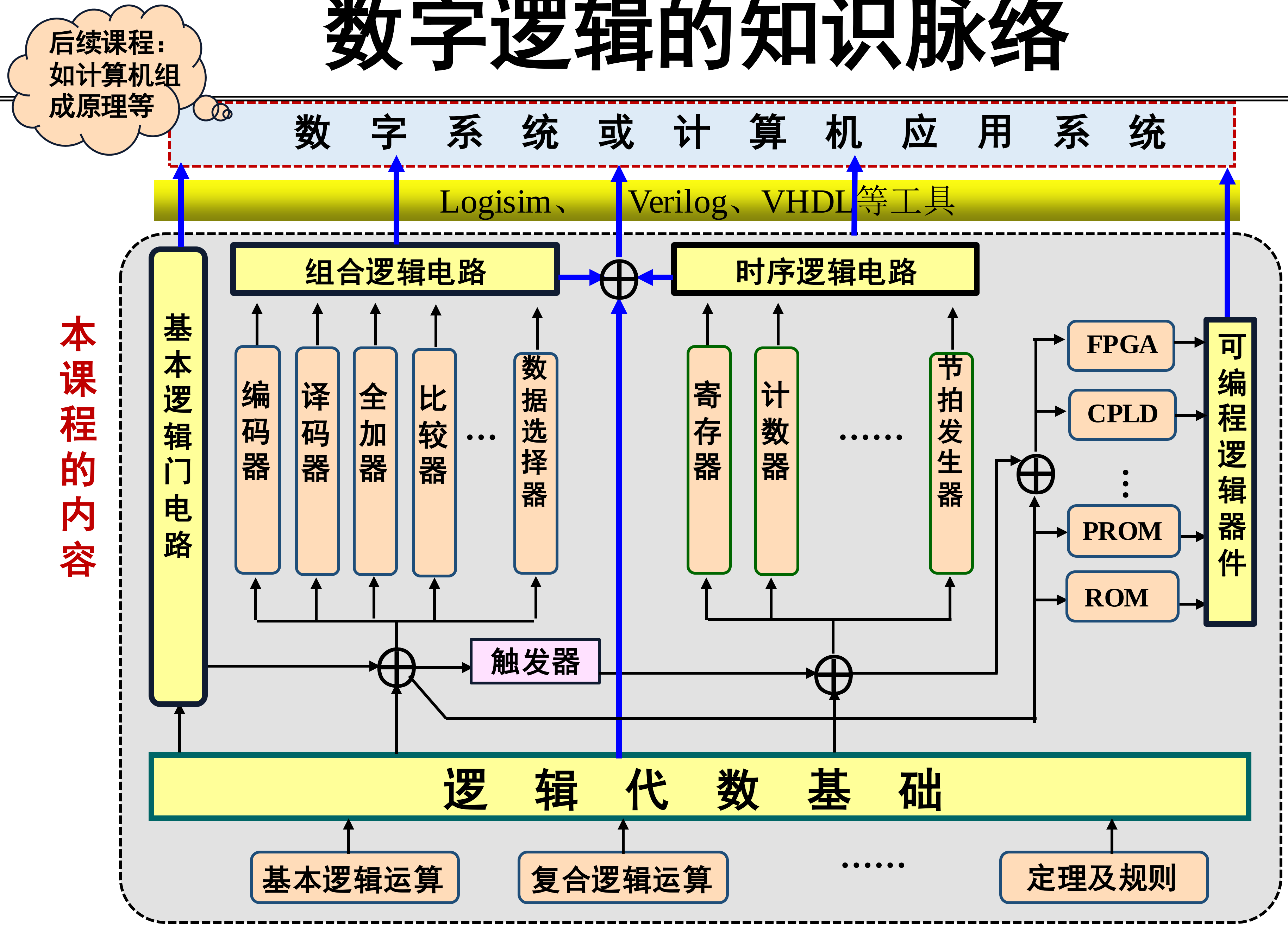
数字逻辑设计

数字逻辑的知识脉络


后续课程：如计算机组成原理等
数 字 系 统 或 计 算 机 应 用 系 统
Logisim、Verilog、VHDL等工具
本课程的内容
基本逻辑门电路
组合逻辑电路
时序逻辑电路
编码器
译码器
全加器
比较器
…
数据选择器
寄存器
计数器
……
节拍发生器
FPGA
CPLD
PROM
ROM
可编程逻辑器件
触发器
逻 辑 代 数 基 础
基本逻辑运算
复合逻辑运算
……
定理及规则

数制和码制（编码）

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
  - BCD码（BCD code）
  - 余3码（Excess-3 code）
  - 格雷码（Gray code）
  - 文字编码

数制和编码

- 数制
- 数字的表示

$$D = d_{p-1}\ d_{p-2}\ \ldots\ d_1\ d_0\ .\ d_{-1}\ d_{-2}\ldots\ d_{-n}$$

- LSB(least significant bit)： 最低有效位d_{-n}
- MSB(most significant bit)： 最高有效位d_{p-1}

按位计数制

任意十进制数D 可表示如下:

$$D = d_{p-1}\, d_{p-2} \ldots d_1\, d_0 \,.\, d_{-1}\, d_{-2} \ldots d_{-n}$$

$$= \sum_{i=-n}^{p-1} d_i \times r^i$$

推广：

$B = \sum b_i \times 2^i$

$H = \sum h_i \times 16^i$

r 是计数制的基数（Base or Radix），r^i为第 *i*位的权。

- 按位计数制的特点

  1）采用基数(Base or Radix)，R进制的基数是R

  2）基数确定数符的个数。如十进制的数符为：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9，个数为10；二进制的数符为：0、1，个数为2

  3）逢基数进一

十－二转换（整数）

$$R_{10}=\boldsymbol{d_{p-1}\ d_{p-2}\ \dots\ d_1\ d_0}$$
$$=\boldsymbol{d_{p-1}2^{p-1}+d_{p-2}2^{p-2}+\dots+d_1 2^1+d_0 2^0}$$
