

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS

Instituto de Física e Matemática

Curso de Bacharelado em Física



Trabalho de Conclusão de Curso

??Título do TCC?: ??se houver??

Nome Sobrenome

Pelotas, 2023

Nome Sobrenome

??Título do TCC?: ??se houver??

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de Física e Matemática da Universidade Federal de Pelotas, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Nome do orientador

Pelotas, 2023

Nome Sobrenome

??Título do TCC?: ??se houver??

Trabalho de Conclusão de Curso aprovado, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Física, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

Data da defesa: 30 de setembro de 2023

Banca Examinadora:

??? membro 1 ???
Doutor em ??? – Universidade ???

??? membro 2 ???
Doutor em ??? – Universidade ???

??? membro 3 ???
Doutor em ??? – Universidade ???

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.1 – Área diferencial $d\sigma$ indicada com centro de espalhamento estático com parâmetro de impacto b . A partícula é espalhada em um elemento diferencial de ângulo sólido $d\Omega$ 11
- Figura 1.2 – Carga pontual q passando na vizinhança de um ponto de observação P com parâmetro de impacto b . São indicados os eixos dos referenciais Σ e Σ' , além da direção e sentido da velocidade (\mathbf{v}) da carga. 14
- Figura 1.3 – Reações de fotoprodução de estados X , a partir de íons Z_1 e Z_2 . Primeiramente temos a excitação do íon Z_2 por um fóton emitido pelo íon Z_1 , o qual emite um estado X . O segundo esquema mostra uma colisão $\gamma\gamma$, que gera um estado X . . . 18

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Diferentes fatores de forma obtidos para diferentes distribuições de carga esfericamente simétricas.	17
Tabela 1.2 – Parâmetros de colisões de íons em colisores selecionados. A energia máxima é a energia cinética máxima para os quais as partículas dos feixes são aceleradas.	19

SUMÁRIO

1	REFERENCIAL TEORICO	11
1.1	Sobre as Seções de Choque Diferencial e Total	11
1.2	Derivação do Método dos Fótons Equivalentes	12
1.3	Sobre o Fator de Forma	16
1.4	Colisões Ultraperiféricas de Íons	17
	REFERÊNCIAS	21
	APÊNDICES	23
	ANEXOS	25

1 REFERENCIAL TEORICO

1.1 Sobre as Seções de Choque Diferencial e Total

Neste trabalho iremos tratar do método dos fótons equivalentes. O problema de interesse deste método é o do cálculo da seção de choque em processos de colisão ou de produção de partículas. Por seção de choque consideramos como uma quantidade experimental de interesse em colisões (GRIFFITHS, 1987). Inicialmente, discutindo sob uma lente clássica, podemos considerar um processo de espalhamento, no qual a partícula entra na região de influência do centro de potencial, o qual possui parâmetro de impacto b , conforme a Figura 1.1. A partir da geometria apresentada, podemos obter os seguintes diferenciais de área e ângulo sólido, respectivamente,

$$d\sigma = |b db d\phi|, \quad (1.1)$$

$$d\Omega = |\sin \theta d\theta d\phi|. \quad (1.2)$$

Assim, a razão entre as duas é escrita como,

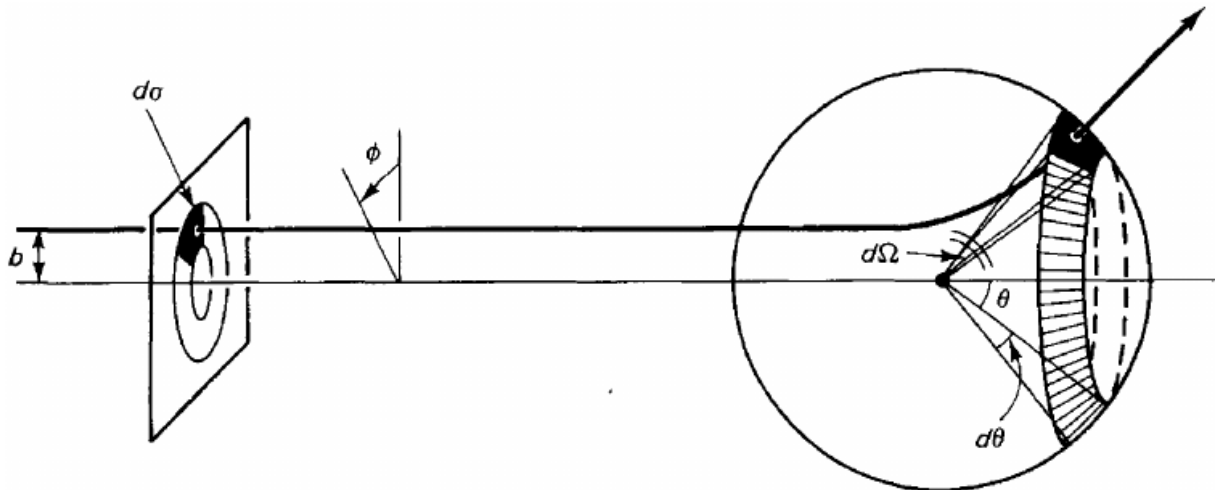
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\sin \theta} \frac{db}{d\theta} \right|. \quad (1.3)$$

