

ROAR II

Ricerca Operativa: Applicazione Reali

Alessandro Gobbi Alice Raffaele Gabriella Colajanni Eugenia Taranto

IIS Antonietti, Iseo (BS)

17 gennaio 2022

Introduzione

Chi siamo e i nostri contatti



Alessandro Gobbi (UniBS)
alessandro.gobbi@unibs.it



Alice Raffaele (Univr)
alice.raffaele@univr.it



Gabriella Colajanni (Unict)
colajanni@dm.unict.it



Eugenia Taranto (Unict)
eugenia.taranto@unict.it



www.menti.com – Codice: 4260 1958

Riassunto – ROAR: perché questo nome?

Perché... la matematica è dappertutto! Ha un sacco di **applicazioni reali** e ve lo dimostreremo con:

1. casi di studio della vostra quotidianità;
2. casi di studio industriali.

Metodologia didattica: uso di **progetti**

- assegnamento di un compito da affrontare a gruppi;
- presentazione finale.

Sei incontri con noi:

1. 15 marzo (5 ore – Introduzione, problema dello zaino, modelli a due variabili, presentazione compito autentico)
2. 27 marzo (2,5 ore – Modelli a due variabili e risoluzione grafica)
3. 12 aprile (5 ore – Risoluzione grafica e introduzione a Excel Solver)
4. 24 aprile (2,5 ore – Uso di Excel Solver)
5. 06 maggio (2 ore – Consulto per compiti autentici)
6. 13 maggio (2 ore – Esposizione progetti)

Sei nuovi incontri con noi:

1. 17 gennaio (3 ore – Ripasso, introduzione al nuovo argomento, social networks)
2. 29 gennaio (3 ore – Problema del trasporto e algoritmo di Kruskal)
3. 05 febbraio (3 ore – Algoritmo di Dijkstra)
4. 11 febbraio (6 ore – Workshop all'Università di Brescia)
5. 21 marzo (4 ore – Problema del commesso viaggiatore e presentazione progetto finale)
6. Fine aprile (2 ore – Esposizione progetti)

Una serie di seminari su delle applicazioni reali della Ricerca Operativa:

1. 01 febbraio: la **Provincia di Brescia** e il servizio di prestito interbibliotecario
2. 14 febbraio: **Amazon** e alcuni problemi dell'ultimo miglio relativi alla consegna degli ordini
3. 02 marzo: **Optrail** e la pianificazione dei treni
4. 10 marzo: **Vattenfall** e la sostenibilità attraverso l'ottimizzazione di turbine eoliche
5. 18 marzo: **Optimeasy** e lo scheduling dei porti
6. aprile: **World Food Programme** e la diminuzione della fame nel mondo

Parte 1: Facebook

Consideriamo la seguente situazione:

Su Facebook, Anna è amica di Bianca e Carlo, suoi compagni di classe durante gli anni della scuola primaria. Bianca, a sua volta, è amica di Carlo e pure di sua cugina Domitilla, che aveva conosciuto grazie agli allenamenti di pallavolo. Tutti loro frequentano l'Istituto Antonietti. Una mattina, sul pullman per andare a scuola, Eugenio si siede vicino a Carlo e poi si accorge di Bianca, che conosce per via degli scout, e allora la saluta. Più tardi, Carlo domanda a Bianca come si chiami il ragazzo del bus e gli invia una richiesta di amicizia, che Eugenio accetta.

Consideriamo la seguente situazione:

Su Facebook, Anna è amica di Bianca e Carlo, suoi compagni di classe durante gli anni della scuola primaria. Bianca, a sua volta, è amica di Carlo e pure della di lui cugina Domitilla, che aveva conosciuto grazie agli allenamenti di pallavolo. Tutti loro frequentano l'Istituto Antonietti. Una mattina, sul pullman per andare a scuola, Eugenio si siede vicino a Carlo e poi si accorge di Bianca, che conosce per via degli scout, e allora la saluta. Più tardi, Carlo domanda a Bianca come si chiami il ragazzo del bus e gli invia una richiesta di amicizia, che Eugenio accetta.

Quesiti:

1. Di cosa parla questo testo?
2. Come possiamo rappresentare le relazioni tra Anna, Bianca, Carlo, Domitilla ed Eugenio?

