

RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE I RÓŻNICOWE – SPRAWOZDANIE METODA RÓŻNIC SKOŃCZONYCH na przykładzie równania konwekcji-dyfuzji i równania przewodnictwa ciepła			
Imię i nazwisko:	Alicja Salamon	Data:	23 października 2011 r.

CZĘŚĆ I – RÓWNANIE KONWEKCJI-DYFUZJI

Zestaw 1 $a=2$, $b=5$, $c=2$, $u_0=0$, $u_1=0$

Czas procesora		n=10
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.000096	0.000015	0.000015

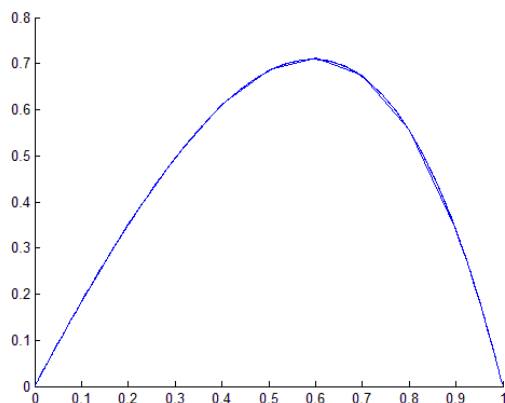
Błędy									n=10
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0005	0,001	0,0015	0,0019	0,0023	0,0025	0,0026	0,0022	0,0015

Czas procesora		n=100
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.000628	0.000078	0.000912

Błędy									n=100
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0489	0,0988	0,1476	0,1925	0,2294	0,2524	0,2537	0,2225	0,1444

Czas procesora		n=1000
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.309103	0.013176	0.134613

Błędy									n=1000
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0489	0,0988	0,1476	0,1925	0,2294	0,2524	0,2537	0,2225	0,1444



Zestaw 2 $a=2$, $b=5$, $c=2$, $u_0=0$, $u_1=1$

Czas procesora		n=10
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.000099	0.000014	0.001365

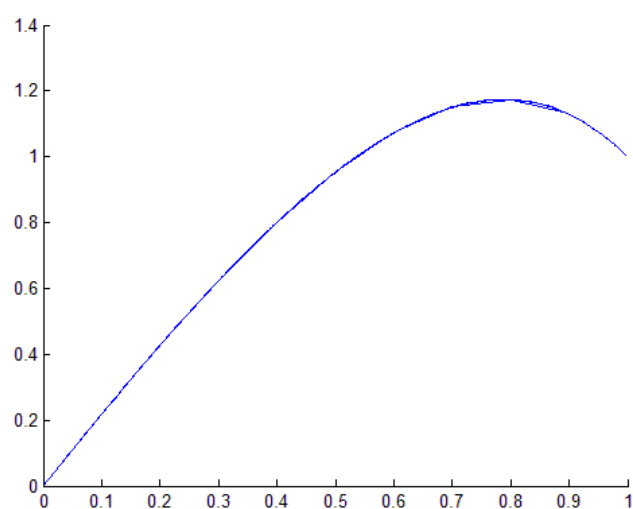
Błędy									n=10
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0004	0,0007	0,0011	0,0014	0,0016	0,0018	0,0018	0,0016	0,001

Czas procesora		n=100
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.000961	0.000165	0.000679

Błędy									n=100
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0349	0,0706	0,1054	0,1375	0,1639	0,1803	0,1812	0,159	0,1031

Czas procesora		n=1000
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.292522	0.013461	0.134613

Błędy									n=100
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0349	0,0705	0,1054	0,1375	0,1638	0,1803	0,1812	0,159	0,1031



3. Zestaw 3 $a=2$, $b=5$, $c=2$, $u_0=1$, $u_1=1$

Czas procesora		n=10
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.000090	0.000014	0.002325