Aqui, assumimos que o potencial do centro de espalhamento tem simetria azimutal, em ϕ .

A quantidade dada na equação (1.3) é denominada de seção de choque diferencial (GRIFFITHS, 1987). A seção de choque total será a seção de choque diferencial integrada sobre todo o ângulo sólido Ω sendo ela dada por,

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta d\phi. \quad (1.4)$$

Figura 1.1 – Área diferencial $d\sigma$ indicada com centro de espalhamento estático com parâmetro de impacto b . A partícula é espalhada em um elemento diferencial de ângulo sólido $d\Omega$.



Agora, vamos considerar um feixe de N partículas monoenergéticas (de mesma energia), todas sendo lançadas contra um dado centro de espalhamento. A luminosidade \mathcal{L} é definida como a quantidade de partícula que atravessam a região de espalhamento por unidade de área e unidade de tempo. Assim, a quantidade de partículas que atravessam a área $d\sigma$ por unidade de tempo é dada por,

$$dN = \mathcal{L} d\sigma. \quad (1.5)$$

Disso segue que,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega}. \quad (1.6)$$

Essa acaba sendo uma maneira mais útil de escrevermos a seção de choque diferencial. Sendo assim, o número de partículas espalhadas em um ângulo sólido $d\Omega$ dividido por $d\Omega$ e pela luminosidade.

1.2 Derivação do Método dos Fótons Equivalentes

Vamos tomar uma partícula pontual eletricamente carregada viajando a velocidades relativísticas perto de um alvo, que iremos considerar como fixo. A interação desta com o alvo se dará pelos campos gerados pela partícula, uma vez que o movimento desta consiste em uma variação da carga no espaço. Essa interação entre a partícula incidente e o alvo consiste em uma perturbação do alvo e no espalhamento da partícula incidente. O estudo desses campos é de interesse pois, assim, podemos obter o número de fótons equivalentes desses campos¹. Com o uso do número de fótons equivalentes é possível o estudo de processos atômicos e subatômicos, dos quais podemos obter seções de choque de interesse.

O método dos fótons equivalentes aqui discutido consiste em aproximar os campos produzidos por cargas carregadas em movimento por pulsos de ondas. Através de uma transformada de Fourier desses campos, obtemos o espectro de frequência dos campos e, consequentemente, o número de fótons equivalentes destes, que pode ser usado para calcular seções de choque de interesse. Além disso, aqui e no resto do trabalho usamos unidades naturais ($\hbar = c = 1$) com unidades de Heaviside-Lorentz (JACKSON, 1999) (KLUSEK-GAWENDA, 2014) (CARUSO, 2009) (LEMONS, 2007).

Vamos calcular como os campos elétrico (\mathbf{E}) e magnético (\mathbf{B}) de uma partícula carregada com carga q são percebidos quando esta passa na vizinhança de um ponto de observação P , como indicado na Figura 1.2. Vamos tomar Σ' como o referencial solidário à partícula carregada e Σ como o referencial solidário ao ponto P , assumindo que a origem dos sistemas dos referenciais coincidam no tempo $t = t' = 0$. Com isso, lembramos que os campos em termos dos potenciais escalar Φ e vetor \mathbf{A} são,

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}, \quad (1.7)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (1.8)$$

¹ Aqui fazemos a obtenção dos fótons a partir de uma perspectiva semi-clássica.

