

Мотоциклист в сфере

Математические модели для решения физических
задач

Команда: Кривошеин Алексей, Сулимов Андрей, Юдинцев Степан

Цель проекта

Основная цель:

Исследовать движение мотоциклиста внутри сферы, определить условия устойчивого движения по экватору и необходимые параметры для выполнения трюка “сфера смерти”, включая отрыв нижней части сферы.

Ключевые задачи:

- Разработать математическую модель движения.
- Определить минимальную скорость v_{\min} для движения по экватору.
- Реализовать интерактивный GUI-симулятор для визуализации и анализа.
- Исследовать влияние параметров (радиус, трение, тяга) на движение.

Роли в команде

- **Кривошеин Алексей:**
 - Интеграция физической модели и GUI.
 - Написание отчета и технической документации.
 - Тестирование, верификация результатов, анализ чувствительности.
- **Сулимов Андрей:**
 - Разработка графического интерфейса (PyQt5, 3D-визуализация).
 - Реализация элементов управления, отображения данных и траектории.
 - Анализ литературных источников.
- **Юдинцев Степан:**
 - Разработка динамической модели (Python).
 - Реализация физических алгоритмов (силы, интегрирование, условия отрыва/проскальзывания).

Анализ литературы

- **Ключевые источники:**

- Ландау, Лифшиц “Механика” — фундаментальные принципы.
- Goldstein “Classical Mechanics” — углубленный лагранжев формализм.
- Статьи McDonald K.T., Abramowicz M.A. — специфика движения в сфере.
- Журнал «Квант», Downey A.B. “Modeling and Simulation” — практические подходы.

- **Влияние на работу:**

- Подтверждение теоретических формул (v_{\min}).
- Понимание важности учета трения и динамики.
- Обоснование выбора численных методов и подходов к моделированию.

Математическая модель и Алгоритмы

Выбор подходов, алгоритмов и структур данных

- **Физическая модель:**

- Ньютоновская механика для описания сил.
- Лагранжев формализм для верификации и анализа устойчивости.

- **Численный метод:**

- **Метод Эйлера:**

- Выбран, как наиболее простой и надежный в реализации.

- **Интерактивность:**

- **PyQt5 для GUI:** 3D-визуализация и управление параметрами.

- **Ключевые алгоритмы:**

- **Итерационное**

интегрирование ОДУ: Эйлер для пошагового расчета $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{v}(t)$.

- **Проверка условий:** Алгоритмы для детекции отрыва ($N \leq 0$) и проскальзывания ($F_{\text{трения}} > \mu_s N$).

- **Коррекция траектории:**

Обеспечение нахождения точки на поверхности сферы.

Входные данные модели

- **Геометрия:** Радиус сферы R (м).
- **Объект:** Масса мотоциклиста m (кг) (моделируется как материальная точка).
- **Силы:**
 - Коэффициент статического трения μ_s .
 - Сила тяги двигателя F_{drive} (Н) или a_e (м/с²).
- **Симуляция:**
 - Общее время симуляции T_{sim} (с).
 - Шаг интегрирования Δt (с).
- **Начальные условия:**
 - Позиция \mathbf{r}_0 на сфере.
 - Скорость \mathbf{v}_0 .

Параметры симуляции

Радиус сферы (м): 4.0

Масса точки (кг): 1.0

Сила тяги (Н): 15.0

Время симуляции (сек): 15.0

Начальные условия

Позиция (x, y, z)

X: 0.1 Y: 3.95 Z: 0.0

Скорость (vx, vy, vz)

Vx: 0.0 Vy: 0.0 Vz: 2.0

Параметры модели

- **Динамика:**
 - Траектория движения $\mathbf{r}(t)$.
 - Вектор скорости $\mathbf{v}(t)$ и скалярная скорость $v(t)$.
 - Сила нормальной реакции $N(t)$.
- **Критические значения:**
 - Минимальная скорость v_{\min} для удержания на экваторе.
 - Минимальная начальная скорость $v_{0,\min}$ для “мертвой петли”.
- **События:**
 - Момент и условия отрыва от поверхности.

