

# Übungsblatt 4

Ali Bektas 588063      Julian Kremer 562717  
Ruben Dorfner 550204

November 27, 2019

## Aufgabe 21

a)

z.z : K ist **E**-vollständig.

**K ist E-hart**

Sei L eine bel. Sprache mit  $L \in \mathbf{E}$ . Da L eine Sprache in **E** ist gibt es eine DTM M. Dann gilt:

$$\exists c \forall x \in L \text{time}_M(x) \leq 2^{c \cdot |x| + c}$$

Sei M' eine andere DTM die f berechnen soll. M' bekommt die Eingabe von M als ihre Eingabe und dann schreibt sie  $\langle M \rangle \# x \# 1^{c \cdot |x| + c}$  auf das Ausgabeband. Es ist offenbar dass  $f \in \mathbf{FL}$  denn das Erstellen von der Sequenz von Einsen keine Berechnungsschritte am Arbeitsband benötigt.

$K \in E$

) Wenn K in E liegen sollte , dann müsste es eine DTM geben , die E-zeitbeschränkt ist. Betrachte hierzu eine universelle 5-DTM U. Die ersten 3 Bänder haben dieselben Arbeitweisen wie sie im Satz 35 beschrieben sind. Das vierte Band wird zunächst mit den Einsen , die die Zeitschranke von M bei Eingabe x beschreiben , befüllt. Das fünfte Band dient als Binärzähler. Bei jeder Aktualisierung (damit gemeint das , was im Satz 35 beschrieben ist.) bewegt sich der Lesekopf am 4. Band. Wenn Binärzähler eine neue Stelle am Band erstellt , bewegt sich der Lesekopf am 5-ten Band ein Schritt nach links.

Nach Satz 35 gilt dann:

$$\text{time}_U(x) \in O(|\langle M \rangle|(\text{time}_M(x))^2) \subset O(|\langle M \rangle|(2^{c \cdot |x| + c})^2) \subset \mathbf{E}$$

b)

Sei S eine K-harte Sprache.

→

Sei  $L$  eine beliebige Sprache mit  $L \in E$  und  $L \leq_m^{log} K$ . Betrachte folgende Aussage:

$$K - \text{hart} \iff \forall L \in E \exists f \in FL \forall x \in L x \in L \iff f(x) \in K.$$

Wir nehmen eine beliebige Sprache  $L \in EXPnE$ . Wir benutzen die Konstruktion aus Aufgabe 19 und dadurch wandeln wir eine beliebige Sprache  $L$  zu einer entsprechenden Sprache  $L' \in \mathbf{E}$  um. Die Umwandlungsfunktion ist offenbar in **FL**.

Da es eine E-harte Sprache gibt, sind wir fertig.

←

Trivial.

c)

Wir nehmen eine der Zielsprachen aus (b) und entfernen die  $\#$ -Zeichen. Die Sprache ist dann wieder in **EXP**.

## Schluss

Wir sind fertig denn  $E$  ist nicht unter  $\leq_m^{log}$  abgeschlossen wobei NP ist.