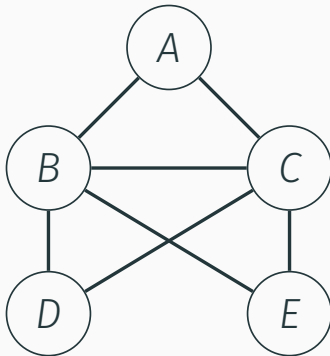
Possiamo usare la nozione di **grafo**:

- introduciamo un **vertice** (o **nodo**) per ogni persona;
- colleghiamo due vertici tra loro con un **lato** se le due persone corrispondenti sono amiche su Facebook.

Richieste di amicizia

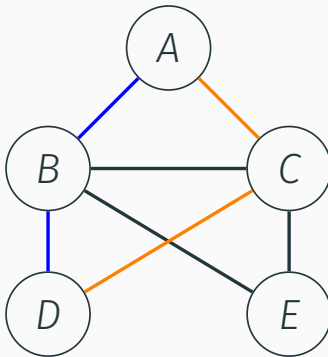
Possiamo usare la nozione di **grafo**:

- introduciamo un **vertice** (o **nodo**) per ogni persona;
- colleghiamo due vertici tra loro con un **lato** se le due persone corrispondenti sono amiche su Facebook.



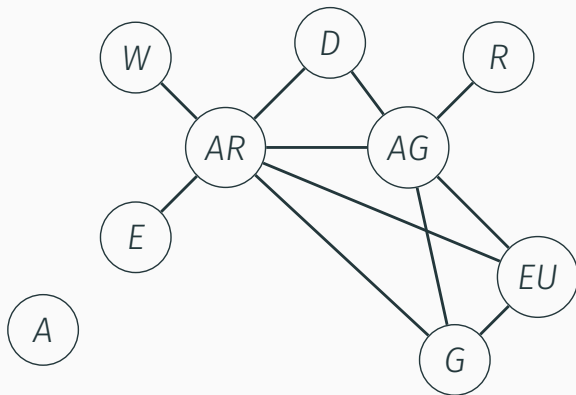
3. Come Anna potrebbe conoscere Domitilla?

3. Come Anna potrebbe conoscere Domitilla?



Anna potrebbe conoscere Domitilla tramite Bianca o Carlo.

Proviamo a rappresentare una rete di relazioni tra alcuni di noi considerando sempre Facebook come social network di riferimento.



Quesiti:

1. Quanti vertici/nodi e quanti lati ha il grafo rappresentato?
9 vertici e 11 lati
2. Chi sono le persone con più amici? E quali con meno?
AR ha 6 amici, *AG* 5, *EU* 3, *D* 2, *W* 1, *R* 1, *E* 1, *G* 1, *A* 0.
3. Ci sono alcune persone che condividono tra loro degli amici?
Sì, per esempio *AG* e *AR* o *EU* e *G*.
4. Ci sono persone isolate?
Sì, *A*.
5. Quanti gradi di separazione esistono tra due persone prese a caso?
Considerando, per esempio, *W* ed *EU*, ci sono 2 gradi di separazione (*W* – *AR* – *EU*).

Altri esempi di “social networks” – Una rete telefonica

Esempio

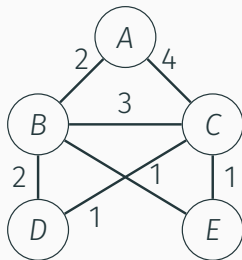


Nell'ultimo mese:

- Anna e Bianca sono state 2 volte al telefono;
- Anna e Carlo 4;
- Bianca e Carlo 3;
- Bianca e Domitilla 2;
- Carlo e Domitilla 1;
- Bianca ed Eugenio 1;
- Carlo ed Eugenio 1.

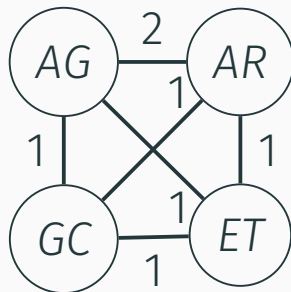
Si rappresenta con un grafo dove:

- i nodi sono i numeri di telefono;
- c'è un lato tra due nodi se è avvenuta una telefonata negli ultimi N mesi;
- il **peso del lato** è il n° di telefonate negli ultimi N mesi.