Информация о точке (текущий кадр)

Критическая скорость: 6.26 м/с

Время: 1.275 сек

Позиция (x,y,z): (-1.975, -0.966, -3.342)

Скорость (vx,vy,vz): (8.131, 4.242, -6.032)

Скорость (скаляр): 10.977 м/с

Математическая модель: Уравнения

Основное уравнение движения (2-й закон Ньютона):

$$m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}_{\text{gravity}} + \mathbf{F}_{\text{drive}} + \mathbf{F}_{\text{friction}} + \mathbf{N}$$

где \mathbf{N} – сила нормальной реакции, $\mathbf{F}_{\text{friction}}$ – сила трения.

Сила нормальной реакции (для движения по окружности в верт. плоскости):

$$N = m \frac{v^2}{R} - mg \cos \theta$$

Условие отсутствия проскальзывания:

$$|\mathbf{F}_{\text{friction}}| \leq \mu_s N$$

Критическая скорость на экваторе (без соскальзывания вниз):

$$v_{\text{min, equator}} = \sqrt{\frac{gR}{\mu_s}}$$

Сравнение моделей

Статическая модель (анализ равновесия):

- Рассматривает силы в конкретной точке
- Позволяет вывести аналитические формулы
- не описывает переходные процессы, разгон

Динамическая модель (симуляция):

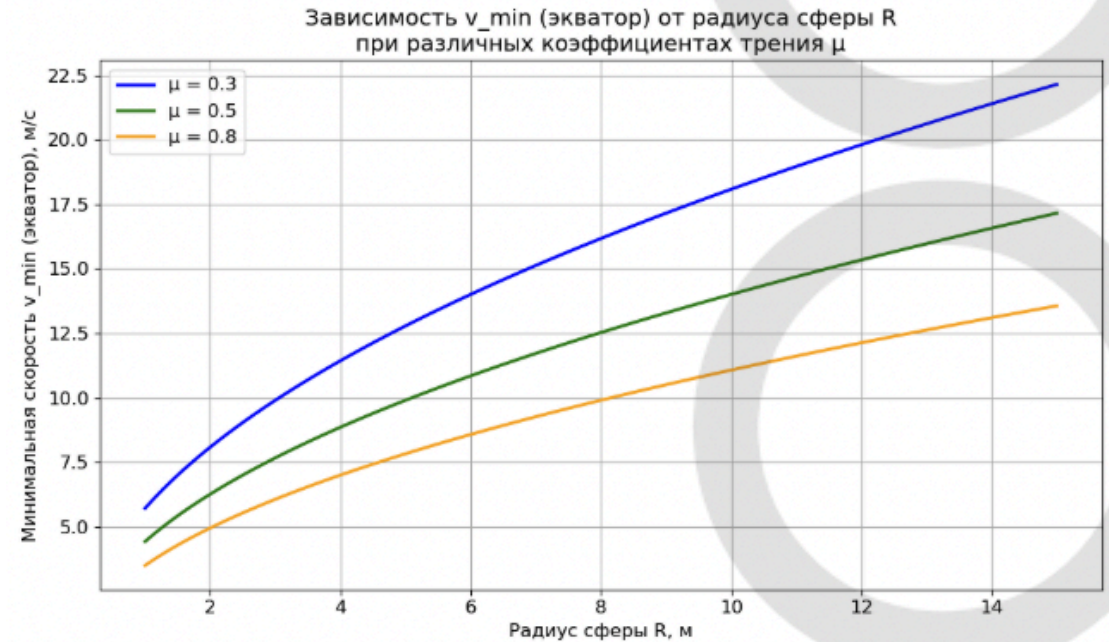
- Описывает эволюцию системы во времени:
 $\mathbf{r}(t)$, $\mathbf{v}(t)$.
- Учитывает инерцию, изменение скорости
- Позволяет моделировать:
 - Разгон до нужной скорости.
 - Движение по сложным траекториям ("мертвая петля").

