Übungsblatt 7

Ali Bektas 588063 Julian Kremer 562717
Ruben Dorfner 550204

18. Dezember 2019

Aufgabe 37

a)

$\subset$

Diese Richtung ist klar denn der maximale Weg zwischen zwei unter n Knoten , ohne Zyklen zu erzeugen , ist n-1 lang.

$\supset$

Diese Richtung ist auch leicht zu zeigen. Wir nehmen ein bel. Element y aus $(E \cap Id)^{n-1}$.Für dieses Element y gilt entweder $y = (x, x)$ oder es gibt einen Weg der Länge maximal n-1 mit anderen Worten : y war entweder in E enthalten oder y ist durch Konkatinierung von zwei Pfäden entstanden.

b)

Um eine **REACH**-Frage zu beantworten braucht man zunächst E^*.

Idee : Multipliziere die Adjazenzmatrix *logn* Mal mit sich selbst , also

$$A = (E \cup Id)$$
for log n times :
$$A = A * A$$

Dadurch würden wir $(E \cup Id)^n$ berechnen was E^* ist.

Wir betrachten nun die Matrixmultiplikation.

$$(AB)_{ij} = \vee_{k \in \{1,...,n\}}(A_{ik} \wedge B_{kj})$$

Die Verundung hat die Tiefe 1 und die Veroderung von n Werten hat die Tiefe *logn* , denn ODER-Gatter hat zwei Fanins.

Es ergibt sich also $O(log^2 n)$.

c)

Idee : Reduziere die Frage , ob ein Wort aus einer Sprache L mit

$$L \in NSPACE(s(n))$$

auf die Frage von **REACH**. Dies gelingt einem , wenn man einen Graphen erstellt , dessen Knoten alle möglichen Konfigurationen sind. Eine NTM die die Sprache L entscheidet, kann maximal $2^{O(s)}$ Konfigurationen besitzen. Jetzt heißt die Frage : Kann man ausgehend von der Startkonfiguration in eine Endkonfiguration mit akzeptierendem Zustand gelangen? Wir können insgesamt $2^{O(s(n))}$ viele solche Fragen stellen und um jede solche Frage zu beantworten bräuchten wir einen Schaltkreis der Tiefe

$$O(log^2 2^{O(s(n))}) = O(s(n)^2)$$