Com isso, é mais fácil calcularmos a transformação dos campos a partir do tensor eletromagnético $F^{\mu\nu}$ (onde usamos a notação de Einstein²), cujas componentes são dadas pela matriz,

$$(F^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.9)$$

Assim, a transformação das componentes pode ser dada por

$$F'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\beta}} F^{\alpha\beta} = \Lambda_{\alpha}^{\mu} \Lambda_{\beta}^{\nu} F^{\alpha\beta}, \quad (1.10)$$

onde Λ_{ν}^{μ} são as componentes da matriz de transformação de Lorentz (LEMOS, 2007). Para o caso de um impulso na direção x , como estamos considerando, esta será,

$$(\Lambda_{\nu}^{\mu}) = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

onde $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ e $\beta = v/c$ são os parâmetros relativísticos. Calculando os termos não nulos a partir da expressão (1.10), obtemos as seguintes componentes dos campos elétrico e magnético, respectivamente,

$$\begin{cases} E'_1 = E_1 \\ E'_2 = \gamma(E_2 - \beta B_3) \\ E'_3 = \gamma(E_3 + \beta B_2) \end{cases} \quad \begin{cases} B'_1 = B_1 \\ B'_2 = \gamma(B_2 + \beta E_3) \\ B'_3 = \gamma(B_3 - \beta E_2) \end{cases}. \quad (1.12)$$

Agora, os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} no referencial Σ' , como percebidos no ponto P , são os campos de uma carga pontual estática. O campo \mathbf{B} será nulo e o campo \mathbf{E} só terá as componentes,

$$E'_1 = -\frac{qvt'}{r'^3}, \quad E'_2 = \frac{qb}{r'^3}. \quad (1.13)$$

Aqui, o tempo transformado é $t' = \gamma t$ e a distância entre a partícula e o ponto de observação é $r' = \sqrt{b^2 + (vt')^2} = \sqrt{b^2 + v^2 \gamma^2 t^2}$, como pode ser obtido pelo teorema de Pitágoras. Assim, as componentes do campo elétrico são dadas, usando as coordenadas de Σ , por,

$$E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad E'_2 = \frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}. \quad (1.14)$$

Com isso, podemos aplicar as transformações (1.12) para calcular os campos gerados em P . Tal procedimento nos fornece os campos transformados,

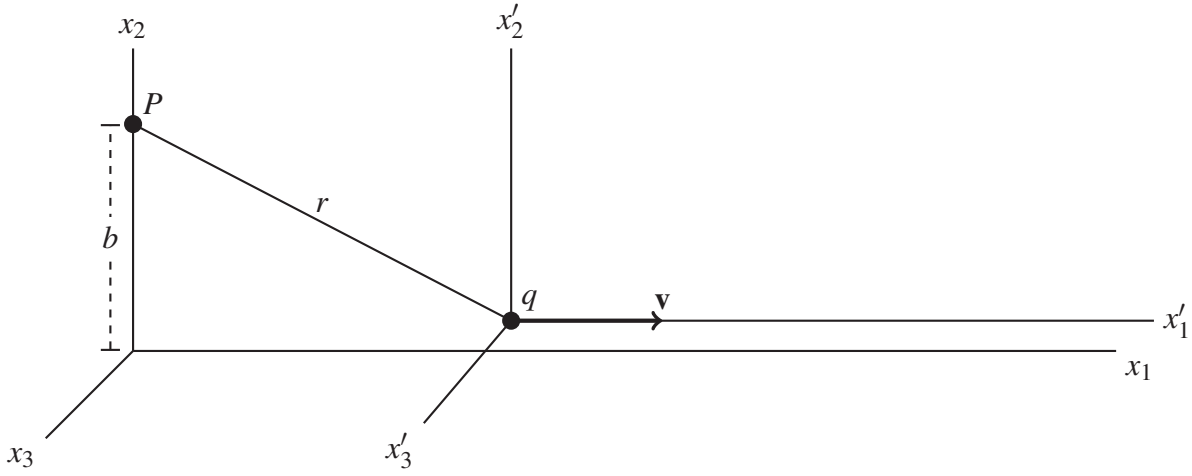
$$E_1(t) = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (1.15)$$

$$E_2(t) = \frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (1.16)$$

$$B_3(t) = \beta E_2(t). \quad (1.17)$$

² A notação de soma de Einstein implica que estamos somando os índices repetidos indo de 0 a 3. Por exemplo, isso implica que $x^{\mu}y_{\mu} = x^0y_0 + x^1y_1 + x^2y_2 + x^3y_3$.

Figura 1.2 – Carga pontual q passando na vizinhança de um ponto de observação P com parâmetro de impacto b . São indicados os eixos dos referenciais Σ e Σ' , além da direção e sentido da velocidade (\mathbf{v}) da carga.



Fonte: Adaptado de (JACKSON, 1999).