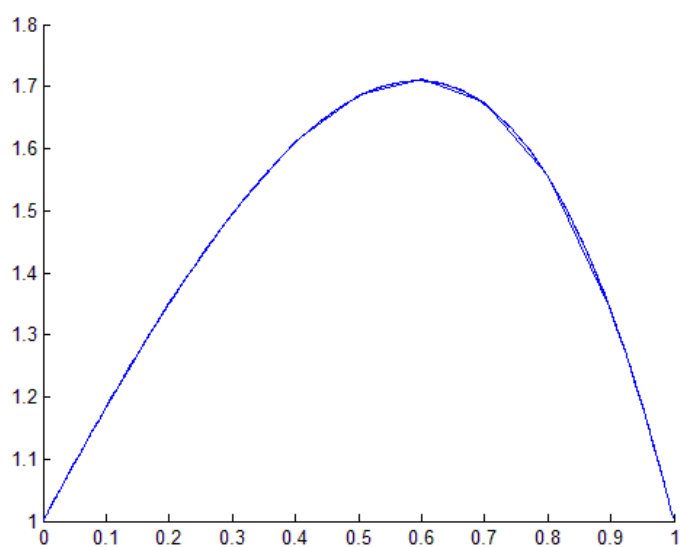
Błędy									n=10
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0005	0,001	0,0015	0,0019	0,0023	0,0025	0,0026	0,0022	0,0015

Czas procesora		n=100
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.000618	0.000060	0.000472

Błędy									n=100
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0489	0,0988	0,1476	0,1925	0,2294	0,2524	0,2537	0,2225	0,1444

Czas procesora		n=1000
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.298310	0.013126	0.134613

Błędy									n=100
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0489	0,0988	0,1476	0,1925	0,2294	0,2524	0,2537	0,2225	0,1444



4. Zestaw 4 $a=5$, $b=9$, $c=5$, $u_0=10$, $u_1=20$

Czas procesora		n=10
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.000128	0.000014	0.001353

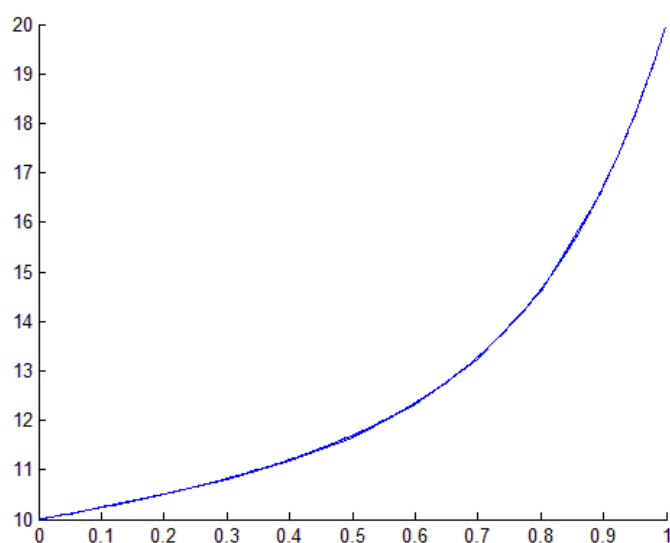
Błędy									n=10
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0026	0,0063	0,0115	0,0186	0,0278	0,0387	0,0497	0,0561	0,0472

Czas procesora		n=100
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.000630	0.000078	0.000609

Błędy									n=100
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0259	0,0629	0,1145	0,1843	0,2739	0,3797	0,4852	0,5451	0,4562

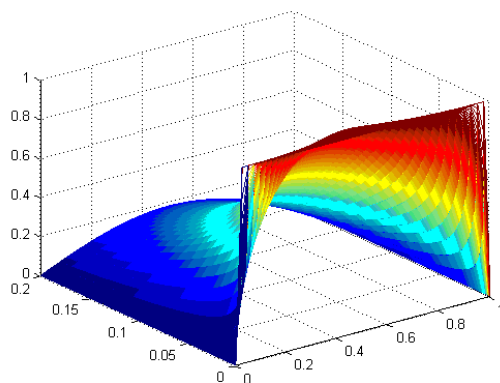
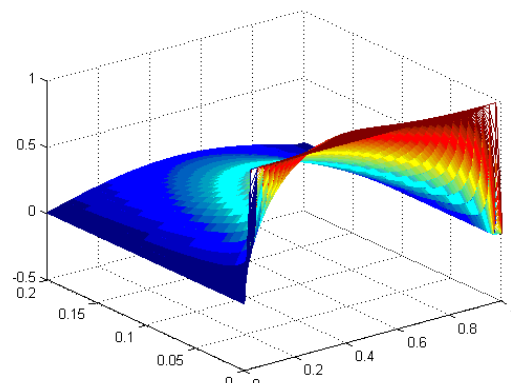
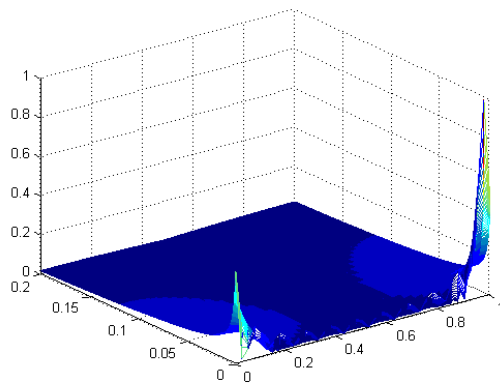
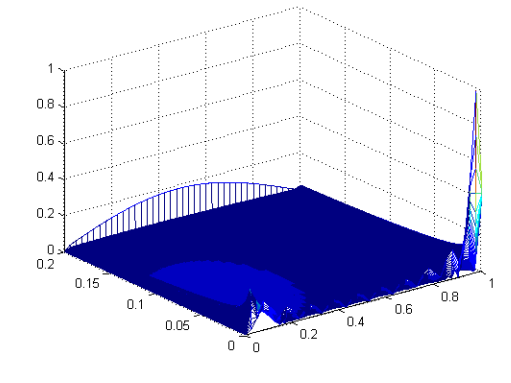
Czas procesora		n=1000
inv(A)*B	A\B	własna metoda
0.295978	0.014409	0.139573

