Método dos Fótons Equivalentes

Revisão e Aplicações

Alfredo Achterberg S. Pacheco

Orientador: Prof. Dr. Werner Krambeck Sauter

Defesa da Proposta de Trabalho de Conclusão de Curso

Curso de Bacharelado em Física - Universidade Federal de Pelotas

25 de Setembro, 2023

Estrutura da Apresentação

1. Introdução e Contextualização
2. Objetivos do Trabalho
3. Seção de Choque Diferencial e Total
4. Demonstração do Método
5. Sobre o Fator de Forma
6. Colisões Ultraperiféricas
7. Metodologia
8. Cronograma

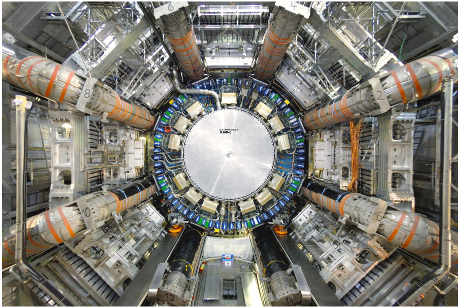


Figura: Foto do detector ATLAS do LHC. Créditos: [https://home.web.cern.ch/science/experiments/atlas]

Colisões de partículas constituem o método experimental mais utilizado atualmente para o entendimento da estrutura fundamental da matéria e de teste para novos modelos físicos.

Estudos desse tipo de processo tem longa história na física.

- O trabalho de decréscimo de velocidade de partículas α e β em meios materiais por N. Bohr, realizado em 1913;
- este propôs que a interação de partículas carregadas pode ser entendida pelo fenômeno eletromagnético de dispersão (uma analogia);
- em 1924, E. Fermi propôs que os campos de uma partícula carregada podem ser aproximados como pulsos de onda ou *fluxos de fótons virtuais.*

Disso, E. J. Williams, em 1933, propôs a generalização relativística do que seria o método dos fótons equivalentes.

- consiste em obter o número de fótons virtuais a partir da transformada de Fourier dos campos **E** e **B**;
- este consiste de uma aproximação *semi-clássica*.

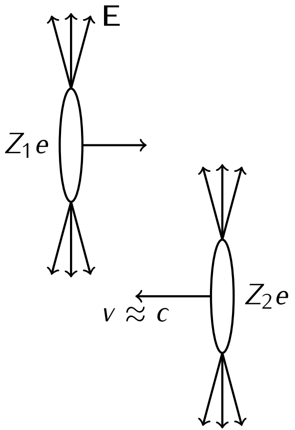


Figura: Esquema representando os campos relativísticos de dois íons Z_1 e Z_2

Introdução e Contextualização

- Há motivação para o estudo do método nas áreas de interação nuclear e de partículas;
- focaremos nas colisões ultraperiféricas de íons;
- são colisões com maior distância (parâmetro de impacto) e com interação dominantemente eletromagnética;
- por conta disso, também há menos multiplicidade nos estados finais e os resultados experimentais são mais facilmente tratados;
- fenômenos de interesse incluem a produção de pares de partículas a partir de colisões de fótons.

Objetivos do Trabalho

Para a realização do trabalho propomos uma revisão bibliográfica com cálculo analítico e computacional de quantidades de interesse dos processos de colisão. Para isso, temos os seguintes objetivos específicos:

1. realizar a revisão bibliográfica do método;
2. realizar o cálculo do fator de forma para o fator de forma para diferentes distribuições de carga;
3. deduzir o número de fótons equivalentes para diferentes distribuições de carga;
4. realizar um estudo mais aprofundado sobre o fenômeno de fotoprodução de pares de partícula-antipartícula;
5. obter as curvas teóricas para as seções de choque de diferentes processos de colisão e compará-las com as curvas experimentais.

Seção de Choque Diferencial e Total

O problema de interesse do método é o de colisão de partículas carregadas. A quantidade de interesse em colisões é a seção de choque.

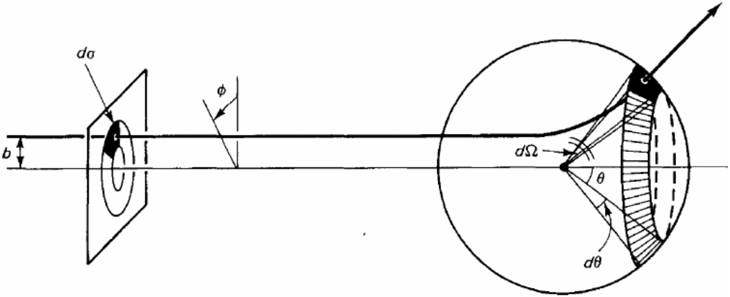


Figura: Partícula adentrando a região de espalhamento por uma seção de área $d\sigma$ e sendo espalhada em um ângulo sólido $d\Omega$.