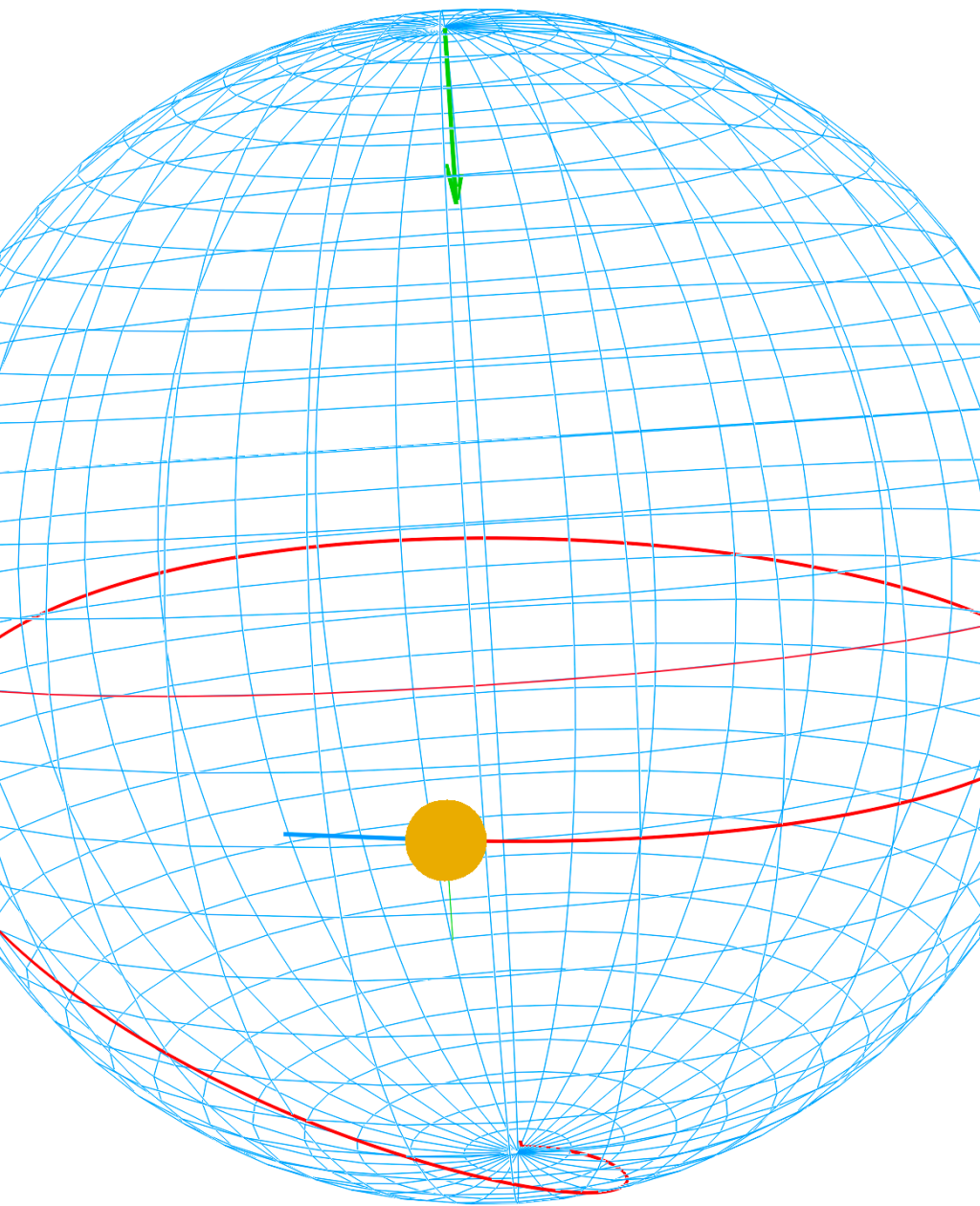
Результаты симуляции и GUI

Количественные результаты и верификация

Проверка теоретических предсказаний:

- $v_{\min, \text{equator}} = \sqrt{gR/\mu_s}$: Симуляции подтвердили эту формулу для разных R и μ_s .
- “Мертвая петля” (без тяги, старт снизу): $v_{0,\min} \approx \sqrt{5gR}$. Симуляция показала отрыв при меньших скоростях.





Основные результаты проекта

- Разработана и реализована динамическая модель движения мотоциклиста в сфере.
- Создан интерактивный GUI-симулятор на Python (PyQt5) с 3D-визуализацией, позволяющий:
 - Задавать параметры системы ($R, m, \mu_s, F_{\text{drive}}$).
 - Наблюдать траекторию движения в реальном времени.
 - Отслеживать критические события (отрыв, падение).
- Проведена верификация модели:

Результаты симуляционных расчетов

Спасибо за внимание!

Готовы ответить на ваши вопросы.