# Übungsblatt 11

Ali Bektas 588063 Julian Kremer 562717
Ruben Dorfner 550204

29. Januar 2020

## Aufgabe 49

### a)

$co - NP(B) \neq NP(B)$

Wir ändern die im Beweis vom Satz 94 verwendete Menge B und dann zeigen $L(B) \notin co - NP(B)$.

Sei $(n_j)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge von natürlichen Zahl die kein gemeinsames Folgeglied mit der im Satz 94 verwendeten Folge hat. Wenn wir eine co-NP Maschine $M_i$ ein Wort eingeben , kann sie diese entweder akzeptieren , so akzeptieren jede Rechnungen. In diesem Fall fügen wir nichts zu der Menge hinzu. Andernfalls verwirft mindestens eine Rechnung , dann fügen wir das Wort hinzu , das auf diesem Rechnungspfad nicht gefragt wird. Ein solches Wort existiert denn es gibt nur polynomiell viele Fragen die auf diesem Pfad gestellt werden können.

$co - NP(B) \neq P(B)$

Betrachte die Sprache:

$$L'(B) = \{0^n | B \cap \{0,1\}^n = \{0,1\}^n\}$$

Wir verwenden eine Folge , die dieselben Einschränkungen hat wie die Folge , die im Beweis vom Satz 94 benutzt wird. Seien die Folgenglieder dieser Folge von denen von der anderen Folge verschieden. Falls die POM $M_i$ die Eingabe verwerfen soll , so fügen wir alle Wörter der Länge $n_i$ hinzu.

### b)

Idee : Wir zeigen statt dieser Aussage die Aussage:

$$LOGTIME^B \neq NLOGTIME^B \neq co - NLOGTIME^B$$

Sei diesmal die Testsprache

$$L(B) = \{0^{2^n} | B \cap \{0,1\}^n \neq \emptyset\}$$

und betrachte die Sprache für den Beweis $NLOGTIME^B \neq co{-}NLOGTIME^B$

$$L'(B) = \{0^{2^n} | B \cap \{0,1\}^n = \{0,1\}^n\}$$

Der Beweis erfolgt dann vollkommen analog zu (a) , woraus die Aussage (b) folgt. Anmerkung : Die Auswahl der Folge muss sich dementsprechend wie folgt ändern:

$$n_i = min\{n \in \mathbb{N} | n \geq (i-1)log(n_{i-1}) + i, i(log(n)) + i < 2^n\}$$

## c)

$C = \{x_i | x_i$ is Präfix von einem anderen Wort in C , das eine Länge von $in{+}i$ hat$\}$

Damit eine $ilog(|x|) + i$-platzbeschränkte Maschine das Wort $x_i$ entscheidet , muss sie letzendlich Orakel nach einem Wort der Länge $in + i$ fragen. Die Länge liegt jedoch über der Kapazität dieser Maschine.

## d)

$L = NL \rightarrow \forall A : L^{det(A)} = NL^{det(A)}$

$L = NL$ besagt dass es zu jeder eine NL Sprache erkennende nichtdeterministische Maschine M eine entsprechende deterministische Maschine M' gibt. Die Maschine M' kann also M simulieren , auch wenn M die beiden mit Orakel A versehen sind.

$\forall A : L^{det(A)} = NL^{det(A)} \rightarrow \forall A : L^{strong(A)} = NL^{strong(A)}$

Diese Aussage folgt sofort aus der Aufgabe 44(b).

$\forall A : L^{strong(A)} \rightarrow L = NL$

Idee : Wähle so eine Sprache , etwa $\Sigma^*$ , dass das Orakelband keinen Beitrag hat. Wenn wir die Sprache $\Sigma^*$ wählen ist das Orakelband nichts anderes als ein beliebiges Band , das mit betrachtet wird. Aus diesen Tatsachen folgt $L = NL$.