Seção de Choque Diferencial e Total

Da figura temos as diferenciais,

$$d\sigma = \left| b \, db \, d\phi \right|, \tag{1}$$

$$d\Omega = \left| \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \right|, \tag{2}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\operatorname{sen}\theta} \frac{db}{d\theta} \right|. \tag{3}$$

A seção de choque total vem pela integral sobre Ω,

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi. \tag{4}$$

Isto para uma partícula incidente individual!

Estamos levando em conta uma partícula individual. Se quisermos tratar um feixe de partículas, vamos precisar definir a *luminosidade*.

Seção de Choque Diferencial e Total

Luminosidade

Para um feixe de N partículas com mesma energia atravessando a área $d\sigma$, a luminosidade $\mathcal{L}$ é definida como a quantidade de partículas que atravessam a região de espalhamento por unidade de área por unidade de tempo.

Disso, reescrevemos a seção de choque para um feixe de múltiplas partículas,

$$dN = \mathcal{L} d\sigma, \tag{5}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega}. \tag{6}$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

Inicialmente consideramos uma carga em movimento como abaixo.[1]

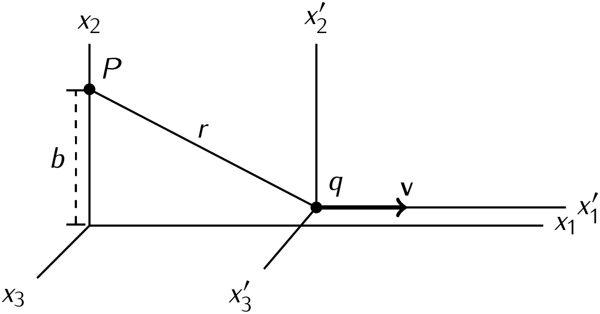


Figura: Carga q em movimento com velocidade $\mathbf{v}$ passando por um ponto de observação P com parâmetro de impacto b e distância r. Referencial Σ é solidário ao ponto P e Σ' é solidário à carga pontual q.

[1] A partir daqui usaremos unidades naturais ($\hbar = c = 1$).

Demonstração do Método para Carga Pontual

Para o caso com velocidade da partícula em x_1, a transformação de Lorentz dos campos é,

$$\begin{cases} E_1' = E_1 \\ E_2' = \gamma(E_2 - \beta B_3) \\ E_3' = \gamma(E_3 + \beta B_2) \end{cases} \qquad \begin{cases} B_1' = B_1 \\ B_2' = \gamma(B_2 + \beta E_3) \\ B_3' = \gamma(B_3 - \beta E_2) \end{cases} \quad , \tag{7}$$

sendo $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e $\beta = v/c$ os parâmetros relativísticos da partícula.

Demonstração do Método para Carga Pontual

Escrevendo os campos nas *coordenadas* de Σ e depois aplicando a transformada de Lorentz temos os campos no *referencial* Σ,

$$E_1(t) = -\frac{q\gamma v t}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \tag{8}$$

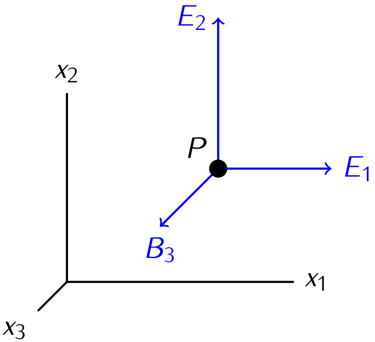
$$E_2(t) = \frac{q\gamma b}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \tag{9}$$

$$B_3(t) = \beta E_2(t). \tag{10}$$

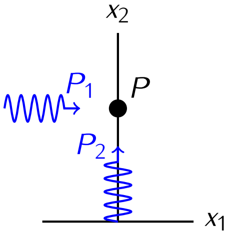
Aproximamos estes campos como pulsos de onda.

Analisando esses campos podemos notar que E_2 e B_3 formam um pulso de onda na direção x_1. Ainda assim, a interação do campo E_1 pode ser analisada como um pulso de onda pela inserção de um campo magnético artificial como aproximação.

Demonstração do Método para Carga Pontual



(a) Campos observados no referencial do ponto P.



(b) Pulsos aproximados P_1 e P_2 atingindo P.

