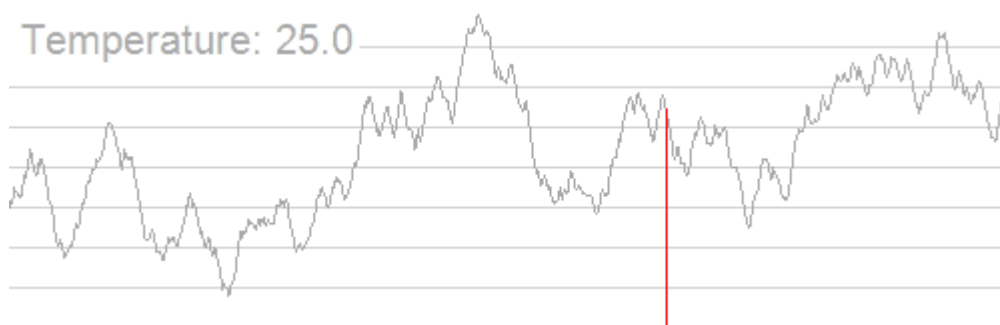


# Метод Имитации Отжига (Simulated annealing)

✎ Зачем это нужно и почему важно

Предотвращает попадание в локальный минимум, позволяя алгоритму найти *глобальный* минимум



## Основная часть

Алгоритм основывается на *имитации физического процесса*, который происходит при кристаллизации вещества, в том числе при отжиге металлов. Предполагается, что атомы вещества *уже почти выстроены* в кристаллическую решётку, *но ещё допустимы переходы* отдельных атомов из одной ячейки в другую. *Активность атомов тем больше, чем выше температура, которую постепенно понижают, что приводит к тому, что вероятность переходов в состояния с большей энергией уменьшается.* Устойчивая кристаллическая решётка соответствует минимуму энергии атомов, поэтому атом либо переходит в состояние с меньшим уровнем энергии, либо остаётся на месте.

Алгоритм поиска минимума методом имитации отжига предполагает свободное задание:

- $x_0 \in X$  - начальное состояние системы
- оператора  $A(x, i) : X \times \mathbb{N} \rightarrow X$  случайно генерирующего новое состояние системы после  $i$ -ого шага с учётом текущего состояния  $x$  (этот оператор, с одной стороны, должен обеспечивать достаточно свободное случайное блуждание по пространству  $X$ , а с другой — работать в некоторой степени целенаправленно, обеспечивая быстроту поиска)
- $T_i > 0$  — убывающей к нулю положительной последовательности, которая задаёт аналог понижающейся температуры в кристалле. Скорость остывания (закон

убывания) также может задаваться (и варьироваться) произвольно, что придаёт алгоритму значительной гибкости.

---

Алгоритм генерирует процесс случайного блуждания по пространству состояний  $X$ . Решение ищется последовательным вычислением точек  $x_0, x_1, x_2, \dots$ , каждая точка, начиная с  $x_1$ , «претендует» на то, чтобы лучше предыдущих приближать решение. *На каждом шаге* алгоритм (который описан ниже) вычисляет новую точку и понижает значение величины (изначально положительной), понимаемой как «температура».

Последовательность этих точек (состояний) получается следующим образом. *К точке  $x_i$  применяется оператор  $A$ , что даёт точку кандидата  $x_i^* = A(x_i, i)$  для которой вычисляется соответствующее изменение "энергии"  $\Delta F_i = F(x_i^*) - F(x_i)$ . Если энергия понижается* (Благоприятный исход) то осуществляется переход системы в новое состояние  $x_{i+1} = x_i^*$ . *Если энергия повышается* (неблагоприятный исход), переход в новое состояние может осуществиться лишь с некоторой вероятностью, зависящей от величины повышения энергии и текущей температуры, в соответствии с законом **распределения Гиббса**:

$$P(x_i^* \rightarrow x_{i+1} \mid x_i) = \exp(-\Delta F_i / T_i)$$

Если переход не произошёл, состояние системы остаётся прежним. *Алгоритм останавливается по достижении точки, которая оказывается при температуре ноль.*

Алгоритм имитации отжига похож на градиентный спуск, но за счёт случайности выбора промежуточной точки и возможности выбираться из локальных минимумов должен реже застревать в локальных, но не глобальных минимумах, чем градиентный спуск. *Алгоритм имитации отжига не гарантирует нахождения минимума функции*, однако при правильной настройке генерации случайной точки в пространстве  $X$  как правило, происходит улучшение начального приближения.

## Пример использования для решения раскраски графа

### Ссылки

- <https://habr.com/ru/articles/209610/>
- [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC\\_%D0%B8%D0%BC%D0%B8%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%B8\\_%D0%BE%D1%82%D0%B6%D0%B8%D0%B3%D0%B0](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B3%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%BC_%D0%B8%D0%BC%D0%B8%D1%82%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%B8_%D0%BE%D1%82%D0%B6%D0%B8%D0%B3%D0%B0)

## Видео

