Отчет 1

Отчёт по проделанной работе:

Определение минимальной скорости мотоциклиста внутри шара с использованием методов классической и аналитической механики

Команда - Кривошеин, Сулимов, Юдинцев

Цель работы

Определить минимальную скорость мотоцикла, необходимую для устойчивого движения по экватору шара, после которого нижняя часть шара отделяется. Основной упор сделан на методы классической и аналитической механики.

Этапы работы и выводы

1. **Начальный подход: применение законов Ньютона**

   Первым шагом мы рассмотрели задачу с точки зрения классической механики, используя законы Ньютона. В верхней точке экватора шара на мотоцикл действуют две силы:

   - Сила тяжести $F_g = mg$, направленная вниз.
   - Центростремительная сила $F_c = \frac{mv^2}{r}$, необходимая для движения по окружности.

   Условие отрыва нижней части шара означает, что нормальная реакция опоры N в верхней точке становится равной нулю. Это приводит к уравнению:

   $$\frac{mv^2}{r} = mg$$

   Отсюда минимальная скорость:

   $$v = \sqrt{gr}$$

   Почему этот подход подошёл?

   - Он прост и основан на фундаментальных принципах классической механики.

- Уравнение напрямую связывает скорость, радиус шара и ускорение свободного падения, что соответствует физической интуиции.

2. **Проверка через нормальную реакцию**

   Для проверки мы рассмотрели более общий случай, где нормальная реакция N не равна нулю. В верхней точке:

$$N = mg - \frac{mv^2}{r}$$

   При $N = 0$ (условие отрыва) мы снова приходим к формуле $v = \sqrt{gr}$.

   Почему этот подход подтвердил результат?

   - Он показал, что условие отрыва действительно связано с балансом центростремительной силы и силы тяжести.

3. **Применение лагранжева формализма**

   Чтобы убедиться в корректности результатов, я перешёл к аналитической механике и использовал лагранжев формализм. Функция Лагранжа для системы (мотоцикл на сфере):

$$L = T - U = \frac{1}{2}m(r\dot{\theta})^2 - mgr(1 - \cos\theta)$$

   Уравнение движения:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

   После вычислений получил дифференциальное уравнение:

$$r\ddot{\theta} = g\sin\theta$$

   Для устойчивого движения по экватору ($\theta = 90^\circ$) это уравнение сводится к условию $v = \sqrt{gr}$

   Почему лагранжев подход подтвердил результат?

   - Он показал, что результат, полученный через законы Ньютона, согласуется с более общим подходом аналитической механики.
   - Лагранжев формализм позволил учесть геометрические ограничения (движение по сфере) без явного рассмотрения реакций связей.

Итоговые выводы

1. Минимальная скорость мотоцикла определяется формулой $v = \sqrt{gr}$, которая была получена как через законы Ньютона, так и через лагранжев формализм.

2. Лагранжев подход подтвердил корректность результата, что делает его универсальным методом для подобных задач.

Пример расчёта

Для шара радиусом $r = 5\,\text{м}$:

$$v = \sqrt{9.81 \cdot 5} \approx 7\,\text{м/с}\;(\approx 25.2\,\text{км/ч}).$$
