



Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA  
Engenharia Eletrônica

# **Título: Estudo da Equação de Biotransferência de calor via Simetria de Lie**

Autor: Alice Fazzolino Pinto Barbosa  
Orientador: Dr. Ronni Amorim

Brasília, DF  
2018





Alice Fazzolino Pinto Barbosa

**Título: Estudo da Equação de Biotransferência de calor  
via Simetria de Lie**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Eletrônica) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Eletrônica).

Universidade de Brasília - UnB

Faculdade UnB Gama - FGA

Orientador: Dr. Ronni Amorim

Brasília, DF

2018

---

Alice Fazzolino Pinto Barbosa

Título: Estudo da Equação de Biotransferência de calor via Simetria de Lie/  
Alice Fazzolino Pinto Barbosa. – Brasília, DF, 2018-  
32 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Dr.Ronni Amorim

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília - UnB  
Faculdade UnB Gama - FGA , 2018.

1. Palavra-chave01. 2. Palavra-chave02. I. Dr.Ronni Amorim . II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Título: Estudo da Equação de Biotransferência de calor via Simetria de Lie

CDU 02:141:005.6

---

# Errata

Elemento opcional da ?4.2.1.2]NBR14724:2011. **Caso não deseje uma errata, deixar todo este arquivo em branco.** Exemplo:

FERRIGNO, C. R. A. **Tratamento de neoplasias ósseas apendiculares com reimplantação de enxerto ósseo autólogo autoclavado associado ao plasma rico em plaquetas:** estudo crítico na cirurgia de preservação de membro em cães. 2011. 128 f. Tese (Livre-Docência) - Faculdade de Medicina Veterinária e Zootecnia, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

Folha	Linha	Onde se lê	Leia-se
1	10	auto-conclavo	autoconclavo



Alice Fazzolino Pinto Barbosa

## **Título: Estudo da Equação de Biotransferência de calor via Simetria de Lie**

Monografia submetida ao curso de graduação em (Engenharia Eletrônica) da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em (Engenharia Eletrônica).

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 01 de junho de 2013:

---

**Dr.Ronni Amorim**  
Orientador

---

**Titulação e Nome do Professor**  
**Convidado 01**  
Convidado 1

---

**Titulação e Nome do Professor**  
**Convidado 02**  
Convidado 2

Brasília, DF  
2018





**A dedicatória é opcional. Caso não deseje uma, deixar todo este arquivo em  
branco.**

*Este trabalho é dedicado às crianças adultas que,  
quando pequenas, sonharam em se tornar cientistas.*



# Agradecimentos

A inclusão desta seção de agradecimentos é opcional, portanto, sua inclusão fica a critério do(s) autor(es), que caso deseje(em) fazê-lo deverá(ão) utilizar este espaço, seguindo a formatação de *espaço simples e fonte padrão do texto (arial ou times, tamanho 12 sem negritos, aspas ou itálico*.

**Caso não deseje utilizar os agradecimentos, deixar toda este arquivo em branco.**



A epígrafe é opcional. Caso não deseje uma, deixe todo este arquivo em  
branco.

*“Não vos amoldeis às estruturas deste mundo,  
mas transformai-vos pela renovação da mente,  
a fim de distinguir qual é a vontade de Deus:  
o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.  
(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)*



# Resumo

O resumo deve ressaltar o objetivo, o método, os resultados e as conclusões do documento. A ordem e a extensão destes itens dependem do tipo de resumo (informativo ou indicativo) e do tratamento que cada item recebe no documento original. O resumo deve ser precedido da referência do documento, com exceção do resumo inserido no próprio documento. (...) As palavras-chave devem figurar logo abaixo do resumo, antecidas da expressão Palavras-chave:, separadas entre si por ponto e finalizadas também por ponto. O texto pode conter no mínimo 150 e no máximo 500 palavras, é aconselhável que sejam utilizadas 200 palavras. E não se separa o texto do resumo em parágrafos.

**Palavras-chaves:** latex. abntex. editoração de texto.





# Abstract

This is the english abstract.