Błędy									n=100
x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
błąd	0,0259	0,0629	0,1145	0,1843	0,2738	0,3797	0,4851	0,545	0,4561

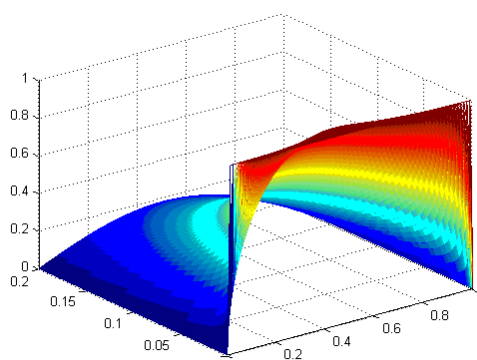
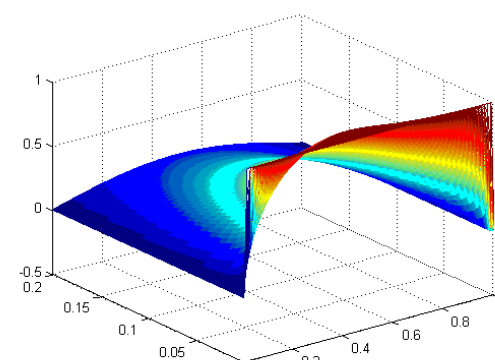
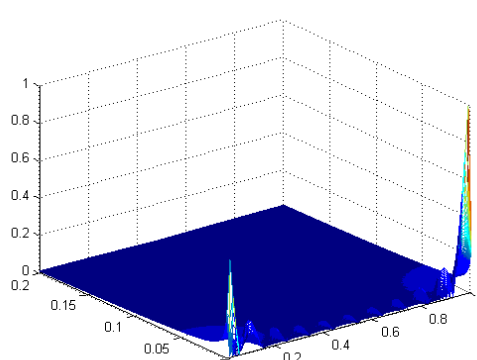
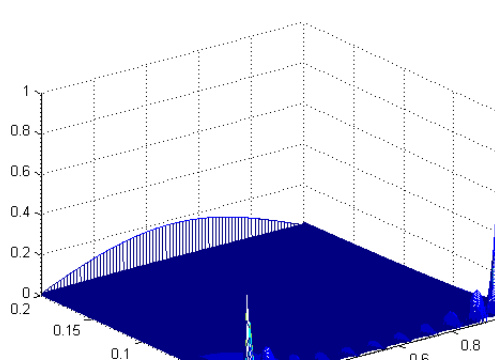


