Übungsblatt 4

Richardo Adrian Budianto 583669 Junhyuk Ko 531806
Ali Bektas 588063

November 17, 2019

Aufgabe 12

a)

$$P(B_i|A_k) = \binom{k}{i} p^i (1-p)^{k-i}$$

b)

$$P(B_i|A_k) \cdot P(A_k) = \binom{k}{i} p^i (1-p)^{k-i} \frac{\lambda^k}{k!} * e^{-\lambda}$$

c)

$$\sum_{k=1}^{\infty} P(B_i \cap A_k) = \sum_{k=1}^{\infty} \binom{k}{i} p^i (1-p)^{k-i} \frac{\lambda^k}{k!} * e^{-\lambda}$$

Aufgabe 13

$$\begin{aligned} 1 - (i = 0) &= 1 - \binom{n}{0} (\frac{1}{N})^0 (1 - \frac{1}{N})^n \\ &= 1 - (1 - \frac{1}{N})^n \end{aligned}$$

Aufgabe 14

Idee:

Es sind mindestens zwei Würfe notwendig um davon zu reden , was die Wahrscheinlichkeit für den Gewinn von Spieler A in der kommenden Runde. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist davon abhängig , dass das Spiel bisher unentschieden ist. Im

Antritt von zwei Spielern kommen verschiedene Muster vor , von denen die Unentschiedenheit abhängig ist. Wir untersuchen zunächst das Verhalten von unentschiedenen Spielen.

Sei $1 := z$ und $0 := w$.
Sei die erste Runde die Runde , in der die Münze zum dritten Mal geworfen ist. Sei $x \subset \{0,1\}^*$ die Binärstring der Münzwürfe.

Definiere $P(x \neq A, x \neq B | x = y01, x = y00) :=$ Die Wkt , x ist nicht die Binärstring die vom Spieler A gewählt ist und x ist nicht die vom B gegeben x endet mit 01 oder 00.

a)

zzw gegen wzz $\implies$ 110 gegen 011

$$P(x \neq 110, x \neq 011 | x = y11) = \frac{\{\mathbf{11}1\}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(110gewinnt) = \frac{1}{8} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2}^i = \frac{1}{4}$$

b)

011 gegen 001

$$P(x \neq 011, x \neq 001 | x = y01) = \frac{\{\mathbf{10}1\}}{2} = \frac{1}{2} \tag{1}$$

$$P(x \neq 011, x \neq 001 | x = y10) = \frac{\{\mathbf{11}0, \mathbf{01}0\}}{2} = 1 \tag{2}$$

$$P(x \neq 011, x \neq 001 | x = y11, x = y01) = \frac{\{\mathbf{11}1, \mathbf{10}1\}}{4} = \frac{1}{2} \tag{3}$$

$$P(x \neq 011, x \neq 001 | x = y11, x = y10) = \frac{\{\mathbf{11}1, \mathbf{11}0, \mathbf{01}0\}}{4} = \frac{3}{4} \tag{4}$$

Hier hören wir auf da die Präfixe 11 und 01 von (4) uns auf (3) zurückführen.

$$P(Gewinn) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{8}\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}\frac{3}{4} \tag{5}$$

$$= \cdots + \frac{1}{8}\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}\frac{3}{4} \cdots \frac{1}{2}\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}\frac{3}{4} \cdots \tag{6}$$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{8}_{i-1_+} \cdot \frac{1}{2}_{i-2_+} \cdot 1^{\lfloor \frac{i}{3} \rfloor_+} \cdot \frac{1}{2}^{\lfloor \frac{i-1}{3} \rfloor_+} \cdot \frac{3}{4}^{\lfloor \frac{i-2}{3} \rfloor_+} \tag{7}$$

wobei $(x)_+ := \begin{cases} x, & \text{falls } x \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ bedeutet.

c)

wwz gegen zww $\implies$ 001 gegen 100

$$P(x \neq 001, x \neq 100 | x = y00) = \frac{\{\mathbf{00}0\}}{2} = \frac{1}{2}$$

$$P(Gewinn) = \frac{1}{8} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{2} = 0.25$$

d)

zww gegen zzw $\implies$ 100 gegen 110

$$P(x \neq 100, x \neq 110 | x = y10) = \frac{\{\mathbf{01}0\}}{2} = \frac{1}{2}$$
$$P(x \neq 100, x \neq 110 | x = y01) = \frac{\{\mathbf{10}1, \mathbf{00}1\}}{2} = 1$$
$$P(x \neq 100, x \neq 110 | x = y10, x = y00) = \frac{\{\mathbf{01}0, \mathbf{00}0\}}{4} = \frac{1}{2}$$
$$P(x \neq 100, x \neq 110 | x = y01, x = y00) = \frac{\{\mathbf{00}1, \mathbf{10}1, \mathbf{00}0\}}{4} = \frac{3}{4}$$

P(Gewinn) ist dieselbe wie in (b).