

Método dos Fótons Equivalentes

Revisão e Aplicações

Alfredo Achterberg S. Pacheco

Orientador: Prof. Dr. Werner Krambeck Sauter

Defesa da Proposta de Trabalho de Conclusão de Curso

Curso de Bacharelado em Física - Universidade Federal de Pelotas

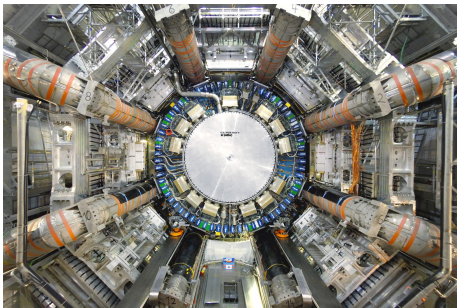
25 de Setembro, 2023



Estrutura da Apresentação

- 1 Introdução e Contextualização
- 2 Objetivos do Trabalho
- 3 Seção de Choque Diferencial e Total
- 4 Demonstração do Método
- 5 Sobre o Fator de Forma
- 6 Colisões Ultraperiféricas
- 7 Metodologia
- 8 Cronograma

Introdução e Contextualização



Colisões de partículas constituem o método experimental mais utilizado atualmente para o entendimento da estrutura fundamental da matéria e de teste para novos modelos físicos.

Figura: Foto do detector ATLAS do LHC. Créditos: [<https://home.web.cern.ch/science/experiments/atlas>]

Estudos desse tipo de processo tem longa história na física.

- ▶ O trabalho de decréscimo de velocidade de partículas α e β em meios materiais por N. Bohr, realizado em 1913;
- ▶ este propôs que a interação de partículas carregadas pode ser entendida pelo fenômeno eletromagnético de dispersão (uma analogia);
- ▶ em 1924, E. Fermi propôs que os campos de uma partícula carregada podem ser aproximados como pulsos de onda ou *fluxos de fótons virtuais*.

Introdução e Contextualização

Disso, E. J. Williams, em 1933, propôs a generalização relativística do que seria o método dos fótons equivalentes.

- ▶ consiste em obter o número de fótons virtuais a partir da transformada de Fourier dos campos \mathbf{E} e \mathbf{B} ;
- ▶ este consiste de uma aproximação *semi-clássica*.

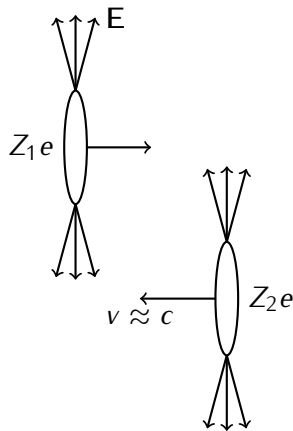


Figura: Esquema representando os campos relativísticos de dois íons Z_1 e Z_2 . Adaptado de [Bertulani et al., 2005].

Introdução e Contextualização

- ▶ Há motivação para o estudo do método nas áreas de interação nuclear e de partículas;
- ▶ focaremos nas colisões ultraperiféricas de íons;
- ▶ são colisões com maior distância (parâmetro de impacto) e com interação predominantemente eletromagnética;
- ▶ por conta disso, também há menos multiplicidade nos estados finais e os resultados experimentais são mais facilmente tratados;
- ▶ fenômenos de interesse incluem a produção de pares de partículas a partir de colisões de fótons.

Objetivos do Trabalho

Para a realização do trabalho propomos uma revisão bibliográfica com cálculo analítico e computacional de quantidades de interesse dos processos de colisão. Para isso, temos os seguintes objetivos específicos:

- 1 realizar a revisão bibliográfica do método;
- 2 realizar o cálculo do fator de forma para o fator de forma para diferentes distribuições de carga;
- 3 deduzir o número de fótons equivalentes para diferentes distribuições de carga;
- 4 realizar um estudo mais aprofundado sobre o fenômeno de fotoprodução de pares de partícula-antipartícula;
- 5 obter as curvas teóricas para as seções de choque de diferentes processos de colisão e compará-las com as curvas experimentais.

Seção de Choque Diferencial e Total

O problema de interesse do método é o de colisão de partículas carregadas. A quantidade de interesse em colisões é a seção de choque.



Figura: Partícula adentrando a região de espalhamento por uma seção de área $d\sigma$ e sendo espalhada em um ângulo sólido $d\Omega$. Retirado de [Griffiths, 1987].

Seção de Choque Diferencial e Total

Da figura temos as diferenciais,

$$d\sigma = |b db d\phi|, \quad (1)$$

$$d\Omega = |\sin \theta d\theta d\phi|, \quad (2)$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left| \frac{b}{\sin \theta} \frac{db}{d\theta} \right|. \quad (3)$$

A seção de choque total vem pela integral sobre Ω ,

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin \theta d\theta d\phi. \quad (4)$$

Isto para uma partícula incidente individual!