CZĘŚĆ II – RÓWNANIE PRZEWODNICTWA CIEPŁA

Zestaw 1 $n=40$, $t=2000$, $l=0.0001$

wyniki –metoda jawna	wyniki metoda niejawna																																																																										
																																																																											
błędy – metoda jawna	błędy – metoda niejawna																																																																										
																																																																											
Tabela błędów dla wybranych punktów – metoda jawna	Tabela błędów dla wybranych punktów – metoda niejawna																																																																										
<table><tr><td rowspan="6">Współrzędne czasowe</td><td colspan="6">Współrzędne przestrzenne</td></tr><tr><td>0,4684</td><td>0,0701</td><td>0,0454</td><td>0,0305</td><td>0,0206</td><td>0,0139</td></tr><tr><td>0,0472</td><td>0,0431</td><td>0,0305</td><td>0,0206</td><td>0,0139</td><td>0,0094</td></tr><tr><td>0,0401</td><td>0,0027</td><td>0,0021</td><td>0,0014</td><td>0,0009</td><td>0,0006</td></tr><tr><td>0,0686</td><td>0,048</td><td>0,0335</td><td>0,0226</td><td>0,0152</td><td>0,0103</td></tr><tr><td>0,4684</td><td>0,0701</td><td>0,0454</td><td>0,0305</td><td>0,0206</td><td>0,0139</td></tr></table>	Współrzędne czasowe	Współrzędne przestrzenne						0,4684	0,0701	0,0454	0,0305	0,0206	0,0139	0,0472	0,0431	0,0305	0,0206	0,0139	0,0094	0,0401	0,0027	0,0021	0,0014	0,0009	0,0006	0,0686	0,048	0,0335	0,0226	0,0152	0,0103	0,4684	0,0701	0,0454	0,0305	0,0206	0,0139	<table><tr><td rowspan="6">Współrzędne czasowe</td><td colspan="6">Współrzędne przestrzenne</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0,0472</td><td>0,0447</td><td>0,0384</td><td>0,0311</td><td>0,0245</td><td>0,1344</td></tr><tr><td>0,0401</td><td>0,0121</td><td>0,0202</td><td>0,0211</td><td>0,0191</td><td>0,1761</td></tr><tr><td>0,0686</td><td>0,0008</td><td>0,0063</td><td>0,0092</td><td>0,0095</td><td>0,1148</td></tr><tr><td>0,4684</td><td>0,0701</td><td>0,0454</td><td>0,0305</td><td>0,0206</td><td>0,0139</td></tr></table>	Współrzędne czasowe	Współrzędne przestrzenne						0	0	0	0	0	0	0,0472	0,0447	0,0384	0,0311	0,0245	0,1344	0,0401	0,0121	0,0202	0,0211	0,0191	0,1761	0,0686	0,0008	0,0063	0,0092	0,0095	0,1148	0,4684	0,0701	0,0454	0,0305	0,0206	0,0139
Współrzędne czasowe		Współrzędne przestrzenne																																																																									
		0,4684	0,0701	0,0454	0,0305	0,0206	0,0139																																																																				
		0,0472	0,0431	0,0305	0,0206	0,0139	0,0094																																																																				
		0,0401	0,0027	0,0021	0,0014	0,0009	0,0006																																																																				
		0,0686	0,048	0,0335	0,0226	0,0152	0,0103																																																																				
	0,4684	0,0701	0,0454	0,0305	0,0206	0,0139																																																																					
Współrzędne czasowe	Współrzędne przestrzenne																																																																										
	0	0	0	0	0	0																																																																					
	0,0472	0,0447	0,0384	0,0311	0,0245	0,1344																																																																					
	0,0401	0,0121	0,0202	0,0211	0,0191	0,1761																																																																					
	0,0686	0,0008	0,0063	0,0092	0,0095	0,1148																																																																					
	0,4684	0,0701	0,0454	0,0305	0,0206	0,0139																																																																					