O método dos fótons equivalentes consiste em aproximar a interação desses campos a partir de dois pulsos, um na direção de x_1 , paralelo à direção de \mathbf{v} , e outro na direção de x_2 , perpendicular à esta (CARUSO, 2009). Isso se baseia no fato de que, analisando os campos (1.15), (1.16) e (1.17), podemos notar que há formação de um pulso na direção³ x_1 pelos campos E_2 e B_3 que denotamos de P_1 . Ainda assim, o campo E_1 não forma pulso. É de nosso interesse que possamos construir um estudo do fenômeno somente a partir de pulsos. Para tanto podemos inserir um campo magnético artificial, como aproximação, de forma a gerar um pulso P_2 na direção de x_2 , desde que os movimentos das cargas constituintes do alvo não sejam relativísticos no referencial (JACKSON, 1999).

Assim, a energia por unidade de área e frequência de um determinado pulso, no caso P_1 e P_2 , é dada nas formas,

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{2\pi} |E_2(\omega)|^2, \quad (1.18)$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{2\pi} |E_1(\omega)|^2, \quad (1.19)$$

onde $E_1(\omega)$ e $E_2(\omega)$ são as transformadas de Fourier dos campos $E_1(t)$ e $E_2(t)$, respectivamente. Iremos calcular a transformada para o pulso P_1 primeiramente. Assim, para $E_2(\omega)$, temos,

$$E_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dt E_2(t) e^{i\omega t} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \left[\frac{q\gamma b e^{i\omega t}}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}} \right], \quad (1.20)$$

que é a transformada de Fourier (ARFKEN; WEBER; HARRIS, 2017). Com isso, usamos a substituição de variável de integração $u = \gamma v t / b$, onde $du = (\gamma v / b) dt$. Com isso temos o seguinte,

$$E_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{qb^2}{v} \frac{\exp(i\omega b u / \gamma v)}{(b^2 + b^2 u^2)^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{q}{vb} \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{\exp(i\omega b u / \gamma v)}{(1 + u^2)^{3/2}}. \quad (1.21)$$

³ Isso é verificável pelo cálculo do vetor de Poynting desse pulso de onda, sendo $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ (JACKSON, 1999).

Definindo o parâmetro $\xi \equiv \omega b / \gamma v$, e usando a identidade de Euler, $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$, podemos escrever para a integral,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{\exp(i\omega b u / \gamma v)}{(1+u^2)^{3/2}} = \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{\cos(\xi u)}{(1+u^2)^{3/2}} + i \int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{\sin(\xi u)}{(1+u^2)^{3/2}}. \quad (1.22)$$

O integrando da segunda integral é uma função ímpar e, portanto, quando integrada sobre o intervalo simétrico $[-\infty, +\infty]$, resulta em um valor nulo. Por um argumento similar, o integrando da primeira função é par, e, assim, é equivalente a duas vezes o valor quando integrado sobre uma das metades do intervalo simétrico. Ou seja, temos a integral como,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} du \frac{e^{i\xi u}}{(1+u^2)^{3/2}} = 2 \int_0^{+\infty} du \frac{\cos(\xi u)}{(1+u^2)^{3/2}} = 2\xi K_1(\xi). \quad (1.23)$$

Onde usamos o fato que a representação integral para a função modificada de Bessel $K_1(z)$ é,

$$K_1(z) = \frac{1}{z} \int_0^{\infty} du \frac{\cos(zu)}{(u^2+1)^{3/2}} \quad (1.24)$$

(ARFKEN; WEBER; HARRIS, 2017). Com isso, temos a transformada de Fourier $E_2(\omega)$ como,

$$E_2(\omega) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \frac{q}{vb} \xi K_1(\xi) \quad (1.25)$$

De forma análoga, a transformada de Fourier $E_1(\omega)$ é obtida em termos da função de Bessel modificada K_0 . Esta é,

$$E_1(\omega) = -\frac{iq}{\gamma bv} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \xi K_0(\xi). \quad (1.26)$$

Desta forma, são obtidos os seguintes espectros de frequência,

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_1^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right), \quad (1.27)$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_0^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right). \quad (1.28)$$

É notado que o espectro de frequência $I_2(\omega, b)$ tem o termo γ^{-2} , logo para uma partícula incidente em velocidades ultrarrelativísticas, esse pulso causaria pouca perturbação no sistema e, portanto, poderia ser desconsiderado (este termo será desconsiderado na próxima subseção). A partir disso, o espectro de frequência final é integrado sobre todos os parâmetros de impacto, sendo dado por,

$$I(\omega) = 2\pi \int_{b_{\min}}^{\infty} [I_1(\omega, b) + I_2(\omega, b)] b db, \quad (1.29)$$

onde b_{\min} é o parâmetro de impacto mínimo para a integral, sendo escolhido de acordo com o sistema específico a ser estudado.