Estamos levando em conta uma partícula individual. Se quisermos tratar um feixe de partículas, vamos precisar definir a *luminosidade*.

Luminosidade

Para um feixe de N partículas com mesma energia atravessando a área $d\sigma$, a luminosidade \mathcal{L} é definida como a quantidade de partículas que atravessam a região de espalhamento por unidade de área por unidade de tempo.

Disso, reescrevemos a seção de choque para um feixe de múltiplas partículas,

$$dN = \mathcal{L} d\sigma, \quad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\mathcal{L}} \frac{dN}{d\Omega}. \quad (6)$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

Inicialmente consideramos uma carga em movimento como abaixo.¹

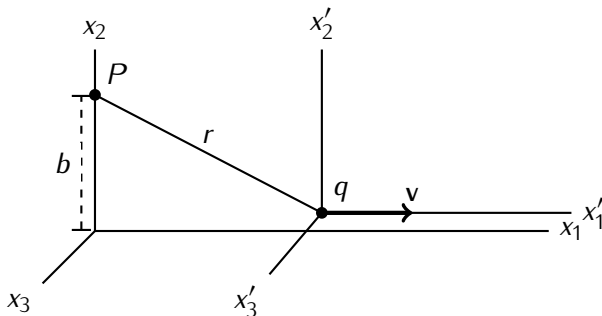


Figura: Carga q em movimento com velocidade v passando por um ponto de observação P com parâmetro de impacto b e distância r . Referencial Σ é solidário ao ponto P e Σ' é solidário à carga pontual q . Adaptado de [Jackson, 1999].

¹A partir daqui usaremos unidades naturais ($\hbar = c = 1$).

Demonstração do Método para Carga Pontual

Os campos \mathbf{E} e \mathbf{B} são escritos em forma explicitamente covariante usando o tensor eletromagnético,

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

A transformada de Lorentz das componentes deste tensor é dada por,

$$F'^{\mu\nu} = \frac{\partial x'^{\mu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x'^{\nu}}{\partial x^{\beta}} F^{\alpha\beta} = \Lambda_{\alpha}^{\mu} \Lambda_{\beta}^{\nu} F^{\alpha\beta}. \quad (8)$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

Λ^μ_ν são as componentes da matriz de transformação de Lorentz, dada, para o nosso caso, como,

$$(\Lambda^\mu_\nu) = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

sendo $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ e $\beta = v/c$ os parâmetros relativísticos da partícula.

O cálculo dos termos não nulos leva a,

$$\begin{cases} E'_1 = E_1 \\ E'_2 = \gamma(E_2 - \beta B_3) \\ E'_3 = \gamma(E_3 + \beta B_2) \end{cases} \quad \begin{cases} B'_1 = B_1 \\ B'_2 = \gamma(B_2 + \beta E_3) \\ B'_3 = \gamma(B_3 - \beta E_2) \end{cases} . \quad (10)$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

Escrevendo os campos nas *coordenadas* de Σ e depois aplicando a transformada de Lorentz temos os campos no *referencial* Σ ,

$$E_1(t) = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (11)$$

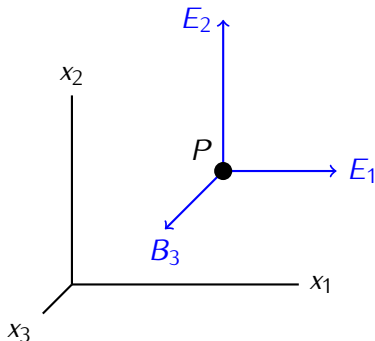
$$E_2(t) = \frac{q\gamma b}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (12)$$

$$B_3(t) = \beta E_2(t). \quad (13)$$

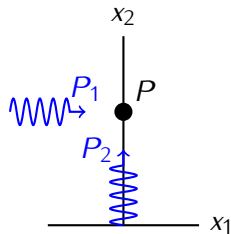
Aproximamos estes campos como pulsos de onda.

Analisando esses campos podemos notar que E_2 e B_3 formam um pulso de onda na direção x_1 . Ainda assim, a interação do campo E_1 pode ser analisada como um pulso de onda pela inserção de um campo magnético artificial como aproximação.

Demonstração do Método para Carga Pontual



(a) Campos observados no referencial do ponto P .



(b) Pulsos aproximados P_1 e P_2 atingindo P .

Figura: Aproximação chave do método dos fótons virtuais é a de substituir os campos elétrico e magnético por pulsos de radiação equivalentes. Ambas as figuras adaptadas de [Caruso, 2009].