Zestaw 1 $n=80$, $t=4000$, $l=0.00005$

wyniki –metoda jawna	wyniki metoda niejawna																																																																										
																																																																											
błędy – metoda jawna	błędy – metoda niejawna																																																																										
																																																																											
Tabela błędów dla wybranych punktów – metoda jawna	Tabela błędów dla wybranych punktów – metoda niejawna																																																																										
<table><tr><th rowspan="6">Współrzędne czasowe</th><th colspan="6">Współrzędne przestrzenne</th></tr><tr><td>0,2439</td><td>0,0351</td><td>0,0227</td><td>0,0153</td><td>0,0103</td><td>0,0069</td></tr><tr><td>0,0236</td><td>0,0221</td><td>0,0156</td><td>0,0105</td><td>0,0071</td><td>0,0048</td></tr><tr><td>0,0554</td><td>0,0009</td><td>0,0006</td><td>0,0004</td><td>0,0002</td><td>0,0002</td></tr><tr><td>0,0421</td><td>0,0235</td><td>0,0164</td><td>0,0111</td><td>0,0075</td><td>0,005</td></tr><tr><td>0,2439</td><td>0,0351</td><td>0,0227</td><td>0,0153</td><td>0,0103</td><td>0,0069</td></tr></table>	Współrzędne czasowe	Współrzędne przestrzenne						0,2439	0,0351	0,0227	0,0153	0,0103	0,0069	0,0236	0,0221	0,0156	0,0105	0,0071	0,0048	0,0554	0,0009	0,0006	0,0004	0,0002	0,0002	0,0421	0,0235	0,0164	0,0111	0,0075	0,005	0,2439	0,0351	0,0227	0,0153	0,0103	0,0069	<table><tr><th rowspan="6">Współrzędne czasowe</th><th colspan="6">Współrzędne przestrzenne</th></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0,0236</td><td>0,0229</td><td>0,0195</td><td>0,0158</td><td>0,0124</td><td>0,1298</td></tr><tr><td>0,0554</td><td>0,0065</td><td>0,0105</td><td>0,0109</td><td>0,0098</td><td>0,1766</td></tr><tr><td>0,0421</td><td>0,0001</td><td>0,0035</td><td>0,0049</td><td>0,005</td><td>0,12</td></tr><tr><td>0,2439</td><td>0,0351</td><td>0,0227</td><td>0,0153</td><td>0,0103</td><td>0,0069</td></tr></table>	Współrzędne czasowe	Współrzędne przestrzenne						0	0	0	0	0	0	0,0236	0,0229	0,0195	0,0158	0,0124	0,1298	0,0554	0,0065	0,0105	0,0109	0,0098	0,1766	0,0421	0,0001	0,0035	0,0049	0,005	0,12	0,2439	0,0351	0,0227	0,0153	0,0103	0,0069
Współrzędne czasowe		Współrzędne przestrzenne																																																																									
		0,2439	0,0351	0,0227	0,0153	0,0103	0,0069																																																																				
		0,0236	0,0221	0,0156	0,0105	0,0071	0,0048																																																																				
		0,0554	0,0009	0,0006	0,0004	0,0002	0,0002																																																																				
		0,0421	0,0235	0,0164	0,0111	0,0075	0,005																																																																				
	0,2439	0,0351	0,0227	0,0153	0,0103	0,0069																																																																					
Współrzędne czasowe	Współrzędne przestrzenne																																																																										
	0	0	0	0	0	0																																																																					
	0,0236	0,0229	0,0195	0,0158	0,0124	0,1298																																																																					
	0,0554	0,0065	0,0105	0,0109	0,0098	0,1766																																																																					
	0,0421	0,0001	0,0035	0,0049	0,005	0,12																																																																					
	0,2439	0,0351	0,0227	0,0153	0,0103	0,0069																																																																					
Czas obliczania macierzy u(x,t)	Czas obliczania macierzy u(x,t)																																																																										
Elapsed time is 0.095400 seconds.	Elapsed time is 2.761012 seconds.																																																																										

WNIOSKI

1. W równaniu konwekcji-dyfuzji im większe n , tym różnica między rozwiązaniem dokładnym a przybliżonym jest mniejsza. Wynika to z dokładniejszego przybliżenia drugiej i pierwszej pochodnej metodą różnic skończonych dla coraz mniejszych przedziałów.
2. Zużycia czasu procesora przy wyznaczaniu macierzy odwrotnych są w każdym przypadku najkorzystniejsze przy wykorzystaniu wbudowanej w program metody Gaussa. Metoda własna - uwzględniająca to, że macierz jest trójkątniowa, daje lepsze rezultaty niż metoda macierzy odwrotnej (wyznaczanej sposobem $\text{inv}(A)$) przy dużych n , np. $n=1000$. Jest to spowodowane tym, że ilość operacji potrzebnych do uzyskania A^{-1} jest wtedy znacząco mniejsza.
3. W równaniu przewodnictwa ciepła wykresy uzyskane metodą jawną i niejawną bardzo podobne, jednak w zależności od gęstości siatki podziałów zmienia się dokładność wyniku. Najlepsze rezultaty osiąga się stosując metodę niejawną dla bardzo gęstej siatki. Jest to jednak równoważne z największym czasem zużycia procesora. W ostatnim badanym przypadku jest ono blisko 30 razy większe.
4. Metoda jawna daje w pierwszym przypadku lepsze wyniki, ale można zauważyć, że wraz ze wzrostem gęstości siatki, błąd metody niejawnej zbiega do 0 szybciej niż błąd metody jawnej, co świadczy o tym, że jest to w przypadku ogólnym bardziej dokładna.
5. Błąd gwałtownie zwiększa się wraz z równoczesnym przybliżaniem się czasu do 0 i przestrzeni do jej krańców 0 i 1. Wykres błędów ma bardzo podobny kształt zarówno dla metody jawnej i niejawnej.