Übungsblatt 2

Richardo Adrian Budianto 583669 Junhyuk Ko 531806
Ali Bektas 588063

November 4, 2019

Aufgabe 7

a)

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$$

Betrachte :

$$(1+x)^{2n} = (1+x)^n(1+x)^n = \sum_{k=0}^{2n} \binom{2n}{k} x^k 1^{2n-k}$$

Wir wollen nun aus $(1+x)^n(1+x)^n$ und $\sum_{k=0}^{2n} \binom{2n}{k} x^k 1^{2n-k}$ nur die Koeffizienten , die vor x^n stehen , herausziehen , woraus sich folgendes ergibt:

$$\binom{n}{0}\binom{n}{n}x^0x^n+\binom{n}{1}\binom{n}{n-1}x^1x^{n-1}+\binom{n}{2}\binom{n}{n-2}x^2x^{n-2}+\cdots+\binom{n}{n}\binom{n}{0}x^nx^0 = \binom{2n}{n}x^n$$

Da $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ ist , kann man die Formel umschreiben zu :

$$\binom{n}{0}\binom{n}{0}x^0x^n + \binom{n}{1}\binom{n}{1}x^1x^{n-1} + \binom{n}{2}\binom{n}{2}x^2x^{n-2} + \cdots + \binom{n}{n}\binom{n}{n}x^nx^0$$

Wir setzen letztendlich $x = 1$ und dabei erhalten:

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$$

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}^2 = \binom{2n}{n}$$

b)

$$
\begin{aligned}
(1+x)^n &= \sum_{k=0} n\binom{n}{k} x^k 1^{n-k} \\
((1+x)^n)' = n(1+x)^{n-1} &= \sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k} x^{k-1} 1^{n-k+1}
\end{aligned}
$$

x=1 einsetzen.

$$n \cdot 2^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} k\binom{n}{k}$$

Aufgabe 8

Nenne X : "*Anzahl der defekten Chips*". Dann:

$(X \geq 3) = 1 - (X < 3) =$

$1 - (\binom{100}{0} \cdot (0.01)^0 \cdot (0.99)^{100} + \binom{100}{1} \cdot (0.01)^1 \cdot (0.99)^{99} + \binom{100}{2} \cdot (0.01)^2 \cdot (0.99)^{98}$

$= 0.07937320\ldots$

Aufgabe 9

a)Eine typische hypergeometrische Wahrscheinlichkeitsaufgabe

$$\textbf{a)}(X \leq 2) = \frac{\sum_{i=0}^{2} \binom{16}{i} \cdot \binom{384}{25-i}}{\binom{400}{25}}$$

b)

$$\frac{\frac{384!}{359!\cdot 25!} + 16\cdot\frac{384!}{360!\cdot 24!} + \frac{16\cdot 15}{2}\cdot\frac{384!}{361!\cdot 23!}}{\frac{400!}{375!\cdot 25!}} = \tag{1}$$

$$\frac{384!\cdot 375!\cdot 25!}{359!\cdot 25!\cdot 400!}\cdot(1+\frac{16\cdot 25}{360}+\frac{16\cdot 25\cdot 15\cdot 24}{2\cdot 360\cdot 361}) = \tag{2}$$

$$\frac{\sqrt{2\cdot\pi\cdot 384}\cdot(\frac{384}{e})^{384}\cdot\sqrt{2\cdot\pi\cdot 375}\cdot(\frac{375}{e})^{375}}{\sqrt{2\cdot\pi\cdot 359}\cdot(\frac{359}{e})^{359}\cdot\sqrt{2\cdot\pi\cdot 400}\cdot(\frac{375}{e})^{400}} = \tag{3}$$

$$\sqrt{\frac{384\cdot 375}{359\cdot 400}}\cdot(\frac{384}{359})^{359}\cdot(\frac{384}{400})^{25}\cdot(\frac{375}{400})^{375} = \tag{4}$$

$$0.92968\ldots \tag{5}$$

c)

$$\sum_{n=0}^{2}(\binom{25}{n}\cdot(\frac{16}{400})^{n}\cdot(1-\frac{16}{400})^{25-n}) =$$

$$= 0.9235$$