**Key-words:** latex. abntex. text editoration.



## Lista de ilustrações



## Lista de tabelas



# Lista de abreviaturas e siglas

Fig.            Area of the  $i^{th}$  component

456            Isto é um número

123            Isto é outro número

lauro cesar    este é o meu nome





# Lista de símbolos

$\Gamma$	Letra grega Gama
$\Lambda$	Lambda
$\zeta$	Letra grega minúscula zeta
$\in$	Pertence



# Sumário

	<b>Introdução</b> . . . . .	<b>27</b>
<b>1</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>1.1</b>	<b>Câncer de pele</b> . . . . .	<b>29</b>
<b>1.2</b>	<b>Harry H. Pennes e a Equação da Biotransferência de calor</b> . . . . .	<b>30</b>
<b>1.2.1</b>	<b>Modelo físico-matemático</b> . . . . .	<b>31</b>



# Introdução

Este documento apresenta considerações gerais e preliminares relacionadas à redação de relatórios de Projeto de Graduação da Faculdade UnB Gama (FGA). São abordados os diferentes aspectos sobre a estrutura do trabalho, uso de programas de auxílio a edição, tiragem de cópias, encadernação, etc.



# 1 Referencial Teórico

## 1.1 Câncer de pele

Segundo a Sociedade Brasileira de Dermatologia(SBD):

O tipo mais comum, o câncer da pele não melanoma, tem letalidade baixa, porém, seus números são muito altos. A doença é provocada pelo crescimento anormal e descontrolado das células que compõem a pele. Essas células se dispõem formando camadas e, de acordo com as que forem afetadas, são definidos os diferentes tipos de câncer. Os mais comuns são os carcinomas basocelulares e os espinocelulares. Mais raro e letal que os carcinomas, o melanoma é o tipo mais agressivo de câncer da pele. [?]

Segundo o Instituto Nacional do Câncer (INCA), no Brasil estimam-se 85.170 casos recentes de câncer de pele não melanoma entre homens e 80.410 nas mulheres para cada ano do biênio 2018-2019. Esses valores correspondem a um risco estimado de 82,53 casos novos a cada 100 mil homens e 75,84 para cada 100 mil mulheres.

De acordo com a Sociedade Brasileira de Dermatologia (SBD), o maior motivo para evolução do câncer de pele é devido a exposição aos raios ultravioletas irradiados pelo sol. Os horários mais perigosos são no período de 10 às 16 horas. Evitar a exposição intensa ao sol nesses horários e proteger a pele dos impactos da radiação UV são os melhores métodos para evitar os tumores de pele.

Geralmente, o câncer de pele é o menos agressivo dentre os outros existentes, mas se houver um diagnóstico tardio, este pode levar a ferimentos, sérias deformidades físicas e até a morte.

Há várias formas de tratamento atualmente, mas todos os casos precisam ser identificados antecipadamente. Com esse objetivo Lawson (1956), realizou uma experiência com 26 pacientes portadores de câncer de mama que comprovou que a temperatura da pele sobre o tumor na mama era maior que a do tecido normal.

O aumento médio de temperatura detectável na área do tumor foi de  $2.27^{\circ}F$  . O máximo foi de  $3.5^{\circ}F$  e o mínimo de  $1.3^{\circ}F$  . Em dois casos adicionais mostrando um aumento entre  $1.5^{\circ}$  e  $2^{\circ}F$  , o diagnóstico foi de malignidade duvidosa(LAWSON,1956).

Lawson(1956), também expôs que o sangue venoso que escoava o tumor maligno é constantemente mais quente do que o fornecido pelo sistema arterial .

De acordo com Fabrício(2008), diferentemente da trombose ou esclerose vascular da circulação periférica que reduz o sangue que flui na pele e consequentemente diminui a temperatura superficial da mesma, os tumores de pele provocam um aumento de temperatura local, por essa razão a temperatura incomum da pele pode apontar circulação sanguínea irregular, o que pode então ser usado para diagnósticos.

Para esse diagnóstico prévio é possível utilizar-se de problemas inversos, que são métodos que tentam encontrar a causa (tamanho e posição do tumor) de um resultado conhecido( distribuição de temperatura na superfície da pele). Na prática essa temperatura seria medida por equipamentos médicos.

