

Übungsblatt 9

Richardo Adrian Budianto 583669 Junhyuk Ko 531806
Ali Bektas 588063

January 6, 2020

Aufgabe 25

Wir wenden den Transformationssatz an, indem wir Y als die ausgehende Zufallsvariable betrachten und X als die eingehende.

$$\begin{aligned} Y &\rightarrow X \\ h : Y &\rightarrow X \\ h(Y) &= e^Y \end{aligned}$$

Wir nennen die Dichte von Y k . Dann

$$\begin{aligned} k(y) &= \frac{f(\ln(y))}{|e^{\ln(y)}|} \\ &= \frac{f(\ln(y))}{y} \end{aligned} \qquad = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(y)-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Aufgabe 26

$$n = 1$$

Das ist klar. Wir erhalten die exponentielle Dichte.

$$n \rightarrow n + 1$$

$$\begin{aligned} f_{Y_{n+1}}(y_1) &= \int \lambda e^{-\lambda(y_1-y_2)} \lambda^n e^{-\lambda y_2} \frac{y_2^{n-1}}{(n-1)!} dy_2 \\ &= \lambda^{n+1} e^{-\lambda y_1} \int \frac{y_2^{n-1}}{(n-1)!} dy_2 \\ &= \lambda^{n+1} e^{-\lambda y_1} \frac{y_1^n}{n!} \end{aligned}$$

Aufgabe 27

$$\begin{aligned} P[U \leq V] &= \int P[U \leq V] f_V(v) dv \\ &= \int F_U(v) f_V(v) dv \\ &= \int V dv \\ &= \frac{v^2}{2} \end{aligned}$$

Aufgabe 28

EX :

$$\int f_X(x) \cdot x \cdot dx$$

$$\int \left(\int_0^2 f(x, y) dy \right) \cdot x \cdot dx$$

$$\int \left(\frac{4y}{3} - \frac{xy}{3} - \frac{y^2}{6} \right) \Big|_0^2 x \cdot dx$$

$$\int \left(\frac{8}{3} - \frac{2x}{3} - \frac{4}{6} \right) \cdot x \cdot dx$$

$$\int_1^2 \frac{8x}{3} - 2x^2 - \frac{4x}{6} dx$$

$$\frac{8x^2}{6} - \frac{2x^3}{9} - \frac{4x^2}{12} \Big|_1^2$$

$$= \frac{10}{9} EY :$$

$$= \int \left(\int f(x, y) dx \right) \cdot y \cdot dy$$

$$= \int \left(\frac{4x}{3} - x^2 - y^2 \right) \Big|_0^1 \cdot y \cdot dy$$

$$= \int \left(\frac{4x}{3} - \frac{x^2}{6} - \frac{xy}{3} \right) \Big|_0^1 \cdot y \cdot dy$$

$$= \int \left(\frac{5y}{6} - \frac{y^2}{3} \right) dy$$

$$= \frac{5y^2}{12} - \frac{y^3}{9} \Big|_0^2$$

$$= \frac{7}{9}$$

$$\int f_Y(y) \cdot y \cdot dy$$