

ROAR II

Ricerca Operativa Applicazioni Reali

Alessandro Gobbi Alice Raffaele Gabriella Colajanni Eugenia Taranto

Università degli Studi di Brescia, Brescia

11 febbraio 2022

Introduzione

Chi siamo e i nostri contatti



Alessandro Gobbi (UniBS)
alessandro.gobbi@unibs.it



Alice Raffaele (Univr)
alice.raffaele@univr.it



Gabriella Colajanni (Unict)
colajanni@dm.unict.it



Eugenia Taranto (Unict)
eugenia.taranto@unict.it

Nome rete: *OSPITI*

User: *med.roar*

Password: *cPXZoFLW*

Kahoot!

www.kahoot.it

Lo pseudocodice degli algoritmi visti finora – Kruskal

Input: un grafo indiretto $G = (V, E)$ pesato, con $|V| = n$.

Output: un albero di supporto di G di costo minimo.

Step 1: ordinare i lati di G in base al peso dei lati in ordine non decrescente.

Step 2: selezionare e **ritornare** i primi $n - 1$ lati della lista ordinata tali da non formare alcun ciclo in G .

Lo pseudocodice degli algoritmi visti finora – Dijkstra

Input: un grafo diretto $G = (V, A)$ pesato, e due nodi $s, d \in V$.

Output: un cammino minimo (sequenza di archi) da s a d e il suo costo.

Step 1: per ogni $n \in V \setminus \{s\}$, siano $L(n) := +\infty$ e $prec(n) := \text{None}$;
siano $L(s) := 0$ e $prec(s) := \text{None}$; $def := \{s\}$.

Step 2: **Step 2.1:** sia $nc := n'$, tale che $L(n') = \min_{n \in V \setminus def} L(n)$;
Step 2.2: aggiungere n' a def .

Step 3: se $nc = d$, **ritornare** $prec(d)$ e $L(d)$.

Step 4: **Step 4.1:** determinare $\Gamma(nc)$ insieme dei nodi direttamente collegati a nc da un suo arco uscente ma non presenti in def ;

Step 4.2: per ogni $n \in \Gamma(nc)$:

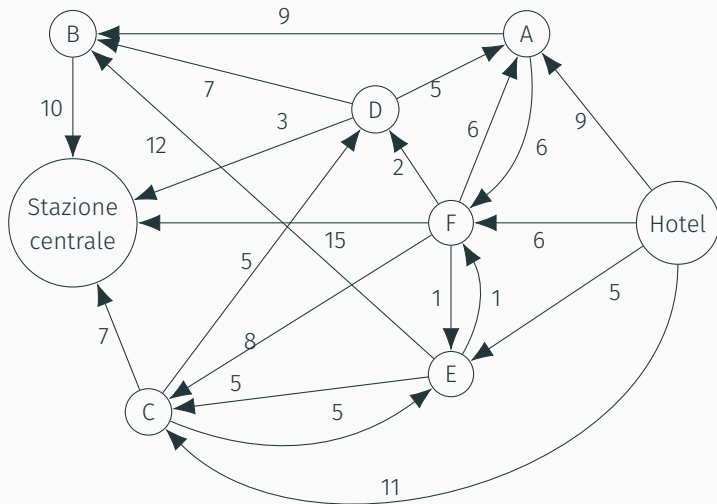
- aggiornare $L(n) := \min\{L(n), L(nc) + c_{nc,n}\}$;
- se $L(n) = L(nc) + c_{nc,n}$, allora $prec(n) := nc$.

Tornare allo **Step 2**.

Mattina – Parte 1:

Lavoro di gruppo (30 minuti)

Torniamo a Grafopoli...



Costruire un modello matematico

La scorsa volta avete trovato il cammino minimo dall'Hotel alla Stazione sfruttando l'algoritmo di Dijkstra.

Sapreste ora formulare lo stesso problema come un problema di programmazione lineare (ossia formulare un **modello matematico** potenzialmente risolvibile grazie all'ausilio di Excel Solver)?

Il modello matematico del problema del cammino minimo

Dato un grafo diretto $G = (V, A)$ pesato (sia $c_{i,j}$ il peso dell'arco (i, j)) e dati due nodi s e $d \in V$, come formulare il problema del cammino minimo da s a d come un **problema di programmazione lineare**?