O próximo passo agora é obter o número de fótons equivalentes a partir do espectro de frequência. Assim, o número de fótons pode ser escrito pela relação,

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\omega} [I_1(\omega, b) + I_2(\omega, b)] = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \frac{1}{\omega^2} \xi^2 \left[K_1^2(\xi) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(\xi) \right]. \quad (1.30)$$

Com isso, podemos escrever o número de fótons equivalentes para todos os parâmetros de impacto realizando uma integração em todos os b 's a partir de um b_{\min} ,

$$\begin{aligned} n(\omega) &= \int_{b_{\min}}^{\infty} db \, b N(\omega, b) \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{2q^2}{\beta^2} \frac{1}{\omega} \left\{ \xi_{\min} K_0(\xi) K_1(\xi_{\min}) - \frac{\beta^2}{2} \xi_{\min}^2 [K_1^2(\xi_{\min}) - K_0^2(\xi_{\min})] \right\}, \end{aligned} \quad (1.31)$$

onde $\xi_{\min} \equiv \omega b_{\min} / \gamma v$. Conforme mencionado anteriormente o pulso P_2 contribui fracamente e, portanto, será desconsiderado.

É notável que a aproximação utilizada se baseia em pressuposições semi-clássicas acerca das partículas e dos campos utilizados. Assim, a acurácia da aproximação depende das dimensões dos campos e se o momento transferido é suficientemente grande quando comparado com a incerteza sobre o momento da partícula incidente (CARUSO, 2009). Assim, supondo que os campos estejam limitados a uma região de dimensão a e se o potencial for da ordem de V , podemos considerar como válido o tratamento semi-clássico do método discutido, se forem satisfeitas as condições:

$$\frac{h}{mv} \ll a, \quad \frac{Va}{h\nu} \gg 1. \quad (1.32)$$

Para tanto, em problemas com altos parâmetros de impacto e para partículas pesadas e com alta energia cinética o tratamento dos fótons equivalentes em formulação semi-clássica pode ser realizado.

1.3 Sobre o Fator de Forma

O número de fótons equivalentes dado pela equação (1.30) para uma partícula incidente com distribuição pontual de carga. Entretanto, este não é o caso necessariamente e necessitamos incluir o fator de forma (BERTULANI; BAUR, 1988) (BAUR; FILHO, 1991). Assim escrevemos $N(\omega, b)$, como sendo,

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{Z^2 \alpha}{\beta^2 \omega b^2} \left| \int du \, u^2 J_1(u) \frac{F[(u^2 + \xi^2)/b^2]}{u^2 + \xi^2} \right|^2, \quad (1.33)$$

onde J_1 é a função de Bessel, $Z^2 \alpha$ é a carga do íon, $\alpha = e^2/c \approx 1/137$ é a constante de estrutura fina e a função F é o fator de forma. Para uma distribuição pontual de carga o fator de forma é constante, $F = 1$. Isso faz com tenhamos o seguinte, resolvendo a integral,

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{Z^2 \alpha}{\beta^2 \omega b^2} u^2 K_1^2(u). \quad (1.34)$$

Esta é equivalente à expressão (1.30) para quando desprezamos o termo com γ^{-2} .

Para escrevermos o fator de forma vamos primeiro definir o momento transferido para a partícula incidente como $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$, em que \mathbf{p} é o momento da partícula antes da colisão e \mathbf{p}' é o momento após a colisão (POVH *et al.*, 2012). Também definimos a função de distribuição de carga $f(\mathbf{r})$, tal que a densidade de carga seja,

$$\rho(\mathbf{r}) = Ze f(\mathbf{r}). \quad (1.35)$$

Com isso, assumindo que o centro de espalhamento não sofre recuo (ou este é negligível) e quando $Z\alpha \ll 1$, o fator de forma pode ser escrito como

$$F(|\mathbf{q}|) = \int e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} f(\mathbf{r}) d^3r, \quad (1.36)$$

ou seja, é a transformada de Fourier da função de distribuição de carga. Para a maior parte dos problemas tratados, os íons podem ser modelados como tendo distribuição simétrica de carga. Assim, fazendo $f = f(r)$, onde $r = |\mathbf{r}|$, a integração sobre todo o ângulo sólido leva a,

$$F(|\mathbf{q}|) = 4\pi \int f(r) \frac{\sin(|\mathbf{q}|r)}{|\mathbf{q}|r} r^2 dr. \quad (1.37)$$

Certos fatores de forma podem ser obtidos por cálculos analíticos conforme exemplificados na Tabela 1.1 (POVH *et al.*, 2012). É notável que quanto mais extendida a distribuição de carga, mais o fator de forma cai bruscamente para valores altos de $|\mathbf{q}|^2$. De forma que, para uma distribuição pontual, F é uma constante ($F(|\mathbf{q}|^2) = 1$).

