

W2
P.1 Базис на V -м-м и в V -м-м, координаты V -м-м от-но базиса.
Отношение базисов на V -м-м и в V -м-м. Действия над V -м-м в координатах. Изменение координат при замене базиса.

Def. С-ма V -м-м $E = (\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n)$ называется базисом в V -м-м V_i , если

① E -ЛНЗ

② $\forall \alpha \in V_i \rightarrow \exists \lambda_1, \dots, \lambda_n: \alpha = \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{e}_i$

Note. В матриц. виде

$$\bar{v} = (\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n) \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = E \cdot \lambda.$$

Note. $\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}$ - координаты α -м-м.

$$\bar{v} \leftrightarrow \alpha$$

Ymb. Координаты V -м-м от-но базиса E от-но E ад-но

D-во. \exists возникает из от-но базиса

g -во E -м-м:

$$\text{пусть } \bar{v} = E \cdot \lambda_1 = E \cdot \lambda_2.$$

$$\Rightarrow E \lambda_1 - E \lambda_2 = \bar{0} \Rightarrow E(\lambda_1 - \lambda_2) = \bar{0} \xrightarrow{E-\text{ЛНЗ}} \lambda_1 = \lambda_2. \quad \square$$

Ymb. Пусть с-ма $(\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_n)$ -ЛНЗ, а с-ма $(\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_n, \bar{u})$ -ЛЗ

$$\text{Тогда } \exists \lambda_1, \dots, \lambda_n: \bar{u} = \sum \lambda_i \bar{v}_i$$

Th (обобщение базисов в V_i)

С-ма V -м-м является базисом в

a) V_1 \Leftrightarrow состоит из 1-го ненул. V -м-м

b) V_2 \Leftrightarrow состоит из 2-х ненул. V -м-м

b) V_3 \Leftrightarrow состоит из 3-х ненул. V -м-м

D-во.

a) $\bar{e} \neq 0$

$$(\bar{e}) - \text{ЛНЗ}$$

$$\bar{v} \in V_1 \Rightarrow \bar{v} \text{ кал } \bar{e} \Rightarrow \bar{v} = \lambda \bar{e}$$

$$\forall (\bar{v}_1, \bar{v}_2) \in V_1 \Rightarrow \bar{v}_1 \text{ кал } \bar{v}_2 \Rightarrow \text{ЛЗ.}$$

d) \bar{e}_1, \bar{e}_2 : ненул.

$$(\bar{e}_1, \bar{e}_2) - \text{ЛНЗ (пусть ЛЗ } \Rightarrow \bar{e}_1 = \lambda \bar{e}_2 \text{ ??)}$$

$$\forall \bar{v} \in V_2 \rightarrow (\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{v}) - \text{ЛЗ (кал)} \Rightarrow \bar{v} = \lambda_1 \bar{e}_1 + \lambda_2 \bar{e}_2$$

Если мало V -м-м ≤ 1 , то не все V -м-м выносятся.

m: Kate
Danila

β) $(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$ - неканони

$(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3) - \Lambda H^3$ (норми $\Lambda^3 \Rightarrow \bar{e}_1 = \alpha \bar{e}_2 + \beta \bar{e}_3 \Rightarrow$ канони?!))

$(\bar{v}, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3) - \Lambda^3 \forall \bar{v} \Rightarrow \bar{v} = \alpha_1 \bar{e}_1 + \alpha_2 \bar{e}_2 + \alpha_3 \bar{e}_3$

$(\bar{e}_1, \bar{e}_2) \in V_3$ - не допус, т.к. не все вна в.мн

$(\bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$: канонизированы - не допус, т.к. Λ^3 .

Ymb Норми ϵ -допус в V_i

$$\bar{u} \xleftrightarrow[\epsilon]{\alpha} \bar{v} \xleftrightarrow[\epsilon]{\beta}$$

Тогда а) $\bar{u} + \bar{v} \xleftrightarrow[\epsilon]{\alpha + \beta}$

б) $\forall \lambda \in R \quad \lambda \bar{u} \xleftrightarrow[\epsilon]{\lambda \alpha}$

$$\epsilon = (\bar{e}_1, \dots, \bar{e}_n) \quad \epsilon' = (\bar{e}'_1, \dots, \bar{e}'_n)$$

норми $\bar{e}'_1 = S_{11} \bar{e}_1 + S_{21} \bar{e}_2 + \dots + S_{n1} \bar{e}_n$

\vdots

$$\bar{e}'_n = S_{1n} \bar{e}_1 + S_{2n} \bar{e}_2 + \dots + S_{nn} \bar{e}_n$$

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & \dots & S_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ S_{n1} & \dots & S_{nn} \end{pmatrix}$$

Def S - матрица перехода от ϵ к ϵ'

$$\begin{pmatrix} \bar{e}'_1 \\ \vdots \\ \bar{e}'_n \end{pmatrix} = S^T \begin{pmatrix} \bar{e}_1 \\ \vdots \\ \bar{e}_n \end{pmatrix}$$

$$\epsilon' = \epsilon S$$

Пример:

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} - \text{матрица поворота}$$

Ymb (обобщенные координаты при замене допусов)

$$\bar{u} \xleftrightarrow[\epsilon]{\alpha} \bar{u} \xleftrightarrow[\epsilon']{\alpha'} \quad S = S_{\epsilon \rightarrow \epsilon'}$$

Тогда $\alpha = \alpha' S$

D-во

$$\bar{u} = \epsilon \cdot \alpha = \epsilon' \alpha' \quad \epsilon' = \epsilon \cdot S$$

$$\bar{u} = \epsilon \cdot S \cdot \alpha' \\ \parallel \\ \bar{u} = S \cdot \alpha'$$