$$=2(\boldsymbol{d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3}+\dots+d_1 2^0})\quad+\boldsymbol{d_0}$$

除2得商：$\boldsymbol{d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3}+\dots+d_1 2^0}$

$$=2(\boldsymbol{d_{p-1}2^{p-2}+d_{p-2}2^{p-3}+\dots})\qquad+\boldsymbol{d_1}$$

除2直到商为0

例：87=(? .... ?)$_2$

=(1010111)$_2$

		余数	
2	87	1	d_0
2	43	1	d_1
2	21	1	d_2
2	10	0	d_3
2	5	1	d_4
2	2	0	d_5
	1	1	d_6
	0		

十一二转换（小数）

$R_{10}=0.\,d_{-1}\,d_{-2}\ldots\,d_{-n}$

$=d_{-1}2^{-1}+d_{-2}2^{-2}+\ldots+d_{-n+1}2^{-n+1}+d_{-n}2^{-n}$

$=\underline{2^{-1}}(d_{-1}+d_{-2}2^{-1}+\ldots+d_{-n+1}2^{-n+2}+d_{-n}2^{-n+1})$

乘2， 去掉整数部分

$\cancel{d_{-1}}+d_{-2}2^{-1}+\ldots+d_{-n+1}2^{-n+2}+d_{-n}2^{-n+1}$

$=\underline{2^{-1}}(d_{-2}+\ldots+d_{-n+1}2^{-n+3}+d_{-n}2^{-n+2})$

乘2， 去掉整数部分，直到剩余部分为0

整数

	整数		
	0	.4375	*2
d_{-1}	0	.875	*2
d_{-2}	1	.75	*2
d_{-3}	1	.5	*2
d_{-4}	1	.0	

例：0.4375=(? .... ?)$_2$

$=(0.0111)_2$

二进制与八进制和十六进制之间的转换

十进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
二进制	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
八进制	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
十六进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

