Übungsblatt 3

Ali Bektas 588063 Julian Kremer 562717
Ruben Dorfner 550204

November 13, 2019

Aufgabe 16

Wir zeigen zunächst die Aussage $A \in NE \Leftrightarrow NP$.
$\Longrightarrow$: Sei A eine Sprache $\subset \{0,1\}^*$. Es gelte $A \in NE$.

Proof.

$$A \in NE \Leftrightarrow \exists N \in TM_{NTM} : N(x), max\{i|K_{start} \rightarrow_N^i K_{end}\} \leq 2^{O(|x|)}$$

Wir betrachten , was es für ein Wort aus tally(A) bedeutet , in NP-Time entschieden zu werden. Sei n die Länge eines beliebigen Wortes aus A. Dann zum Teil wegen der vorangestellten Eins und zum Teil wegen des exponentiellen Wachstums der Länge bei der Umwandlung von Binär- zu Unärdarstellung , lässt sich die Länge des Wortes tally(x) bzgl. x wie folgt erklären:

$$2^{|x|} \leq |tally(x)| \leq 2^{|x|+1} \tag{1}$$

Wir wollen zeigen $tally(A) \in NP$. Dann bedeutet das in Anbetracht des (1) , dass es eine NTM N' geben muss , so dass sie tally(A) innerhalb von $NTIME(poly(n))$ entscheidet. Wir schreiben diese Aussage bzgl (1) um zu: $NTIME(poly(2^{|x|+1})) = NTIME(2^{c \cdot |x|+c}) = NTIME(2^{O(|x|)})$ wobei $x \in A$.

Das zuletzt hergeleitete ist der linken Seite gleich , somit ist diese Richtung bewiesen.

Die andere Richtung ist vollkommen analog und die Aussage$A \in E \Leftrightarrow tally(A) \in P$ ist nur eine schärfere Form der bewiesenen Aussage.

Nun sei A so eine Sprache dass für sie gilt : $A \in NE \wedge A \notin E$. Dann:

$$((A \notin E \implies tally(A) \notin P) \wedge (A \in NE \implies tally(A) \in NP)) \implies P \neq NP$$

□

#TODO Man muss noch erwähnen warum die Umwandlungsmechanismen von Binär zu Unär und umgekehrt keine Rolle für die Laufzeit spielt.(Weil sie einfach sind). Dann ist diese Aufgabe auch fertig.