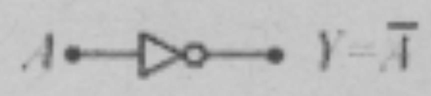
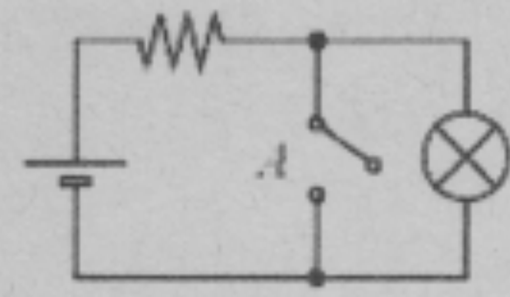
Porte Logiche Fondamentali

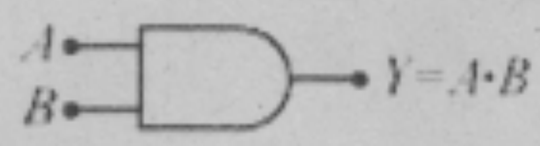
NOT



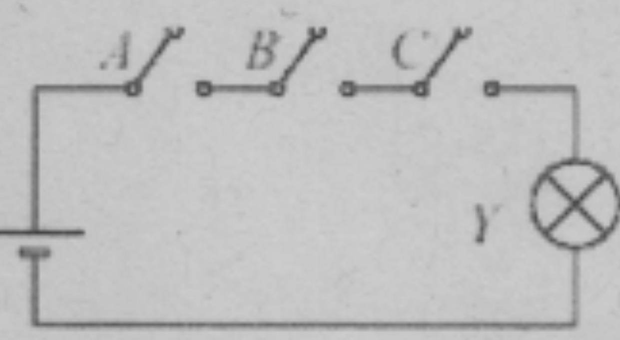
A	Y
0	1
1	0



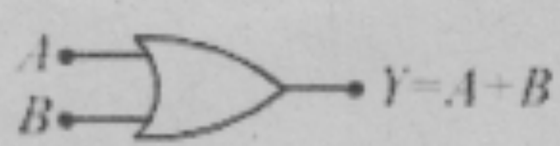
AND



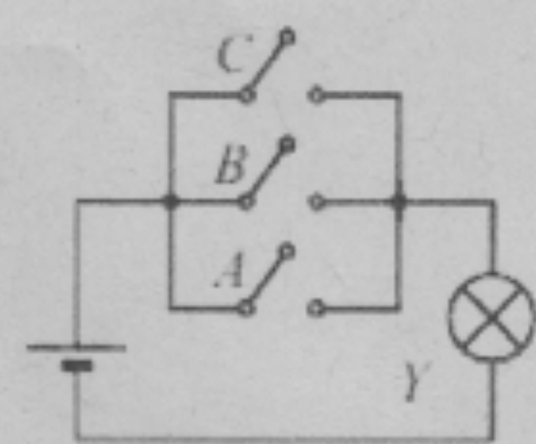
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