二进制与八进制和十六进制之间的转换

- **位数替换法：**保持小数点不变，每位八进制数对应3位二进制数；每位十六进制数对应4位二进制数；

二进制转换为八进制或十六进制数时，从小数点开始向左右分组，在MSB(Most Significant Bit)前面和LSB(Least Significant Bit)后面可以加0；

八进制或十六进制转换为二进制数时, MSB前面和LSB后面的0不写；

例：**10111000.1101_2 =**

270.64_8 = $B8.D_{16}$

数制编码

- 数制
- 编码
  - BCD码（BCD code）
  - 余3码（Excess-3 code）
  - 格雷码（Gray code）

原码表示法

- 最高有效位表示符号位（Sign bit）
- 0 = 正，1 = 负 (0 = plus, 1 = minus)
- 其余各位是该数的绝对值
- 01111111 ＝ ＋127　　11111111 ＝ －127

  00101110 ＝ ＋46　　10101110 ＝ －46
- 零有两种表示（+ 0、 – 0）

  00000000＝＋0　　10000000＝－0
- 8位二进制码能够表示的带符号十进制数中，最大的数是＋127，而最小的数是－127。
- n位二进制整数表示的范围：

  $-(2^{n-1}-1) \sim +(2^{n-1}-1)$

反码表示法

- 正数的二进制反码表示与原码相同
- 负数的二进制反码表示：

在**n**位系统中，符号位不变，其余各位在原码基础上按位取反

补码表示法

- 正数的二进制补码表示与原码相同

- 负数的二进制补码如何求取？

  反码(**Ones' – Complement) + 1**

  (零只有一种表示) **0＝0 0 0 0 0 0 0 0**

- 逐位取反

- 约定**8**位

```
  1 1 1 1 1 1 1 1
               ＋1
-------------------
0 0 0 0 0 0 0 0＝0
```

数制和码制（编码）

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
  - BCD码（BCD code）
  - 余3码（·Excess-3 code）
  - 格雷码（Gray code）
  - 文字编码

二进制编码

变色龙，拱猪，接龙 ……

玩法N多，本质上，就是54张牌在不同游戏规则下的组合而已

- **编码**
  - BCD码
  - 余3码
  - 格雷码

编法N多，本质上，就是0和1在不同**编码规则**下的组合而已。

BCD码

BCD码（Binary-Coded Decimal）也叫二-十进制编码，用4位二进制数表示1位十进制数

4位二进制码共有2^4=16种码组，在这16种代码中，可以任选10种来表示10个十进制数码

每位二进制数都带有权值

- 根据权值不同，称其为：

  8421BCD

  2421BCD

  4221BCD …

Decimal	8421BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001

BCD码

Decimal	8421BCD	2421BCD	4221BCD	5421BCD
0	0000	0000（0000）	0000（0000）	0000（0000）
1	0001	0001（0001）	0001（0001）	0001（0001）
2	0010	0010（1000）	0010（0100）	0010（0010）
3	0011	0011（1001）	0011（0101）	0011（0011）
4	0100	0100（1010）	0110（1000）	0100（0100）
5	0101	1011（0101）	1001（0111）	1000（0101）
6	0110	1100（0110）	1100（1010）	1001（0110）
7	0111	1101（0111）	1101（1011）	1010（0111）
8	1000	1110（1110）	1110（1110）	1011（1011）
9	1001	1111（1111）	1111（1111）	1100（1100）

填空题 1分

设置

十进制126的5421BCD码是 [填空1]

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

余3码

Decimal	8421BCD	Excess-3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100

- 无权码
- 自补性：对9的自补码
- 8421BCD码+ “0011”