Demonstração do Método para Carga Pontual

Com isso, iremos calcular agora os espectros de frequência², para ambos os pulsos. Estes o são

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{2\pi} |E_2(\omega)|^2, \quad (14)$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{2\pi} |E_1(\omega)|^2, \quad (15)$$

em que

$$E_{1,2}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} dt E_{1,2}(t) e^{i\omega t}, \quad (16)$$

é a transformada de Fourier da parte elétrica dos pulsos.

²A energia por unidade de frequência e área de um pulso

Demonstração do Método para Carga Pontual

O cálculo da integral para os dois campos leva ao seguinte resultado,

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \xi^2 K_1^2(\xi), \quad (17)$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \frac{1}{\gamma^2} \xi^2 K_0^2(\xi), \quad (18)$$

onde $\xi \equiv \frac{\omega b}{\gamma v}$ e as funções K_1 e K_0 são as funções modificadas de Bessel.

Demonstração do Método para Carga Pontual

A partir disso, o número de fótons equivalentes pode ser obtido pelo espectro de frequência como,

$$\begin{aligned} N(\omega, b) &= \frac{1}{\omega} [I_1(\omega, b) + I_2(\omega, b)] \\ &= \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \frac{1}{\omega^2} \xi^2 \left[K_1^2(\xi) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(\xi) \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

Este pode ser simplificado:

Por conta do fator γ^{-2} , para velocidades relativísticas altas o termo com K_0 contribui pouco para o fluxo de fótons e podemos escrever,

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \frac{1}{\omega^2} \xi^2 K_1^2(\xi). \quad (20)$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

O número de fótons total é dado pela integral de $N(\omega, b)$ sobre os parâmetros de impacto,

$$n(\omega) = \int_{b_{\min}}^{\infty} db \, b N(\omega, b) = \frac{1}{\pi} \frac{2q^2}{\beta^2} \frac{1}{\omega} \left\{ \xi_{\min} K_0(\xi) K_1(\xi_{\min}) - \frac{\beta^2}{2} \xi_{\min}^2 \left[K_1^2(\xi_{\min}) - K_0^2(\xi_{\min}) \right] \right\}. \quad (21)$$

Para o caso da partícula incidente não ser pontual é introduzido o *fator de forma* $F(|\mathbf{q}|)$. Assim, o $N(\omega, b)$ fica escrito como,

$$N(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{Z^2 \alpha}{\beta^2 \omega b^2} \left| \int du \, u^2 J_1(u) \frac{F[(u^2 + \xi^2)/b^2]}{u^2 + \xi^2} \right|^2. \quad (22)$$

O fator de forma $F(|\mathbf{q}|)$ é a transformada de Fourier da distribuição de carga $f(\mathbf{r})$. \mathbf{q} aqui é a transferência de momento na colisão.

Sobre o Fator de Forma

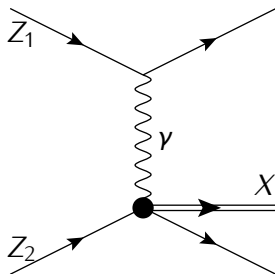
- A maior parte das distribuições de carga são esfericamente simétricas.

$f(r)$	$F(\mathbf{q})$
$\delta(r)/4\pi$	1
$\frac{a^3}{8\pi} e^{-ar}$	$\left(\frac{1 + \mathbf{q} ^2}{a^2} \right)^{-2}$
$(a^2/2\pi)^{3/2} e^{-a^2 r^2/2}$	$e^{ \mathbf{q} ^2/2a^2}$
$\begin{cases} 3/4\pi R^3, & r \leq R \\ 0, & r > R \end{cases}$	$\frac{3(\sin \alpha - \alpha \cos \alpha)}{\alpha}, \alpha = \mathbf{q} R$

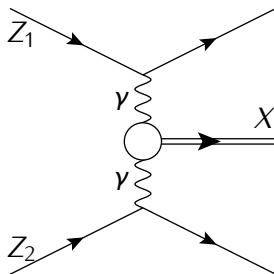
Tabela: Fatores de forma disponíveis para diferentes distribuições de carga esfericamente simétricas. Tabela retirada de [Povh et al., 2012].

- ▶ Possuem alto parâmetro de impacto b .
- ▶ A interação é predominantemente eletromagnética.
- ▶ Estados finais tem baixa multiplicidade → dados experimentais mais limpos!
- ▶ Fenômenos de interesse ocorrem como a produção de partículas por colisão de fótons.

Colisões Ultraperiféricas



(a) Processo de excitação do íon Z_2 pelo fóton γ e produção do estado final X .



(b) Processo de produção do estado X por colisão dos fótons γ .

Figura: Fenômenos de fotoprodução de estados X . Ambas as figuras retiradas de [Bertulani et al., 2005].

