Método dos Fótons Equivalentes

Revisão e Aplicações

Alfredo Achterberg S. Pacheco
Orientado por: Prof. Dr. Werner Krambeck Sauter

Instituto de Física e Matemática - Universidade Federal de Pelotas

25 de Setembro, 2023

Estrutura da Apresentação

1. Introdução e Contextualização
2. Objetivos do Trabalho
3. Seção de Choque Diferencial e Total
4. Demonstração do Método para Partícula Incidente Pontual

Introdução e Contextualização

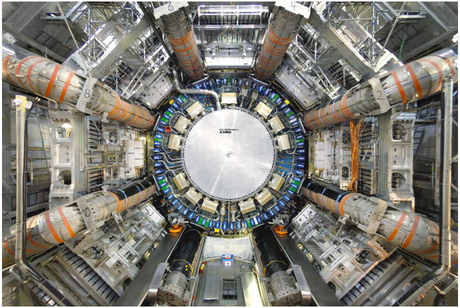


Figura: Foto do detector ATLAS do LHC.
Créditos: [https://home.web.cern.ch/science/experiments/atlas]

Colisões de partículas constituem o método experimental mais utilizado atualmente para o entendimento da estrutura fundamental da matéria e de teste para novos modelos físicos.

Introdução e Contextualização

Estudos desse tipo de processo tem longa história na física.

- Como exemplo o trabalho de decréscimo de velocidade de partículas α e β em meios materiais por N. Bohr;
- nesse trabalho, o físico propôs que a interação de partículas carregadas pode ser entendida pelo fenômeno eletromagnético de dispersão (uma analogia);
- em 1924, E. Fermi propôs que os campos de uma partícula carregada podem ser aproximados como pulsos de onda ou *fluxos de fótons virtuais*.

Introdução e Contextualização

Disso, E. J. Williams, em 1933, propôs a generalização relativística do que seria o método dos fótons equivalentes.

- O método consiste, de forma introdutória, em obter o número de fótons virtuais do campo eletromagnético de uma partícula a partir da transformada de Fourier dos mesmos campos;
- este consiste de uma aproximação *semi-clássica* para o cálculo desses fótons virtuais.

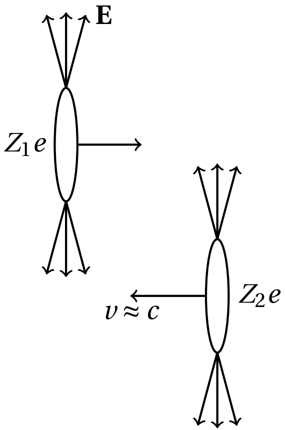


Figura: Esquema representando os campos relativísticos de dois íons Z_1 e Z_2

Introdução e Contextualização

Desde tais desenvolvimentos, este método aproximativo teve maior aplicação e desenvolvimentos na área de interação nuclear e de partículas fundamentais.

- Em especial, focaremos nas colisões ultraperiféricas de íons;
- são colisões com maior distância (parâmetro de impacto) e com interação dominantemente eletromagnética;
- pela interação ser eletromagnética também há menos multiplicidade nos estados finais e os resultados experimentais são mais facilmente tratados;
- fenômenos de interesse nesses processos incluem a produção de pares de partículas a partir de colisões de fótons.

Objetivos do Trabalho

Para a realização do trabalho propomos uma revisão bibliográfica com cálculo analítico e computacional de quantidades de interesse dos processos de colisão. Para isso, temos os seguintes objetivos específicos:

1. realizar a revisão bibliográfica do método;
2. realizar o cálculo do fator de forma para o fator de forma para diferentes distribuições de carga;
3. deduzir o número de fótons equivalentes para diferentes distribuições de carga;
4. realizar um estudo mais aprofundado sobre o fenômeno de fotoprodução de pares de partícula-antipartícula;
5. obter as curvas teóricas para as seções de choque de diferentes processos de colisão e compará-las com as curvas experimentais.

Seção de Choque Diferencial e Total

O problema de interesse do método é o de colisão de partículas carregadas. A quantidade de interesse em colisões é a seção de choque.