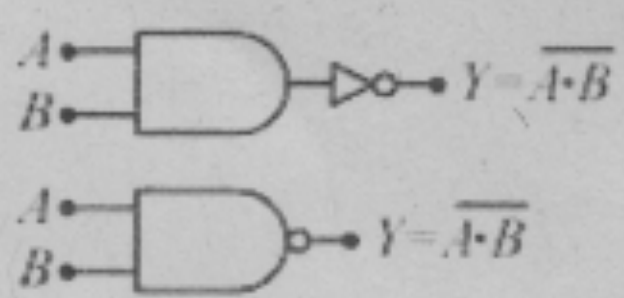
OR



A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

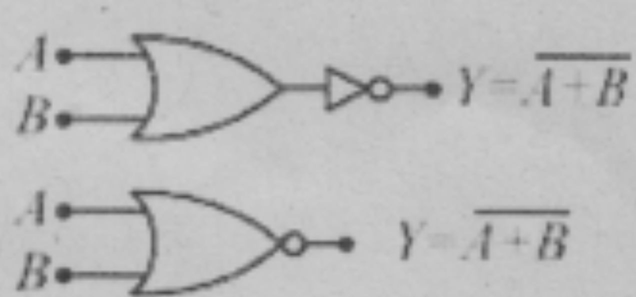


NAND



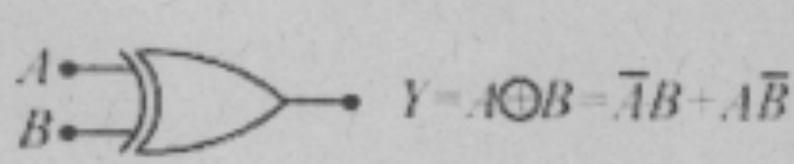
A	B	Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOR



A	B	Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

XOR



A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

TEOREMI DELL'ALGEBRA DI BOOLE

A+B=B+A A×B=B×A	Proprietà commutativa

(A+B) +C=A+(B+C) (A×B)C=A(B×C)	Proprietà associativa

AB+AC=A (B+C) (A+B)(A+C)=A+BC	Proprietà distributiva

Dimostrazione:
AA+AC+AB+BC= AA+A(B+C)+BC = AA + AB + AC + BC =
Ma AA=A
A + AB + AC + BC = A(1+B) + AC + BC =
ma 1+B = 1 E A·1 = A DA CUI ABBIAMO = A + AC + BC = A(C+1) + BC =
quindi è A+BC

A+1=1 A×0=0	Teorema annullamento

A+0=A A×1=A	Teorema dell'identità

$A+\overline{A}=1$ $A\cdot\overline{A}=0$	Teorema dei complementi

A+A=A AA=A	Teorema dell'idempotenza

A+AB=A A(A+B)=A	I° teorema dell'Assorbimento

Dimostrazione:
A+AB=A(1+B)=A×1=A
Mentre A(A+B)= AA+AB
ma AA=A
quindi A+AB=A

$\overline{\overline{A}}=A$	Teorema dell'involuzione (Della doppia negazione)
$A+\overline{A}B=A+B$	II° teorema dell'Assorbimento

Dimostrazione

$$A+B=A+B(A+\overline{A})=A+AB+\overline{A}B=A(1+B)+\overline{A}B=A+\overline{A}B$$

Teoremi di DeMorgan

$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ $\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$