Figura: Aproximação chave do método dos fótons virtuais é a de substituir os campos elétrico e magnético por pulsos de radiação equivalentes.

Demonstração do Método para Carga Pontual

Com isso, iremos calcular agora os espectros de frequência[2], para ambos os pulsos. Estes o são

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{2\pi}|E_2(\omega)|^2, \tag{11}$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{2\pi}|E_1(\omega)|^2, \tag{12}$$

em que

$$E_{1,2}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\ E_{1,2}(t)e^{i\omega t}, \tag{13}$$

é a transformada de Fourier da parte elétrica dos pulsos.

[2] A energia por unidade de frequência e área de um pulso

Demonstração do Método para Carga Pontual

O cálculo da integral para os dois campos leva ao seguinte resultado,

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2}\frac{q^2}{\beta^2 b^2}\xi^2 K_1^2(\xi)\,, \tag{14}$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2}\frac{q^2}{\beta^2 b^2}\frac{1}{\gamma^2}\xi^2 K_0^2(\xi)\,. \tag{15}$$

onde $\xi \equiv \dfrac{\omega b}{\gamma v}$ e as funçõesK_1 e K_0 são as funções modificadas de Bessel.

Demonstração do Método para Carga Pontual

A partir disso, o número de fótons equivalentes pode ser obtido pelo espectro de frequência como,

$$
\begin{aligned}
N(\omega, b) &= \frac{1}{\omega}\left[I_1(\omega, b) + I_2(\omega, b)\right] \\
&= \frac{1}{\pi^2}\frac{q^2}{\beta^2 b^2}\frac{1}{\omega^2}\xi^2\left[K_1^2(\xi) + \frac{1}{\gamma^2}K_0^2(\xi)\right].
\end{aligned}
\tag{16}
$$

Este pode ser simplificado:

Por conta do fator γ^{-2}, para velocidades relativísticas altas o termo com K_0 contribui pouco para o fluxo de fótons e podemos escrever,

$$
N(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2}\frac{q^2}{\beta^2 b^2}\frac{1}{\omega^2}\xi^2 K_1^2(\xi). \tag{17}
$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

O número de fótons total é dado pela integral de $N(\omega, b)$ sobre os parâmetros de impacto,

$$n(\omega) = \int_{b_{\min}}^{\infty} db\ bN(\omega, b) = \frac{1}{\pi}\frac{2q^2}{\beta^2}\frac{1}{\omega}\left\{\xi_{\min}K_0\left(\xi\right)K_1\left(\xi_{\min}\right) - \frac{\beta^2}{2}\xi_{\min}^2\left[K_1^2\left(\xi_{\min}\right) - K_0^2\left(\xi_{\min}\right)\right]\right\}. \quad (18)$$

Sobre o Fator de Forma

Para o caso da partícula incidente não ser pontual é introduzido o *fator de forma* $F(|\mathbf{q}|)$. Assim, o $N(\omega, b)$ fica escrito como,

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2}\frac{Z^2\alpha}{\beta^2\omega b^2}\left|\int du\; u^2 J_1(u)\frac{F[(u^2+\xi^2)/b^2]}{u^2+\xi^2}\right|^2. \tag{19}$$

O fator de forma $F(|\mathbf{q}|)$ é a transformada de Fourier da distribuição de carga $f(\mathbf{r})$. $\mathbf{q}$ aqui é a tranferência de momento na colisão.

Sobre o Fator de Forma

- A maior parte das distribuições de carga são esfericamente simétricas.

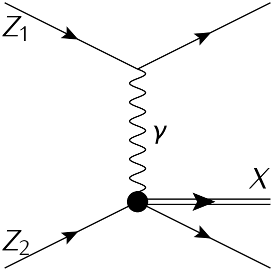
$f(r)$	$F(\lvert\mathbf{q}\rvert)$
$\delta(r)/4\pi$	1
$\dfrac{a^3}{8\pi}e^{-ar}$	$\left(\dfrac{1+\lvert\mathbf{q}\rvert^2}{a^2}\right)^{-2}$
$\left(a^2/2\pi\right)^{3/2} e^{-a^2r^2/2}$	$e^{\lvert\mathbf{q}\rvert^2/2a^2}$
$\begin{cases} 3/4\pi R^3, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$	$\dfrac{3(\operatorname{sen}\alpha - \alpha\cos\alpha)}{\alpha}, \; \alpha = \lvert\mathbf{q}\rvert R$

Tabela: Fatores de forma disponíveis para diferentes distribuições de carga esfericamente simétricas.