Tabela 1.1 – Diferentes fatores de forma obtidos para diferentes distribuições de carga esfericamente simétricas.

$f(r)$		$F(\mathbf{q})$	
Pontual	$\delta(r)/4\pi$	1	Constante
Exponencial	$\frac{a^3}{8\pi} e^{-ar}$	$\left(\frac{1+ \mathbf{q} ^2}{a^2}\right)^{-2}$	Dipolo
Gaussiana	$(a^2/2\pi)^{3/2} e^{-a^2r^2/2}$	$e^{ \mathbf{q} ^2/2a^2}$	Gaussiana
Esfera homogênea	$\begin{cases} 3/4\pi R^3, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$	$\frac{3(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)}{\alpha}$, onde $\alpha = \mathbf{q} R$	Oscilante

Fonte: Retirado de (POVH *et al.*, 2012).

Para desfazermos a dependência dessa expressão em b , realizamos a mesma integração feita para obtermos a expressão (1.31),

$$n(\omega) = \int_{b_{\min}}^{\infty} db b N(\omega, b), \quad (1.38)$$

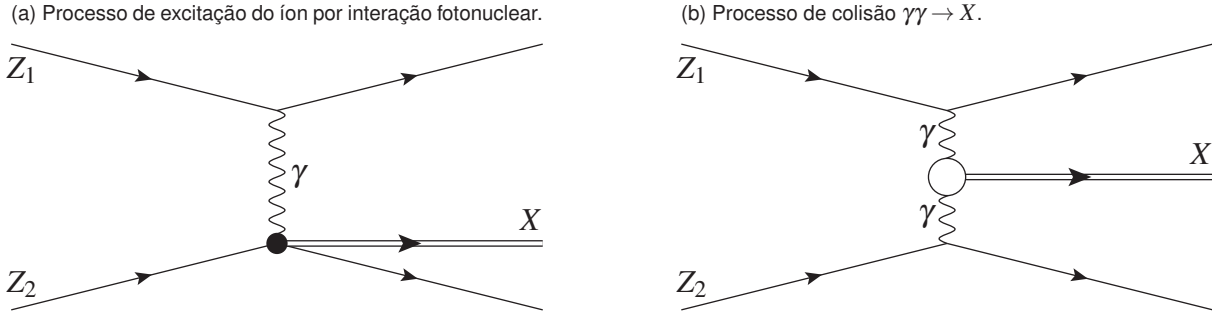
onde $N(\omega, b)$ é dado por (1.33). Para os fatores de forma que não podem ser obtidos analiticamente, como os dispostos na Tabela 1.1, é necessário o uso de métodos computacionais para obtenção das curvas.

1.4 Colisões Ultraperiféricas de Íons

Fenômenos de colisão ultraperiférica são uma aplicação de interesse do método dos fótons equivalentes, uma vez que nos permitem analisar a estrutura interna dos íons envolvidos na colisão, em especial, a distribuição de glúons dos núcleos de tais íons. Esses se caracterizam por sofrerem interação, em sua maioria, eletromagnética e ocorrerem com parâmetro de impacto $b > R_A$, em que R_A é o raio atômico dos íons (BERTULANI; KLEIN; NYSTRAND, 2005). Nos permitindo assim,

utilizar a aproximação apresentada com suficiente êxito. Além disso, do ponto de vista experimental, essas colisões são mais convenientes do que as colisões hadrônicas convencionais. Uma vez que a multiplicidade do estado final é menor, ou seja, há consideravelmente menos partículas sendo produzidas após a colisão e o resultado final dos dados experimentais é mais “limpo”⁴.

Figura 1.3 – Reações de fotoprodução de estados X , a partir de íons Z_1 e Z_2 . Primeiramente temos a excitação do íon Z_2 por um fóton emitido pelo íon Z_1 , o qual emite um estado X . O segundo esquema mostra uma colisão $\gamma\gamma$, que gera um estado X .



Fonte: Baseado em (BERTULANI; KLEIN; NYSTRAND, 2005).