格雷码（Gray Code）

- 由贝尔实验室的Frank Gray在1940年代提出的，1953年获得批准的专利“Pulse Code Communication”，当初是为了通信，后来则常用于模拟—数字转换中。
- 在一组数的编码中，若任意两个相邻的代码只有一位二进制数不同，则称这种编码为格雷码（Gray Code）
- 另外由于最大数与最小数之间也仅一位数不同，即“首尾相连”，因此又称循环码或反射码。
- 格雷码有多种编码形式——**典型格雷码**。

典型格雷码（Gray code）

Decimal	Binary	Gray code
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101
10	1010	1111

Decimal	Binary	Gray code
11	1011	1110
12	1100	1010
13	1101	1011
14	1110	1001
15	1111	1000

任何两位相邻编码只有1位码元不同

怎样计算任意给定的二进制数对应的典型格雷码？

1) 计算法

- 复制最高位
- 从最高位开始，俩俩比较相邻位：
  - 二者相同取 0
  - 二者不同取 1
- 转换前后数据的位宽不变

Binary: 1 0 1 1 0 1 1 0 1

Gray Code: 1 1 1 0 1 1 0 1 1

如何由n位典型格雷码写n+1位典型格雷码

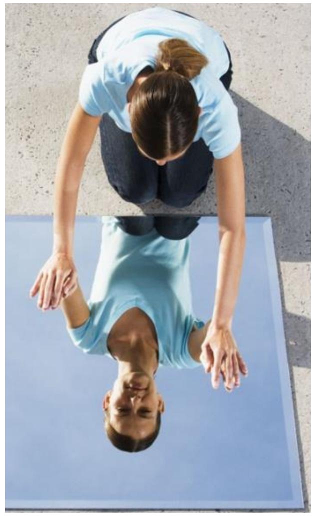
2) 反射法

1位

0
1

2位

0 0
0 1
1 1
1 0

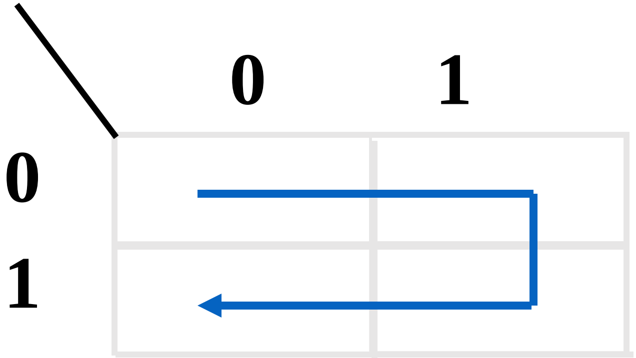


3位

0 0 0
0 0 1
0 1 1
0 1 0
1 1 0
1 1 1
1 0 1
1 0 0

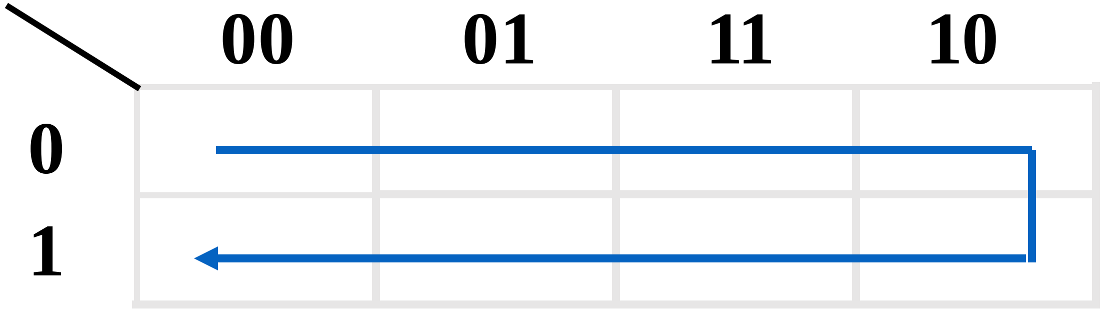
如何写n位典型格雷码

3) 图形法



2位格雷码

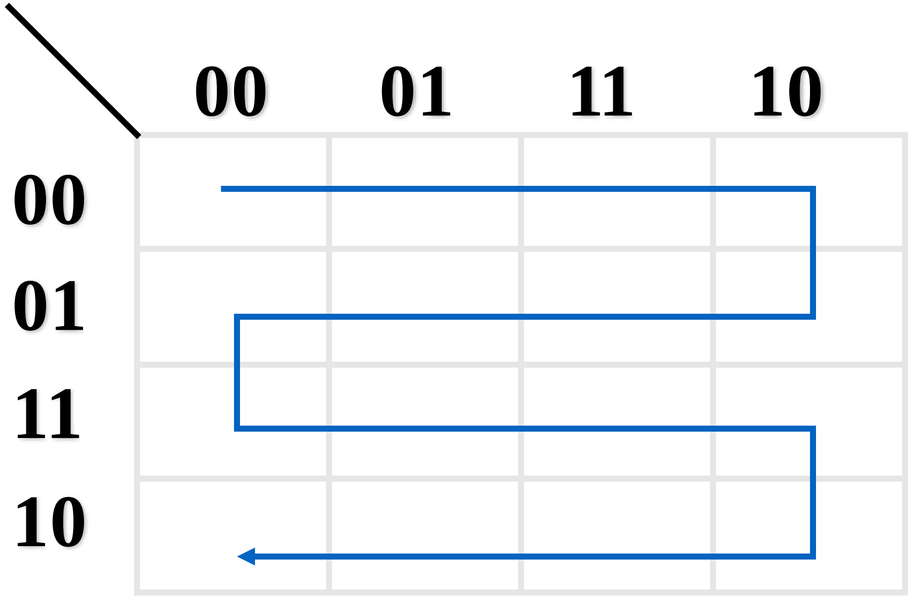
00、01、11、10



3位格雷码

000、001、011、010 、110、111、101、100

Gray Code



4位格雷码