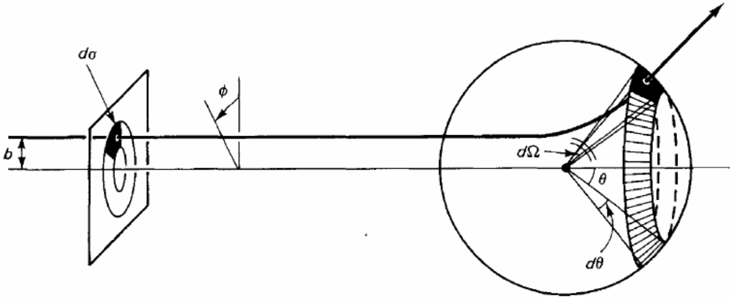


Figura: Partícula adentrando a região de espalhamento por uma seção de área $d\sigma$ e sendo espalhada em um ângulo sólido $d\Omega$.

Seção de Choque Diferencial e Total

Da figura temos as diferenciais,

$$d\sigma = |b\, db\, d\phi|, \tag{1}$$

$$d\Omega = |\operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi|. \tag{2}$$

A razão entre as duas é,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left|\frac{b}{\operatorname{sen}\theta}\frac{db}{d\theta}\right|. \tag{3}$$

Que é a seção de choque diferencial.

A seção de choque total vem pela integral sobre Ω,

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi. \tag{4}$$

Seção de Choque Diferencial e Total

Isto para uma partícula incidente individual!

Estamos levando em conta uma partícula individual. Se quisermos tratar um feixe de partículas, vamos precisar definir a *luminosidade*.

Seção de Choque Diferencial e Total

Luminosidade

Para um feixe de N partículas com mesma energia atravessando a área $d\sigma$, a luminosidade $\mathscr{L}$ é definida como a quantidade de partículas que atravessam a região de espalhamento por unidade de área por unidade de tempo.

Disso, reescrevemos a seção de choque para um feixe de múltiplas partículas,

$$dN = \mathscr{L}\, d\sigma, \tag{5}$$

$$\Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{\mathscr{L}} \frac{dN}{d\Omega}. \tag{6}$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

A dedução do método segue os seguintes passos:

- obter os campos de uma carga pontual em movimento pela transformada de Lorentz;
- calcular a transformada de Fourier para a frequência dos campos, obtendo assim o espectro de frequência;
- a quantização do espectro de frequência nos fornece o número de fótons equivalentes dos campos da partícula.

Demonstração do Método para Carga Pontual

Inicialmente consideramos uma carga em movimento como abaixo.[1]

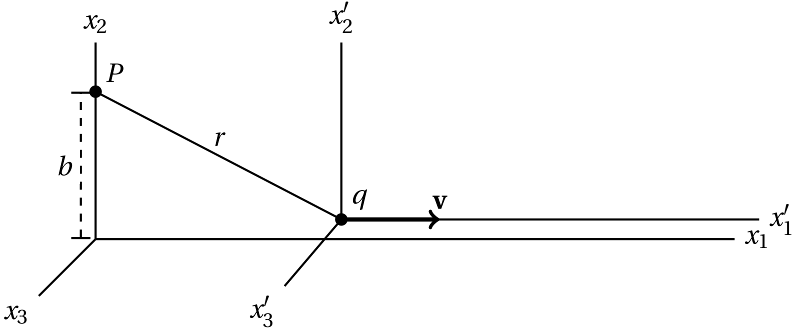


Figura: Carga q em movimento com velocidade $\mathbf{v}$ passando por um ponto de observação P com parâmetro de impacto b e distância r. Referencial Σ é solidário ao ponto P e Σ' é solidário à carga pontual q.

[1] A partir daqui usaremos unidades naturais ($\hbar = c = 1$).

Demonstração do Método para Carga Pontual

Sendo os campos elétrico e magnético escritos em termos dos potenciais,

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \tag{7}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \tag{8}$$

estes são escritos em forma explicitamente covariante usando o tensor eletromagnético,

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -B_3 & B_2 \\ E_2 & B_3 & 0 & -B_1 \\ E_3 & -B_2 & B_1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{9}$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

Este se transforma como,

$$F'^{\mu\nu} = \Lambda^{\mu}_{\alpha}\Lambda^{\nu}_{\beta}F^{\alpha\beta} \tag{10}$$

onde Λ^{ν}_{μ} são os componentes da matriz de transformação de Lorentz,

$$\Lambda^{\mu}_{\nu} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{11}$$

sendo $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$ e $\beta = v/c$ os parâmetros relativísticos da partícula.