Altri esempi di “social networks” – Gruppi di collaborazione

- Consideriamo il gruppo di ricerca composto da noi quattro sperimentatori di ROAR: Alessandro Gobbi (AG), Alice Raffaele (AR), Gabriella Colajanni (GC) ed Eugenia Taranto (ET). Alcuni di noi hanno scritto e pubblicato assieme degli articoli scientifici: AG e AR 2, tutte le altre possibili coppie 1.
- Possiamo rappresentare queste relazioni attraverso un grafo in cui:
 - i nodi siamo noi ricercatori;
 - c'è un lato tra due nodi se due ricercatori hanno pubblicato assieme almeno un articolo scientifico;
 - il peso del lato è il n° di articoli pubblicati assieme.



- La relazione che c'è tra due utenti amici su Facebook, o anche nei due esempi mostrati, è **simmetrica**, ovvero se A è amico di B su Facebook, allora anche B è amico di A .
- In questo caso, parliamo di grafi *indiretti*, dove i lati che collegano due nodi sono *senza orientazione*.

Quesiti:

1. Quale potrebbe essere un'altra situazione rappresentabile attraverso un grafo indiretto?
2. Si possono usare i grafi indiretti per rappresentare le reti sociali che si formano su Instagram?

Parte 2: Instagram

Proviamo a rappresentare una rete di relazioni tra alcuni di noi considerando stavolta Instagram come social network di riferimento.

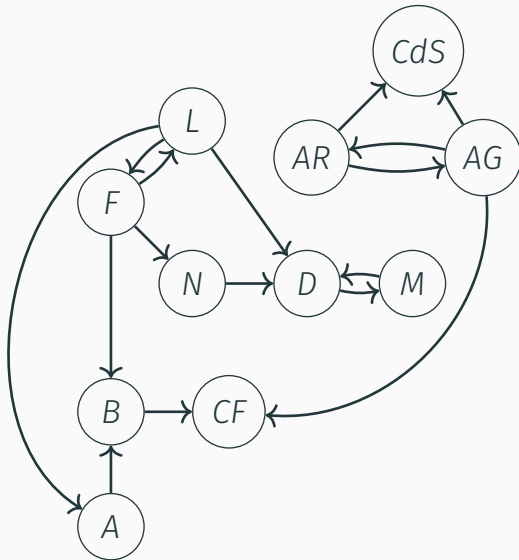


Figure 1: Grafo diretto su Facebook.

Quesiti:

1. Quanti vertici/nodi e quanti **archi** ha il grafo rappresentato?
11 vertici e 16 archi.
2. Chi sono le persone con più follower? E quali con meno?
Per ogni vertice, contiamo il numero di follower considerando gli archi entranti, mentre il numero di seguiti considerando gli archi uscenti. *B*, *CF*, e *D* hanno tutti 3 follower.
3. Riusciamo a identificare dei sottogruppi?
Il gruppo di *AR*, *AG* e *CdS* è collegato al resto solo grazie al fatto che *AG* segue *CF*.
4. È possibile che una persona, pur non seguendo un'altra, riesca a vederne alcuni contenuti?
 - *F* segue *B* e *B* segue *CF*; *CF* pubblica una storia che viene condivisa da *B*: *F* potrà vederla? Sì.
 - *F* segue *B* e *N*; *B* non segue né *F* né *N*; *N* condivide una storia che *F* condivide: *B* potrà vederla? No.

Grafi diretti

- La relazione che c'è tra due utenti su Instagram non sempre è simmetrica, ovvero se A segue B su Instagram, non è detto che B faccia altrettanto con A .
- In questo caso, parliamo di grafi *diretti*, dove gli archi che collegano due nodi sono *con orientazione*.
- Per esempio, A segue B si può rappresentare così: $A \rightarrow B$.

Esercizio in gruppi (20 minuti):

1. Tralasciando altri social networks, quali potrebbero essere altre due situazioni rappresentabili attraverso dei grafi diretti?
2. Rappresentare un'istanza per ognuna delle reti individuate con almeno 5 nodi e 8 archi.
3. Trovare il cammino più corto e il cammino più lungo nelle due istanze rappresentate.

