№12 Б.1 | Центр линии (ур-я) второго пор-ка. Условие единственности центра

Пусть в ПДСК кривая задана ур-ем $P(x,y)=0$

Def. Центром кривой наз-ся т $O(x_0, y_0)$, если
$\forall \bar{S}(\alpha,\beta) \to P(x_0+\alpha, y_0+\beta) = P(x_0-\alpha, y_0-\beta)$

Note. Если $P(x,y)$ — мн-н наименьшей ст-ни, задающий данную кр-ю, то центр кривой наз-ся центром мн-на

Утв. Если $O(x_0 y_0)$ — ц. кривой II пор-ка, то точки M, M', где $M'=S(M)$, где S — симметрия м-ти относительно O, принадлежат или не принадлежат кривой одновременно

Д-во.

Пусть $M(x_0+\alpha, y_0+\beta)$.

Тогда $M'=S(M)=(x_0-\alpha, y_0-\beta)$ $\Big| \Rightarrow P(x_0+\alpha, y_0+\beta)=P(x_0-\alpha, y_0-\beta)$ ■

Найдем центр

$$P(x_0+\alpha, y_0+\beta) - P(x_0-\alpha, y_0-\beta) = 0$$

$$P(x_0+\alpha, y_0+\beta) = A(x_0+\alpha)^2 + 2B(x_0+\alpha)(y_0+\beta) \dots$$

$$P(x_0-\alpha, y_0-\beta) = \dots$$

Вычтем.

$$(Ax_0+By_0+D)\alpha + (Bx_0+Cy_0+E)\beta = 0 \quad \forall \alpha,\beta \in \mathbb{R}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} Ax_0+By_0+D=0 \\ Bx_0+Cy_0+E=0 \end{cases}$$

Note. $(x_0 y_0)$ — центр $\Leftrightarrow \begin{cases} Ax_0+By_0+D=0 \\ Bx_0+Cy_0+E=0 \end{cases}$

Def. Кривая II-го пор-ка центральная $\Leftrightarrow$ она имеет единств-й центр

ТЛ а) Кривая II пор-ка является центральной $\Leftrightarrow \delta = \begin{vmatrix} A & B \\ B & C \end{vmatrix} \neq 0$

б) св-во кривой быть центральной не зависит от ПДСК

в) Если ц. кривая имеет хоть одну действ. точку, то она обязательно имеет центр симметрии O_0, причем O_0 совпадает с центром

Д-во,

а) верно по ТЛ Крамера.

б) δ – инвариант

в) $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = c$; $c \in \{0; 1\}$

$(0;0)$ – центр симметрии

$(0;0)$ – центр кривой ▯