} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$P(x \neq 011, x \neq 001 | x = y10) = \frac{\{\mathbf{110}, \mathbf{010}\}}{2} = 1 \quad (2)$$

$$P(x \neq 011, x \neq 001 | x = y11, x = y01) = \frac{\{\mathbf{111}, \mathbf{101}\}}{4} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$P(x \neq 011, x \neq 001 | x = y11, x = y10) = \frac{\{\mathbf{111}, \mathbf{110}, \mathbf{010}\}}{4} = \frac{3}{4} \quad (4)$$

Hier hören wir auf da die Präfixe 11 und 01 von (4) uns auf (3) zurückführen.

$$P(\text{Gewinn}) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \quad (5)$$

$$= \dots + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \dots \quad (6)$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1_{i-3+} \cdot \frac{1}{2}^{\lfloor \frac{i-3}{2} \rfloor} \cdot \frac{3}{4}^{\lceil \frac{i-3}{2} \rceil} \quad (7)$$

c)

wwz gegen zww  $\implies$  001 gegen 100

$$P(x \neq 001, x \neq 100 | x = y00) = \frac{\{\mathbf{000}\}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{Gewinn}) = \frac{1}{8} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2} = 0.25$$

d)

zww gegen zzw  $\implies$  100 gegen 110

$$P(x \neq 100, x \neq 110 | x = y10) = \frac{\{\mathbf{010}\}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(x \neq 100, x \neq 110 | x = y01) = \frac{\{\mathbf{101}, \mathbf{001}\}}{2} = 1$$

$$P(x \neq 100, x \neq 110 | x = y10, x = y00) = \frac{\{\mathbf{010}, \mathbf{000}\}}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(x \neq 100, x \neq 110 | x = y01, x = y00) = \frac{\{\mathbf{001}, \mathbf{101}, \mathbf{000}\}}{4} = \frac{3}{4}$$

P(Gewinn) ist derselbe wie in (a).