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{i,j} \cdot x_{i,j} \quad \text{funzione obiettivo}$$

$$\sum_{(s,j) \in A} x_{s,j} = 1 \quad \text{nodo sorgente}$$

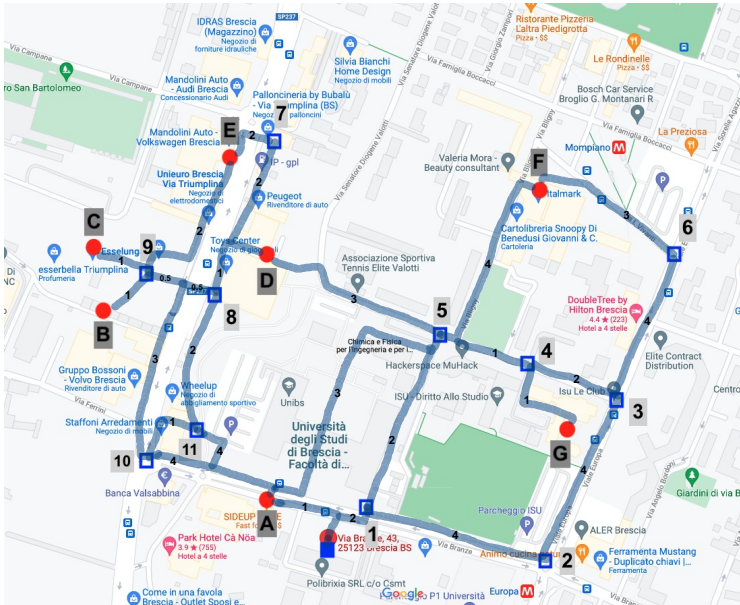
$$\sum_{(i,d) \in A} x_{i,d} = 1 \quad \text{nodo destinazione}$$

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{i,j} = \sum_{(j,k) \in A} x_{j,k} \quad \text{per ogni nodo } j \in V \setminus \{s, d\}$$

$$x_{i,j} \in \{0, 1\} \quad \text{per ogni arco } (i, j) \in A.$$

Mattina – Parte 2:
Lavoro di gruppo (30 minuti)

Dove andiamo a mangiare?



Dove andiamo a mangiare?

Nella mappa, rappresentante la zona di Brescia dove ci troviamo, sono indicati i principali punti di ristoro frequentati dagli studenti universitari durante la pausa pranzo, riportati in tabella con la legenda.

Punto Mappa	Locale
A	SideUp Pokè
B	Ristorante Birra & Brace
C	Bar Atlantic
D	Bar Gusto e Sapore
E	La Piadineria
F	Italmark
G	Mensa universitaria

Dove andiamo a mangiare?

Il Dipartimento di Ingegneria dove ci troviamo noi ora è in corrispondenza del quadratino blu pieno. I valori indicati sulle strade evidenziate in blu indicano i tempi (in minuti) stimati di percorrenza per spostarsi da un punto all'altro nella mappa. Tra poco dovremo andare a mangiare e avremo un'ora di tempo per spostarci, rifocillarci, e ritornare qui.

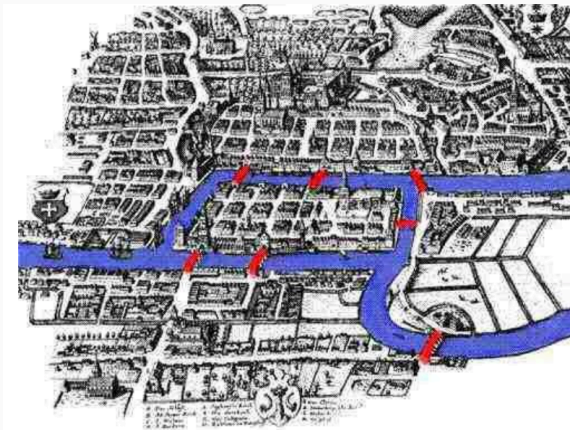
Domande:

1. Applicando l'algoritmo di Dijkstra e mostrando ogni passaggio, sapete dire quali sono i locali più vicini dal nostro punto di partenza? E quelli più lontani?
2. In quali locali non conviene andare perché rischieremmo di non tornare in tempo per le 13:30?
3. Se, nella mappa, evidenziate tutti i cammini minimi per raggiungere tutti i locali, cosa notate?

Kahoot!