Demonstração do Método para Carga Pontual

A transformação dos campos é assim obtida como,

$$\begin{cases} E_1' = E_1 \\ E_2' = \gamma(E_2 - \beta B_3) \\ E_3' = \gamma(E_3 + \beta B_2) \end{cases} \qquad \begin{cases} B_1' = B_1 \\ B_2' = \gamma(B_2 + \beta E_3) \\ B_3' = \gamma(B_3 - \beta E_2) \end{cases} \quad . \tag{12}$$

Demonstração do Método para Carga Pontual

Os campos como percebidos em P, no referencial Σ' tem a forma

$$E_1' = -\frac{qvt'}{r'^3}, \qquad E_2' = \frac{qb}{r'^3}. \tag{13}$$

Escrevemos nas *coordenadas* de Σ usando,

$$t' = \gamma t, \tag{14}$$

$$\begin{aligned} r' &= \sqrt{b^2 + (vt')^2} \\ &= \sqrt{b^2 + v^2\gamma^2 t^2}. \end{aligned} \tag{15}$$

Assim

$$E_1' = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \tag{16}$$

$$E_2' = \frac{qb}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \tag{17}$$

para os quais devemos aplicar a transformação de Lorentz.

Demonstração do Método para Carga Pontual

Aplicando a transformada de Lorentz, temos os campos no *referencial* Σ',

$$E_1(t) = -\frac{q\gamma vt}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \tag{18}$$

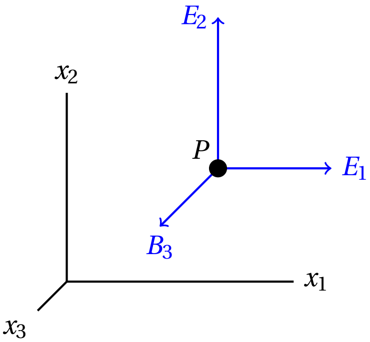
$$E_2(t) = \frac{q\gamma b}{(b^2 + \gamma^2 v^2 t^2)^{3/2}}, \tag{19}$$

$$B_3(t) = \beta E_2(t). \tag{20}$$

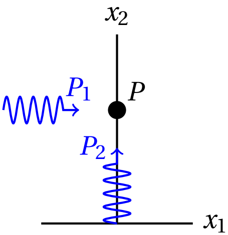
Aproximamos estes campos como pulsos de onda.

Analisando esses campos podemos notar que E_2 e B_3 formam um pulso de onda na direção x_1. Ainda assim, a interação do campo E_1 pode ser analisada como um pulso de onda pela inserção de um campo magnético artificial como aproximação.

Demonstração do Método para Carga Pontual



(a) Campos observados no referencial do ponto P.



(b) Pulsos aproximados P_1 e P_2 atingindo P.

Figura: Aproximação chave do método dos fótons virtuais é a de substituir os campos elétrico e magnético por pulsos de radiação equivalentes.

Demonstração do Método para Carga Pontual

Com isso, iremos calcular agora os espectros de frequência[2], para ambos os pulsos. Estes o são

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{2\pi}|E_2(\omega)|^2, \tag{21}$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{2\pi}|E_1(\omega)|^2. \tag{22}$$

em que

$$E_{1,2}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} dt\, E_{1,2}(t)e^{i\omega t} \tag{23}$$

é a transformada de Fourier da parte elétrica dos pulsos.

[2] A energia por unidade de frequência e área de um pulso

Demonstração do Método para Carga Pontual

O cálculo da integral para os dois campos leva ao seguinte resultado,

$$I_1(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \xi^2 K_1^2(\xi), \tag{24}$$

$$I_2(\omega, b) = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{\beta^2 b^2} \frac{1}{\gamma^2} \xi^2 K_0^2(\xi). \tag{25}$$

onde $\xi \equiv \dfrac{\omega b}{\gamma v}$ e as funçõesK_1 e K_0 são as funções modificadas de Bessel.

Demonstração do Método para Carga Pontual

A partir disso, teremos o seguinte para os campos,