Nas colisões ultraperiféricas, em geral, dois tipos de interações entre íons ocorrem (BERTULANI; KLEIN; NYSTRAND, 2005). É possível que um dos íons emita um fóton que atinge outro, gerando um estado decorrente da excitação do íon atingido, por meio da interação fotonuclear. Outra possibilidade é que ambos os íons emitam fótons e estes colidam. Da colisão dos fótons temos a criação de um estado, em geral constituído de pares de partícula-antipartícula. Ambos os processos estão indicados na Figura 1.3. Para o cálculo de ambos os processos podemos fazer uso do número de fótons equivalentes obtido em (1.31) ou do dado pela integração de (1.33). A seção de choque para o processo de fotoexcitação, como dado na Figura 1.3a, é dada por

$$\sigma_X = \int d\omega \frac{n(\omega)}{\omega} \sigma_X^\gamma(\omega), \quad (1.39)$$

onde $n(\omega)$ é associado ao íon que libera o fóton e σ_X^γ é a seção de choque fotonuclear. Esta é dada por uma expansão multipolar da interação eletromagnética (BERTULANI; BAUR, 1988). Para os processos $\gamma\gamma$, exemplificados no esquema da Figura 1.3b, a seção de choque é dada por,

$$\sigma_{Z_1 Z_2 \rightarrow Z_1 Z_2 X} = \int d\omega_1 d\omega_2 \frac{n(\omega_1)}{\omega_1} \frac{n(\omega_2)}{\omega_2} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\omega_1, \omega_2), \quad (1.40)$$

em que $n(\omega_1)$ é o número de fótons equivalentes produzido pelos campos do íon Z_1 , $n(\omega_2)$ é o número de fótons equivalentes produzido pelos campos do íon Z_2 e $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$ é a seção de choque fóton-fóton.

Tanto a energia dos íons (a frequência ω) como o parâmetro mínimo de impacto são relacionados aos parâmetros dos experimentos de colisão realizados. Destes parâmetros, destacamos a energia máxima por feixe de íons e a luminosidade do feixe de íons (BAUR *et al.*, 2002). Ambos os

⁴ Limpo aqui quer dizer que os colidores medem um menor volume de partículas livres. Facilitando, assim, a análise dos fluxos de partículas que são medidos.

fatores nos permitem calcular a energia por íon dos processos envolvidos. Para diferentes experimentos de colisão em colisores temos esses parâmetros disponíveis na Tabela 1.2 (WORKMAN *et al.*, 2022). Além disso, podemos citar a energia máxima de fóton (proporcional à frequência) ω_{\max} , que é proporcional ao inverso do tempo de interação, ou ainda,

$$\omega_{\max} \sim \frac{\gamma v}{b}. \quad (1.41)$$

Estes parâmetros, evidentemente, têm utilidade para realizar uma análise quantitativa do método dos fótons equivalentes e para obtermos as curvas de seção de choque.

Tabela 1.2 – Parâmetros de colisões de íons em colisores selecionados. A energia máxima é a energia cinética máxima para os quais as partículas dos feixes são aceleradas.

Íons	Acelerador	Energia máxima por feixe	Luminosidade ($10^{30} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$)
$e^+ e^-$	VEPP (Novosibirsk)	6,0 GeV	20
	BEPC-II (China)	1,89 GeV	1000
	CESR-C (Cornwell)	6,0 GeV	76
$p p$	LHC (CERN)	6,5 TeV	$2,11 \cdot 10^4$
$p \bar{p}$	TEVATRON (Fermilab)	0,980 TeV	431
$Au Au$	RHIC (Brookhaven)	0,1 TeV	8,7
$p Au$	RHIC	0,1 TeV	450
$Xe Xe$	LHC	2,72 TeV	0,4

Fonte: Adaptado de (WORKMAN *et al.*, 2022).

Processos que envolvem baixas energias são normalmente entendidas como excitações de coulomb relativísticas (BERTULANI; BAUR, 1988). Estes permitem investigar a dinâmica nuclear e a estrutura dos núcleos envolvidos nas colisões (BERTULANI; KLEIN; NYSTRAND, 2005). Esse tipo de processo envolve uma ou múltiplas trocas de fótons entre o íon incidente e o íon alvo. Exemplos deste envolvem os processos radiativos de captura, dados por

$$b + c \rightarrow a + \gamma. \quad (1.42)$$

Estes são de particular interesse para a Astrofísica, uma vez que processos de interesse desta área de estudo ocorrem em estados de pré-supernova por exemplo. Algumas destas podem ser estudadas pela reação inversa fóto-dissociativa. Por exemplo, a reação ${}^7\text{Be} + p \rightarrow \gamma + {}^8\text{Be}$ pode ser estudada pelo tratamento da reação inversa no tempo ${}^8\text{Be} + \gamma \rightarrow {}^7\text{Be} + p$.