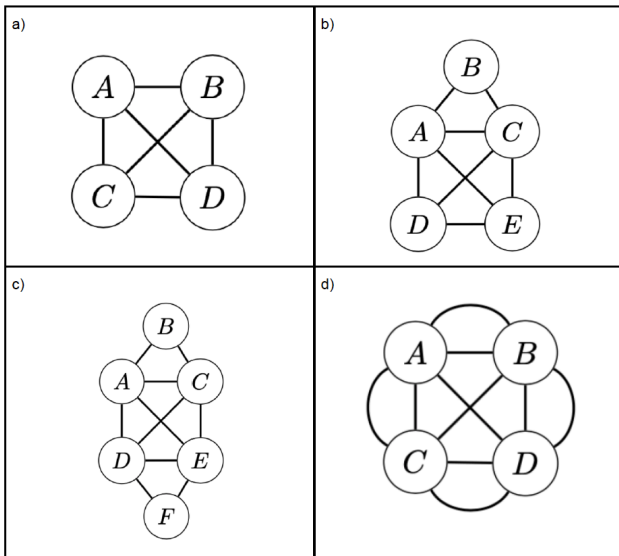
Pomeriggio:
Lavori di gruppo
(10 + 90 minuti)

Una passeggiata per sette ponti



Gli abitanti della città rappresentata nella mappa si chiedevano spesso se fosse possibile fare una passeggiata iniziando da un punto qualsiasi della città, per poi attraversare ogni ponte una e una sola volta e ritornare al punto di partenza. Riuscite ad aiutarli?

La nascita della teoria dei grafi – Scheda allegata



Conclusioni

Compiti per lunedì 07 marzo 2022 –

1) Dove andiamo a mangiare? Variante con preferenze (a gruppi)

Saputi i punti di ristoro del problema “Dove andiamo a mangiare?”, avete indicato le vostre preferenze:

Studente #	Posto #1	Posto #2	Posto #3
1	E	B	A
2	E	B	D
3	A	E	D
4	E	C	A
5	A	E	B
6	A	E	B
7	A	E	D
8	E	A	B
9	E	A	B
10	E	B	A
11	E	A	D
12	G	D	B
13	B	D	E
14	A	E	B
15	A	E	D
16	E	D	C
17	B	A	E
18	E	A	B
19	E	A	B
20	A	E	D
21	E	F	A
22	A	E	D

Compiti per lunedì 07 marzo 2022 --

1) Dove andiamo a mangiare? Variante con preferenze (a gruppi)

Oltre alle vostre preferenze, indicate nella slide precedente, consideriamo anche il fatto che i punti di ristoro hanno un numero di posti limitati, data l'ora di punta delle 12:30.

Punto Mappa	Locale	Numero di posti disponibili
A	SideUp Pokè	6
B	Ristorante Birra & Brace	10
C	Bar Atlantic	5
D	Bar Gusto e Sapore	5
E	La Piadineria	7
F	Italmark	20
G	Mensa universitaria	10

Dati tutti i cammini minimi per i punti di ristoro (che dovrete avere calcolato nella versione base del problema), dovete decidere dove andrà ognuno di voi a pranzo, cercando di accontentare tutti il più possibile e restando il più vicino possibile a Ingegneria. **Descrivete un algoritmo euristico** che risolva questo problema di allocazione dei posti.

Compiti per lunedì 07 marzo 2022 –

2) Algoritmo euristico su Grafopoli (a gruppi)

Sul grafo di Remo e Grafopoli (usato durante la Lezione 3 di sabato 05 febbraio), **descrivere un algoritmo euristico**, indicando **Input**, **Output** e tutti gli **Step** necessari, per determinare una soluzione al problema “*Visitare la città*”, rispettando gli orari di apertura e le altre tempistiche indicate nel testo.

- Gli algoritmi non devono essere relativi alle istanze specifiche dei problemi, ma fare riferimento a un grafo generale.
- Inviare i file dei compiti per i gruppi a uno di noi tutor via e-mail.

3) Modello matematico del problema del cammino minimo (individualmente)

- **Implementare e risolvere con Excel Solver** il modello matematico del problema del cammino minimo formulato nel primo lavoro di gruppo di oggi.
- **Analizzare** la soluzione che fornisce Excel Solver, verificando che coincida proprio con quella trovata nella Lezione 3 con l'algoritmo di Dijkstra.