

Aufgaben zur “Stochastik für Informatiker”

Aufg. 12) Sei die Anzahl X_t der in einer Zeiteinheit ausgesendeten Teilchen durch eine Poisson-Verteilung beschrieben:

$$\pi(X_t = k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein ausgesendetes Teilchen beobachtet wird sei p . Sei A_k das Ereignis, daß genau k Teilchen ausgesendet werden und B_i das Ereignis, daß genau i Teilchen beobachtet werden.

- a) (1 P.) Geben Sie die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(B_i|A_k)$ an!
- b) (1 P.) Berechnen Sie $P(B_i \cap A_k)$!
- c) (2 P.) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(B_i)$, daß genau i Teilchen beobachtet werden! (**Hinweis:** Verwenden Sie Aufgabe 12b!)

Aufg. 13) (3 P.) Aus einem Teig, in dem sich eine gewisse Anzahl von Rosinen, sagen wir n Stück, befindet, sollen Brötchen gebacken werden. Der Teig wird dazu mehrmals durchgeknetet und danach in N gleiche Teile, die dann zu Brötchen gebacken werden, zerlegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit enthält ein zufällig herausgegriffenes Brötchen mindestens eine Rosine?

Aufg. 14) (3 P.) Wir betrachten vier Spieler, A, B, C, D . Jedem der Spieler wird ein geordnetes Tripel von Versuchsergebnissen beim Münzwurf (also Zahl (z) oder Wappen (w)) zugeordnet, und zwar:

$$A : zzw, \quad B : zww, \quad C : wwz, \quad D : wzz.$$

Ein Schiedsrichter führt eine Folge von Münzwürfen durch. Wir nehmen an, dass die Münze fair ist, d.h. $P(z) = P(w) = \frac{1}{2}$. Es treten jeweils zwei Spieler gegeneinander an, gewonnen hat derjenige dessen Tripel in der Folge der Versuchsergebnisse als erstes auftritt.

Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) A gegen D gewinnt
- b) D gegen C gewinnt
- c) C gegen B gewinnt
- d) B gegen A gewinnt