0000、0001、0011、0010 、0110、0111、0101、0100、1100、1101、1111、1110、1010、1011、1001、1000

Gray Code

Example　　十进制：3→4

	8421BCD	Gray Code
3	0011	0010
4	0100	0110
	3 位码元改变	1 位码元改变

Gray Code ——连续变化时，比较可靠

填空题 3分

设置

35的8421BCD码是 [填空1] ， 余3码是 [填空2] ， 格雷码是 [填空3] 。

正常使用填空题需3.0以上版本雨课堂

作答

文字编码

- ASCII 编码是最简单的西文编码方案
  - American Standard Code for Information Interchange
  - 8位
- GB2312、GBK、GB18030 是汉字字符编码方案的国家标准
- Unicode 是全球字符编码的国际标准

ASCII码表

ASCII值	**控制字符**	**ASCII值**	**控制字符**	**ASCII值**	**控制字符**
32(**20H**)	(space)	64(**40H**)	@	96	、
33	!	65(**41H**)	A	97(**61H**)	a
34	"	66	B	98	b
…	…	…	…	…	…
48(**30H**)	0	80	P	112	p
…	…	…	…	…	…
57(**39H**)	9	89	Y	121	y
58	:	90	Z	122	z
…	…	…	…	…	…
63	?	95	_	127	DEL

数制和编码小结

- 数制（表示数量）
- 编码（表示状态等——非数量，例如：学号等）
  - BCD码（BCD code）
  - 余3码（Excess-3 code）
  - 格雷码（Gray code）
  - 文字编码：ASCII、Unicode等

小　结

- 概述
- 课程简介
- 基本概念
- 数制
- 编码
  - BCD码（BCD code）
  - 余3码（Excess-3 code）
  - 格雷码（Gray code）
  - .....

投票(匿名) 最多可选5项

设置

对于本章节不太清楚的地方?

- A 模拟信号与数字信号的差异
- B 常用数制的转换
- C BCD码
- D 余3码
- E 格雷码
- F 没有不熟悉的地方

提交