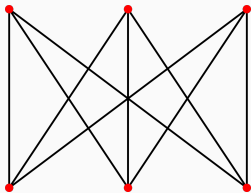
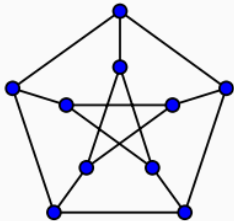
Possibili situazioni rappresentabili con grafi diretti

1. Cantanti e featuring
2. Materie e approfondimenti interdisciplinari
3. Sito web e link (mappa del sito)
4. Organigramma aziendale
5. Rapporti di conoscenze per nome
6. Passaggi di una partita di calcio
7. Relazioni amorose
8. Partite tra giocatori e vincite
9. Invitati a una festa
10. Relazioni tra professori e classi
11. Persone e possesso di libri
12. Rete stradale

Non è rappresentabile con un grafo diretto il fatto che alcuni paesi siano confinanti tra loro → È una relazione simmetrica, rappresentabile quindi con un grafo indiretto.

Conclusione

La teoria dei grafi



- Disciplina all'intersezione tra matematica e informatica che si occupa dello studio dei grafi.
- I grafi sono *“oggetti discreti che permettono di schematizzare una grande varietà di situazioni e processi, e spesso di consentirne delle analisi in termini quantitativi e algoritmici”* (da Wikipedia).
- La teoria dei grafi nacque nel 1736 grazie a Eulero, che trovò la soluzione a un celebre problema che affronteremo assieme più avanti.

Nozioni principali

- **Vertice (o nodo):** unità fondamentale che costituisce un grafo.
- **Lato:** collegamento tra due vertici di un grafo, senza orientazione. Un lato si dice *incidente a un vertice* se quel vertice è una delle due estremità del lato.
- **Grafo indiretto:** quando le relazioni tra i vertici sono simmetriche e i lati non hanno orientazione.
- **Arco:** collegamento tra due vertici di un grafo, con orientazione. Un arco si dice *entrante in un vertice* se l'arco punta verso quel vertice; viceversa, un arco si dice *uscente da un vertice* se quel vertice è la coda dell'arco.
- **Grafo diretto:** quando le relazioni tra i vertici non sono simmetriche e gli archi hanno un'orientazione. In questo caso, si preferisce usare la notazione (V, A) , con A per indicare l'insieme degli archi.

- **Vertici adiacenti:** due vertici collegati da un lato (arco).
- **Lati (archi) adiacenti:** due lati (archi) che hanno in comune un vertice.
- **Archii consecutivi:** in un grafo diretto, due archi dove il secondo vertice del primo arco corrisponde al primo vertice del secondo arco (per esempio, $(1, 2) - (2, 3)$).

- **Grado di un vertice:** numero dei lati incidenti al vertice; nel caso di grafi diretti, si può anche distinguere tra archi entranti e archi uscenti.
- **Peso di un lato/arco:** attributo che descrive una caratteristica associata al lato/arco.

- **Vertice disconnesso:** quando un vertice è isolato rispetto agli altri.
- **Sottografo di un grafo (V, E) :** un nuovo grafo (V', E') il cui insieme dei vertici V' è un sottoinsieme di V , e il cui insieme dei lati E' è un sottoinsieme di E ristretto ai vertici in V' .

Esempio:

$V = \{A, B, C, D, E\}$ ed $E = \{(A, B), (A, C), (B, C), (C, D), (C, E), (D, E)\}$.

Se $V' = \{C, D, E\}$, allora $E' = \{(C, D), (C, E), (D, E)\}$.

- **Grafo completo:** quando ogni vertice è direttamente collegato a tutti gli altri (esiste un lato/arco per ogni coppia di vertici nel grafo).

- **Cammino indiretto tra due vertici:** in un grafo indiretto, la sequenza di lati che collegano due vertici.
- **Grado di separazione tra due vertici:** il numero di lati del cammino indiretto più corto tra due vertici.
- **Cammino diretto tra due vertici:** in un grafo diretto, la sequenza di archi orientati che collegano due vertici.
- **Grafo connesso:** quando, per ogni coppia di vertici $u, v \in V$, esiste un cammino che collega u e v .

1. Ripassare i concetti base della modellazione matematica, nonché i paradigmi della programmazione lineare, intera e mista.
2. Svolgere una scheda di esercizi sulle nozioni principali dei grafi che abbiamo affrontato oggi (**entro mercoledì 26 gennaio**).



www.menti.com – Codice: 2977 0877