As seções de choque são calculadas com $n(\omega)$

As seções de choque dos processos são obtidos com o número de fótons equivalentes. Para os processos de excitação e colisão de fótons temos, respectivamente,

$$\sigma_X = \int d\omega \frac{n(\omega)}{\omega} \sigma_X^\gamma(\omega) \quad (23)$$

$$\sigma_{Z_1 Z_2 \rightarrow X} = \int d\omega_1 d\omega_2 \frac{n(\omega_1)}{\omega_1} \frac{n(\omega_2)}{\omega_2} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\omega_1, \omega_2), \quad (24)$$

onde σ_X^γ é a seção de choque fotonuclear e $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$ é a seção de choque fóton-fóton.

- ▶ Energia (a frequência ω) e parâmetro de impacto mínimo são relacionados aos parâmetros dos experimentos de colisão;
- ▶ Destacamos a luminosidade e a energia máxima de colisão
$$\omega_{\max} \sim \frac{\gamma v}{b};$$
- ▶ Estes são relacionados com a quantidade de íons por feixe e a energia máxima com que estes colidem.

Íons	Acelerador	ω_{\max}	$\mathcal{L} [10^{30} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}]$
$e^+ e^-$	VEPP (Novosibirsk)	6,0 GeV	20
	BEPC-II (China)	1,89 GeV	1000
	CESR-C (Cornwell)	6,0 GeV	76
$p p$	LHC (CERN)	6,5 TeV	$2,11 \cdot 10^4$
$p \bar{p}$	TEVATRON (Fermilab)	0,980 TeV	431
$Au Au$	RHIC (Brookhaven)	0,1 TeV	8,7
$p Au$	RHIC	0,1 TeV	450
$Xe Xe$	LHC	2,72 TeV	0,4

Tabela: Parâmetros de experimentos de alguns colisores. Tabela baseada em [Workman et al., 2022].

- ▶ Revisão mais aprofundada da literatura sobre os temas discutidos;
- ▶ refazer os cálculos analíticos para as quantidades de interesse nos casos em que for possível:
 - Fatores de forma $F(|\mathbf{q}|)$;
 - números de fótons $N(\omega, b)$ e $n(\omega)$;
 - seções de choque σ .
- ▶ obter as curvas teóricas e realizar cálculos computacionais com auxílio da biblioteca GSL (*Gnu Scientific Library*) para C++.

	Mês 1	Mês 2	Mês 3	Mês 4	Mês 5
1) Revisão bibliográfica	×	×	×	×	
2) Dedução dos $F(\mathbf{q})$	×	×	×		
3) Cálculo de $N(\omega, b)$ e $n(\omega)$		×	×	×	
4) Obtenção das σ		×	×	×	
5) Redação do TCC			×	×	×
6) Defesa do TCC					×

Tabela: Cronograma a ser seguido na execução do projeto.

Referências I



Bertulani, C. A., Klein, S. R., and Nystrand, J. (2005).
Physics of ultra-peripheral nuclear collisions.
Annual Review of Nuclear and Particle Science, 55(1):271–310.



Caruso, F. (2009).
Sobre o método de weiszäcker-williams e suas primeiras aplicações.
Monografia do CBPF.
CBPF-MO-001/09.



Griffiths, D. (1987).
Introduction to Elementary Particles.
John Wiley & Sons, INC.



Jackson, J. D. (1999).
Classical Electrodynamics.
John Wiley & Sons, INC., 3 edition.



Povh, B., Rith, K., Scholz, C., and Zetsche, F. (2012).
Particles and Nuclei: An Introduction to the Physical Concepts.
Springer Berlin Heidelberg, 6 edition.



Workman et al. (2022).
Review of particle physics.
Progress of Theoretical and Experimental Physics, 2022(8):083C01.

Agradecimentos



Dedução da Transformada de Lorentz para os Campos

Sendo os campos elétrico e magnético escritos em termos dos potenciais,

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}, \quad (25)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (26)$$

estes são escritos em forma explicitamente covariante usando o tensor eletromagnético,

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Como escrevemos os Campos nas Coordenadas de Σ

Os campos como percebidos em P ,
no referencial Σ' tem a forma

$$E'_1 = -\frac{qv't'}{r'^3}, \quad E'_2 = \frac{qb}{r'^3}. \quad (28)$$

Escrevemos nas *coordenadas* de Σ
usando,

$$t' = \gamma t, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} r' &= \sqrt{b^2 + (vt')^2} \\ &= \sqrt{b^2 + v^2 \gamma^2 t^2}. \end{aligned} \quad (30)$$

Assim

$$E'_1 = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (31)$$

$$E'_2 = \frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \quad (32)$$

para os quais devemos aplicar a
transformação de Lorentz.