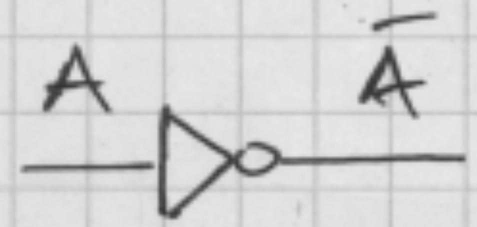
APPUNTI

RETI COMBINATORIE

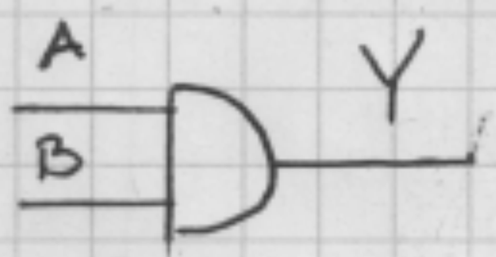
EQUIVALENZA RETI LOGICHE

AND, OR, NOT

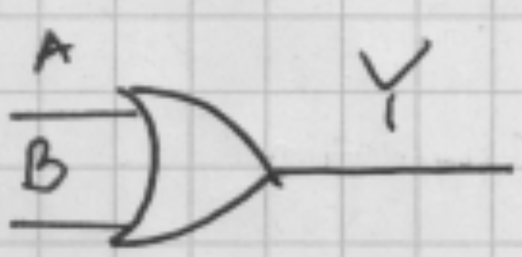
NOT



AND

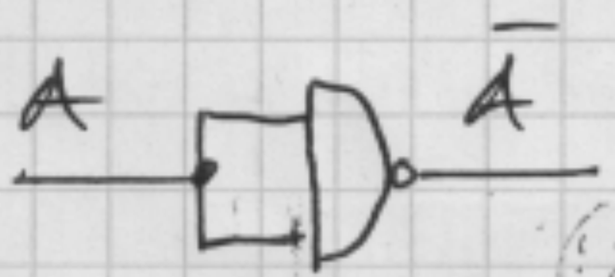


OR

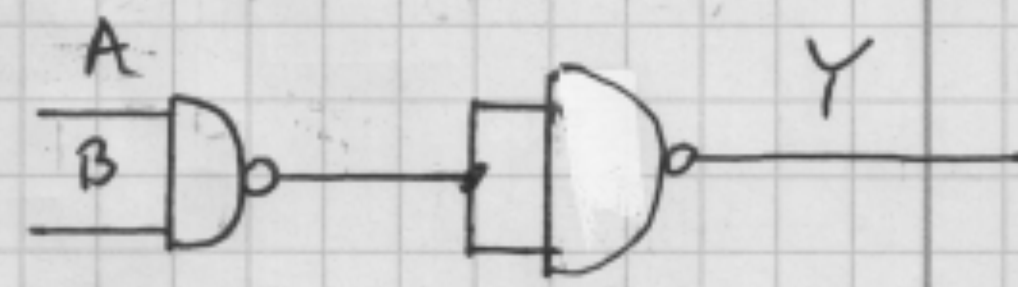


NAND

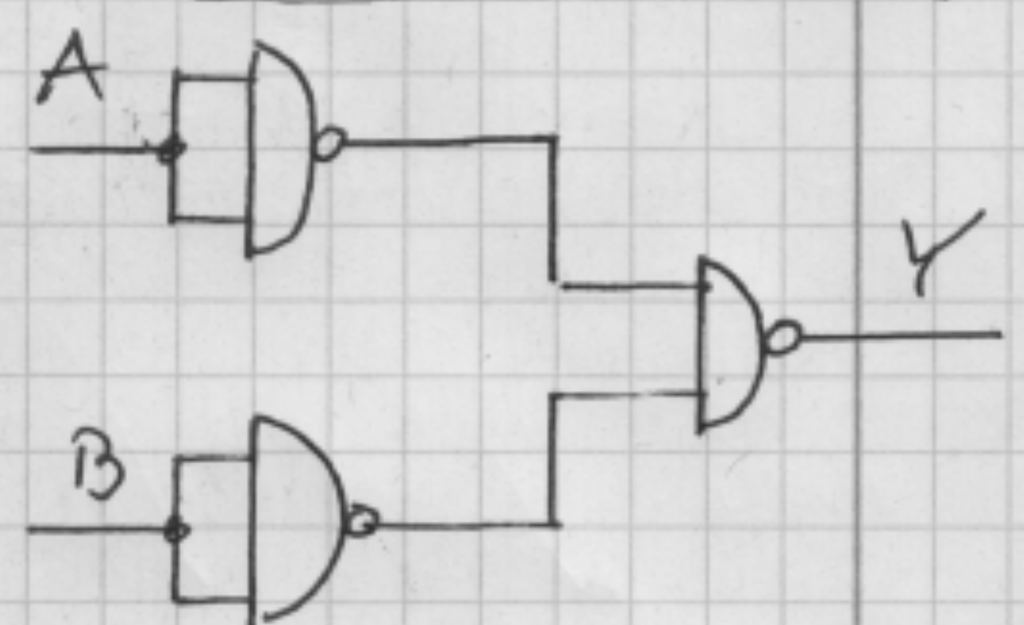
NOT A NAND



AND A NAND



OR A NAND



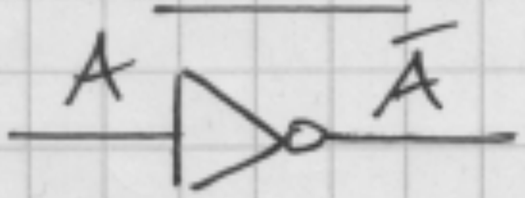
QUESTO DERIVA DAL TEOREMA DI DE MORGAN

$$\overline{A+B} = \bar{A}\cdot\bar{B} \rightarrow$$

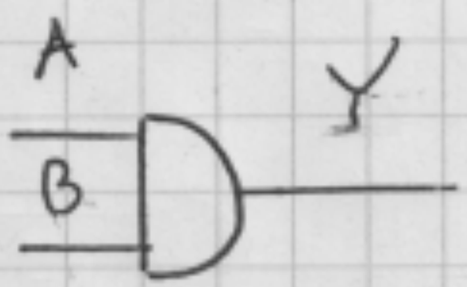
$$A+B = \overline{\overline{A+B}} = \overline{\bar{A}\cdot\bar{B}}$$