Agora, como afirmado anteriormente, o interesse principal no entendimento dos processos de fotoprodução é que estes nos possibilitam determinar a distribuição de glúons em núcleos de átomos e em seus núcleons (BALTZ *et al.*, 2008). Exemplos de interações que permitem tal fato são a produção exclusiva de mésons de vetores pesados, fotoprodução de pares de quark-antiquark e fotoprodução de jatos (KRAUSS; GREINER; SOFF, 1997). Inicialmente, uma densidade nuclear de glúons para um núcleo com A núcleons, $G^A(x, Q^2)$, é escrita como

$$G^A(x, Q^2) = Ag(x, Q^2), \quad (1.43)$$

onde $g(x, Q^2)$ é a distribuição nuclear de glúons, x é a fração do momento do projétil carregada pelo glúon e Q^2 é a transferência de quadri-momento ao quadrado (BERTULANI; KLEIN; NYSTRAND, 2005).

REFERÊNCIAS

- ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J.; HARRIS, F.E. **Física Matemática: Métodos Matemáticos para Engenharia e Física**. [s. l.]: Elsevier Editora Ltda., 2017.
- BALTZ, A.J. *et al.* The physics of ultraperipheral collisions at the LHC. **Physics Reports**, v. 458, n. 1, p. 1–171, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2007.12.001>. ISSN 0370-1573.
- BAUR, G.; FILHO, L.G.Ferreira. Charge form-factor effects in $\gamma - \gamma$ production of non-strongly interacting particles in relativistic heavy-ion collisions. **Physics Letters B**, v. 254, n. 1, p. 30–34, 1991. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(91\)90390-C](https://doi.org/10.1016/0370-2693(91)90390-C). ISSN 0370-2693.
- BAUR, G. *et al.* Coherent $\gamma\gamma$ and γa interactions in very peripheral collisions at relativistic ion colliders. **Physics Reports**, v. 364, n. 5, p. 359–450, 2002. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(01\)00101-6](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(01)00101-6). ISSN 0370-1573.
- BERTULANI, C. A.; BAUR, G. Electromagnetic processes in relativistic heavy ion collisions. **Physics Reports**, v. 163, n. 5, p. 299–408, 1988. DOI: [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(88\)90142-1](https://doi.org/10.1016/0370-1573(88)90142-1). ISSN 0370-1573.
- BERTULANI, C. A.; KLEIN, S. R.; NYSTRAND, J. Physics of ultra-peripheral nuclear collisions. **Annual Review of Nuclear and Particle Science**, v. 55, n. 1, p. 271–310, 2005. DOI: 10.1146/annurev.nucl.55.090704.151526.
- CARUSO, F. **Sobre o Método de Weiszäcker-Williams e suas Primeiras Aplicações**. 2009. Monografia do CBPF. CBPF-MO-001/09. Disponível em: https://cbpfindex.cbpf.br/publication_pdfs/mo00109.2009_07_01_15_36_02.pdf.
- GRIFFITHS, D. **Introduction to Elementary Particles**. [s. l.]: John Wiley & Sons, INC., 1987.
- JACKSON, J. D. **Classical Electrodynamics**. 3. ed. [s. l.]: John Wiley & Sons, INC., 1999.
- KLUSEK-GAWENDA, M. **Production of pairs of mesons, leptons and quarks in ultraperipheral ultrarelativistic heavy ion collisions**. 2014. Tese (Doutorado) – The Henryk Niewodniczański Institute of Nuclear Physics Polish Academy of Sciences, 2014.
- KRAUSS, F.; GREINER, M.; SOFF, G. Photon and gluon induced processes in relativistic heavy-ion collisions. **Progress in Particle and Nuclear Physics**, v. 39, p. 503–564, 1997. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0146-6410\(97\)00049-5](https://doi.org/10.1016/S0146-6410(97)00049-5). ISSN 0146-6410.
- LEMOS, N. Mecânica relativística. *In*: LEMOS, N. **Mecânica Analítica**. 1. ed. [s. l.]: Livraria da Física, 2007. cap. 6.
- POVH, B. *et al.* **Particles and Nuclei: An Introduction to the Physical Concepts**. 6. ed. [s. l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN 9783642877780.
- WORKMAN *et al.* Review of particle physics. **Progress of Theoretical and Experimental Physics**, v. 2022, n. 8, p. 083C01, 08 2022. DOI: 10.1093/ptep/ptac097. ISSN 2050-3911. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/ptep/ptac097>.

APÊNDICES

ANEXOS