A definição de temperatura em tecidos se dá por intermédio da transferência de calor nos mesmos. "Com a equação biotérmica de Pennes é possível encontrar a distribuição de temperatura e o fluxo de calor em um maciço de pele."(Fabrício,2008)

## 1.2 Harry H. Pennes e a Equação da Biotransferência de calor

Pennes, em 1948, foi o primeiro a propor um modelo matemático que representasse o processo de biotransferência de calor(SOUZA,p.28,2009). Realizou-se experimentos afim de estudar a difusão de calor no corpo humano.

As temperaturas dos tecidos normais do antebraço humano e do sangue arterial braquial foram medidas para avaliar a aplicabilidade da teoria do fluxo de calor ao antebraço em termos básicos de taxa local de produção de calor tecidual e fluxo volumétrico de sangue (PENNES 1948,p.93).

Com esse conteúdo elaborou-se uma equação que descreve a propagação de calor, denominada de Equação da Biotransferência de Calor ( Bioheat Transfer Equation - BHTE).

De acordo com (SILVA;LYRA;LIMA,2013):

A transferência de calor nos organismos vivos é caracterizada por dois mecanismos importantes: metabolismo e fluxo sanguíneo. O sangue escoar, de forma não-newtoniana, através dos vasos sanguíneos que apresentam diferentes dimensões. Segundo a teoria de Pennes, a transferência líquida de calor entre o sangue e o tecido é proporcional à diferença entre a temperatura do sangue arterial, que entra no tecido, e a temperatura do sangue venoso que sai do tecido. Ele sugeriu que a transferência de calor devida ao escoamento sanguíneo pode ser modelada por uma taxa de perfusão sanguínea, com o sangue atuando como uma fonte/sumidouro escalar de calor. Apesar da sua



simplicidade, uma das dificuldades encontradas no uso da BHTE reside na ausência de informação detalhada e precisa sobre as taxas volumétricas de perfusão sanguínea, especialmente para tecidos neoplásicos.

Houve vários estudos com o objetivo de aperfeiçoar a equação de biotransferência de calor de Pennes, porém, acabaram em modelos muito específicos e complexos. Por esses motivos e por sua clareza, a equação de Pennes ainda é a mais usada para caracterizar a transferência de calor e a disseminação da temperatura em tecidos biológicos vivos.

### 1.2.1 Modelo físico-matemático

Segundo GUIMARÃES (2003), a equação abaixo descreve a transferência de calor nos organismos vivos e é chamada de Equação de Pennes.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = Kt \nabla^2 T + Qp + Qm + Q \quad (1.1)$$

onde:

$Kt$  = Condutividade térmica do tecido [ $W/m^\circ C$ ];

$\rho$  = Massa específica do tecido [ $kg/m^3$ ];

$c$  = Calor específico do tecido [ $J/kg^\circ C$ ];

$T$  = Temperatura [ $^\circ C$ ];

$t$  = Tempo [s];

$Qp$  = Fonte de calor devido à perfusão sanguínea [ $W/m^3$ ];

$Qm$  = Fonte de calor devido à geração de calor metabólico [ $W/m^3$ ];

$Q$  = Fonte externa de calor sobre o domínio [ $W/m^3$ ];

O termo  $Q$  pode ser qualquer fonte de aquecimento externa, como sementes ferromagnéticas e radiação eletromagnética, como radiofrequência, microondas, ultra-som, e laser (SILVA,2004).

O termo  $Qp$  corresponde a fonte de calor devido à perfusão sanguínea que caracteriza-se pela transferência de calor efetuada pelo sangue através da vascularização capilar presente nos tecidos vivos, e representa um sumidouro de calor devido à remoção convectiva de calor efetuada pelo sangue através da vascularização capilar presente nos tecidos vivos (GUIMARÃES,2004).

$$Qp = \omega \times \rho_s \times c_s \times \rho \times (Ta - Tv) \quad (1.2)$$

Onde:

$\omega$  = Taxa de perfusão sanguínea [ $m^3\text{desangue}/m^3\text{detecido.s}$ ];

$\rho_s$  = Massa específica do sangue [ $kg/m^3$ ];

$c_s$  = Calor específico do sangue [ $J/kg.^{\circ}C$ ]

$T_a$  = Temperatura arterial do sangue entrando no tecido [ $^{\circ}C$ ];

$T_v$  = Temperatura do sangue venoso saindo do tecido [ $^{\circ}C$ ];

... Mostras ela em todas a direçãossssssss