AND, OR, NOT

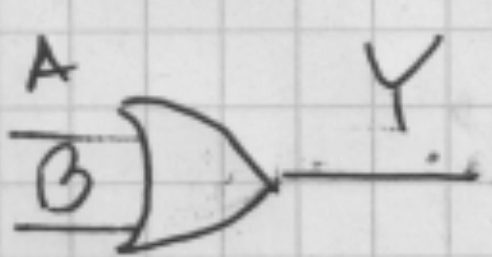
NOT



AND

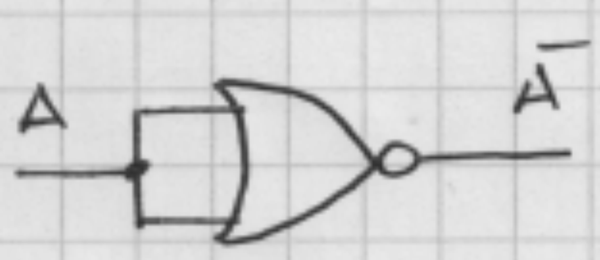


OR

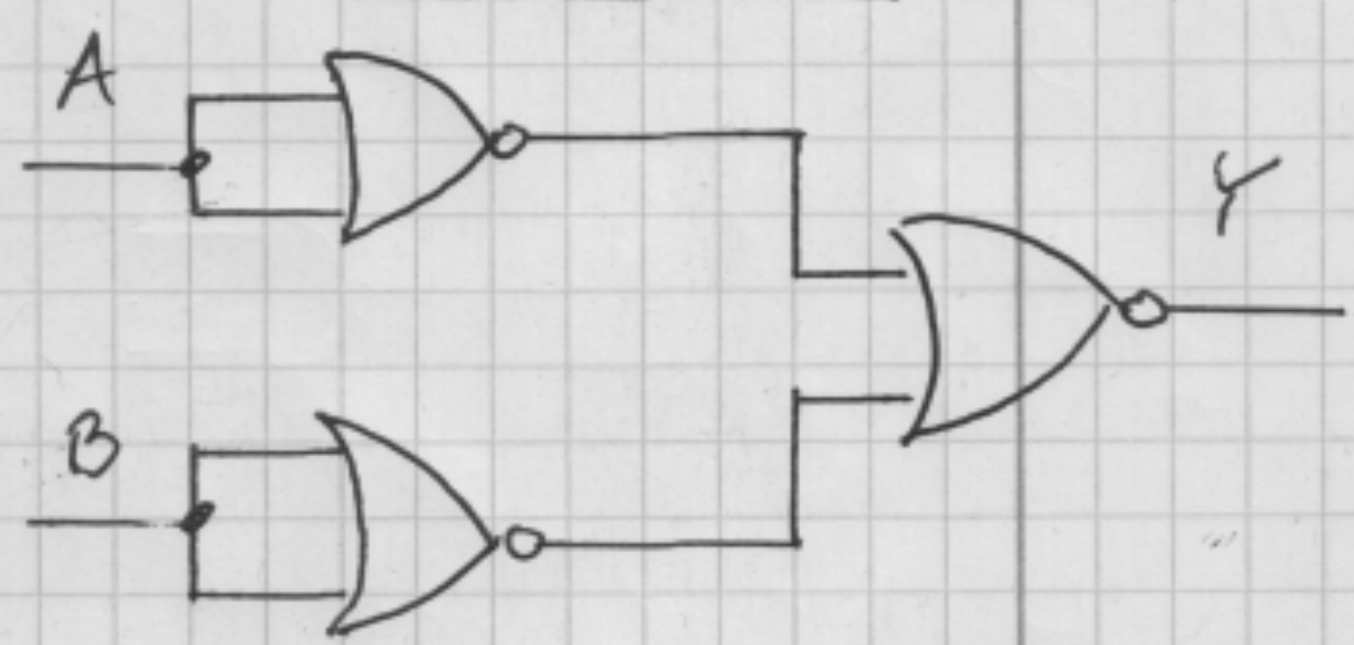


NOR

NOT A NOR



AND A NOR

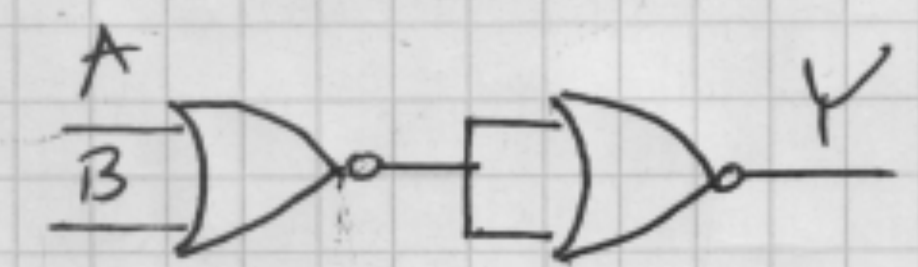


QUESTO DERIVA DAL TEOREMA DI DEMORGAN

$$\overline{A\cdot B} = \bar{A} + \bar{B} \longrightarrow$$

$$A\cdot B = \overline{\overline{A\cdot B}} = \overline{\bar{A} + \bar{B}}$$

OR A NOR



APPUNTI (ARGOMENTO: RETI DIGITALI COMBINATORIE)

UN SISTEMA SI DICE COMBINATORIO QUANDO L'USCITA DIPENDE, IN OGNI ISTANTE, ESCLUSIVAMENTE DAL VALORE DEGLI INGRESSI U= F(I)
UN SISTEMA COMBINATORIO PUÒ ESSERE DESCRITTO DA UNA TABELLA DI VERITÀ DOVE SONO PRESENTI LE VARIABILI LOGICHE (BINARIE) DI INGRESSO (SCRITTE SEMPRE IN MAIUSCOLO) E LE VARIABILI LOGICHE (BINARIE) DI USCITA (SCRITTE SEMPRE IN MAIUSCOLO).
UNA VOLTA CHE IL SISTEMA COMBINATORIO È DESCRITTO DALLA TABELLA DI VERITÀ POSSIAMO ESPRIMERE L'USCITA IN MODO SEMPLICE E SISTEMATICO.
A QUESTO PROPOSITO VANNO DEFINITE LE FORME CANONICHE.
LA FORMA CANONICA ESPRIME LA FUNZIONE BOOLEANA COME UN INSIEME DI TERMINI. UN TERMINE SI DICE CANONICO QUANDO CONTIENE TUTTE LE VARIABILI DI INGRESSO.
ESISTONO DUE FORME CANONICHE.
LA PRIMA È DETTA SOMMA DI PRODOTTI O FORMA S.P.