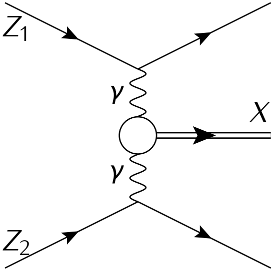
Colisões Ultraperiféricas

- Possuem alto parâmetro de impacto b.
- A interação é predominantemente eletromagnética.
- Estados finais tem baixa multiplicidade $\rightarrow$ dados experimentais mais limpos!
- Fenômenos de interesse ocorrem como a produção de partículas por colisão de fótons.

Colisões Ultraperiféricas



(a) Processo de excitação do íon Z_2 pelo fóton γ e produção do estado final X.



(b) Processo de produção do estado X por colisão dos fótons γ.

Figura: Fenômenos de fotoprodução de estados X.

As seções de choque são calculadas com $n(\omega)$

As seções de choque dos processos são obtidos com o número de fótons equivalentes. Para os processos de excitação e colisão de fótons temos, respectivamente,

$$\sigma_X = \int d\omega \, \frac{n(\omega)}{\omega} \sigma_X^{\gamma}(\omega) \tag{20}$$

$$\sigma_{Z_1 Z_2 \to X} = \int d\omega \, \frac{n(\omega_1)}{\omega_1} \frac{n(\omega_2)}{\omega_2} \sigma_{\gamma\gamma \to X}(\omega_1, \omega_2), \tag{21}$$

onde σ_X^{γ} é a seção de choque fotonuclear e $\sigma_{\gamma\gamma \to X}$ é a seção de choque fóton-fóton.

Colisões Ultraperiféricas

- Energia (a frequência ω) e parâmetro de impacto mínimo são relacionados aos parâmetros dos experimentos de colisão;
- Destacamos a luminosidade e a energia máxima de colisão $\omega_{\text{max}} \sim \dfrac{\gamma v}{b}$;
- Estes são relacionados com a quantidade de íons por feixe e a energia máxima com que estes colidem.

Colisões Ultraperiféricas

Íons	Acelerador	ω_{max}	$\mathcal{L}$ $[10^{30}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}]$
	VEPP (Novosibirsk)	6,0 GeV	20
$e^+ \, e^-$	BEPC-II (China)	1,89 GeV	1000
	CESR-C (Cornwell)	6,0 GeV	76
$p \, p$	LHC (CERN)	6,5 TeV	$2{,}11 \cdot 10^4$
$p \, \bar{p}$	TEVATRON (Fermilab)	0,980 TeV	431
$Au \, Au$	RHIC (Brookhaven)	0,1 TeV	8,7
$p \, Au$	RHIC	0,1 TeV	450
$Xe \, Xe$	LHC	2,72 TeV	0,4

Tabela: Parâmetros de experimentos de alguns colisores.

Metodologia

- Revisão mais aprofundada da literatura sobre os temas discutidos;
- refazer os cálculos analíticos para as quantidades de interesse;
- obter as curvas teóricas e realizar cálculos computacionais com auxílio da biblioteca GSL (*Gnu Scientific Library*) para C++.

Cronograma

	Mês 1	Mês 2	Mês 3	Mês 4	Mês 5
1) Revisão bibliográfica	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	
2) Dedução dos $F(\lvert\mathbf{q}\rvert)$	$\times$	$\times$	$\times$		
3) Cálculo de $N(\omega, b)$ e $n(\omega)$		$\times$	$\times$	$\times$	
4) Obtenção das σ		$\times$	$\times$	$\times$	
5) Redação do TCC			$\times$	$\times$	$\times$
6) Defesa do TCC					$\times$

Tabela: Cronograma a ser seguido.

Agradecimentos

FNDE

PET
FÍSICA

Sendo os campos elétrico e magnético escritos em termos dos potenciais,

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \tag{22}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \tag{23}$$

estes são escritos em forma explicitamente covariante usando o tensor eletromagnético,

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{24}$$

Os campos como percebidos em P, no referencial Σ' tem a forma

$$E_1' = -\frac{qvt'}{r'^3}, \qquad E_2' = \frac{qb}{r'^3}. \tag{25}$$

Escrevemos nas *coordenadas* de Σ usando,

$$t' = \gamma t, \tag{26}$$

$$\begin{aligned} r' &= \sqrt{b^2 + (vt')^2} \\ &= \sqrt{b^2 + v^2\gamma^2 t^2}. \end{aligned} \tag{27}$$

Assim

$$E_1' = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \tag{28}$$

$$E_2' = \frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \tag{29}$$

para os quais devemos aplicar a transformação de Lorentz.