Ogni addendo si chiama mintermine.

Ogni mintermine si costruisce prendendo normale la variabile d'ingresso se è a 1 e negandola se è a zero.

L'uscita del sistema combinatorio è la somma dei mintermini che nella tabella di verità hanno uscita $Y = 1$.

La seconda è detta prodotto di somme o P.S.

Ogni termine della forma canonica in esame si chiama maxtermine.

Ogni maxtermine si costruisce prendendo normale la variabile di ingresso se è a 0 e negandola se è a 1.

L'uscita del sistema combinatorio è il prodotto dei maxtermini che nella tabella di verità hanno uscita $Y = 0$.

L'utilizzo della forma canonica S.P. è il più diffuso.

ESEMPIO 1

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

in S.P.

$$Y = \bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} + \bar{A}\bar{B}\,C$$

ESEMPIO 2

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

in P.S

$$Y = (A+B+C)\cdot(A+B+\bar{C})$$

SINTESI DI UNA FUNZIONE LOGICA CON LE MAPPE DI KARNAUGH

Assegnata una funzione logica, la mappa di Karnaugh corrispondente non è altro che una rappresentazione grafica della tabella della verità della stessa funzione.

$$Y = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} + \overline{A}\cdot B\cdot\overline{C} + \overline{A}\cdot B\cdot C + A\cdot B\cdot\overline{C} + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$$

La manovra più conveniente consiste nel marcare le variabili di ingresso con degli 1 quando esse non sono negate e con degli 0 quando esse sono negate, come indicato sotto:

$$Y = \underbrace{\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}}_{000} + \underbrace{\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}}_{010} + \underbrace{\overline{A}\cdot B\cdot C}_{011} + \underbrace{A\cdot B\cdot\overline{C}}_{110} + \underbrace{A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}}_{100}$$

A	B	C	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

Si riportano degli 1 in corrispondenza delle combinazioni delle variabili di ingresso evidenziate nella funzione. LA TABELLA DELLA VERITÀ È UNA SINTESI DEL COMPORTAMENTO DELLA VARIABILE DI USCITA Y IN CORRISPONDENZA DI TUTTI I POSSIBILI VALORI DELLE VARIABILI DI INGRESSO.

Dalla tabella della verità di una funzione si può subito ricavare la corrispondente mappa di Karnaugh. La mappa di Karnaugh di una funzione ad n variabili di ingresso consiste in un rettangolo di 2^n caselle dove ogni casella corrisponde ad uno dei possibili stati (combinazioni) delle variabili di ingresso con la caratteristica che passando da una casella all'altra in ogni direzione (ma non in diagonale) cambia una sola delle variabili, DEBBONO ESSERE CONSIDERATE ADIACENTI ANCHE LE CASELLE DI ESTREMITÀ di una riga o di una colonna, come se la mappa fosse disegnata su una superficie chiusa su se stessa. In ognuna delle caselle viene posto il valore assunto dalla funzione (variabile Y) booleana per quello stato (per quella combinazione delle variabili di ingresso). Le regole che si seguono per la semplificazione sono:

1) Bisogna individuare il minor numero di gruppi (che copre tutti gli 1 della mappa).

2) Ciascun gruppo deve contenere il maggior numero di 1 adiacenti (il numero di 1 che costituisce un gruppo deve formare una potenza del 2, si scelgono perciò gruppi da due 1 o da quattro 1 etc..).

3) Come si è detto sono considerabili adiacenti le caselle di estremità.

4) Eventuali 1 isolati costituiscono un gruppo e debbono essere riportati integralmente.

5) Da ogni gruppo si estrae un termine che contiene le variabili di ingresso che non variano passando da una casella all'altra del raggruppamento stesso, ciascuna variabile sarà in forma vera o negata a seconda se vale 1 o 0 nel raggruppamento.

6) La funzione logica minimizzata sarà data dalla somma logica dei termini estratti dalla mappa.